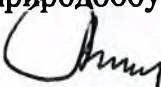


Учреждение образования
«Брестский государственный технический университет»

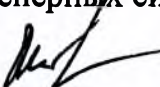
Факультет инженерных систем и экологии

Кафедра природообустройства

СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой
природообустройства


О.П.Мешик
« 22 » 12 2022 г.

СОГЛАСОВАНО
Декан факультета
инженерных систем и экологии


А.А.Волчек
« 22 » 12 2022 г.

**ЭЛЕКТРОННЫЙ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«ГИДРАВЛИКА»**

для специальности:
1-74 05 01 «Мелиорация и водное хозяйство»

Составитель: Глушко К.А., к.т.н., доцент

Рассмотрено и утверждено на заседании Научно-методического совета
университета 29.12.2022 г., протокол № 3

рез. N УМК 22/23 - 108

Пояснительная записка

Актуальность изучения дисциплины

Гидравлика является базовой дисциплиной для подготовки специалистов водного хозяйства. Ее теоретические основы используются при изучении прикладных инженерных дисциплин: «Сельскохозяйственные мелиорации», «Гидротехнические сооружения».

Цель и задачи дисциплины

Целью изучения дисциплины является овладение будущими специалистами теоретических основ гидравлики и умение их применить в практической деятельности.

Задачами дисциплины является изучение теоретических основ и закрепление их на практических и лабораторных занятиях по следующим основным направлениям:

- гидростатическое давление жидкости на плоские и произвольно ориентированные поверхности и особенности проектирования элементов гидротехнических сооружений для его снижения и рационального использования;
- энергетическая оценка потока жидкости и учет изменения кинетики потока за счет влияния потерь;
- освоение современных методик расчета коротких и длинных трубопроводов;
- расчет и проектирование открытых водотоков;
- энергетическая оценка гидравлического прыжка и сопряжение бьефов;
- гидравлические расчеты сопрягающих сооружений;
- движение жидкости в пористой среде.

Электронный учебно-методический комплекс (ЭУМК) объединяет структурные элементы учебно-методического обеспечения образовательного процесса, и представляет собой сборник материалов теоретического и практического характера для организации работы студентов специальности 1-74 05 01 «Мелиорация и водное хозяйство» дневной формы образования по изучению дисциплины «Гидравлика»

ЭУМК разработан на основании Положения об учебно-методическом комплексе на уровне высшего образования, утвержденного Постановлением Министерства образования Республики Беларусь от 26 июля 2011 г., №16 и предназначен для реализации требований учебной программы по учебной дисциплине «Гидравлика» для специальности 1-74 05 01 «Мелиорация и водное хозяйство». ЭУМК разработан в полном соответствии с утвержденной учебной программой по учебной дисциплине компонента учреждения высшего образования «Гидравлика».

Цели ЭУМК:

- обеспечение качественного методического сопровождения процесса обучения;
- организация эффективной самостоятельной работы студентов.

Содержание и объем ЭУМК полностью соответствуют образовательному стандарту высшего образования специальности 1-74 05 01 «Мелиорация и водное хозяйство», а также учебно-программной документации образовательных программ высшего образования. Материал представлен на требуемом методическом уровне и адаптирован к современным образовательным технологиям.

Структура электронного учебно-методического комплекса по дисциплине «Гидравлика».

Теоретический раздел ЭУМК содержит материалы для теоретического изучения учебной дисциплины и представлен конспектом лекций.

Практический раздел ЭУМК содержит материалы для подготовки их выполнения в виде методических указаний.

Раздел лабораторных работ содержит материалы для подготовки их выполнения в виде методических указаний.

Раздел контроля знаний ЭУМК содержит перечень вопросов выносимых на экзамен, позволяющих определить соответствие результатов учебной деятельности обучающихся

требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации образовательных программ высшего образования.

Вспомогательный раздел включает учебную программу по дисциплине «Гидравлика».

Рекомендации по организации работы с ЭУМК:

– лекции читаются с использованием представленных в ЭУМК теоретических материалов, Рисунки, таблицы, формулы представляются в виде презентаций. При подготовке к зачету, экзамену студенты могут использовать конспект лекций;

– практические занятия проводятся с использованием представленных в ЭУМК методических указаний;

– лабораторные занятия проводятся с использованием представленных в ЭУМК методических указаний;

– зачет рекомендуется проводить в форме тестов, а экзамен в письменной форме. Тесты к зачету и вопросы к экзамену приведены в разделе контроля знаний.

ЭУМК способствует успешному освоению студентами учебного материала, дает возможность планировать и осуществлять самостоятельную работу студентов, обеспечивает рациональное распределение учебного времени по темам учебной дисциплины и совершенствование методов проведения занятий.

ПЕРЕЧЕНЬ МАТЕРИАЛОВ В КОМПЛЕКСЕ

1. Теоретический раздел

Конспект лекций по дисциплине «Гидравлика».

[Тема 1.](#) Вводная лекция

[Тема 2.](#) Общие законы и уравнения покоя жидкости

[Тема 3.](#) Давление жидкости на криволинейные поверхности

[Тема 4.](#) Основы технической гидродинамики

[Тема 5.](#) Потери напора при установившемся движении

[Тема 6.](#) Движение жидкости в напорных трубопроводах

[Тема 7.](#) Истечение жидкости через отверстия и насадки

[Тема 8.](#) Равномерное движение жидкости в открытых руслах

[Тема 9.](#) Установившееся неравномерное плавноизменяющееся движение жидкости в открытых руслах

[Тема 10.](#) Гидравлический прыжок

[Тема 11.](#) Водосливы

[Тема 12.](#) Сопряжение бьефов

[Тема 13.](#) Гидравлические расчеты сопрягающих сооружений

[Тема 14.](#) Движение жидкости и газа в пористой среде

2. Практический раздел

Методические указания к выполнению практических работ по дисциплине «Гидравлика» для студентов дневной и заочной форм обучения специальности 1 – 74 05 01 «Мелиорация и водное хозяйство».

Сборники задач по гидравлике .

3. Раздел лабораторных работ

Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Гидравлика» для студентов дневной и заочной форм обучения специальности 1 – 74 05 01 «Мелиорация и водное хозяйство».

Практикум по лабораторным работам.

4. Раздел контроля знаний

Тесты к зачету, вопросы к экзамену по дисциплине «Гидравлика»

5. Вспомогательный раздел

Учебная программа по дисциплине «Гидравлика» для студентов дневной формы обучения специальности 1 – 74 05 01 «Мелиорация и водное хозяйство».

1. Теоретический раздел

Конспект лекций по дисциплине «Гидравлика»

Тема 1. Введение

Вопросы.

[1. История становления науки «Гидравлика»](#)

[2. Понятие реальной и идеальной жидкости, вязкость.](#)

[3. Основные физические свойства реальных жидкостей.](#)

[4. Модель сплошной среды.](#)

Вопрос 1. Еще в глубокой древности при выполнении гидротехнических работ в частности Греции, Египте, Индии, Африке и др. при рытье каналов для орошения, строительство мостов, дюкеров акведуков, имелись представления из области гидравлики. Однако прошло много веков и даже тысячелетий прежде чем практические представления о гидравлике были обобщены, сформированы в логические сведения, те. Произошло зарождение науки о гидравлике.

Первые трактаты с серьезными теоретическими научными обобщениями вопросов механики жидкости были выявлены в Древней Греции еще за 250 лет до н.э. Великий ученый Архимед оставил после себя анализ вопросов гидростатики и плавания. Как ни парадоксально, но за истекшее время к труду посвященному гидростатике мало что удалось добавить.

Представитель древнегреческой школы КТЕЗИБИЙ (2-ой или 1-ый век до н.э.) изобрел пожарный насос, водяные часы. ГЕРОНУ АЛЕКСАНДРИЙСКОМУ принадлежит описание сифона, водяного органа, автомата для отпуска жидкости.

Римляне в начале тысячелетия строили уже сложные гидротехнические сооружения, например акведуки для подачи воды из гонных источников в города. В своих сочинениях римский инженер-строитель ФРОНТИН указывает, что во времена Трояна в Риме было 9 водопроводов протяженность которых составляла 436 км. Уже в те времена рассматривались вопросы гидравлических потерь напора, неразрывность движения жидкости, зависимость между площадью живого сечения потока и уклоном и др.

Средние века характеризуются регрессом в области механики жидкости, т.е история умалчивает о результатах научных исследований.

В эпоху возрождения (XV-XVI) в. Начали развиваться экспериментальные исследования. Значительная роль в них принадлежит итальянскому ученому ЛЕОНАРДО да ВИНЧИ Он изучал принцип работы гидравлического пресса, аэродинамику летательных аппаратов, образование водоворотных областей, истечение жидкостей через отверстия, водосливы. Он изобрел центробежный насос, парашют. Он признан как основоположник механики жидкости.

К этой эпохе относятся работы нидерландского математика-инженера СИМОНА СТЕВИНА. Он впервые определил величину гидростатического давления на плоскую фигуру и объяснил «гидравлический парадокс». В это же время итальянский физик ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЙ показал. Что гидравлическое сопротивление возрастает с увеличением скорости и с возрастанием плотности среды, он также разъяснил вопрос о вакууме.

Период XVII начало XVIII века. В это время механика жидкости все еще находилась в зачаточном состоянии. Но ее развитию способствовали КАСТЕЛЛИИ, преподаватель математики в Риме, в ясной форме изложивший принцип неразрывности: ТОРРИЧЕЛЛИ – математик и физик – давший формулу расчета истечения скорости жидкости из отверстия и изобрёл ртутный барометр; ПАСКАЛЬ – выдающийся французский математик и физик – установивший, что значение гидростатического давления не зависит от ориентировки площадки приложения давления воды, кроме того он окончательно решил и обосновал вопрос о вакууме; НЬЮТОН – гениальный английский физик, механик, астроном и математик – дал приближенное описание законов внутреннего трения жидкости.

В середине и конце XVIII века формируются теоретические основы современной механики жидкости. Д. Бернулли изучил и изложил в своем знаменитом труде «Гидродинамика» основополагающие вопросы гидравлики, в частности объяснил физический смысл слагаемых, входящих в современное уравнение установившегося движения жидкости. В это же время Л. Эйлер, математик и физик, не только подытожил и обобщил в безупречной математической форме работы предшествующих авторов, но составил известные дифференциальные уравнения и относительного равновесия жидкости, а также опубликовал целый ряд оригинальных гидравлически задач.

Ж.Д. АЛАМБЕР опубликовал ряд трактатов, относящихся к равновесию и движению жидкости, предполагается, что он первым объяснил явления кавитации жидкости.

В указанное время существенный вклад в развитие механики жидкости внесли Ж.ЛАГРАНЖ и П.ЛАПЛАС, разрабатывавшие теорию волн на поверхности жидкости.

В середине и конце XVIII века зарождается техническое (прикладное) направление механики жидкости. Во Франции начала образовываться особая школа – школа ученых инженеров, которые стали формировать механику как прикладную (техническую) науку. Рассматривая гидравлику, как отрасль техники, а не математики, представители этой школы ввели преподавание механики жидкости в технических учебных заведениях. Ярким представителем этой школы был А. ПИТО, изобретатель «прибора ПИТО». Не мене значимым явился А.ШЕЗИ, сформулировавший параметры подобия потоков и обосновавший формулу, носящую его имя.

Техническое направление механики жидкости развивалось и в других странах. Здесь можно отметить итальянского профессора Д.ВЕНТУРИ и немецкого ученого Р.ВОЛЬТМАНА.

Прикладное направление механики жидкости развивалось и в России. Начало положено в работах М.В.Ломоносова. В стенах Петербургского института инженеров путей сообщения существовала единственная гидравлическая школа России. Ученые этого института следовали французской гидравлической школе. Впоследствии ее развили. Можно упомянуть П.П.Мельникова, профессора прикладной механики. Он первым в России организовал учебную гидравлическую лабораторию. Преемниками его стали Н.М.Соколов, П.Н.Котляровский, Ф.Е.Максименко.

Большой вклад в развитие гидравлики внесли Н.П.Петров, который в своем труде «Трение в машинах и влияние на него смазывающей жидкости» впервые сформулировал законы трения при наличии смазки. Н.Е. Жуковский явился создателем гидравлического удара, ГРОМЕК И.С., - разработал теорию капиллярных явлений и заложил основы теории винтовых потоков.

Бахметьев Б.А. заложил основы современной гидравлической школы, опубликовал ряд книг, в которых осветил различные разделы гидравлики. Он решил в достаточно общей форме задачу об интегрировании дифференциального уравнения неравномерного движения в призматических руслах.

Блазиус – немецкий ученый – впервые показал, что для гладких труб коэффициент сопротивления зависит только от одного параметра – числа Рейнольдса.

Павловский Н.Н – советский ученый - опубликовал основы математической теории фильтрации воды в грунтах; предложил метод электромоделирования фильтрационных потоков (метод ЭГДА), издал первый в России гидравлический справочник, решил ряд гидравлических задач, относящихся к инженерно-строительной гидравлике.

К 20-30-ым годам XX века в СССР была создана обширная лабораторная база на основе которой решались самые различные вопросы гидравлики. Равным образом были проведены обширные натурные исследования. Это позволило составить соответствующие эмпирические формулы или откорректировать теоретические, полученные на основе идеализированных схем. Перечислим лишь некоторых ученых, принявших участие в такого рода деятельности: П.П.Мельников, Ребок, Кох, В.Е.Тимонов, Шаффернак, Гибсон и др.

Вопрос 2. Жидкости, встречающиеся в природе, т.е. реальные жидкости, столь мало изменяют свой объем при обычном изменении давления и температуры, что этим изменением объема можно практически пренебречь. Поэтому в гидравлике жидкость рассматривается как абсолютно несжимаемое тело.

В покоящейся жидкости касательные напряжения отсутствуют, поэтому жидкость принимает форму сосуда, в которую ее помещают. В движущейся жидкости, как показывают исследования, касательные напряжения имеют место. При движении жидкости по поверхностям скольжения жидких слоев друг по другу возникает трение, которое уравнивает внутренние касательные силы.

Свойства жидкости, обуславливающие возникновение в ней при движении касательных напряжений называется вязкостью.

В зависимости от конкретных ситуаций силу трения учитывают или пренебрегают. Например, при движении воды в открытых руслах без сомнения ею можно пренебречь, а при движении воды в напорных трубопроводах она будет являться доминирующей характеристикой.

При аналитических исследованиях часто пользуются понятием идеальной жидкости.

Идеальной жидкостью называют воображаемую жидкость, которая характеризуется:

- а) абсолютной неизменяемостью объема при изменении давления и температуры;
- б) полным отсутствием вязкости.

Идеальной жидкости, в отличие от реальной в природе не существует. Ее создают в воображении как некоторую приближенную модель реальной жидкости.

Из сказанного ясно, что если рассматривается покоящаяся жидкость, то нет необходимости делить ее на реальную и идеальную, а при изучении движущейся реальной жидкости силы трения учитывать следует.

Вопрос 3. Свойство 1. Плотность жидкости ρ ; вес единицы объема жидкости γ .

Возьмем некоторый объем жидкости V , имеющий массу M и вес G . Плотностью жидкости называется отношение массы M к объему V ;

$$\rho = \frac{M}{V}; \quad (1.1)$$

Следовательно но,

$$M = \rho \cdot V. \quad (1.2)$$

Введем обозначение

$$\gamma = \frac{G}{V}, \quad (1.3)$$

где γ - есть вес единицы объема жидкости.

Отсюда

$$G = \gamma \cdot V. \quad (1.4)$$

Но масса и вес связаны равенством

$$G = g \cdot M, \quad (1.5)$$

Подставляя в формулу (5) формулу (4) и формулу (2), получим

$$\gamma \cdot V = g \cdot \rho \cdot V, \quad (1.6)$$

отсюда получаем зависимость;

$$\gamma = \rho \cdot g. \quad \text{или} \quad \rho = \frac{\gamma}{g}; \quad (1.7).$$

Размерностью плотности (ρ) жидкости в системе СИ является кг/м³, объемного веса (гамма) кН/м³ или кгс/м³.

Для пресной чистой воды $\gamma = 10 \text{ кН} / \text{м}^3$ или 1000 кгс/м³.

Свойство 2. Упругая сжимаемость жидкости. Упругой сжимаемостью жидкости называется ее способность принимать свой прежний объем V после снятия внешней нагрузки Δp . При небольших значениях Δp относительное изменение объема $\Delta V/V$ прямо пропорционально Δp . В соответствии с этим в качестве меры упругого сжатия принимают величину

$$K = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V}, \quad (1.8)$$

причем K называют модулем объемной упругости жидкости. Для воды в обычных условиях $K = 22 \cdot 10^5 \text{ кПа} = 220 \text{ кН./см}^2 = 22000 \text{ кгс/см}^2$.

Свойство 3. Сопротивление жидкости растягивающим усилиям. Жидкость при обычных условиях, даже при наличии сжимающих напряжений, приближающихся к нулю, начинает обращаться в пар, т. е. перестает существовать. Иными словами в гидравлике считают, что жидкость не способна сопротивляться растягивающим усилиям.

Свойство 4. Сопротивление движущейся жидкости касательным усилиям. При движении реальной жидкости возникают силы трения. Эти силы уравнивают внутренние касательные усилия, возникающие в жидкости под действием внешних сил. Величина сил трения зависит от скорости движения жидкости и плотности жидкости.

Свойство 5. Капиллярное поднятие жидкости. Это свойство объясняет механизм подъема воды в почве и формирование нормы осушения.

Если капиллярную трубку вставить в сосуд, то вода в ней поднимется на некоторую высоту.

Теперь рассмотрим состояние поверхности воды в капиллярной трубке. В зависимости от того смачиваемая трубка или не смачиваемая возможно формирование двух форм поверхности воды в трубке. Если стенка трубки не смачиваемая, то имеем выпуклую поверхность (мениск), а если смачиваемая – вогнутую поверхность.

Предполагается, что выпуклый мениск формируется тогда, когда силы притяжения молекул воды выше сил притяжения молекул стенки сосуда и воды, а вогнутый наоборот.

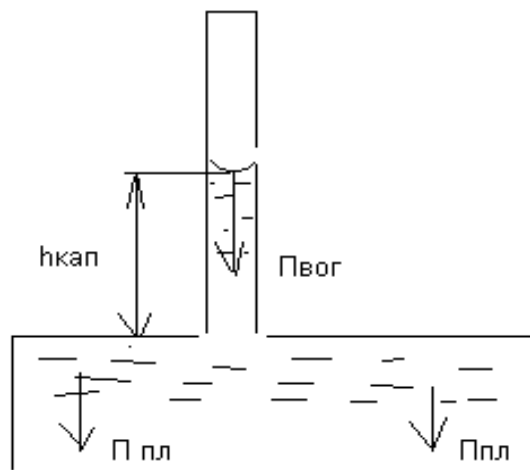


Рис.1 Капиллярное поднятие, обусловленное разностью давлений $P_{пл}$ - $P_{вог}$.

Вопрос 4. Однородная жидкость представляет собой тело, состоящее из молекул, расположенных на минимальном расстоянии друг от друга. Как видно, жидкость имеет, строго говоря, прерывную (дискретную) структуру. Однако при решении инженерных задач этим условием пренебрегают и жидкость рассматривают как сплошную среду (континуум- греч).

Силы, действующие на воду в виде сплошной среды, можно разделить на две группы – внутренние и внешние. Внутренними силами называются силы взаимодействия между материальными частицами жидкости (или элементарными объемами жидкости в виде притяже-

ния или отталкивания). Внешние силы – это силы, приложенные со стороны других веществ тел.

Внешние силы, действующие на объем жидкости в свою очередь могут быть разделены на две группы – силы массовые и силы поверхностные. Массовые силы действуют на все частицы, составляющие объем жидкости, величина этих сил пропорциональна массе жидкости. В случае однородной жидкости, т.е. имеющей одинаковую плотность – эта сила пропорциональна объему жидкости, поэтому массовые силы еще принято называть объемными. К числу объемных сил относится вес жидкости, силы инерции. Величину объемной силы приложенной к данному объему определяют по формуле

$$F = M \cdot \phi \text{ или } F = V \cdot \phi_o, \quad (1.9)$$

где - M масса объема V жидкости;

ϕ, ϕ_o - интенсивность (плотность распределения) рассматриваемой внешней силы, причем ϕ_o является удельной объемной силой отнесенной к единице объема жидкости, а ϕ - удельной объемной силой, отнесенной к единице массы жидкости.

К поверхностным силам относят атмосферное давление, силы трения.

В частном случае, когда поверхностная сила P распределяется равномерно по рассматриваемой поверхности площадью S , то величина этой силы

$$P = S \cdot \sigma,$$

где σ - напряжение, вызываемое рассматриваемой внешней поверхностной силой.

Напряжения от внешней поверхностной силы, например трения, приложены к рассматриваемой площадке на которую они действуют под углом, не ортогонально. И по правилам сложения векторов раскладываются на касательное напряжение τ и ортогональное.

Тема 2. Общие законы и уравнения покоя жидкости

Вопросы:

- [1. Понятие гидростатического давления и его свойства](#)
- [2. Дифференциальные уравнения покоя жидкости](#)
- [3. Интегрирование дифференциальных уравнений покоя жидкости.](#)
- [4. Абсолютное и избыточное давление.](#)

Вопрос 1. В гидростатике изучается жидкость, находящаяся в состоянии покоя. Касательные напряжения в этом случае в жидкости равны нулю. И мы можем рассматривать только нормальные напряжения $\sigma = \sigma_n$. Основным понятием гидростатики является понятие гидростатического давления в определенной точке покоящейся жидкости. Его будем обозначать буквой P .

