С помощью математического пакета Matlab для конкретного временного ряда был проведен сравнительный анализ дисперсии оценки, заданной соотношением (1) для различной степени пересечения интервалов разбиения.

Показано, что дисперсия оценки (1) уменьшается при увеличении числа интервалов разбиения исходной последовательности наблюдений. Наиболее эффективным является использование окон просмотра данных Хэмминга и Рисса.

Таким образом, в работе в качестве оценки неизвестной взаимной спектральной плотности многомерного временного ряда использована статистика, построенная путем осреднения модифицированных периодограмм по пересекающимся интервалам наблюдений.

Показано, что предложенная оценка является асимптотически несмещенной и состоятельной в среднеквадратическом смысле оценкой взаимной спектральной плотности процесса.

Список цитированных источников

1. Труш, Н.Н. Асимптотические методы статистического анализа временных рядов / Н.Н. Труш. – Мн.: БГУ, 1999. – 218 с.
2. Труш, Н.Н. Статистические свойства оценок спектральных плотностей по пересекающимся интервалам наблюдений / Н.Н. Труш, Е.И. Мирская // Проблемы компьютерного анализа данных и моделирования: сб. науч. ст. – Минск. – 1991. – С. 180-185.

УДК 512.542

A_4-СВОБОДНЫЕ ГРУППЫ С НЕБОЛЬШИМИ ИНДЕКСАМИ МАКСИМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП

Серая С.А.

Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест

Научный руководитель: Трофимук А.А., к.ф.-м.н.

Рассматриваются только конечные группы. Все обозначения и используемые определения соответствуют [1].

Одним из наиболее перспективных направлений теории конечных групп является направление, связанное с исследованием инвариантов разрешимых групп, у которых на индексы максимальных подгрупп накладываются определенные ограничения.

В 1954 году Б. Хупперт [2] доказал, что группа сверхразрешима тогда и только тогда, когда индексы её максимальных подгрупп являются простыми числами. Легко проверить, что нильпотентная длина такой группы не превышает 2.

Ф. Холл [3] в 1958 году установил разрешимость группы, у которой индексы максимальных подгрупп есть простые числа или квадраты простых чисел.

Исследование групп, у которых индексы максимальных подгрупп примарны и не делятся на кубы простых чисел, проведено в работах В.С. Монахова и Е.Е. Грибовской [4]. В частности, установлено, что производная длина фактор-группы $G/\Phi(G)$ не превышает 5, нильпотентная длина таких групп не превышает 4.

Строение разрешимых групп, индексы максимальных подгрупп которых равны простым числам, квадратам простых чисел или кубам простых чисел, получено в работах В.С. Монахова, М.В. Селькина и Е.Е. Грибовской [5]. В частности, доказано, что производная длина фактор-группы $G/\Phi(G)$ не превышает 6, нильпотентная длина таких групп не превышает 4.

Напомним, что группа называется A_4-свободной, если она не содержит секций изоморфных знакопеременной группе A_4.

Из теоремы Гуральника следует, что если индекс любой максимальной подгруппы группы G примарен, то группа G либо разрешима, либо $G/S(G)$ изоморфна простой группе $PSL(2,7)$. Здесь $S(G)$ – разрешимый радикал группы G. Так как в $PSL(2,7)$ есть подгруппа, изоморфная знакопеременной группе A_4, то любая A_4-свободная группа, у которой индексы максимальных подгрупп примарны, является разрешимой.

В ряде работ авторов данного материала было показано, что в A_4-свободной группе, индексы максимальных подгрупп которой являются простыми числами или квадратами простых чисел, нильпотентная длина группы G и производная длина $G/\Phi(G)$ не превышает 3. Кроме этого, в A_4-свободной группе, индексы максимальных подгрупп которой равны простым числам, квадратам простых чисел или кубам простых чисел, производная длина фактор-группы $G/\Phi(G)$ не превышает 5, а нильпотентная длина группы G не превышает 4.

В работе [6] исследовались A_4-свободные группы G с индексами максимальных подгрупп, равными простым числам, квадратам простых чисел или 8. В частности, было установлено, что в таких группах производная длина фактор-группы $G/\Phi(G)$ и нильпотентная длина группы G не превышает 3.

В работе [7] было показано, что в A_4-свободной группе G с индексами максимальных подгрупп, равными простым числам, квадратам простых чисел или 27, производная длина фактор-группы $G/\Phi(G)$ и нильпотентная длина группы G не превышает 3.

Поэтому естественно продолжить изучение A_4-свободных групп G с небольшими индексами максимальных подгрупп. Доказана следующая теорема.

Теорема. *Пусть G — A_4-свободная группа, у которой индексы максимальных подгрупп равны простым числам, квадратам простых чисел либо p^3, где $p=\{5,11,17\}$. Тогда производная длина фактор-группы $G/\Phi(G)$ не превышает 4.*

Для простых чисел $p=\{7,13\}$ понижение оценки производной длины фактор-группы $G/\Phi(G)$ не происходит.

Список цитированных источников

1. Монахов, В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов – Минск: Вышэйшая школа, 2006.

2. Huppert, B. Normalteiler und maximale Untergruppen endlicher Gruppen / B. Huppert – Math. Zeitschr. – 1954. – V. 60. – P. 409–434.

3. Холл, М. Теория групп / М. Холл – М.: ИЛ. – 1962. – 468 с.

4. Монахов, В.С. О максимальных и силовских подгруппах конечных разрешимых групп / В.С. Монахов, Е.Е. Грибовская // Математические заметки. – 2001. – Т. 70, № 4. – С. 603–612.

5. Монахов, В.С. О разрешимых нормальных подгруппах конечных групп / В.С. Монахов, М.В. Селькин, Е.Е. Грибовская // Украинский математический журнал. – 2002. – Т. 54, № 7. – С. 940–950.

6. Трофимук, А.А. Конечные группы с ограничениями на индексы максимальных подгрупп / А.А. Трофимук // Вестник Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина. Серия естественных наук. – 2009. – №2(33). – С. 25–31.

7. Трофимук, А.А. A_4-свободные группы с индексами максимальных подгрупп, равными простым числам, квадратам простых чисел или 27 / А.А. Трофимук, И.Н. Фенчук // Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам: материалы V Международной научно-практической Интернет-конференции, Мозырь, 26–29 марта 2013 г. / УО МГПУ им. И.П. Шамякина. – Мозырь, 2013. – С. 204–205.