В случае покоящейся жидкости гидростатическим давлением P в данной точке называют скалярную величину, равную модулю (значению) напряжения σ в рассматриваемой

точке:

$$p = |\sigma|, \quad (2.1)$$

где $|\sigma|$ - модуль напряжения в рассматриваемой точке, не зависящей от угла наклона.

Если рассмотреть некоторое тело, и разбить его на два отсека плоскостью АВ и выделить на ней площадку S с точкой M , то можно видеть, что

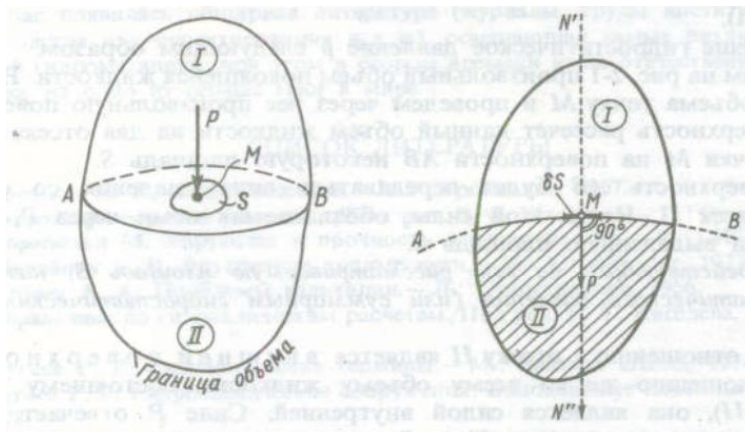


Рисунок 1 – Объем покоящейся жидкости

через плоскость АВ будет передаваться сила давления со стороны отсека I на отсек II. Часть этой силы (обозначим через P) будет приходиться на выделенную площадку S.

Силу P , действующая на неё будем называть силой гидростатического давления. Сила P , действующая со стороны отсека I на отсек II, будет рассматриваться как внешняя. Если ее рассматривать ко всему объему, отсеку I и II, то она будет рассматриваться как внутренняя.

Разделив значение силы P на S получим

$$\frac{P}{S} = p_{cp}, \quad (2.2)$$

где величина p_{cp} представляет собой силу, приходящуюся на единицу площади, ее называют средним гидростатическим давлением.

Из сказанного выше можно выделить два свойства, которыми обладают напряжение σ и среднее гидростатическое давление p_{cp} .

1-е свойство. Напряжение σ , модулем которого является P , действует нормально к площадке действия и является сжимающим, т.е. оно направлено внутрь рассматриваемого объема жидкости.

2-е свойство. Гидростатическое давление P не зависит от ориентировки площадки действия.

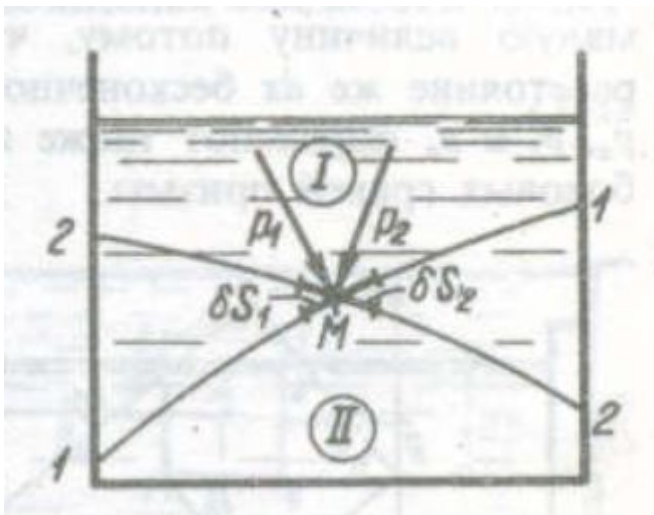


Рисунок 2 – Направление гидростатического давления в точке

Вопрос 2. Рассмотрим покоящуюся жидкость, на которую действует внешняя объемная сила как показано на рисунке 1. Давление в разных точках будет разным, и зависит от

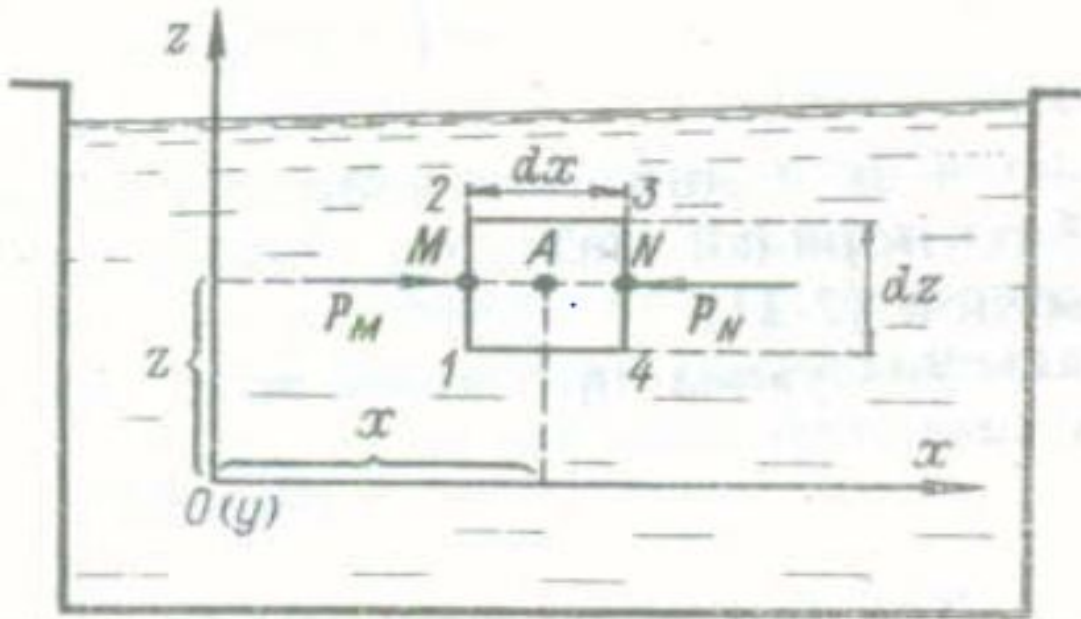


Рисунок 3 – К выводу дифференциального уравнения покоя жидкости

координат x, y, z .

$$p = f(x, y, z) \quad (2.3)$$

В емкости с жидкостью выделим тело с координатами 1-2-3-4. А в нем выделим точку А. Через эту точку проведем линию параллельную оси ОХ. Изменение давление вдоль ли-

нии MN выразим частной производной $\frac{\partial p}{\partial x}$.

Выразим давление в точках М и N.

$$p_M = p - \frac{1}{2} dx \frac{\partial p}{\partial x} :$$

$$p_N = p + \frac{1}{2} dx \frac{\partial p}{\partial x} :. \quad (2.4)$$

Объемная сила, действующая на параллелепипед равна (масса= объем*плотность)

$$\phi(dx \cdot dy \cdot dz) \rho \quad (2.5)$$

где $(dx \cdot dy \cdot dz) \rho$ - масса жидкости образующей параллелепипед 1-2-3-4..Проекция этой силы на ось ОХ будет равна

$$\phi_x(dx \cdot dy \cdot dz) \rho : \quad (2.6)$$

Поверхностные силы. Проекция на ось ОХ вертикальных сил, действующих на грани 2-3, 1-4 равна нулю, а на грани 1-2 и 3-4 будет равна

$$p_M - p_N = p_M(dz \cdot dy) - p_N(dz \cdot dy) = (p - \frac{1}{2} dx \frac{\partial p}{\partial x}) dy \cdot dz -$$

$$-(p + \frac{1}{2} dx \frac{\partial p}{\partial x}) dy \cdot dz = -\frac{\partial p}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz :. \quad (2.7)$$

Сумма проекций всех сил на ось ОХ будет равна нулю. Внешняя объемная сила уравновешивается внутренними силами, тело находится в покое.

$$\phi_x(dx \cdot dy \cdot dz) \rho - \frac{dp}{dx}(dx \cdot dy \cdot dz) = 0 \quad (2.8)$$

Выразив из уравнения ϕ_x (для этого делим левую и правую часть на $(dx \cdot dy \cdot dz)\rho$,получим окончательный вид

$$\phi_x - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \phi_y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \phi_z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (2.9)$$

Эти уравнения были получены Д, Эйлером в 1755г.

Вопрос 3. Умножим каждое из дифференциальных уравнений (2.9) соответственно на $1 - e \dots dx, 2 - e \dots dy, \dots 3 - e \dots dz$ (для того, что бы получить полный дифференциал) после чего сложим левые и правые части, тогда получим

$$\Phi_x \cdot dx + \Phi_y \cdot dy + \Phi_z \cdot dz - \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) = 0; \quad (2.10)$$

Выше мы уже говорили, что давление в точке есть функция только координат, $p = f(x, y, z)$,

поэтому выражение входящее в скобки (2.10) является полным дифференциалом

Тогда уравнение (2.10) можно записать

$$dp = \rho(\Phi_x \cdot dx + \Phi_y \cdot dy + \Phi_z \cdot dz) \quad (2.11)$$

Левая часть уравнения (2.11) является полным дифференциалом, так как зависит от координат по всем трем осям. Тогда и правая часть тоже будет в силу равенства являться полным дифференциалом. Обозначим ее в виде некоторой функции U, причем

$U = f(x, y, z)$ (12), тогда уравнение (2.11) можно записать в виде

$$dp = \rho \cdot dU. \quad (2.13)$$

Интегрируя (11) получим

$$p = \rho \cdot U + C \quad (2.14)$$

Что бы определить постоянную интегрирования, рассмотрим точку жидкости для которой известны P и U .

$$p = p_0; \dots U = U_0,$$

Для этой точки уравнение (2.14) запишется в виде

$$p_0 = \rho \cdot U_0 + C \quad (2.15)$$

Откуда

$$C = p_0 - \rho \cdot U_0 \quad (2.16)$$

Подставляя (14) в (12) получаем

$$p = \rho \cdot U + p_0 - \rho \cdot U_0, \quad (2.17)$$

Окончательно

$$p = p_0 + \rho \cdot (U - U_0) \quad (2.18)$$

Потенциальная энергия $U = mg(z_1 - z_2) = mgh$, для единичной массы можно записать $U = gh$. Тогда уравнение (2.18) можно записать в виде

$$p = p_0 + \rho gh = h_0 + \gamma h;$$

Формула (2.18) дает давление в точке для случая, когда плотность жидкости постоянна.

Понятие потенциальной функции

Пространство, в котором происходит какое-либо физическое явление, называется физическим полем.

Различают поля:

- скалярное, поле температур;
- векторное, поле сил или скоростей.

Поле какого-либо скаляра

$$\psi = f(x, y, z) \quad (2.19)$$

может быть представлено линиями $\psi = \text{const}$, например поле температур. Оперировать векторным полем сложнее, чем скалярным. Поэтому векторное поле при его изучении заменяют особым скалярным полем. При этом такое скалярное поле представляют линиями равного значения особой функции U , называемой потенциальной функцией или просто потенциалом.

Функция U обладает следующими свойствами:

- она зависит только от координат; (карта горизонталей)
- частные производные функции по координатам, взятые в различных точках скалярного поля должны дать величины проекции рассматриваемых векторов в соответствующих точках векторного поля. (векторное поле уклонов)

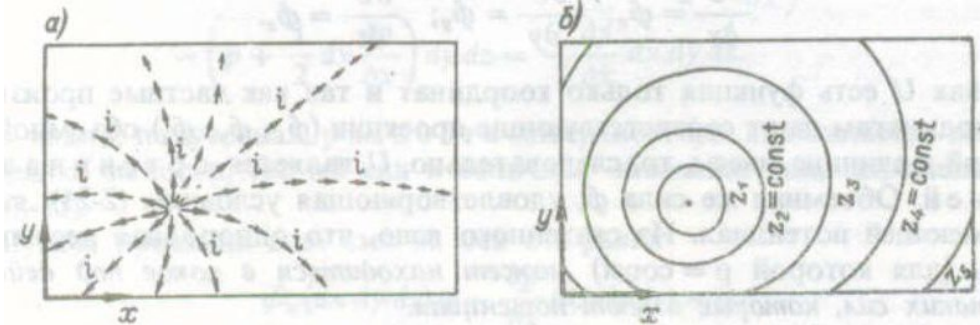


Рисунок 4 – Замена векторного поля (а) уклонов земной поверхности скалярным полем отметок земной поверхности.

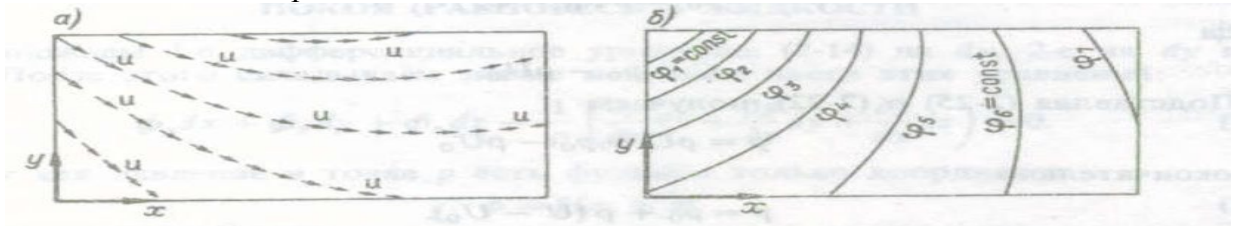


Рисунок 5 – Векторное поле скоростей и скалярное поле потенциальной функции поля скоростей.

Обозначим через z отметку поверхности земли. Данная отметка зависит от координат x, y . Величина z обладает свойством

$$\frac{dz}{dx} = -i_x; \frac{dz}{dy} = -i_y \quad (2.20)$$

Отсюда следует, что скалярная величина z является потенциальной функцией векторного поля уклонов i (читается по формуле).

Величина гидростатического давления, в случае жидкости, находящейся под действием только силы тяжести.

Вопрос 4. Рассмотрим закрытый сосуд, в котором находится жидкость. Обозначим через p_0 внешнее поверхностное давление.

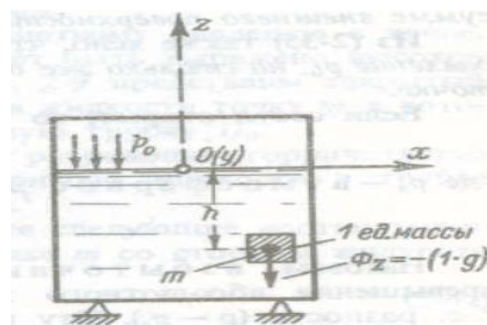


Рисунок 7 – Давление p для жидкости, находящейся под действием силы тяжести

Наметим точку m , у которой выделим единицу массы жидкости. К этой единице массы приложена объемная сила Φ . Тогда

$$\Phi_x=0; \Phi_y=0; \Phi_z=-g \quad (2.21)$$

где Φ_x, Φ_y, Φ_z - проекции силы Φ на оси координат.

Величина полного давления dp выражается известной зависимостью (2.13)

$$dp = \rho dU \quad (2.22)$$

Величина dU будет равна

$$dU = 0 \cdot dx + 0 \cdot dy + (-g)dz = -gdz, \quad (2.23)$$

Подставляя в (2.23) (2.22) можно записать

$$dp = -\rho g dz, \quad (2.24)$$

Интегрируя имеем:

$$p = -\rho g z + C \dots \text{или} \dots p = -\gamma z + C \quad (2.25)$$

Найдем постоянные интегрирования для точки на поверхности емкости для которой $z=0$ и $p=p_0$. Для этой точки $C=p_0$. Как следует из уравнения (2.25)

$$p_0 = -\rho g \cdot 0 + C \dots \text{или} \dots p_0 = C$$

Подставляя в (2.25) $p = -\rho g z + p_0 \dots \text{или} \dots p = -\gamma z + p_0$

В результате имеем $p = p_0 - \gamma z$. (2.26)

Обозначим через h заглубление точки m под свободную поверхность жидкости $h=-z$. Тогда в окончательном виде

$$p = p_0 + \gamma h, \quad (2.27)$$

где p является абсолютным давлением в рассматриваемой точке.

Если сосуд открыт, то $p_0 = p_a$ и формула (2.27) примет вид $p = p_a + \gamma h$.

Пьезометрическая высота. Найдем аналитическое выражение для определения пьезометрической высоты некоторого столба жидкости. Для этого представим закрытый сосуд и наметим в нем точку m .

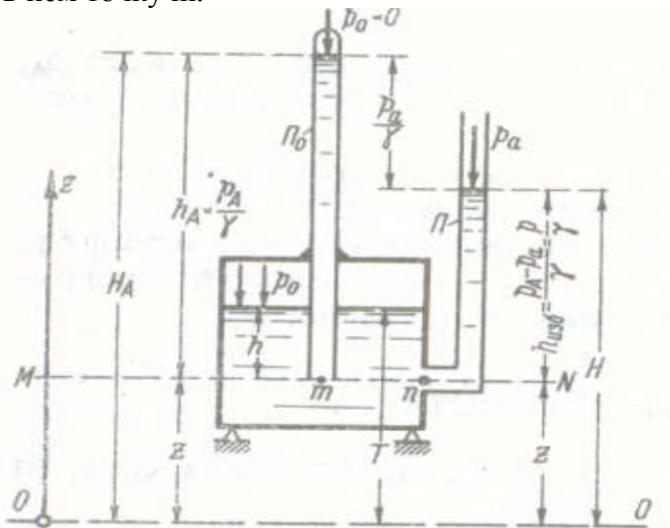


Рисунок 8 – Пьезометрическая высота и потенциальный напор

Рассматривая точку m можно записать следующие соотношения:

- абсолютное давление на точку со стороны жидкости в сосуде будет равно

$$p_0 + \gamma h = p_a$$

- абсолютное гидростатическое давление со стороны жидкости в трубке равно

$$0 + \gamma h_A$$

Жидкость находится в состоянии покоя, тогда справедливо равенство

$p_A = \gamma h_A$. Это и есть уравнение связи абсолютного давления и пьезометрической высоты.

$$h_A = \frac{p_A}{\gamma}$$

Манометрическое давление. Применительно к предыдущему рисунку составим уравнения для определения давления в точке n. Со стороны сосуда на данную точку действует давление

$$P_A = p_o + \gamma h; \quad (2.28)$$

Со стороны жидкости в трубке на точку действует давление

$$p_{атм} + \gamma h_{изб}; \quad (2.29)$$

Так как давление на точку слева и справа одинаковое, то получаем

$$P_A = p_{o\text{ атм}} + \gamma h_{изб}; \quad (2.30)$$

$$h_{изб} = \frac{P_A - p_{атм}}{\gamma} = \frac{p}{\gamma}; \quad (2.31)$$

Откуда

Величина $h_{изб}$ называется пьезометрической высотой отвечающей избыточному давлению в точке. Пьезометрическая высота $h_{изб}$ в отличие от пьезометрической высоты h_A выражает разность давлений $P_A - p_{атм}$. Трубки По и П называются пьезометрами соответственно закрытого и открытого типа.

Вакуум. Выше мы рассматривали случаи, когда абсолютное давление в точке больше атмосферного. Рассмотрим случай когда $P_A < p_{атм}$. Положим, что таким давлением характеризуется точка m, показанная на рисунке.

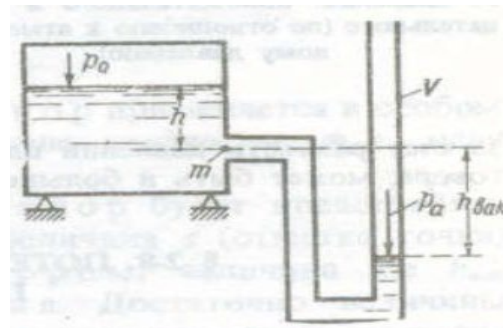


Рисунок 9 – Вакуум

Давление в точке m измерим с помощью обратного пьезометра или тоже вакуумметра, представляющего собой изогнутую трубку V –образной формы. Горизонт жидкости в такой трубке опустится ниже точки m. Заглубление точки m по отношению к горизонту жидкости в трубке будет отрицательным. (нвак).

Можно записать, что давление в точке m со стороны жидкости в сосуде равно:

$$P_A = p_o + \gamma h; \quad (2.32)$$

давление в точке m со стороны жидкости в трубке V равно

$$p_a - \gamma h_{вак} \quad (2.33)$$

Соединяя эти два равенства получим

$$P_A = p_a - \gamma h_{вак}; \quad (2.34)$$

Откуда

$$h_{\text{вак}} = \frac{p_a - p_A}{\gamma}; \quad (2.35)$$

Это и есть искомое уравнение для определения вакуумметрического давления.

Тема 3. Давление жидкости на плоские и криволинейные поверхности

Вопросы:

1. Сила давления жидкости на произвольно ориентированные плоские поверхности.
2. Определение центра давления на произвольно ориентированные плоские поверхности.
3. Сила давления жидкости на криволинейные поверхности.

Вопрос 1. Выберем фрагмент откоса дамбы. нанесем на него оси координат, как показано на рисунке. Зададимся целью найти величину абсолютной силы и точку ее приложения. Будем помнить, что абсолютная сила будет складываться из атмосферного давления на площадь откоса и избыточного. Причем атмосферное давление является величиной постоянной, а избыточное будет увеличиваться с глубиной.

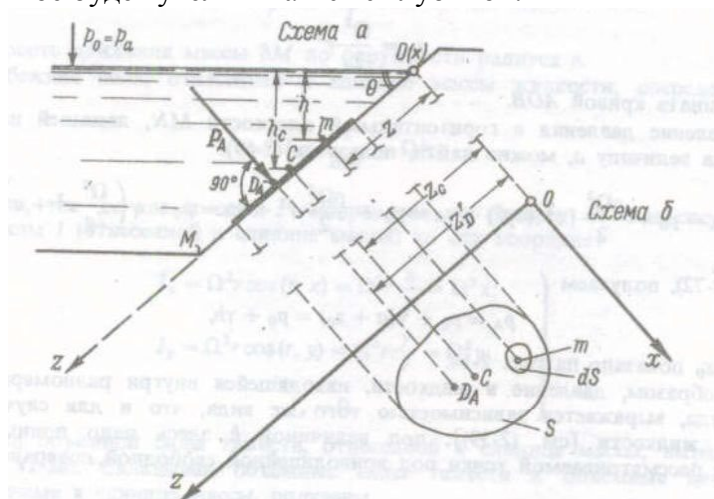


Рисунок 3.1 – Давление жидкости на плоскую наклонную фигуру

На откосе выберем некий фрагмент в виде круга с непостоянным радиусом, а на нем элементарную площадку dS . На ней выберем точку m .

Заглубление этой точки определим по формуле

$$h = z \cdot \sin \theta. \quad (3.1)$$

Сила абсолютного гидростатического давления на эту площадку может быть определена как произведение абсолютного давления на площадь элементарной площадки

$$dP_A = p_A dS \quad (3.2)$$

Абсолютное давление – это сумма атмосферного и избыточного давления. Тогда формулу (2) перепишем в виде:

$$dP_A = (p_a + \gamma h) dS = p_a dS + \gamma h dS = p_a dS + \gamma z \sin \theta dS; \quad (3.3)$$

Проинтегрируем это выражение по всей площади, тогда получим:

$$P_A = p_a \int dS + \gamma \sin \theta \int z dS; \quad (3.4)$$

Ясно, что

$$\int dS = S; \quad \int z dS = (St)_{ox} = z_c S; \quad (3.5)$$

где $(St)_{ox}$ - статический момент плоской фигуры относительно оси OX;

z_c - координата центра тяжести точки С плоской фигуры.
 С учетом формулы (5) формулу (4) можно переписать в виде

$$P_A = p_a S + \gamma S z_c \sin \theta; \quad (3.6)$$

Помним, что
$$h_c = z_c \cdot \sin \theta. \quad (3.7)$$

где h_c - заглубление центра тяжести С плоской фигуры под горизонт жидкости, тогда

$$P_A = p_a S + \gamma h_c S; \quad (3.8)$$

$$P_A = (p_a + \gamma h_c) S; \quad (3.9)$$

Будем помнить, что сила, обусловленная атмосферным давлением будет равна
$$P_a = p_a S; \quad (3.10)$$

а сила избыточного давления будет равна

$$P = \gamma h_c S; \quad (3.11)$$

Сила гидростатического давления (абсолютного или избыточного) действующая на плоскую фигуру любой формы, равна площади этой фигуры, умноженной на соответствующее гидростатическое давление. в центре тяжести этой фигуры.

Вопрос 2. Представим деталь предыдущего чертежа.

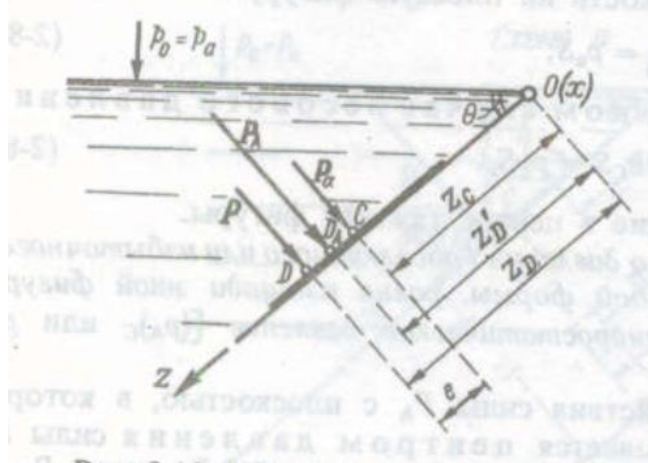


Рисунок 3.2 – Центр тяжести гидростатического давления

Центр силы атмосферного давления P_a будет совпадать с центром тяжести плоской фигуры, так оно равномерно распределяется по всей площади. Избыточное давление будет нарастать с глубиной, и поэтому центр давления будет лежать ниже центра тяжести фигуры. Искомая сила P_A является геометрической суммой силы атмосферного давления P_a и силы избыточного давления P . Точка D_A будет лежать между точками С и D. Вопрос сводится к отысканию координаты z_A точки D.

Расчетную зависимость для величины z_A найдем путем составления уравнения моментов элементарных избыточных сил pdS относительно оси OX и равнодействующей избыточной силы P относительно той же оси.

Можем записать

$$\int_S pdS z = P z_D \quad (3.12).$$

Заменив избыточное давление $p = \gamma h$

а. силу $P = \gamma h_c S;$

из формулы (3.11) уравнение 3. 12 можно записать в виде:

$$\int_S (\gamma h dS) z = (\gamma \cdot h_c \cdot S) z_D \quad (3.13)$$

или

$$\int_S (\gamma \sin \theta \cdot z dS) z = (\gamma \cdot \sin \theta \cdot z_c \cdot S) z_D \quad (3.14)$$

После упрощения получим

$$\int_S (\cdot z dS) z = (\cdot z_c \cdot S) z_D \quad (3.15)$$

Откуда

$$z_D = \frac{\int_S \cdot z^2 dS}{z_c \cdot S} = \frac{I_{ox}}{(St)_{ox}}; \quad (3.16)$$

где I_{ox} - момент инерции плоской фигуры относительно оси OX,
 $(St)_{ox}$ - статический момент плоской фигуры относительно оси OX.

Формулу 16 можно записать в виде:

$$z_D = \frac{I_{ox}}{(St)_{ox}} = \frac{I_c + S \cdot z_c^2}{Sz_c} = z_c + \frac{I_c}{Sz_c}, \quad (3.17)$$

или

$$z_D = z_c + e. \quad (3.18)$$

где e - эксцентриситет.

$$e = \frac{I_c}{(St)_{ox}} = \frac{I_c}{Sz_c}. \quad (3.19)$$

Вопрос 3. Представим поверхность ABC, как показано на рисунке. Эта поверхность представлена перпендикулярно чертежу и имеет ширину b . Наметим вертикальную плоскость $\tilde{N}\tilde{N}^1$ и оси координат x и z . Обозначим через P_x и P_z горизонтальную и вертикальную составляющие силы P гидростатического давления действующего со стороны жидкости на цилиндрическую поверхность. Проведем вертикальную плоскость DE, как показано на рисунке. Эта плоскость выделит объем жидкости ABCED. На этот объем действуют силы:

сила P_h действующая на вертикальную грань DE со стороны жидкости, расположенной слева от этой грани;

сила $R_{\bar{A}}$ - со стороны дна EC;

$$R_{\bar{A}} = (\text{площадь}(C^{\prime}CED))b\gamma \quad (3.20)$$

реакция R - со стороны цилиндрической поверхности; горизонтальную и вертикальную составляющие обозначим через R_x, R_z ;

собственный вес жидкости G , рассматриваемого объема

$$G = (\text{площадь}(ABCED))b\gamma \quad (3.21)$$

Спроектируем эти силы, действующие на объем ABCED, соответственно на оси X и Y.

$$P_h + R_x = 0 \dots \dots \dots G + R_z - R_{\bar{A}} = 0. \quad (3.22)$$

Откуда

$$R_x = -P_h; \dots \dots \dots R_z = R_{\bar{A}} - G; \quad (3.23)$$

Учитывая, что силы P_x и P_z направлены противоположно реакциям R_x и R_z , то можно записать

$$P_x = -R_x; \dots \dots \dots P_z = -R_z; \quad (3.24)$$

Исходя из (4) мы можем записать, что

$$D_x = P_h; \dots \dots \dots D_z = -(R_A - G); \quad (3.25).$$

Подставим в данное уравнение значение реакции дна и веса жидкости из формул (3.20) и (3.21), получим

$$P_z = (\text{площадь}(ABC) \cdot C) \cdot b \cdot \gamma \quad (3.26).$$

Тема 4. Основы технической гидродинамики

Вопросы:

- [1. Гидродинамическое и гидромеханическое давление](#)
- [2. Общая постановка задачи технической гидродинамики.](#)
- [3. Аналитические методы Лагранжа и Эйлера исследования движения жидкости](#)
- [4. Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости \(уравнения Эйлера\)](#)
- [5. Виды движения жидкости](#)
- [6. Потенциальное движение жидкости](#)
- [7. Установившееся и неустойчивое движение жидкости](#)
- [8. Линии тока и элементарная струйка](#)
- [9. Живое сечение, расход и средняя скорость, эпюра скоростей](#)
- [10. Уравнение неразрывности движущейся жидкости](#)
- [11. Неравномерное и равномерное, безнапорное и напорное движение жидкости](#)
- [12. Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости, его геометрическая и энергетическая интерпретация](#)
- [13. Уравнение Бернулли для реальной жидкости. Напорная и пьезометрическая линии](#)
- [14. Два режима движения реальной жидкости](#)

Вопрос 1. При движении реальной жидкости возникают силы трения, обусловленные наличием касательных напряжений. В идеальной жидкости они отсутствуют. Напряженное состояние в точке М, уже будет представлено не «шаром напряжений» в точке, а трехосным эллипсоидом напряжений, а для плоской задачи – эллипсоидом напряжений. Отсюда ясно, что при движении реальной жидкости нормальное напряжение σ_n будет зависеть от ориентировки площадки.

Вместе с тем для упрощения решения задач гидродинамики вводят понятие гидродинамического давления, его обозначают P и считают, что давление P в точке движущейся жидкости является скалярной величиной, не зависит от ориентировки площадки и для пространственной задачи может быть определено по формуле

$$p = 1/3(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3); \text{ (по модулю)}$$

А для плоской задачи

$$p = 1/2(\sigma_1 + \sigma_2) \text{ (по модулю)}$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - модули напряжений по осям.

В случае, когда под P понимают и гидростатическое и гидродинамическое давление, то эту величину называют гидромеханическим давлением.

Вопрос 2. К числу основных гидродинамических характеристик потока жидкости относятся:

- скалярная величина гидродинамического давления P ;
- векторная величина скорости u . В разных точках пространства они будут иметь разное значение.

Поэтому можем записать :

$$\begin{aligned}
 p &= f(x, y, z, t); \\
 u_x &= f(x, y, z, t); \\
 u_y &= f(x, y, z, t); \\
 u_z &= f(x, y, z, t);
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

где u_x, u_y, u_z - проекции скорости u на оси декартовой системы координат. Найдя эти функции, можно представить поток в виде скалярного поля давлений и векторного поля скоростей.

Решение данной задачи является столь сложным, что даже заменяя реальную жидкость на идеальную, решить такую задачу часто не в состоянии.

В силу этого в технической гидродинамике отказываются от этих глубоко теоретических зависимостей и идут по пути «гидравлическому». Его суть заключается в том, что объектом исследования является не точка жидкости, а отдельные части пространства. Понятно, что в этом случае используются некоторые осредненные (интегральные) характеристики потока.

Основу технической гидродинамики сегодня составляют следующие уравнения:

- гидравлическое уравнение несжимаемости и неразрывности жидкости;
- гидравлическое уравнение кинетической энергии (уравнение Бернулли) для целого потока реальной жидкости.
- гидравлическое уравнение количества движения для целого потока реальной жидкости;
- эмпирические и полуэмпирические зависимости (Дарси, Вейсбаха) для оценки сил трения, возникающих в реальной жидкости.

Эти общие уравнения позволили получить обширную законченную техническую теорию, которая позволяет решать целый ряд прикладных гидравлических задач.

Теоретические выкладки Лагранжа и Эйлера, относящиеся к точке потока жидкости, не бесполезны и находят применение при разработке теории относящейся к потоку.

Вопрос 3. Аналитический метод исследования жидкости Лагранжа основан на том, что отслеживается траектория движения выбранных частиц жидкости в движущемся потоке при неподвижных осях координат, как показано на рис. 1.

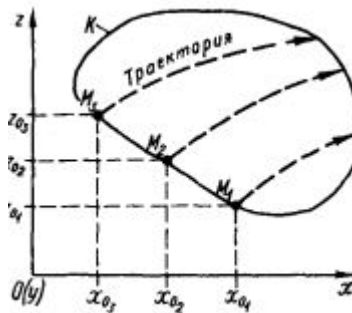


Рисунок 1 – К методу Лагранжа

Считается, что для каждой выбранной частицы нам известны зависимости

$$\begin{aligned}
 x &= f_1(x_0, y, z_0, t); \\
 z &= f_2(x_0, y, z_0, t);
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Пользуясь этими зависимостями можно просто построить траекторию намеченных частиц жидкости. Можно в любой момент найти пройденный ими путь dS за время dt . Поделить dS на dt можно найти скорость и т.д. Согласно Лагранжу о потоке мы можем судить по совокупному рассмотрению траекторий, описываемых частицами жидкости. Координаты x, z представляют собой текущие координаты частиц жидкости. Поэтому величины dx, dz

должны рассматриваться как проекции dS на соответствующие координаты. В силу этого по Лагранжу мы можем записать, что

$$u_x = \frac{dx}{dt}, \quad u_z = \frac{dz}{dt}. \quad (4.3)$$

Метод Эйлера является противоположностью по замыслу методу Лагранжа. В данном случае мы выбираем в потоке жидкости неподвижные точки, назовем их реперными, и фиксируем скорости жидкости во времени. (см. рис..2)

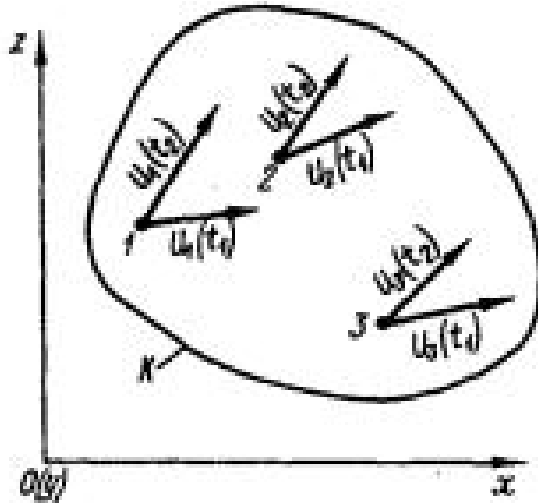


Рисунок .2 – К методу Эйлера.

Во время t_1 мы получаем скорости $u_1(t_1)$, $u_2(t_1)$, $u_3(t_1)$ и т.д. Во время t_2 мы получаем в тех же точках скорости $u_1(t_2)$, $u_2(t_2)$, $u_3(t_2)$.

Согласно Эйлеру поток представляется векторным полем скоростей, относящихся к неподвижным точкам пространства. Сопоставляя векторные поля во времени можно видеть динамику скоростей.

Следует помнить, что координаты x, z представляют собой координаты реперов, поэтому зависимости (1) по Лагранжу здесь не имеют места.

Хотя в современных методах исследования метод Лагранжа не находит применения в виду его сложности, однако допускается решение теоретических задач в данной постановке, при условии, что путь dS перемещения точки М жидкости будет сопоставим с его проекциями dx, dz на оси координат. С моей точки зрения такое условие является невыполнимым, так как гипотенуза ни при каких условиях не может быть равна катету.

Вопрос 4. Дифференциальные уравнения Эйлера для покоя жидкости получены ранее нами и имеют вид. Эти уравнения отнесены к единице массы жидкости. Они имеют вид:

$$\begin{aligned} \Phi_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0; \\ \Phi_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= 0; \\ \Phi_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Так как частица жидкости находится в движении, то на нее действует сила инерции, которую обозначим через I . Проекции на оси координат обозначим через I_x, I_y, I_z . Тогда можно записать, что

$$\begin{aligned}\Phi_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= I_x; \\ \Phi_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= I_y; \\ \Phi_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= I_z.\end{aligned}\tag{4.5}$$

Из курса физики помним, что сила инерции может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned}I_x &= -m \cdot a = -1 \cdot \frac{du_x}{dt} \\ I_y &= -m \cdot a = -1 \cdot \frac{du_y}{dt} \\ I_z &= -m \cdot a = -1 \cdot \frac{du_z}{dt};\end{aligned}\tag{4.6}$$

где $\frac{du_x}{dt}$, $\frac{du_y}{dt}$, $\frac{du_z}{dt}$ - проекции ускорений на соответствующие оси координат. Знак минус взят из условия, что сила инерции и ускорение противоположны по направлению.

С учетом (6) уравнение (5) можно записать в виде:

$$\begin{aligned}\Phi_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{du_x}{dt}; \\ \Phi_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{du_y}{dt}; \\ \Phi_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{du_z}{dt}.\end{aligned}\tag{4.7}$$

Проекции скорости dU_x, dU_y, dU_z , как полный дифференциал, на соответствующие оси координат мы можем записать в следующем виде, полагая, что каждая из проекций участвует в трех перемещениях, двух угловых и одном линейном, которые выражаются соответственно двумя косыми производными и одной прямой, как записано в системе дифференциальных уравнений 4.8.

$$\begin{aligned}dU_x &= \frac{\partial U_x}{\partial x} dx + \frac{\partial U_x}{\partial y} dy + \frac{\partial U_x}{\partial z} dz; \\ dU_y &= \frac{\partial U_y}{\partial x} dx + \frac{\partial U_y}{\partial y} dy + \frac{\partial U_y}{\partial z} dz; \\ dU_z &= \frac{\partial U_z}{\partial x} dx + \frac{\partial U_z}{\partial y} dy + \frac{\partial U_z}{\partial z} dz;\end{aligned}\tag{4.8}$$

Проекции ускорений, исходя из системы уравнений (8) запишем в виде:

$$\begin{aligned}\frac{dU_x}{dt} &= \frac{\partial U_x}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U_x}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial U_x}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial U_x}{\partial t}; \\ \frac{dU_y}{dt} &= \frac{\partial U_y}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U_y}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial U_y}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial U_y}{\partial t}; \\ \frac{dU_z}{dt} &= \frac{\partial U_z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U_z}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial U_z}{\partial t};\end{aligned}\tag{4.9}$$

В данной системе в каждом из уравнений добавляется еще одна частная производная, характеризующая изменение проекции скорости на соответствующую ось во времени.

Имея в виду зависимости Лагранжа, можно записать

$$\begin{aligned}\frac{dU_x}{dt} &= \frac{\partial U_x}{\partial x} U_x + \frac{\partial U_x}{\partial y} U_y + \frac{\partial U_x}{\partial z} U_z + \frac{\partial U_x}{\partial t}; \\ \frac{dU_y}{dt} &= \frac{\partial U_y}{\partial x} U_x + \frac{\partial U_y}{\partial y} U_y + \frac{\partial U_y}{\partial z} U_z + \frac{\partial U_y}{\partial t}; \\ \frac{dU_z}{dt} &= \frac{\partial U_z}{\partial x} U_x + \frac{\partial U_z}{\partial y} U_y + \frac{\partial U_z}{\partial z} U_z + \frac{\partial U_z}{\partial t};\end{aligned}\tag{4.10}$$

Вопрос 5. Всем нам известно, что любое твердое тело может участвовать в двух видах движения – поступательном и вращательном. При движении жидкости вопрос осложняется тем, что любые две точки жидкости могут изменить свое положение друг относительно друга, как по длине, так и по плоскости. В связи с этим имеет место третий вид движения жидкости, названный деформационным.

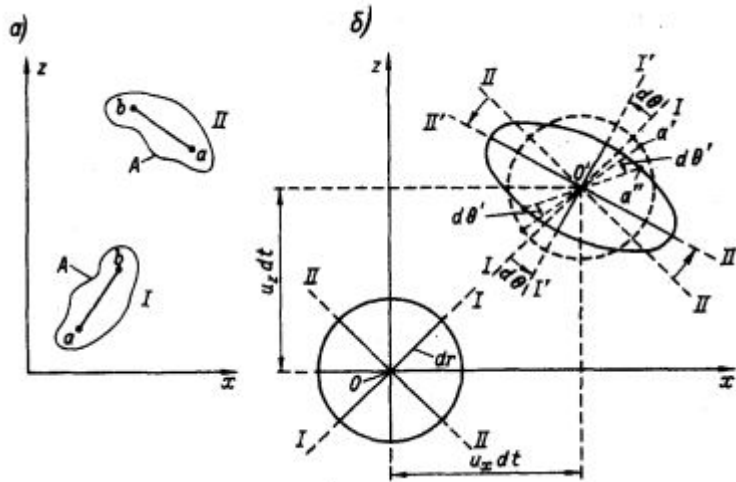


Рисунок 3 – Виды движения жидкости

При поступательном движении центр O элементарного тела переместиться в новое положение $O1$. Радиусы окружности в новом положении будут параллельны исходному состоянию. При вращательном движении главные оси тела $I-I$, $II-II$ повернуться на некоторый угол $d\theta$, при этом выделенные радиусы сохранят свою длину. При деформационном движении элементарное тело повернется на дополнительный угол $d\theta1$, радиусы изменят свою длину в сторону удлинения или укорочения, как показано на рисунке

Движение жидкости можно представить в общем случае как движение бесконечно большого количества частиц жидкости, которые перемещаются поступательно и дополнительно вращаются относительно своих мгновенных осей, а также еще деформируются (изменяют свою форму).

Вопрос 6. Область, занятую жидкостью, можно представить как векторное поле скоростей .

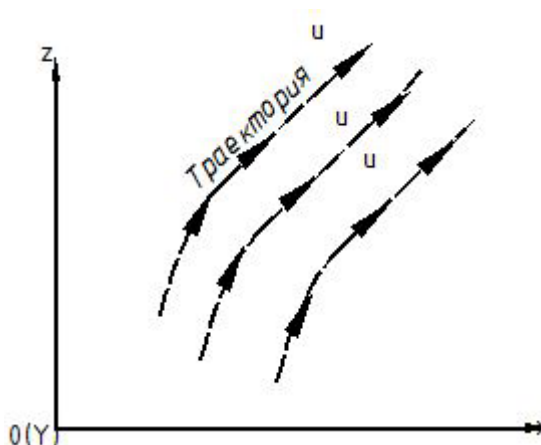


Рисунок 4 – Векторное поле скоростей.

Любое векторное поле можно представить потенциальным, например, по потенциальной функции $d\varphi$.

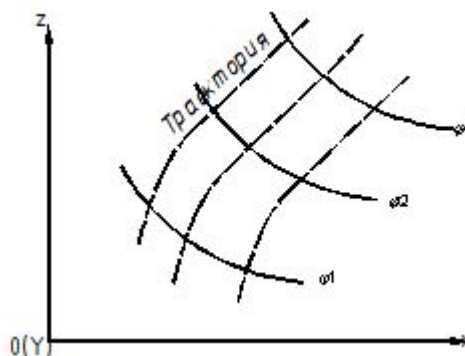


Рисунок 5 – Скалярное поле потенциальной функции

Потенциал скорости является функцией координат $\varphi = f(x, y, z)$, которая может обладать следующим свойством. (аналогия с уклоном .см стр.40 Чугаев)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = u_x; \frac{\partial \varphi}{\partial y} = u_y; \frac{\partial \varphi}{\partial z} = u_z \quad (4.11)$$

Дифференцируя первое уравнение по y , а второе по x , получаем;

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} = \frac{\partial u_x}{\partial y}; \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial x}; \quad (4.12)$$

Вычтем в (4.12) из первого равенства второе, получим;

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial x} = 0; \quad (4.13)$$

Проекции ускорений на ось x и ось y равны между собой.

Рассуждая аналогично, можно получить следующие зависимости.

$$\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} = 0; \frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} = 0; \quad (4.14)$$

Это значит, что имеет место такое движение жидкости, при котором угловые скорости вращения главных осей деформации частиц жидкости будут равны нулю, т.е движение жидкости является безвихревым.

Все существующие формы движения жидкости можно разбить на два вида:

- движение безвихревое (потенциальное), обладающее потенциалом скорости φ ;
- движение вихревое, для которого потенциальная функция не существует (т.е. скалярное поле нельзя построить)

Вопрос 7. Установившееся и неустановившееся движение жидкости

Различают установившееся и неустановившееся движение жидкости. При неустановившемся движении жидкости в любой точке пространства скорость является переменной и является функцией координат и времени, т.е. выбрав точку пространства жидкости в разное время наблюдения скорость будет разной. Тогда можно записать:

$$u = f(x, y, z, t) \quad (4.15)$$

При установившемся движении (или стационарном) каждая точка пространства жидкости характеризуется не изменяющейся во времени скоростью, т.е. можно записать, что

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{\partial u_z}{\partial t}; \quad (4.16)$$

Постоянство скорости предполагает отсутствие ускорения, поэтому при установившемся движении

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0; \quad (4.17)$$

Неустановившееся движение жидкости может быть медленно изменяющимся и быстроизменяющимся.

В первом случае величинами

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{\partial u_z}{\partial t} \quad (4.18)$$

можно пренебречь.

Вопрос 8. Линии тока и элементарная струйка.

Установившееся движение. Линии тока при установившемся движении представляют собой неизменную во времени траекторию, вдоль которой одна за другой движутся частицы жидкости. 1-2-3-4-5 и т.д., т.е. в момент времени t_1, t_2, t_3, \dots направление траектории сохраняется как и скоростной режим.

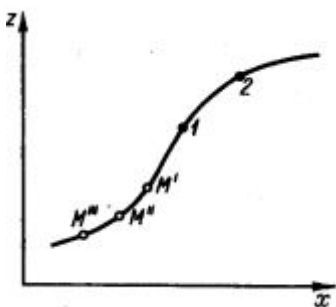


Рисунок 6 – Схема траектории частиц жидкости 1-2-3-4-5- при установившемся движении

Неустановившееся движение. При неустановившемся движении скорость частицы и направление ее движения являются переменными во времени, т.е. в момент времени t_1, t_2, t_3, \dots направление траектории и скорость могут изменяться.

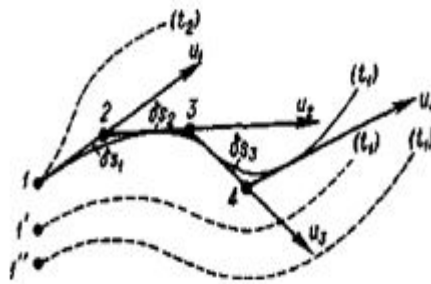


Рисунок 7 – Схема траектории частицы 1 жидкости при неустановившемся движении.

Представим поток жидкости, наметим внутри точку 1 и у этой точки выделим элементарную площадку $\delta\omega$, ограниченную контуром К. Через все точки площадки проведем линии тока, соответствующие некоторому моменту времени.

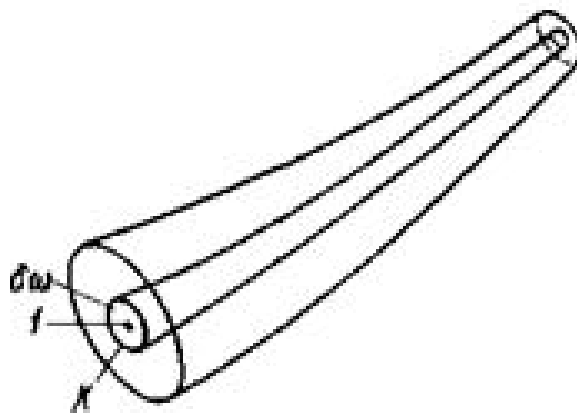


Рисунок 8 – Элементарная струйка внутри потока жидкости.

Совокупность линий тока, проведенных через все точки элементарной площадки, называется элементарной стружкой. Элементарная стружка представляет собой пучок линий тока.

В случае установившегося движения элементарная стружка обладает следующими свойствами:

1. Так как линии тока при установившемся движении жидкости не меняют во времени своей формы, то и стружка является неизменной во времени.

2. Так как боковая поверхность стружки образована линиями тока, вдоль которой скользят частицы жидкости, то, следовательно, проникновение жидкости через боковую поверхность невозможно. Элементарная стружка заключено (условно) жестко в боковые непроницаемые стенки.

3. Так как площадка $\delta\omega$ является элементарной величины, давление и скорости для всех точек поперечного сечения стружки можно считать одинаковыми, однако вдоль стружки они в общем случае могут изменяться.

Вопрос 9. Живое сечение, расход и средняя скорость, эпюра скоростей. Частным случаем потока является случай, когда все линии тока параллельны между собой. Такое движение жидкости называют параллельноструйным. Отличные от параллельноструйных потоки называют плавно изменяющимися и резкоизменяющимися.

Представим поток жидкости, в котором выделим ряд линий тока. Перпендикулярно к ним проведем поверхность АВ. Поверхность АВ, нормальная к линиям тока, и лежащая внутри потока, называется живым сечением.

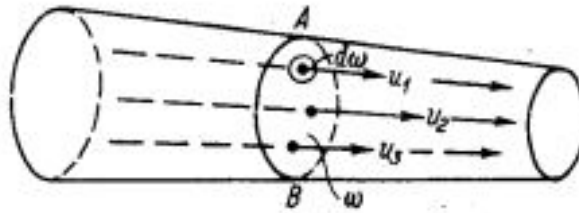


Рисунок 9– Живое сечение А-В.

Площадь А-В принято обозначать через ω .

Расходом жидкости называется ее объем, проходящий в единицу времени через живое сечение. Расход принято обозначать буквой Q . Размерность, м³/с.

Если через $d\omega$ обозначить элементарную часть площади живого сечения, то элементарный расход, проходящий через площадку А-В можно определить по формуле:

$$dQ = u \cdot d\omega, \quad (4.19)$$

В случае параллельноструйного плавно изменяющегося потока водят понятие средней скорости для данного живого сечения.

Средняя скорость определяется по формуле :

$$v = \frac{Q}{\omega}. \quad (4.20)$$

Эпюру скоростей строят для живого сечения потока. Она показывает характер распределения скоростей по вертикали.

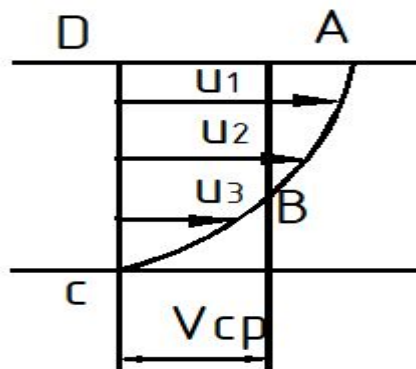


Рисунок 10 – Эпюра скоростей

Вопрос 10. Если обозначить расходы жидкости через поверхности А1-В1 и А2 –В2

(рис. 4.11) через Q_1 и Q_2 , то в силу неразрывности потока они будут равны между собой. Тогда можно записать, что

$$Q_1 \cdot dt = Q_2 dt, \quad (4.21)$$

т.е. $Q = \text{const}$.

Уравнение (19) называют уравнением неразрывности.

Вопрос 11. Равномерным движением жидкости называется прямолинейное движение, при котором $\omega = \text{const}$, причем скорости u в соответственных точках одинаковы как по значению, так и по направлению.

Неравномерным называется такое движение, при котором:

или живые сечения потока изменяют свою величину, или если они остаются неизменными, то скорости в соответственных точках оказываются неравными друг другу, т.е.

$$u_1 \neq u_2 \neq u_3.$$

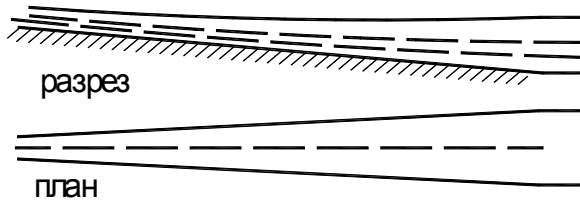


Рисунок 11 – Пример неравномерного движения воды на быстротоке

Напорным движением называется такое движение, при котором поток со всех боковых сторон ограничен твердыми стенками.

Безнапорным движением называется такое движение, при котором имеется свободная поверхность.

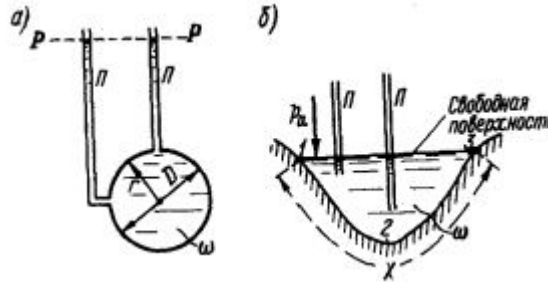


Рисунок 12,13 – Пример напорного а), безнапорного б) движения жидкости

Свободной струей жидкости называется поток вовсе не ограниченный твердыми стенками. Примером является свободное истечение струи из отверстий емкостей.

Вопрос 12.

Для вывода уравнения Бернулли используем теорему кинетической энергии. Возьмем элементарную струйку потока.

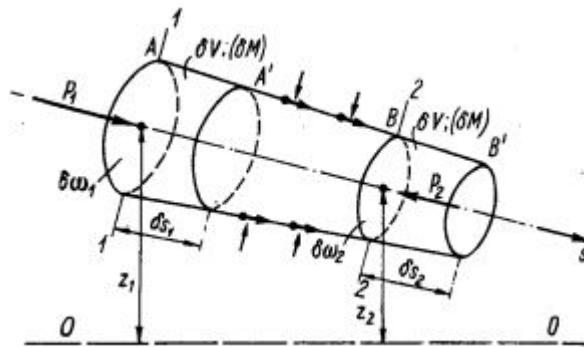


Рисунок 14 – К выводу уравнения Бернулли

Сечениями 1-1 и 2-2 выделим отсек АВ. Обозначим через z_1 и z_2 превышение сечений 1-1 и 2-2 на плоскость сравнения 0-0, через $\delta\omega_1$ и $\delta\omega_2$ -площади живых сечений струйки. Допускаем, что за время δt отсек АВ струйки переместиться в положение А1В1, при этом сечение струйки переместиться на расстояние δS_1 , а сечение 2-2 на расстояние δS_2 .

Известно, что

$$\delta S_1 = u_1 \cdot \delta t; \delta S_2 = u_2 \cdot \delta t; \quad (4.22)$$

где u_1, u_2 - скорости в сечениях 1-1 и 2-2.

Исходя из закона неразрывности, можем утверждать, что объем АА1=объему ВВ1 и равняется δV ,

причем
$$\delta V = \delta\omega_1 \cdot \delta S_1 = \delta\omega_2 \cdot \delta S_2 = \delta Q \cdot \delta t; \quad (4.23)$$

где δQ - расход жидкости для струйки.

Обозначим массу элементарного объема через δM .

Тогда запишем

$$\delta M = \rho \cdot \delta V = \frac{\gamma}{g} \delta V, \quad (4.24)$$

где ρ - плотность жидкости.

Определим теперь изменение кинетической энергии отсека АВ при перемещении в положение А1В1 и работу сил по его перемещению.

1. Изменение кинетической энергии по перемещению отсека АВ в положение А1В1.

Обозначим изменение кинетической энергии через $\delta(KЭ)$

Тогда запишем:

$$\delta(KЭ) = KЭ(A_1B_1) - KЭ(AB) = KЭ(A_1B + BB_1)$$

$$- KЭ(AA_1 + A_1B) = KЭ(BB_1) - KЭ(AA_1)$$

или

$$\delta(KЭ) = \frac{u_2^2 \delta M}{2} - \frac{u_1^2 \delta M}{2}, \quad (4.24)$$

с учетом

$$\delta(KЭ) = \frac{\gamma}{g} \delta V \frac{u_2^2}{2} - \frac{\gamma}{g} \delta V \frac{u_1^2}{2} = \left(\frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} \right) \gamma \delta V. \quad (4.25)$$

2. Работа сил тяжести по перемещению отсека АВ в положение А1В1.

Эффект работы сил тяжести (РСТ) по перемещению проявляется в том, что отсек А А1 переместится в положение ВВ1 (отсек А1В остается на месте).

Тогда можно записать

$$PCT = mgz_1 - mgz_2 = \gamma \delta V (z_1 - z_2) \quad (4.26)$$

3. Работа сил гидродинамического давления, действующего на торцовые поверхности сечений 1-1 и 2-2 отсека АВ.

Эта работа будет равна (сила на путь)

$$PCD = (p_1 \delta \omega_1) \delta s_1 - (p_2 \delta \omega_2) \delta s_2 = (p_1 - p_2) \delta V, \quad (4.27)$$

где p_1 и p_2 - гидродинамические давления в сечениях 1-1 и 2-2.

Работа внешних сил окружающей жидкости, внутренних сил давления, внешних и внутренних сил трения равны нулю по причине их противодействия или отсутствия.

Подводя итог, воспользуемся теоремой изменения кинетической энергии (энергия не пропадает, а переходит из одного вида в другой), тогда запишем:

$$\left(\frac{u_2^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} \right) \gamma \delta V = (z_1 - z_2) \gamma \delta V + (p_1 - p_2) \delta V. \quad (4.28)$$

Разделив левые и правые части на $\gamma \delta V$, данное уравнение можно записать в виде:

$$\left(\frac{u_2^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} \right) = (z_1 - z_2) + \frac{(p_1 - p_2)}{\gamma}, \quad (4.29)$$

или в окончательном виде

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} \quad (4.30)$$

Это есть уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости.

Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли.

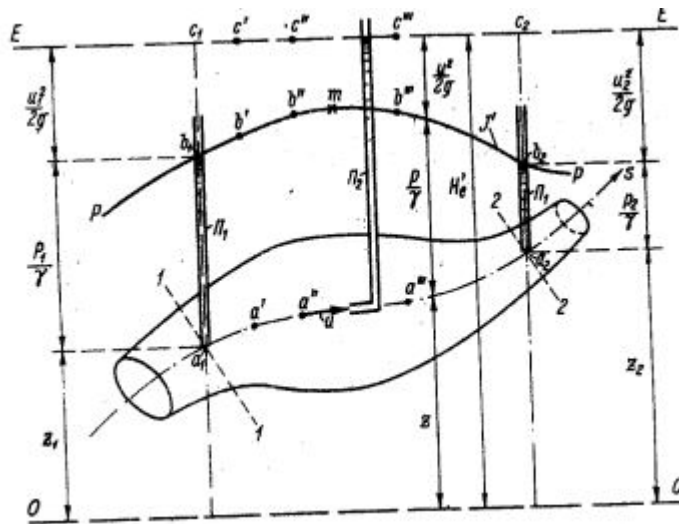


Рисунок 15 – Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли.

0-0 – плоскость сравнения, P-P – пьезометрическая линия, E-E –напорная линия, He – полный напор, J- пьезометрический уклон.

Линия P-P называется пьезометрической линией. Она проходит по горизонтам жидкости в пьезометрах. Линия E-E, возвышающаяся на линией P-P на величину скоростного

$$\frac{u_2^2}{2g}$$

напора, называется напорной линией.

Пьезометрическим уклоном J элементарной струйки в данном сечении называется элементарное падение пьезометрической линии P-P отнесенное к элементарной длине между сечениями. Пьезометрический уклон считается положительным на участке опускающемся вниз.

Полный напор представляет собой сумму трех членов

$$He = z + \frac{P}{\gamma} + \frac{u^2}{2g},$$

С геометрической точки зрения (He) является возвышением напорной линии над плоскостью сравнения. Для идеальной жидкости и элементарной струйки напорная линия строго горизонтальна.

Энергетическая интерпретация уравнения Бернулли.

Энергетическая интерпретация уравнения Бернулли заключается в том, что первые два слагаемые представляют собой потенциальный напор, а третье скоростной напор.

Энергетическое выражение полного напора можно представить следующей записью He= энергия положения+ энергия давления+ энергия скоростного напора.

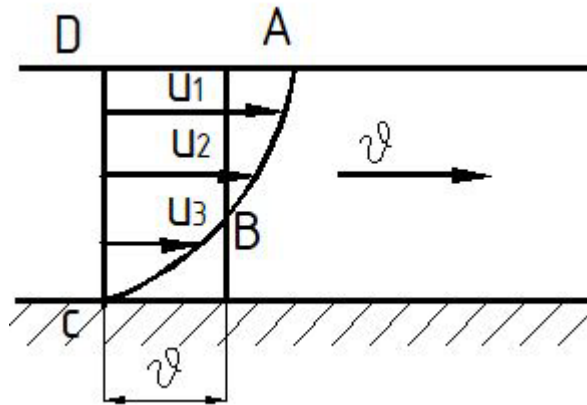


Рисунок 16 – Эюра скорости действительного потока.

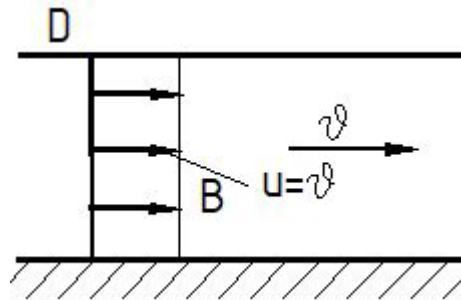


Рисунок 17 – Эюра скорости условного потока

Расчетом можно установить, количество движения массы, протекающее через живое сечение действительного потока и условного потока не равны между собой. Они связаны между собой зависимостью

$$m u_{\text{действ.}} = m v_{\text{услов.}} \alpha_0$$

где α_0 - коэффициент Буссинеска приблизительно равный 1,03-1,05.

Неравномерность распределения скоростей по плоскому живому сечению действительного потока приводит к тому, что количество действительной кинетической энергии массы жидкости проходящей через плоское живое сечение за фиксированное время dt равно условной кинетической энергии умноженной на безразмерный поправочный коэффициент α , названный коэффициентом Кореолиса. Его значение равно 1,10-1,15.

С учетом этих замечаний, учитывая, что скоростной напор является мерой кинетической энергии, уравнение Бернулли можно записать в виде:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2g} \quad (4.31)$$

Вопрос 13. При движении реальной жидкости следует учитывать касательные напряжения. Они являются основой формирования сил трения. Таким образом, удельная энергия потока вниз по течению должна уменьшаться. Поэтому для реальной жидкости можно записать $He_1 > He_2$.

где $He_1 > He_2$ - полные напоры в сечениях 1-1 и 2-2.

Имея это соотношение уравнение Бернулли можно представить в виде:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2g} + h_f \quad (4.32)$$

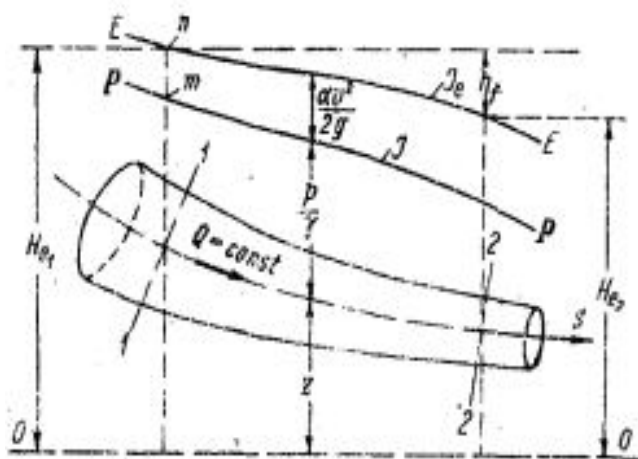
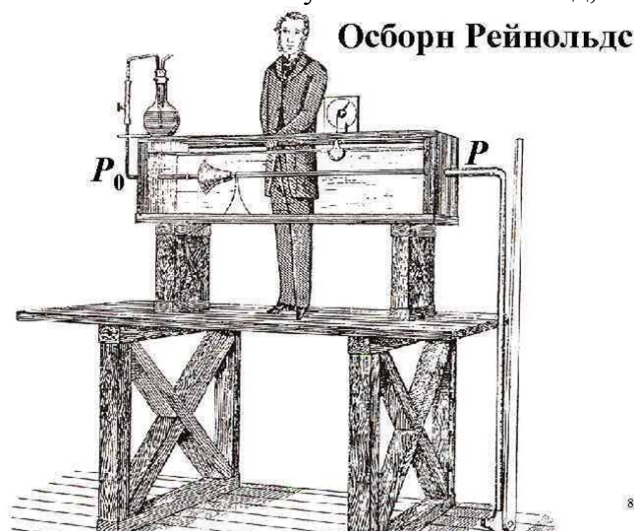


Рисунок 18 – Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли для реальной жидкости

Вопрос 14. Режим движения жидкости интересовал многих ученых. Им непосредственно занимались немецкий ученый Г. Хаген, русский – Д.И. Менделеев, английский физик и инженер О. Рейнольдс. В частности схема его установки имела вид, показанный на рисунке.



Осборн Рейнольдс

Рисунок 19 – Схема установки О. Рейнольдса

При движении жидкости в трубопроводе Т, подавалась краска по трубопроводу С. Она попадала в трубопровод Т. Было установлено, что при скоростях жидкости в трубопроводе Т меньше некоторой v_k краска окрашивала только одну струйку потока. Если к входному сечению трубопровода Т подключить еще одну трубку с подачей по ней красящей жидкости, то будет окрашиваться еще и вторая струйка потока. При скоростях $v > v_k$ жидкость окрашивается по всему объему. Таким образом было установлено, что в этом случае движение жидкости носит беспорядочный, хаотичный характер

Первый режим при $v < v_k$ был назван ламинарным, второй режим при $v > v_k$ был назван турбулентным.

Скорость v_k была названа критической. Рейнольдс на основе приближенных теоретических исследований и подтвержденных опытными данными получил формулу для определения v_k .

$$v_k = \frac{\nu \cdot Re_k}{R}, \quad (4.33)$$

где ν - кинематический коэффициент вязкости жидкости;

R - гидравлический радиус;

Re_k - безразмерный эмпирический коэффициент, называемый критическим числом Рейнольдса.

Гидравлический радиус рассчитывают по формуле:

$$R = \frac{\omega}{\chi}, \quad (4.34)$$

где χ - смоченный периметр.

Для труб круглого сечения

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{\pi D^2 / 4}{\pi D} = \frac{\pi D^2}{4\pi D} = \frac{D}{4}. \quad (4.35)$$

Формулу (33) можно представить в виде:

$$Re_k = \frac{v_k \cdot R}{\nu}. \quad (4.36)$$

Ведем новое обозначение отбросив (критическое) :

$$Re = \frac{v \cdot R}{\nu}, \quad (4.37)$$

где v - действительная средняя скорость.

При изучении напорного движения в круглых трубах число Рейнольдса выражают обычно не через гидравлический радиус, а через диаметр трубы D .

$$Re_D = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{v \cdot (4R)}{\nu} = 4 Re. \quad (4.38)$$

Исходя из этой формулы, критическое число Рейнольдса по диаметру, $(Re_D)_c$ изменяется в пределах 1000-2300.

При проведении исследований было установлено, что ламинарный режим можно пролонгировать (продлить) сверх критической скорости (v_k) до некой верхней критической (v_k^a), после чего наступает турбулентный режим. Однако в пределах $v_k < v < v_k^a$ ламинарный режим неустойчив и при малейшем возмущении переходит в турбулентный. Этот режим назван переходным. При переходе от турбулентного режима к ламинарному переходной режим ни при каких условиях получить не удалось. Это можно пояснить рисунком.

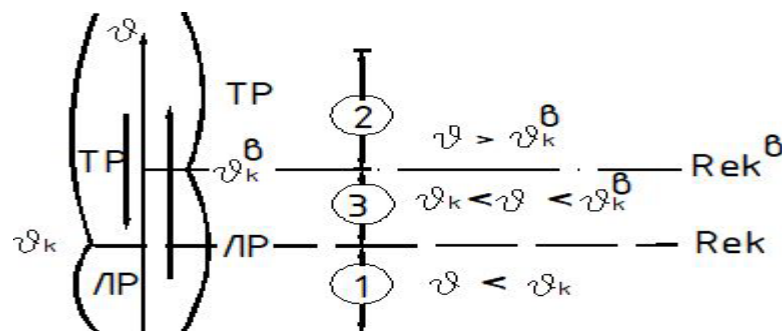


Рисунок 20 – Переход ламинарного режима (ЛР) в турбулентный режим (ТР) зона ламинарного режима; 2- зона турбулентного режима; неустойчивая или переходная зона.

Лекция 5. Потери напора при установившемся движении.

Вопросы.

1. Общее понятие о потерях напора

2. Основная формула установившегося равномерного движения жидкости

3. Распределение скоростей в потоке при ламинарном установившемся равномерном движении жидкости и определение потерь напора по длине

4. Турбулентное движение воды в трубах. Законы распределения скоростей и сопротивлений при турбулентных течениях в трубах

5. Потери напора по длине при турбулентном установившемся равномерном движении жидкости. Формула Шези, модуль расхода

6. Местные гидравлические сопротивления. Общий характер местных потерь напора

Вопрос 1. Движущийся поток жидкости испытывает потери механической энергии, обусловленные работой сил трения. Различают два вида таких потерь:

- потери напора по длине, их обозначают h_l . Они распределяются равномерно вдоль потока;
- местные потери, получающиеся только в отдельных местах потока, где поток претерпевает ту или иную деформацию. Их будем обозначать h_j .

На рисунке 1 представлен фрагмент трубопровода, который имеет особые узлы, вызывающие местные сопротивления: поворот, частично открытую задвижку.

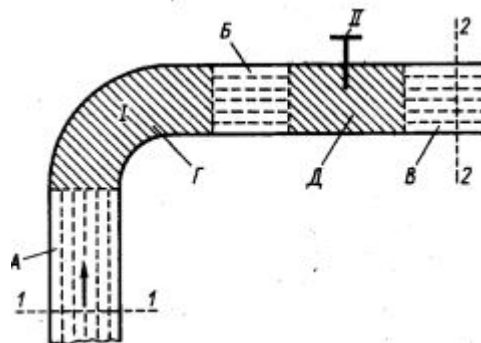


Рисунок 1 – Области, в которых имеются сопротивления: А – по длине, В – местные

На участке, где имеются местные потери напора по длине, касательные напряжения трения распределяются вдоль потока *равномерно*; на участке где имеются местные потери напора, напряжения распределяются *резко неравномерно*.

В общем случае для участка трубопровода, заключенного между сечениями 1-1 и 2-2 пишут:

$$h_f = h_l + \sum h_j, \quad (5.1)$$

где величина h_f может быть названа *полной потерей напора*.

В результате работы сил трения, представленных касательными напряжениями τ , механическая энергия, несомая жидкостью переходит в тепловую, причем жидкость нагревается, а тепло во времени рассеивается.

Вопрос 2. Обозначим через τ_i касательные напряжения, приложенные со стороны потока к стенкам жидкости. Нашей целью является определение потерь напора в зависимости от величины сил трения в жидкости. Представим себе отрезок трубопровода, как показано на рисунке(1) с принятыми обозначениями необходимыми для расчета.

Движение жидкости принимаем равномерным и установившимся, поэтому сумма проекций всех сил на ось S будет равна нулю. Определим силы, действующие на выделенную часть потока.

1. Собственный вес этой части

$$G = \omega l \gamma, \quad (5.2)$$

где ω - площадь живого сечения потока.

Проекция собственного веса на ось S:

$$G_s = \omega l \gamma \sin \beta, \quad (5.4)$$

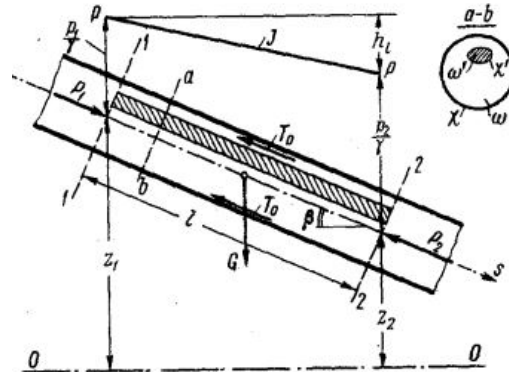


Рисунок 2 – К выводу основного уравнения равномерного движения

где β - угол наклона трубы к горизонту.

Из чертежа следует, что $l \sin \beta = z_1 - z_2$;

поэтому

$$G_s = \omega \gamma (z_1 - z_2). \quad (5.5)$$

2. Силы P_1, P_2 давления на торцовые сечения рассматриваемого отсека определим по формулам:

$$P_1 = p_1 \omega; \quad P_2 = p_2 \omega, \quad (5.6)$$

где p_1, p_2 - гидродинамическое давление в центрах тяжести сечений 1-1 и 2-2. Силы P_1, P_2 проектируются на ось S без искажения.

3. Силы трения на стенке T_0 являются парными и направлены против течения жидкости.

Сумма проекций всех сил на ось S будет равна:

$$G_l + P_1 - P_2 - T_0 = 0; \quad (5.7)$$

Подставляя в (5) значения сил имеем:

$$\lambda \omega (z_1 - z_2) + p_1 \omega - p_2 \omega - T_0 = 0 \quad (5.8)$$

Поделив этот выражение на $\omega \gamma$, получим:

$$(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) - (z_2 + \frac{p_2}{\gamma}) = \frac{T_0}{\gamma \omega} \quad (5.9)$$

Левая часть (5.9) равна h_l (см. рис. 2). $(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) - (z_2 + \frac{p_2}{\gamma}) = h_l$ (5.10)

поэтому (5.9) перепишем в виде:

$$h_l = \frac{T_0}{\gamma \omega}. \quad (5.11)$$

Силу T_0 можно представить как произведение касательных напряжений τ_i на площадь русла

$$T_0 = \chi l \tau_o. \quad (5.12)$$

Подставляя (10) в (9), получим :

$$h_l = \frac{\chi l}{\gamma \omega} \tau_o; \quad (5.13)$$

Разделим (11) на l

$$\frac{h_l}{l} = \frac{\chi \tau_o}{\omega \gamma} \quad (5.14)$$

Помним, что

$$\frac{\omega}{\chi} = R, \text{ а } \frac{h_l}{l} = J \quad (5.15)$$

Подставляя (13) в (12) получим :

$$J = \frac{\tau_o}{R\gamma}, \text{ или } RJ = \frac{\tau_o}{\gamma} \quad (5.16)$$

Это и есть основное уравнение установившегося равномерного движения жидкости для «правильных русел», т.е. таких для которых $\tau_i = \text{const}$ по длине русла.

Вопрос 3. На рисунке представлено живое сечение АВ потока и эпюра скоростей. Один из слоев движется со скоростью u_1 , второй со скоростью u_2 . Поверхность соприкосновения этих слоев 1-1 имеет площадь S . По этой поверхности в реальной жидкости развиваются парные силы внутреннего трения T_1 и T_2 . Очевидно $T_1 = T_2$ по модулю. Первый слой движется с большей скоростью и вовлекает за собой второй, второй же тормозит первый. Такие силы трения возникают между всеми слоями жидкости, при рассмотрении потока как параллельнострейного,

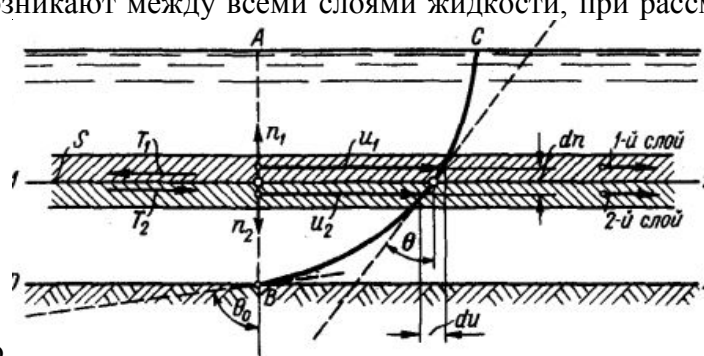


Рисунок 3 – К пояснению законов продольного внутреннего трения

Законы внутреннего продольного трения были сформулированы Ньютоном в 1686 году. Они звучат так:

- *Сила T продольного внутреннего трения в параллельнострейном потоке жидкости*
 - *прямо пропорциональна градиенту скорости;*
 - *прямо пропорциональна площади S поверхности соприкосновения данных слоев жидкости;*
 - *не зависит от давления;*
 - *зависит от физических свойств жидкости, а следовательно и от ее температуры.*
- В аналитической форме это можно записать так:

$$T = \eta S \left| \frac{du}{dn} \right|, \quad (5.17)$$

где μ - динамический коэффициент вязкости.

Если толщина выделенных слоев бесконечно мала, то

$$\frac{du}{dn} = \operatorname{tg} \theta, \quad (5.18)$$

где θ - угол, образованный вертикалью и касательной к кривой ВС эюры скоростей; Касательные напряжения продольного внутреннего трения для ламинарного режима при прямолинейном движении могут быть представлены зависимостью

$$\tau = \frac{T}{S} = \mu \frac{du}{dn} = \mu \operatorname{tg} \theta \quad (5.19)$$

Вопрос 3. Рассмотрим напорную круглоцилиндрическую трубу радиусом r_0 . Эюра ABC отражает распределение скоростей по сечению.

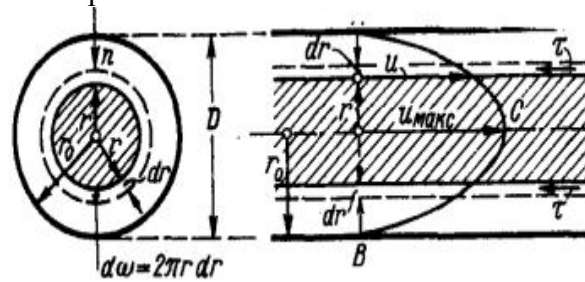


Рисунок 4 – Ламинарное равномерное движение в круглой трубе
Из формулы (14)

$$\tau = \gamma R J = \gamma \frac{r}{2} j \quad (5.20).$$

Гидравлический радиус для трубы равен:

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2}. \quad (5.21)$$

Согласно закону Ньютона

$$\tau = \mu \left| \frac{du}{dn} \right| = -\mu \frac{du}{dr}. \quad (5.22)$$

При выбранном направлении r величина $\left| \frac{du}{dn} \right|$ отрицательна.

Решая совместно (18) и (20), получим:

$$\gamma \frac{r}{2} j = -\mu \frac{du}{dr}, \text{ или } du = -\frac{1}{2} \frac{\gamma}{\mu} J r dr \quad (5.23)$$

Проинтегрируем это уравнение

$$u = -\frac{\gamma}{4\mu} J r^2 + C. \quad (5.24)$$

Постоянную интегрирования найдем из условия, что при $r = r_0$ величина $u = 0$.

$$0 = -\frac{\gamma}{4\mu} J r_0^2 + C \quad (5.25)$$

Откуда

$$C = \frac{\gamma}{4\mu} J r_0^2 \quad (5.26)$$

Подставляя (24) в (22), получим:

$$u = \frac{\gamma}{4\mu} J(r_0^2 - r^2) \quad (5.27)$$

Как видно из (25) уравнение является параболой. Подставляя $r = 0$, получим значение максимальной скорости

$$u_{\max} = \frac{\gamma}{4\mu} J r_0^2 \quad (5.28)$$

Для вывода формулы используем рисунок распределения скоростей по сечению напорного трубопровода.

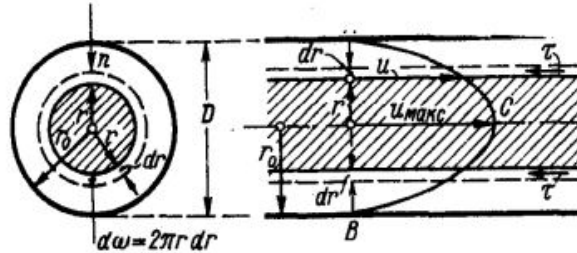


Рисунок 5 – К выводу формулы потерь напора при ламинарном равномерном установившемся движении

Элементарный расход через кольцо радиусом r определим по формуле

$$dQ = u d\omega = u 2\pi r dr \quad (5.29)$$

где $d\omega = 2\pi r dr$.

Подставим в формулу (27) значение скорости из формулы (25)

$$dQ = u 2\pi r dr = \frac{\gamma}{4\mu} J(r_0^2 - r^2) 2\pi r dr \quad (5.30)$$

Проинтегрируем это выражение по всей площади живого сечения, получим объем парабоида вращения.

$$Q = \frac{\pi \gamma}{2 \mu} J \int_{r=0}^{r=r_0} (r_0^2 - r^2) r dr = \frac{\pi \gamma}{8 \mu} J r_0^4 = \frac{\pi \gamma}{128 \mu} J D^4, \quad (5.31)$$

или

$$Q = M J D^4, \quad (5.32)$$

где коэффициент M зависит от рода жидкости

$$M = \frac{\pi \gamma}{128 \mu}. \quad (5.33)$$

Среднюю скорость определим по формуле

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{\frac{\pi \gamma}{128 \mu} J D^4}{\pi D^2 / 4} = \frac{1}{32} \frac{\gamma}{\mu} J D^2 \quad (5.34)$$

Заменим

$$J = \frac{h_1}{l} \quad (5.35)$$

Тогда (32) перепишем в виде

$$v = \frac{1}{32} \frac{\gamma}{\mu} \frac{h_1}{l} D^4 \quad (5.36)$$

Откуда

$$h_l = 32 \frac{\mu}{\gamma} \frac{l}{D^2} v \quad (5.37)$$

Формулу (35) принято представлять в виде:

$$h_l = 32 \frac{\mu}{\gamma} \frac{v}{D^2} l = 32 \frac{\nu \rho}{\rho g} \frac{l v}{D D} \frac{2v}{2v} = 64 \frac{\nu}{D v} \frac{l}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (5.38)$$

Обозначим

$$\lambda = 64 \frac{\nu}{D v} = \frac{64}{\text{Re}_D} \quad (5.39)$$

Тогда окончательно

$$h_l = \lambda \frac{l}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (5.40)$$

Коэффициент λ называется «коэффициентом гидравлического трения».

Вопрос 4. Турбулентное движение воды в трубах характеризуется пульсацией скоростей в продольном и поперечном направлении. Действительную скорость в данный момент времени в данной точке пространства называют мгновенной местной скоростью или актуальной. Она изменяется во времени и по величине и по направлению. Пульсацией скорости называется явление изменения величины проекции местной мгновенной скорости на какое-либо направление. Величину осредненной местной скорости определяют путем деления объема жидкости за достаточно большой отрезок времени на расход и время.

Пульсация скоростей приводит к пульсации давлений. Рассматривая установившееся турбулентное движение для заданной точки пространства за достаточно длительный период величина давления p может быть названа осредненным местным гидродинамическим давлением.

Линии тока в турбулентном движении представляют собой неопределенные кривые, меняющиеся во времени. при рассмотрении осредненного потока получаем среднестатистические линии тока. Следует отметить, что живые сечения осредненного потока не являются поверхностями равного напора H_e . Осредненный поток дает нам вихревое не потенциальное движение.

Следует четко разделять термины «средняя скорость» v и «осредненная скорость» u . Первая определяется по живому сечению для данного момента времени, а вторая по времени для конкретной точки.

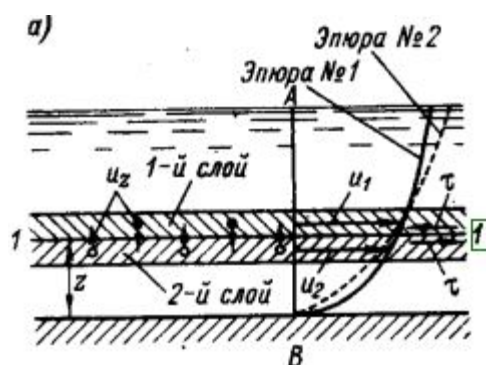


Рисунок 6 – К вопросу о турбулентных касательных напряжениях

В турбулентном потоке имеет место передвижение частиц жидкости с одного слоя в другой. Скорость их перемещения обозначается u_z . Поэтому если учитывать вертикальное перемещение частиц жидкости, то эпюра имеет действительный вид №1, если исключить из рассмотрения u_z , то будем иметь искаженную эпюру, №2. При упрощении задач именно так и поступают.

Осредненный поток обладает молекулярной и турбулентной вязкостью. Поэтому полное суммарное касательное напряжение записывают в виде:

$$\tau = \mu \frac{du}{dn} + \mu_{\delta} \frac{du}{dn} \quad (5.41)$$

Законы распределения скоростей и сопротивлений при турбулентных течениях в трубах.

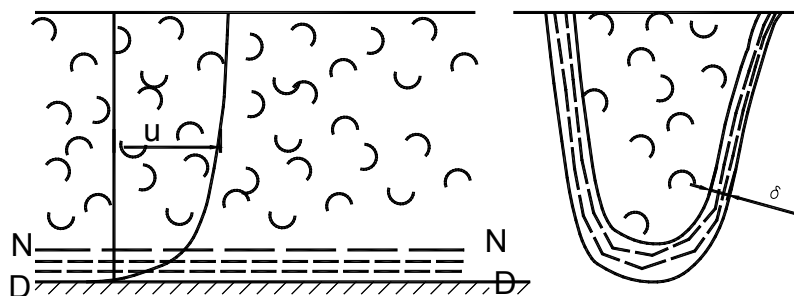


Рисунок 7 – Эпюра скоростей при турбулентном движении, вязкий подслой.

На рисунке представлена эпюра скоростей при турбулентном движении. Из нее видно, что скорость резко увеличивается вблизи стенок, на некотором удалении от стенки скорости изменяются мало. Если при ламинарном движении отношение минимальной к максимальной скорости составляет 0,5, то при турбулентном 0,7-0,9. согласно исследованиям Л.Прандтля, скорость у стенок равна нулю. Поэтому принято считать, что вблизи стенок имеется тонкий слой жидкости, где скорости столь малы, что движение жидкости близко к ламинарному. Этот слой называют вязким или ламинарным подслоем. Его толщина составляет сотые или тысячные доли глубины потока. понятно, что между турбулентным ядром и вязким подслоем имеется переходной участок, где пульсация скоростей снижается. На рис обозначены Δ высота выступов шероховатости стенки русла и δ толщина вязкого подслоя.

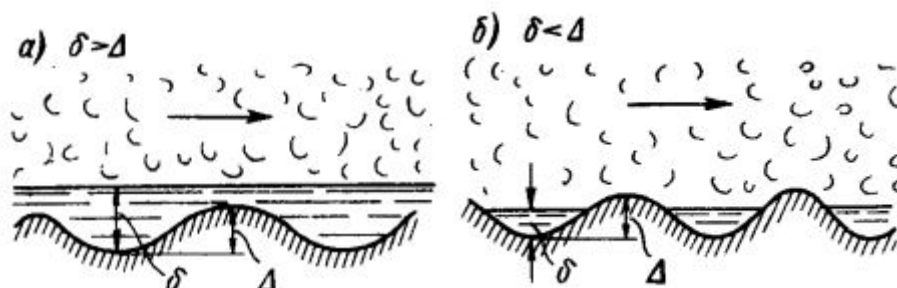


Рисунок 8 – Гладкие а) , шероховатые б) русла.

При наличии схемы а) выступы шероховатости покрываются вязким подслоем, при этом получают гладкие стенки. Потери напора по длине получают не зависящие от шероховатости русла. При наличии схемы б) выступы вклиниваются в турбулентную зону. В этом случае потери напора зависят от шероховатости русла.

Исследованиями было установлено, что толщина вязкого подслоя зависит от числа Рейнольдса и с его увеличением она уменьшается. Поэтому понятия гладкой и шероховатой стенки являются относительными, в одних условиях при малых Re стенка может быть гладкой, в других условиях (при больших Re) она станет шероховатой. Потери напора по длине для турбулентного режима определяются по известной нам уже формуле

$$h_l = \frac{l v^2}{d 2g}$$

Коэффициент гидравлического трения определяется по эмпирическим формулам.

Опыты Никурадзе. 1933 году Никурадзе проводил опыты с напорными круглоцилиндрическими трубами, имеющими однозернистую равномерно распределенную искусственную шероховатость. Результаты своих опытов Никурадзе представил в виде особого графика (рис.9), по осям которого он отложил безразмерные величины: коэффициент гидравличе-

ского трения и число Рейнольдса по диаметру. На графике был нанесен ряд кривых, каждая из которых отвечала относительной шероховатости

$$\Delta_r = \frac{\Delta}{D} \quad (5.42)$$

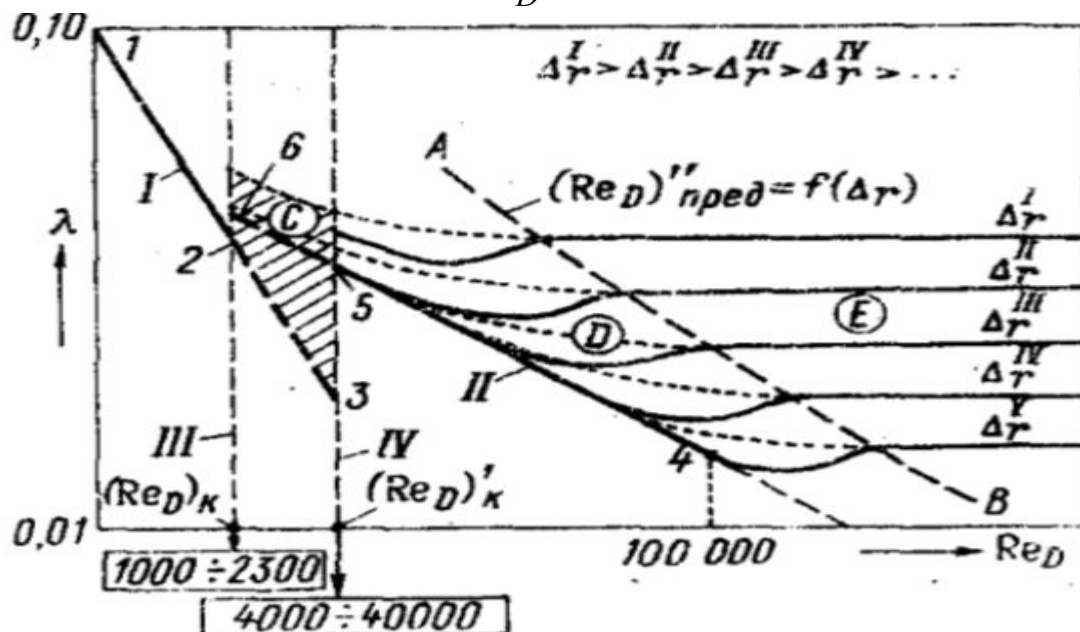


Рисунок 9 – Схема графика Никурадзе

Из него следует три характерные зоны.

Первая зона – зона ламинарного режима. Она представляется отрезком 1-2. для этой зоны:

- числа Re_D относительно малы, менее 1000-2300;
- потери напора не зависят от шероховатости;
- потери напора прямо пропорциональны первой степени скорости;
- величина λ определяется расчетным путем.

Вторая зона расположена между вертикалями III и IV и является зоной неустойчивого режима. или переходной зоной.

Для нее характерно:

- числа Рейнольдса Re_D лежат в пределах 100-2300 до 4000-40000;
- при движении жидкости в трубе на отдельных участках возникают зоны турбулентного режима, которые разрастаются и пропадают.

Третья зона – зона турбулентного режима; эта зона располагается правее вертикали IV. Данная зона разбивается на три области.

Первая область- область гладких русел.; она представлена а) при числах Рейнольдса Re_D р 100000 прямой линией II. и б) при числах Рейнольдса Re_D f 100000 - кривой линией, являющееся продолжением прямой II.

Для **первой области** имеем:

- а) h_l в пределах до чисел $Re_D = 100000$ прямо пропорциональны скорости в степени 1,75;
- б) h_l не зависят от шероховатости;
- в) h_l и λ зависят только от числа Рейнольдса Re_D .

Вторая область докватричного сопротивления шероховатых русел лежит между II и линией AB.

Для данной области h_l и λ зависят как от числа Рейнольдса Re_D , так и относительной шероховатости.

Третья область - область квадратичного сопротивления шероховатых русел располагается правее линии АВ. Для нее характерно:

- потери напора прямо пропорциональны квадрату скорости;
- коэффициент λ не зависит от числа Рейнольдса Re_D ;
- h_l и λ зависят только от относительной шероховатости.

Из опытов Никурадзе следует, что нет надобности при выполнении гидравлических расчетов различать жидкости разного вида. При определении потерь следует иметь в виду жидкость вообще.

Сводка наиболее употребительных формул для определения коэффициента гидравлического трения.

Для ламинарного режима коэффициент гидравлического трения определяется однозначно по известной нам формуле

$$\lambda = \frac{64}{Re_D}$$

В случае турбулентного режима коэффициент гидравлического трения определяется по эмпирическим формулам, причем для каждой области эти формулы различны.

Следует понимать, что технические трубы, применяемые в производстве имеют, как правило, разнородную шероховатость, т. е. высота выступов для них не однородная. Для таких труб в 1938 г. Кольбрук на основании своих опытов предложил формулу:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{2.5}{Re_D} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta_r}{3.7} \right)$$

где Δ_r - осредненная относительная шероховатость, принимается по справочным данным и зависит от вида труб и каналов. По этой формуле был построен график, представленный на рисунке.

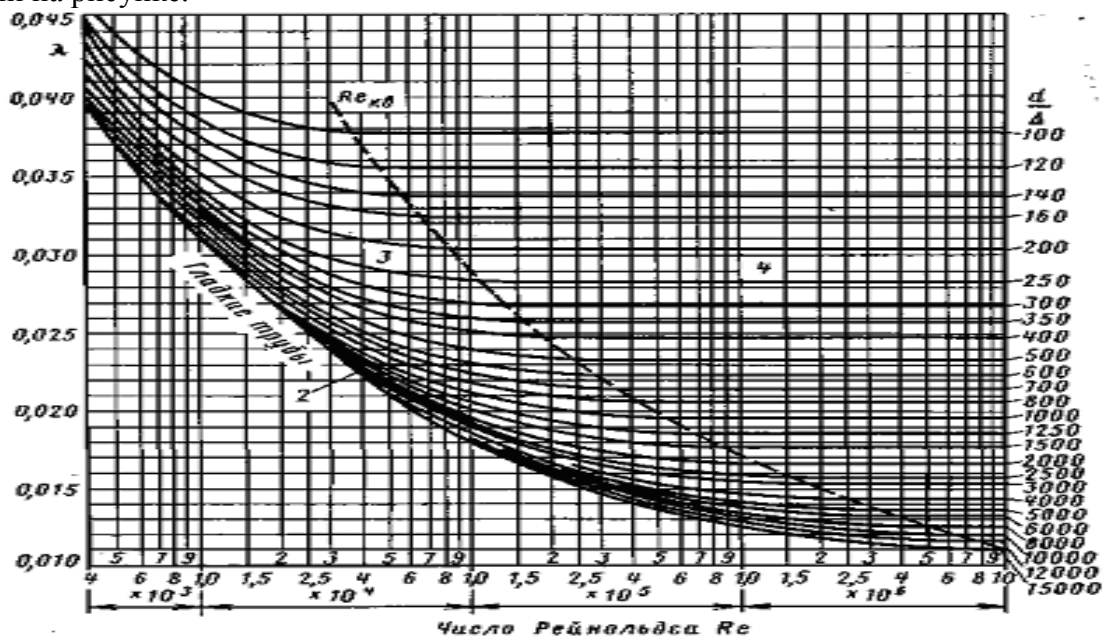


Рисунок 10 – График Кольбрука для определения коэффициента гидравлического трения

Пользуясь этим графиком можно определить коэффициент гидравлического трения для всех трех областей турбулентной зоны.

Для напорных гладких труб можно пользоваться формулой Прандтля,

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg(\text{Re}_D \sqrt{\lambda}) - 0,8$$

или Блазиуса

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}_D^{0,25}}.$$

Вопрос 5. При проектировании гидротехнических сооружений обычно сталкиваются с квадратичной областью сопротивления, когда вода имеет достаточно большие скорости движения.

Потерю напора при равномерном установившемся турбулентном движении жидкости определяют по формуле

$$h_l = \lambda \frac{l}{D} \frac{v^2}{2g}.$$

Для вывода формулы Шези перепишем ее в виде:

$$v = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \sqrt{R \frac{h_l}{l}} = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \sqrt{RJ}. \quad (5.43)$$

Обозначим

$$\sqrt{\frac{8g}{\lambda}} = C. \quad (5.44)$$

Тогда формулу (5.43) запишем в виде: $v = C \sqrt{RJ}. \quad (5.45)$

Это и есть формула Шези.

Из формулы (5.44) следует, что

$$\lambda = \frac{8g}{C^2} \quad (5.46)$$

Данная формула связывает коэффициент гидравлического трения и коэффициент Шези. Из формулы Шези можно получить следующие практически важные зависимости:

$$J = \frac{v^2}{C^2 R}; \quad (45) \quad h_l = J l = \frac{v^2}{C^2 R} l; \quad (46) \quad Q = \omega v = \omega C \sqrt{RJ}; \quad (5.47)$$

Введем обозначение

$$K = \omega C \sqrt{R}; \quad (5.48)$$

тогда формула (5.47) перепишется в виде:

$$Q = K \sqrt{J}; \quad (5.49)$$

Тогда для равномерного движения

$$K = \frac{Q}{\sqrt{J}}; \quad (5.50)$$

Из формулы (5.50) получаем:

$$J = \frac{Q^2}{K^2}; \quad (5.51)$$

и, следовательно

$$h_l = J l = \frac{Q^2}{K^2} l; \quad (5.52)$$

Вопрос 6. При обтекании турбулентным потоком каких-либо препятствий происходит отрыв транзитной струи от стенки русла. При этом в области разряжения получаем множество водоворотов. Такое движение носит резко выраженное неустановившееся движение. Области А называют водоворотными, остальные – транзитной струей.

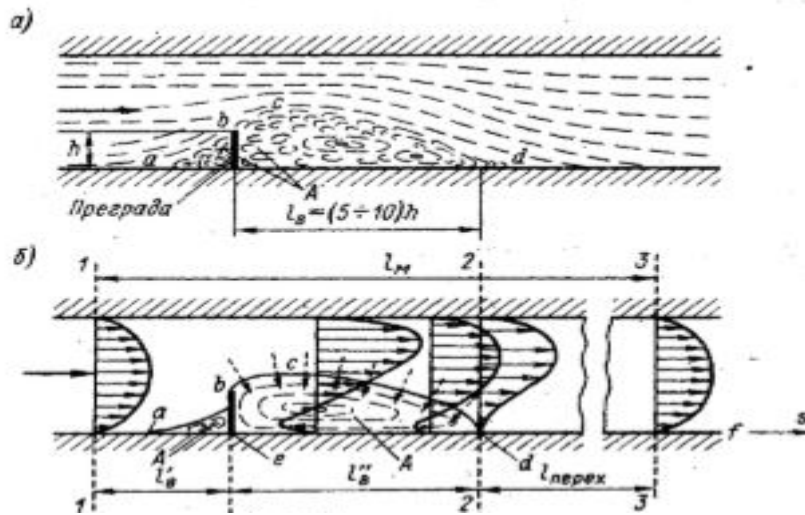


Рисунок 11 – Обтекание преграды турбулентным потоком: а- действительный поток, б- осредненный поток; поперечными стрелками показан поток энергии, поступающий в водоворотную зону со стороны транзитной струи; в – схема изменения величины напора $(Z + p/\gamma)$ вдоль стенки ef.

Между ними существует поверхность раздела. В чистом виде они не существуют, в действительности эти границы весьма условны, так как поток пульсирует и по этой причине они носят неустановившийся характер.

Водоворотные области характеризуются возвратным движением. Это можно наблюдать на эпюрах скоростей. В пределах водоворотной области наблюдается отрыв транзитной струи от стенок трубопровода, его называют инерционным отрывом. После водоворотной области наблюдается переходной участок, на нем происходит выравнивание скоростей до уровня исходных.

Турбулентные касательные напряжения, действующие по границе раздела, относительно велики. Поэтому потеря напора в пределах водоворотной зоны получается большая. Вне зависимости от вида местных сопротивлений, все они имеют общий характер потерь напора, выражающийся в том, что:

- в местах местных сопротивлений происходит искривление линий тока;
- уменьшаются или увеличиваются живые сечения потоков;
- наблюдается местный отрыв струи транзитного потока от стенок трубопровода.

Эти признаки можно наблюдать на следующем рисунке

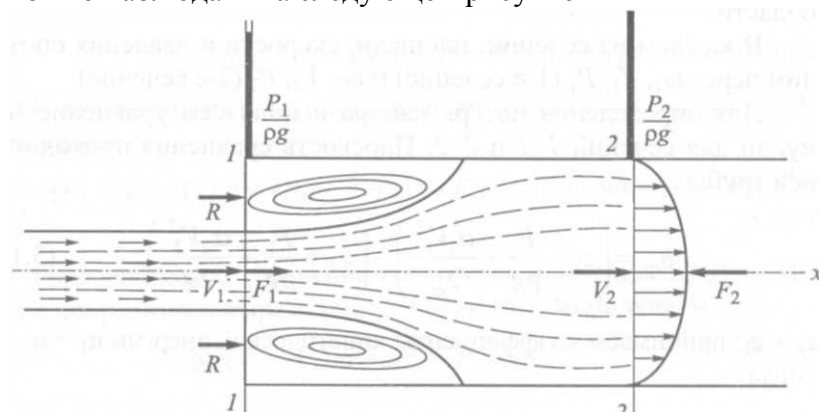


Рисунок 12 – Характерные признаки местных сопротивлений

В инженерной практике часто встречаются следующие виды местных сопротивлений : резкое расширение трубопроводов, резкое сужение трубопроводов, поворот, тройник, клапаны, решетка, присоединение и разделение потока и т.д.

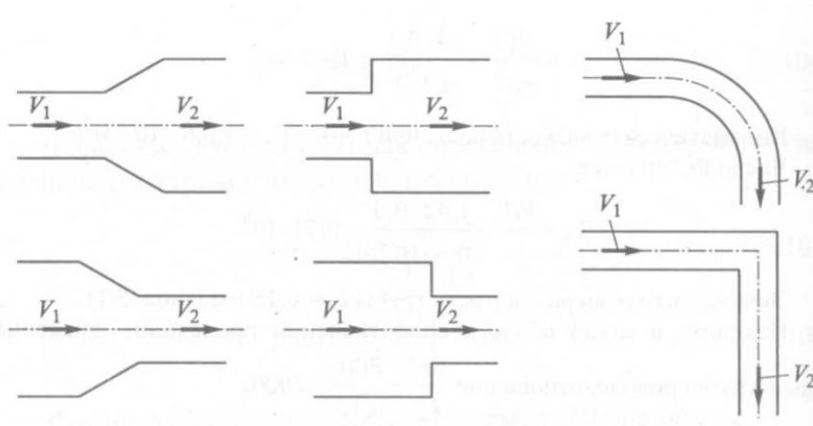


Рисунок 13 – Простейшие местные сопротивления

Потери напора в каждом из видов сопротивлений можно определить по формуле:

$$h_l = \xi \frac{v^2}{2g}$$

где ξ - коэффициент местных сопротивлений. Это есть признак общего характера местных сопротивлений.

Этот коэффициент может быть для каждого из видов сопротивлений рассчитан теоретически, но Вейсбах рекомендует определять его экспериментальным путем и в виде справочной величины использовать в расчетах.

Существуют и более сложные соединения, в которых встречаются в одном узле несколько видов сопротивлений.

Тема 6. Движение жидкости в напорных трубопроводах

Вопросы.

- [1. Общие указания по движению жидкости в напорных трубопроводах](#)
- [2. Определение потерь напора](#)
- [3. Понятие длинных и коротких трубопроводов](#)
- [4. Расчет коротких трубопроводов.](#)
- [5. Простой трубопровод. Особые случаи: сифон, всасывающая труба, различные виды вакуума](#)
- [6. Длинные трубопроводы и их расчет](#)
- [7. Последовательное и параллельное соединение труб](#)
- [8. Потери при переменном расходе](#)
- [9. Расчет сложного трубопровода](#)

Вопрос 1. При изучении данной темы будем рассматривать установившееся, равномерное (параллельноструйное) напорное, турбулентное движение любой жидкости в круглых цилиндрических неподвижных трубах. Гидравлические элементы такого трубопровода нам известны:

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2} = \frac{D}{4}; \dots \chi = \pi D; \dots \omega = \frac{\pi D^2}{4} \quad (6.1)$$

Будем рассматривать случаи, относящиеся к квадратичной области сопротивления, что наблюдается в производственных процессах.

Вопрос 2. Представим трубопровод, имеющий различные виды сопротивлений. допустим, что расстояние между ними велико, более $(20-30)D$, что исключает их взаимное влияние.

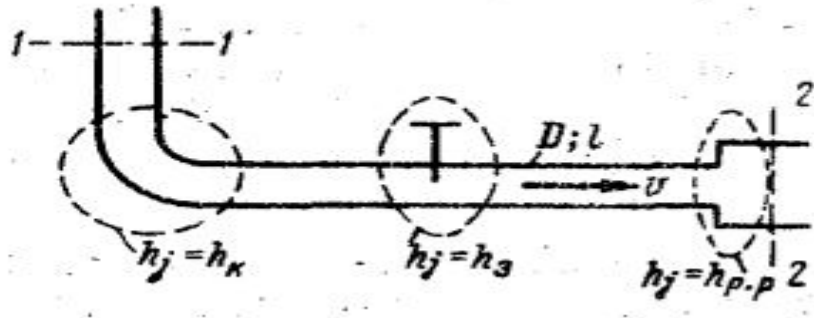


Рисунок 1 – Фрагмент трубопровода с различными видами потерь

Полные потери напора между сечениями 1-1 и 2-2 будут равны

$$h_f = h_l + \sum h_j \quad (6.2)$$

Рассмотрим каждое из слагаемых

$$\sum h_j = h_k + h_\zeta + h_{p.p.} \quad (6.3)$$

где $h_k, h_\zeta, h_{p.p.}$ - местная потеря напора в колене, в задвижке и резком расширении. Согласно Вейсбаху :

$$h_k = \xi_k \frac{v^2}{2g}; \dots \dots h_z = \xi_z \frac{v^2}{2g}; \dots \dots h_{p.p.} = \xi_{p.p.} \frac{v^2}{2g} \quad (6.4)$$

Следовательно

$$\sum h_j = (\xi_k + \xi_z + \xi_{p.p.}) \frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \sum \xi_j \quad (6.5)$$

В итоге имеем, что

$$\sum h_j = \frac{v^2}{2g} \sum \xi_j \quad (6.6)$$

Потери напора по длине рассчитывают по формуле:

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \quad (6.7)$$

Обозначим

$$\lambda \frac{l}{d} = \xi_l \quad (6.8)$$

Тогда запишем, что

$$h_l = \xi_l \frac{v^2}{2g} \quad (6.9)$$

ξ_l - назовем коэффициентом сопротивления по длине.

Полные потери напора запишем в виде суммы потерь напора по длине и местных потерь.

$$h_f = \xi_l \frac{v^2}{2g} + \sum \xi_j \frac{v^2}{2g} \quad (6.10)$$

или

$$h_f = (\xi_l + \sum \xi_j) \frac{v^2}{2g} \quad (6.11)$$

Введем обозначение

$$\xi_f = (\xi_l + \sum \xi_j) \quad (6.12)$$

тогда получим

$$h_f = \xi_f \frac{v^2}{2g} \quad (6.13)$$

Это окончательная формула для расчета полных потерь напора.

Вопрос 3. Понятие длинных и коротких трубопроводов.

В случае длинных водопроводных труб потери напора по длине значительно превышают местные потери напора. Такие трубы принято называть длинными, в отличие от коротких, в которых при расчете, помимо потерь напора по длине следует учитывать и местные потери. При расчете длинных трубопроводов и построении напорных линий Е-Е и Р-Р величиной скоростного напора пренебрегают ввиду его малости, и поэтому они сливаются в одну линию, которую называют пьезометрической.

Принято считать, что для трубопроводов диаметром 200-500 мм длинный трубопровод получается, когда его длина составляет более 200-1000 м. При меньшей длине местные потери напора могут превышать величину 3-5% от потерь по длине и их необходимо уже учитывать.

Вопрос 4. Расчет коротких трубопроводов

Как правило короткие трубопроводы относятся к простым. Простым трубопроводом называется трубопровод, не имеющий ответвлений. Найдем формулу расхода для короткого трубопровода при истечении жидкости под уровень. Схема трубопровода представлена на рисунке.

Элементы трубопровода поясняются чертежом.

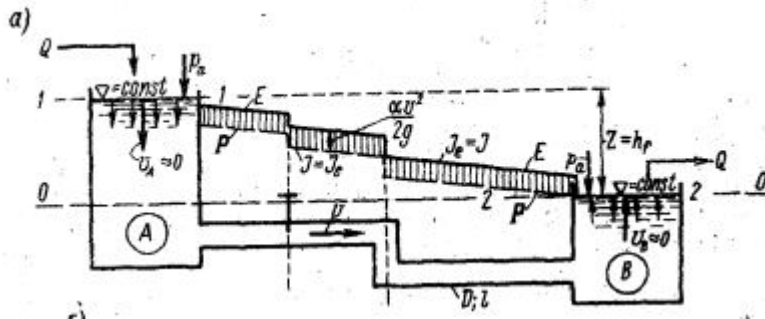


Рисунок 2 – Короткий трубопровод, истечение под уровень

Для определения расхода используем уравнение Бернулли.

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2g} + h_f \quad (6.14)$$

Значения параметров, входящих в уравнение в нашем случае равны:

$$z_1 = Z; \dots v_1 = v_A = 0; \dots v_2 = v_B = 0; \dots p_1 = p_2 = p_a; \dots z_2 = 0; \dots \alpha = 1,0 \quad (6.15)$$

Если полученные значения параметров подставить в уравнение, то получим, что

$$Z = h_f \quad (6.16)$$

Таким образом, при истечении под уровень разность уровней Z целиком расходуется на потери напора в трубопроводе.

В общем случае, как было показано выше

$$h_f = \xi_f \frac{v^2}{2g} \quad (6.17)$$

или с учетом предыдущей записи

$$Z = \xi_f \frac{v^2}{2g} \quad (6.18)$$

Из полученной формулы выразим скорость

$$v = \frac{1}{\sqrt{\xi_f}} \sqrt{2gz} \quad (6.19)$$

Тогда расход будет равен

$$Q = \omega v = \frac{\pi D^2}{4} \frac{1}{\sqrt{\xi_f}} \sqrt{2gz} \quad (6.20)$$

Случай истечения воды в атмосферу. Движение рассматриваем установившееся. Скорость истечения постоянная. Превышение уровня воды в сосуде над центром входного сечения

$$Z_1 = H \quad (6.21)$$

Для вывода формулы определения расхода используем уравнение Бернулли, намечаем сечения 1-1, 2-2 и плоскость сравнения 0-0 как показано на рисунке.

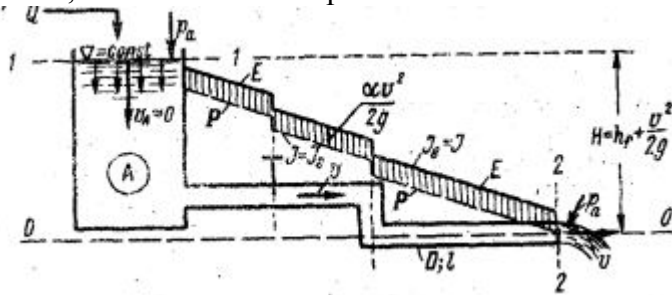


Рисунок 3 – Короткий трубопровод, истечение в атмосферу
Имеем:

$z_1 = H; \dots v_1 = v_A = 0; \dots v_2 = v; \dots p_1 = p_2 = p_a; \dots z_2 = 0; \dots \alpha = 1, 0$
Подставляя эти значения в уравнение Бернулли, получаем

$$H = h_f + \frac{\alpha v^2}{2g} \quad (6.22)$$

При истечении в атмосферу напор H тратится на преодоление потерь и создание скоростного напора. С учетом (17) выражение полного напора, полученного нами ранее, можно записать:

$$H = \xi_f \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} = (1 + \xi_f) \frac{v^2}{2g} \quad (6.23)$$

Из полученной зависимости выразим скорость для определения расхода

$$v = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_f}} \sqrt{2gH} \quad (6.24)$$

Тогда расход будет равен:

$$Q = \omega v = \frac{\pi D^2}{4} \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_f}} \sqrt{2gH} \quad (6.25)$$

Окончательно зависимости можно представить в виде:

$$Q = \mu_{\delta} \omega \sqrt{2gH} \quad (6.26)$$

$$Q = \mu_{\delta} \omega \sqrt{2gZ} \quad (6.27)$$

где при истечении под уровень

$$\mu_T = \frac{1}{\sqrt{\xi_f}} = \frac{1}{\sqrt{(\xi_l + \xi_j)}} = \frac{1}{\sqrt{(\frac{\lambda}{ld} + \xi_j)}}; \quad (6.28)$$

при истечении в атмосферу

$$\mu_T = \frac{1}{\sqrt{(1 + \xi_f)}} = \frac{1}{\sqrt{(1 + \frac{\lambda}{ld} + \xi_j)}} \quad (6.29)$$

Коэффициент μ_0 называется коэффициентом расхода трубопровода. Как видим, он определяется по различным формулам при различном истечении жидкости. Он, как правило, является справочной величиной.

Вопрос 5. Особые случаи. Сифон. Сифоном называется самотечная труба, часть которой расположена выше горизонта воды в сосуде, из которого идет забор воды. Если трубу представленную на чертеже заполнить жидкостью, то после этого начнется движение жидкости из верхнего сосуда в нижний.

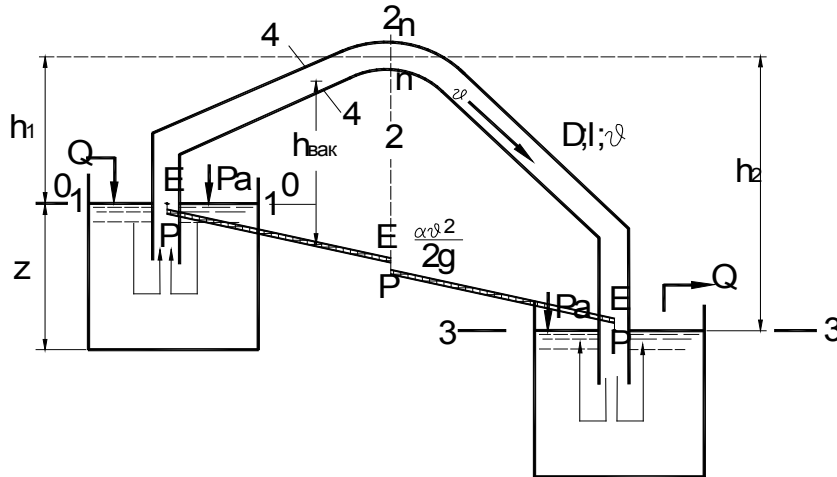


Рисунок 4 – Сифон

Если наметить сечение в наиболее высокой точке сифона (перегибе) n-n и обозначить его превышение над горизонтом жидкости h_1 и h_2 , можно записать уравнения давлений с левой и правой стороны.

Давление в сечении n-n с левой стороны:

$$p_1 = p_a + (-h_1 \gamma) \quad (6.30)$$

с правой стороны

$$p_2 = p_a + (-h_2 \gamma) \quad (6.31)$$

Анализируя параметры формулы, приведенные на рисунке, можно видеть, $p_1 > p_2$. А это значит, что жидкость будет двигаться с лева на право.

Используя уравнение Бернулли, можно показать, что величина вакуума в сечении n-n может быть рассчитана по формуле:

$$h_{(вак), макс} = p_1 + (1 + \xi_1) \frac{v^2}{2g} \dots \quad (6.32)$$

При большой величине вакуума, струя жидкости может быть разорвана и сифон перестанет работать.

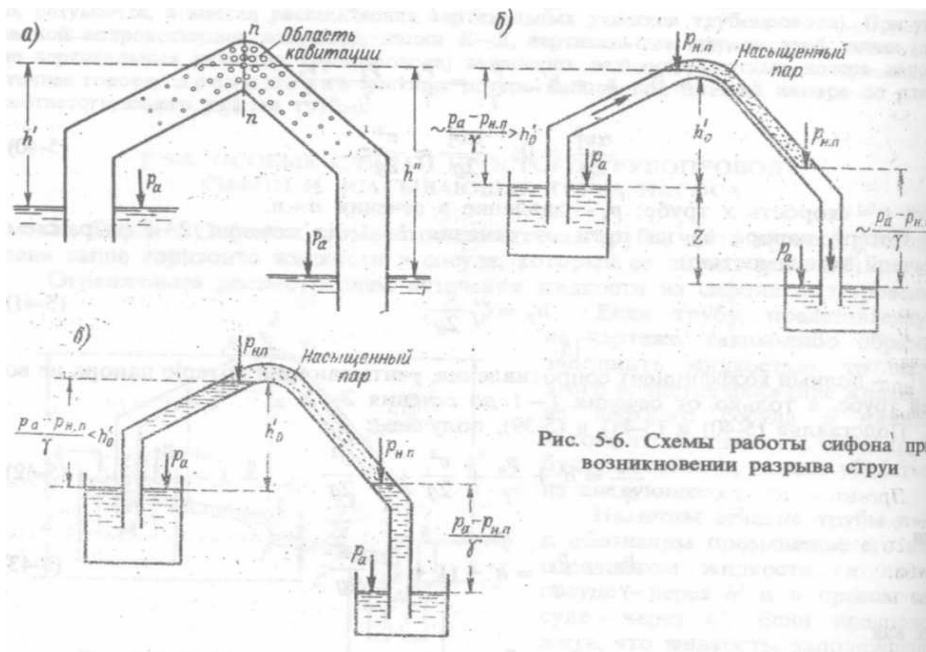


Рис. 5-6. Схемы работы сифона при возникновении разрыва струи

Рисунок 5 – Схема работы сифона при разрыве струи

Как пример можно привести условия работы трубы –регулятора. Формирование пьезометрической и напорной линии происходит по сложной схеме, так как формируются зоны избыточного и вакуумметрического давления.

В условиях пульсации потока имеет место пульсационный вакуум, который накладывается на осредненный вакуум. Последний еще называют мгновенным вакуумом. Из сказанного ясно, что мгновенный вакуум может значительно превосходить величину вакуума, вычисленного по формуле (6,32). Следовательно можно утверждать, что кавитация в сифоне наступит раньше чем осредненное давление в наивысшей точке сифона достигнет давления насыщенных паров (см. рис.5)

Всасывающая труба насоса. Всасывающей трубой насоса называется труба, по которой насос засасывает жидкость из бассейна (аванкамеры). Эта труба, так же как и сифон характеризуется наличием вакуума.

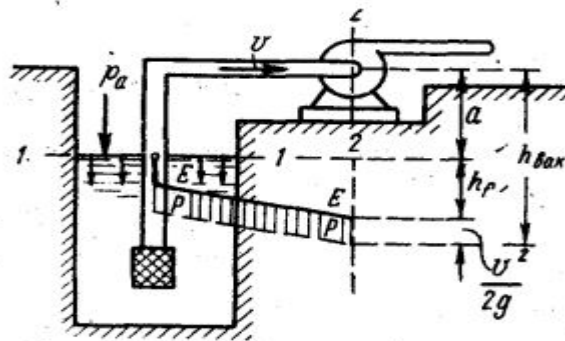


Рисунок 6 – К расчету вакуума во всасывающей трубе насоса

Наибольшая величина вакуума буде непосредственно перед насосом, а точнее перед рабочим колесом. Такой вакуум можно найти используя уравнение Бернулли или используя формулу , подставив вместо (p_1) величину (a), означающую превышение оси насоса над горизонтом жидкости, а вместо местных потерь всасывающего колена сифона - местные потери всасывающей трубы насоса. Тогда получим:

$$h_{(вак)нас.} = a + (1 + \xi) \frac{v^2}{2g}. \quad (6.33)$$

где $h_{(вак)нас.}$ - вакуум перед рабочим колесом насоса.

Различные типы насосов допускают различную высоту вакуума. Как правило, его величина должна быть в пределах 4,-6.5 м.в.ст.

Вопрос 6. Напоминаем, что в длинных трубопроводах местными потерями пренебрегаем, а линии Р-Р и Е-Е совпадают.

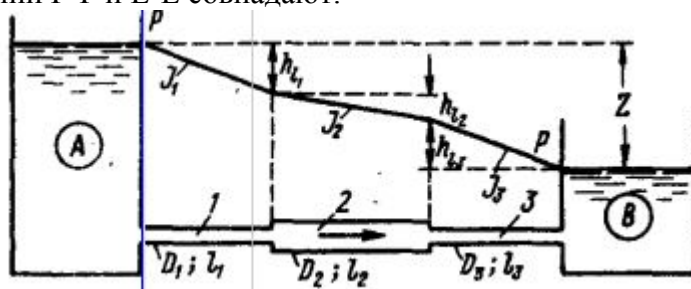


Рисунок 7 – Простой длинный трубопровод переменного сечения

Рассмотрим расчет длинного трубопровода при истечении жидкости под уровень. Пьезометрическая и напорная линии принимают вид, показанный на рисунке. Разность горизонтов жидкости Z в сосудах А и В равна потере напора

$$Z = h_{l1} + h_{l2} + hl_3 \quad (6.34)$$

где h_{l1}, h_{l2}, h_{l3} - потери напора соответственно на участках 1, 2,3 труб.

Мы помним, что для турбулентного установившегося движения для длинных трубопроводов потери напора можно выразить через модули расхода.

Тогда выражение (35) перепишем в виде:

$$Z = \frac{Q^2}{K_1^2} l_1 + \frac{Q^2}{K_2^2} l_2 + \frac{Q^2}{K_3^2} l_3 \quad (6.35)$$

где K_1, K_2, K_3 - модули расходов для 1,2,3 труб,

l_1, l_2, l_3 - длины этих труб.

Выражение (36) можно преобразовать и представить в более удобном виде:

$$Z = Q^2 \sum \frac{l}{K^2}; \quad (6.36)$$

Из данной формулы можно получить выражение для определения расхода.

$$Q = \sqrt{\frac{Z}{\sum \frac{l}{K^2}}}; \quad (6.37)$$

Это есть искомое выражение для расчета длинных трубопроводов при истечении под уровень.

Задачи другого технического содержания, например, свободное истечение в атмосферу, решаются по той же методике, но расчетные выражения имеем другие.

Вопрос 7. Последовательное и параллельное соединение труб.

В зависимости от конкретных производственных условий трубы водопровода, канализации могут быть соединены последовательно, параллельно и как наиболее часто случается по смешанной схеме.

Последовательное соединение. В этом случае потери напора от сечения А до сечения В суммируются. Частным случаем является простой длинный трубопровод переменного сечения.

$$(h_l)_{AB} = h_{l1} + h_{l2} + hl_3 \quad (6.38)$$

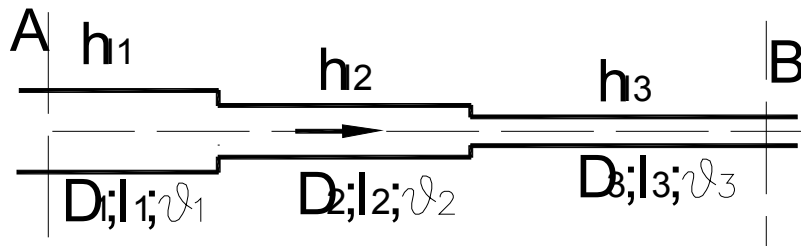


Рисунок 8 – Последовательное соединение трубопроводов
 Параллельное соединение. Потери напора при параллельном соединении не суммируются. Рассмотрим схему, приведенную на рисунке 9.

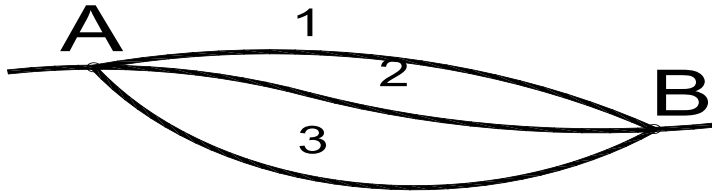


Рисунок 9 – Параллельное соединение труб

К узлу А и от узла В подходит и отходит один трубопровод. Поэтому уровень воды в этих точках определяется показаниями пьезометра, установленного в них. Эти показания является общим для всех ответвляющихся или входящих трубопроводов, как это показано на расчетной схеме.

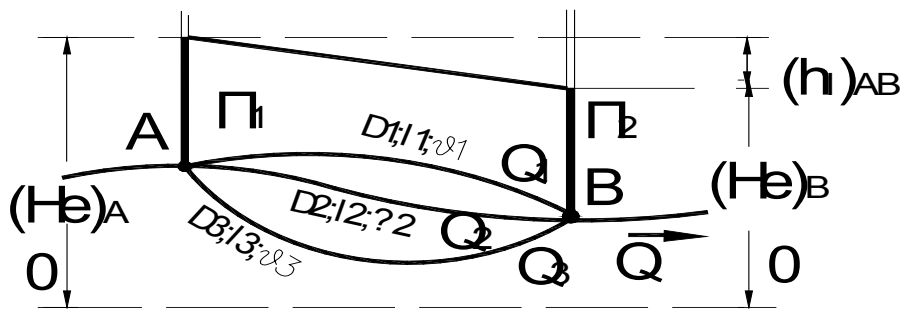


Рисунок 10 – К расчету параллельного соединения трубопроводов
 Потеря напора от узла А к узлу В будет равна:

$$(h_l)_{AB} = (H_e)_A - (H_e)_B \quad (6.39)$$

где $(H_e)_A \dots (H_e)_B$ - напоры соответственно в точках А и В.

Если оценивать потери напора по различным ветвям трубопровода то получим, что

$$\begin{aligned} (h_l)_1 &= (H_e)_A - (H_e)_B \\ (h_l)_2 &= (H_e)_A - (H_e)_B \\ (h_l)_3 &= (H_e)_A - (H_e)_B \end{aligned} \quad (6.40)$$

Как видим, потери напора во всех трубопроводах одинаковы. Тогда правомерна запись:

$$(h_l) = \frac{Q^2}{K^2} l. \quad (6.41)$$

Применительно к расчетной схеме

$$(h_l)_{AB} = \frac{Q_1^2}{K_1^2} l_1 = \frac{Q_2^2}{K_2^2} l_2 = \frac{Q_3^2}{K_3^2} l_3; \quad (6.42)$$

Таким образом

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= K_1 \sqrt{\frac{(h_l)_{AB}}{l_1}}; \\
 Q_2 &= K_2 \sqrt{\frac{(h_l)_{AB}}{l_2}}; \\
 Q_3 &= K_3 \sqrt{\frac{(h_l)_{AB}}{l_3}};
 \end{aligned}
 \tag{6.43}$$

Надо помнить, что модульные коэффициенты и расходы по ветвям разные и, что общий расход равен сумме расходов по ветвям.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Тогда правомерно записать, что

$$Q = K_1 \sqrt{\frac{(h_l)_{AB}}{l_1}} + K_2 \sqrt{\frac{(h_l)_{AB}}{l_2}} + K_3 \sqrt{\frac{(h_l)_{AB}}{l_3}}, \tag{6.44}$$

или

$$Q = \sqrt{(h_l)_{AB}} \sum \frac{K}{\sqrt{l}}, \tag{6.45}$$

или

$$(h_l)_{AB} = \frac{Q^2}{\sum \frac{K}{\sqrt{l}}} \tag{6.46}$$

Приведенные зависимости (6.45), (6.46) позволяют решать конкретные технические задачи.

Вопрос 8. Ранее рассматривались задачи, в условии которых оговаривалось постоянство расхода. Однако такие ситуации являются крайне редкими, как правило, имеются потребители, которые производят отбор воды из транзитного потока. Примером является уличный трубопровод городской или сельской сети водоснабжения.

На рисунке представлена условная схема трубопровода с переменным расходом по длине.

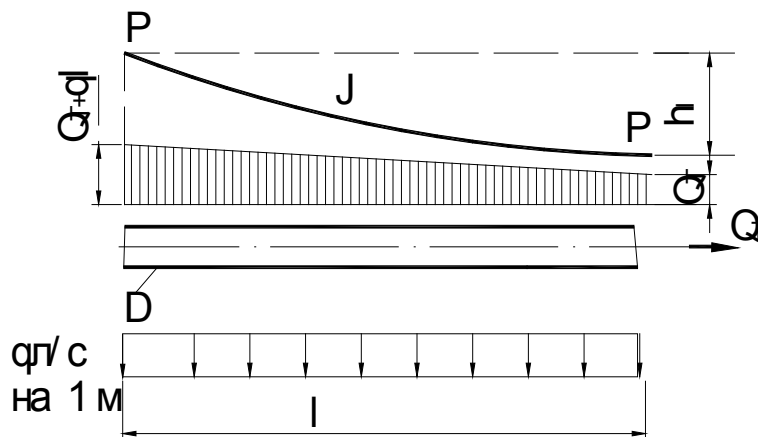


Рисунок 11 – Трубопровод с переменным расходом по длине

Потери по длине такого вида трубопровода рассчитывают по формуле:

$$h_l = \frac{Q_{расч}^2}{K^2} l, \tag{6.47}$$

где $Q_{расч}$ - расчетный расход, определяемый по формуле

$$Q_{расч} = Q_T + 0.55ql. \tag{6.48}$$

где Q_t, q - транзитный расход и удельный расход отбора.

Вопрос 9. Расчет сложного трубопровода

Сложным называется трубопровод, у которого есть потребители по трассе, т.е. есть ответвления.

На рис. 12 представлен сложный незамкнутый тупиковый водопровод.

Проектирование данной водопроводной сети определяется исходными условиями и может развиваться по двум направлениям:

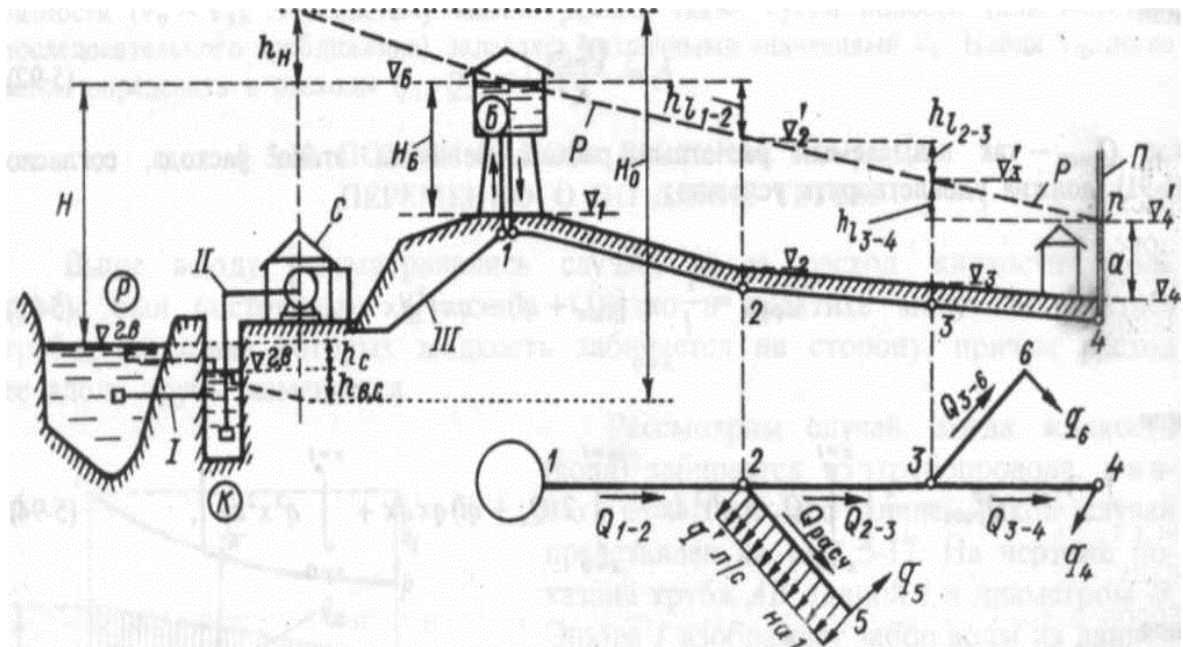


Рисунок 12 – Тупиковая (незамкнутая) водопроводная сеть P — река (источник водоснабжения), К — береговой колодец, С — насосная станция, Б — водонапорная башня, / — самотечная труба, // — всасывающая труба, /// — напорная труба, 1 — 2 — 3 — 4 - магистраль, 2 — 5 и 3 — 6 — ответвления.

- когда высотное положение водонапорного бака не задано;
- когда высотное положение водонапорного бака задано.

Рассмотрим первый случай.

В качестве исходных данных должны быть:

длины отдельных участков труб и их плановое расположение;

расчетные расходы воды в точках водозабора q_4, q_5, q_6 и распределительный расход q' ;

требуемый напор в конечных точках водозабора $\nabla'_4, \nabla'_5, \nabla'_6$ (определяется по показаниям пьезометров в них) .

В результате гидравлического расчета требуется определить отметку горизонта воды в водонапорной башне(баке), диаметры отдельных участков и ответвлений.

Порядок расчет следующий.

Определяем расчетный расход каждого участка сети. Он должен быть равен сумме расходов, забираемых ниже по течению. Например, для участка 3-4 $Q_{3-4} = \nabla'_4$, а для участка 1-2

$$Q_{1-2} = q_4 + q_5 + q_6 + q' l_{1-2};$$

расчетный расход для участка 2-5 будет равен

$$Q_{2-5} = q_5 + 0.55 q' l_{2-5};$$

Выбираем магистральную линию, как наиболее нагруженную и протяженную из возможных вариантов. В нашем примере 1-2-3-4. После этого переходим непосредственно к расчету.

Расчет магистральной линии 1-2-3-4.

Задаемся для отдельных участков магистрали экономической скоростью v_{je} . Она может быть принята в районе 1,0 м/с., хотя зависит от диаметра, и является справочной величиной.

При заданной скорости на отдельных участках магистрали находим диаметры труб на этих участках по формуле:

$$\omega = \frac{Q}{v_{je}}; \dots D' = \sqrt{\frac{4\omega}{\pi}} = \sqrt{\frac{4Q}{\pi v}}$$

полученное значение D' округляем до ближайшего (большого или меньшего) сортаментного значения D .

По известным диаметру и расходу, для всех участков магистрали, можно определить потери напора по формуле:

$$h_l = \frac{Q^2}{K^2} l$$

Зная потери напора на участках, приступаем к построению пьезометрической линии, причем конечного участка. К заданной отметке ∇'_4 приплюсовываем потери напора h_{3-4} и получаем отметку ∇'_3 . Если к ней приплюсуем потери напора h_{2-3} , то получим отметку ∇'_2 , и таким образом получаем отметки искомой Р-Р для магистрали.

Расчет ответвлений.

Отметки пьезометрической линии магистрали являются отметками начал пьезометрических линий ответвлений. Отметки концов ответвлений заданы в качестве исходных данных. Это позволяет определить потери напора на участках ответвлений как разность этих отметок. Например,

$$h_{3-6} = \nabla'_3 - \nabla'_6$$

Используя формулу (42) находим модуль расхода

$$(K)^2 = Q^2 \frac{1}{h'_l}$$

По соответствующим таблицам справочных данных по известным \hat{E}' находим D' . Полученное значение округляем до ближайшего большего сортаментного значения D .

По найденному значению D определяем модуль K и вычисляем действительные потери напора на данном ответвлении. Округление диаметра в большую сторону позволяет уменьшить потери напора и поднять пьезометрическую линию в конце, т.е. гарантировать необходимый заданный напор.

Второй случай проектирования сложного трубопровода, когда отметка бака не задана, также заключается в определении диаметров труб отдельных участков. В этой ситуации в качестве отметки бака задается общая величина потерь напора от бака до наиболее удаленной точки. Зная общие потери и протяженность магистрали, находят средний пьезометрический уклон, а по нему расходные характеристики участков K . Последние, дают основание по справочникам определить диаметр труб. Из возможных комбинаций диаметров труб мы должны отобрать те из них, которые удовлетворяют условию: $\sum h_l \leq Z$.

Тема 7. Истечение жидкости через отверстия и насадки

Вопросы:

- [1. Истечения из малого отверстия при постоянном напоре в атмосферу. Величина коэффициентов расхода](#)
- [2. Типы сжатия струи. Инверсия струи](#)
- [3. Траектория струи](#)

4. Истечение из малого отверстия под уровень

5. Понятие малого и большого отверстия

6. Типы насадков

7. Истечение жидкости при постоянном напоре. Внешний круглоцилиндрический насадок

8. Истечение жидкости при постоянном напоре. Внутренний круглоцилиндрический насадок

9. Истечение жидкости в атмосферу или под постоянный уровень при переменном напоре

10. Свободные струи

Вопрос 1. На рисунке представлена расчетная схема истечения жидкости при постоянном напоре в атмосферу.

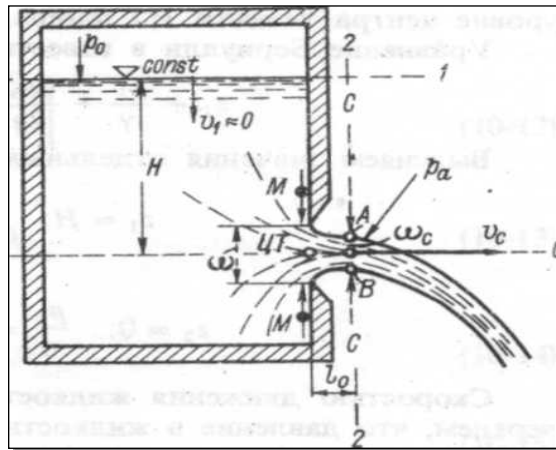


Рисунок 1 – Истечение жидкости из малого отверстия в атмосферу

Расчетные параметры представлены на рисунке. Как видно из рисунка струя жидкости на выходе из отверстия резко сжимается на протяжении до сечения С-С. Этот процесс обусловлен силой инерции частиц жидкости, движущихся по криволинейным траекториям. По логике струя должна и дальше сжиматься в связи с увеличением скорости. До сечения С-С имеем резко изменяющееся движение, после сечения я С-С – плавно изменяющееся движение. Сечение С-С является первым, для которого можно применить уравнение Бернулли. В сжатом сечении линии тока параллельны друг другу, скорости распределяются равномерно. Эпюра скоростей по линии АВ близка к прямоугольнику.

Если отверстие круглое, то расстояние от внутренней стенки до сжатого сечения примерно равно половине диаметра отверстия.

$$l_0 = 0.5D \quad (7.1)$$

Введем обозначение :

$$\frac{\omega_c}{\omega} = \varepsilon \quad (7.2)$$

где ε называется коэффициентом сжатия струи.

найдем среднюю скорость в сжатом сечении С-С и расход жидкости. Для этого используем уравнение Бернулли. Плоскость сравнения 0-0 и сечения 1-1 и 2-2 показаны на рисунке. Уравнение Бернулли запишем в классическом виде:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_f; \quad (7.3)$$

Значения параметров, входящих в уравнение в нашем случае равны:

$$z_1 = H; \dots \frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_0}{\gamma}; \dots \frac{\alpha v_1^2}{2g}$$

$$z_2 = 0; \dots \frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_a}{\gamma}; \dots \frac{\alpha v_2^2}{2g} \approx \frac{v_2^2}{2g} = \frac{v_c^2}{2g}$$
(7.4)

Скоростью движения воды в сосуде пренебрегаем. Давление жидкости в сечении С-С равно атмосферному. Величину потерь от сечения 1-1 до сечения 2-2 представим в виде

$$h_f = \xi \frac{v_c^2}{2g}$$
(7.5)

Подставляя полученные значения в уравнение Бернулли, получим

$$H + \frac{P_0}{\gamma} = \frac{P_a}{\gamma} + \frac{v_c^2}{2g} + \xi_f \frac{v_c^2}{2g};$$
(7.6)

Обозначим

$$H + \left(\frac{P_0}{\gamma} - \frac{P_a}{\gamma} \right) = He$$
(7.7)

Тогда имеем

$$He = (1 + \xi) \frac{v_c^2}{2g}$$
(7.8)

Откуда

$$v_c = \sqrt{\frac{1}{1 + \xi}} \sqrt{2gHe}$$
(7.9)

или

$$v_c = \varphi \sqrt{2gHe}$$
(7.10)

где

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{1 + \xi}};$$
(7.11)

коэффициент φ называется коэффициентом скорости.

В частном случае, когда сосуд открыт $He = H$, тогда получим

$$v_c = \varphi \sqrt{2gH}$$
(7.12)

Эта формула называется формулой Торричели.

Зная скорость в сжатом сечении, можно рассчитать расход.

Из уравнения неразрывности

$$Q = \omega_c v_c = \omega_c \varphi \sqrt{2gH} = \omega \frac{\omega_c}{\omega} \varphi \sqrt{2gH} = \varepsilon \varphi \omega \sqrt{2gH}.$$
(7.13)

или

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH}.$$
(7.14)

где $\mu = \varepsilon \varphi$ - коэффициент расхода отверстия.

Вопрос 2. Типы сжатия струи.

На степень сжатия струи оказывают влияние ограничивающие сосуд стенки. В зависимости от удаленности отверстия от стенок различают:

- совершенное сжатие;
- несовершенное сжатие;
- неполное сжатие.

Совершенным сжатием называется сжатие, возникающее, когда боковые стенки и дно сосуда не оказывают влияние на степень сжатия струи. Такое сжатие имеет место, когда отверстие располагается достаточно далеко от ограничивающих стенок и удовлетворяются условия:

$$m > 3a; \quad n > 3a,$$

где a – длина одной стороны квадратного отверстия;

m – расстояние от отверстия до боковой стенки;

n – расстояние от отверстия до дна сосуда.

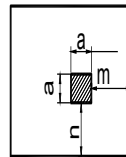


Рисунок 2 – К вопросу совершенного или несовершенного сжатия струи

Для случая совершенного сжатия имеем следующие средние числовые значения коэффициентов, найденные опытным путем:

$$\varepsilon = 0,63; \dots \xi = 0,06; \dots \varphi = 0,97; \dots \mu_0 = 0,62.$$

Несовершенное сжатие получается при несоблюдении вышеназванных условий, т.е. когда отверстие близко расположено к стенке. В случае отверстий одинаковой формы и одинаковых размеров площадь сжатого сечения при несовершенном сжатии $\omega_{н.сов} \cdot f < \omega_{сов}$. Значения коэффициентов в этом случае несколько выше.

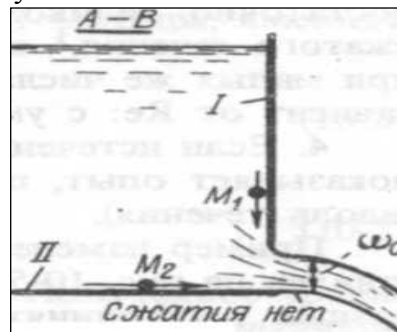


Рисунок 3 – Пример неполного сжатия

Неполное сжатие получается одно из значений m или n равно нулю. Значения коэффициентов в этом случае еще выше. Соответственно скорости истечения и расходы также будут выше для несовершенного неполного сжатия по отношению к совершенному.

В силу того, что скорости подхода жидкости к отверстию оказываются разными, имеет место искривление формы струи по отношению к форме отверстия. Это явление называется инверсией струи. Например, при квадратном отверстии струя принимает крестообразную форму, как показано на рисунке.

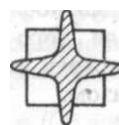


Рисунок 7.4 – Инверсия струи

Вопрос 3. Траекторией струи называют ось струи жидкости, свободно падающей после истечения из отверстия.

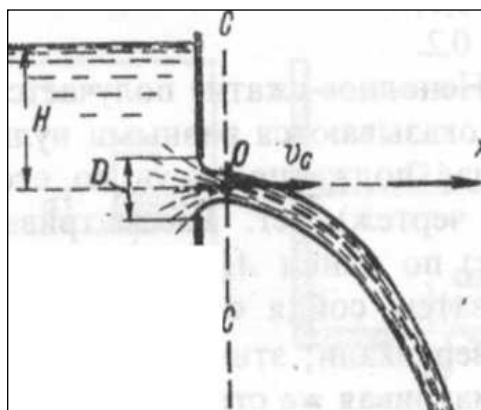


Рисунок 5 – Траектория струи

Выберем сжатое сечение C-C на расстоянии l_0 . В центре O этого сечения как показано на рисунке расположим оси координат x и z. Координаты по оси X и оси могут меняться по уравнениям:

$$z = \frac{gt^2}{2} \quad (7.15)$$

$$x = v_c t; \quad (7.16)$$

Выразив время t из уравнения (7.16)

$$t = \frac{x}{v_c}; \quad (7.17)$$

и подставив уравнение (7.15) получим

$$z = \frac{gx^2}{2v_c^2}. \quad (7.18)$$

Задавая значения X, определяют значение Z.

Скорость в сжатом сечении определяют по формуле Торричели.

Вопрос 4. Истечение из малого отверстия под уровень.

Истечение жидкости под уровень через отверстие предполагает переток жидкости из одной емкости в другую через затопленное отверстие как показано на рисунке 7.6.

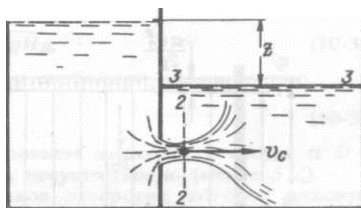


Рисунок 6 – Истечение жидкости через затопленное отверстие под уровень

Разность уровней в емкостях обозначена

через Z. Выбрав сечения 1-1 и 2-2 и объединив их уравнение м Бернулли, получим

$$h_f = Z = \xi \frac{v_c^2}{2g} = (\xi_{1-2} + \xi_{2-3}) \frac{v_c^2}{2g} = (\xi_{1-2} + 1) \frac{v_c^2}{2g} \quad (7.19)$$

где ξ_{1-2} - коэффициент сопротивления от сечения 1-1 до 2-2;

ξ_{2-3} - то же от сечения 2-2 до сечения 3-3 (резкое расширение, $\xi_{2-3} = 1,0$).

Формулу для определения расхода получаем ту же, что и для иссечения в атмосферу, только вместо величины H входит разность уровней Z жидкости в емкостях.

$$Q = \mu_0 \omega \sqrt{2gZ} \quad (7.20)$$

Вопрос 5. При истечении жидкости из сосуда через боковое или донное отверстие вся жидкость приходит в движение. Причем движение может быть безвихревое, т.е. параллельно-струйное или вихревое.

На рисунке 7.7 показано схематичное движение жидкости в сосуде. Если обозначить скорость подхода через v_0 , то полный напор относительно плоскости сравнения можно записать в следующем виде:

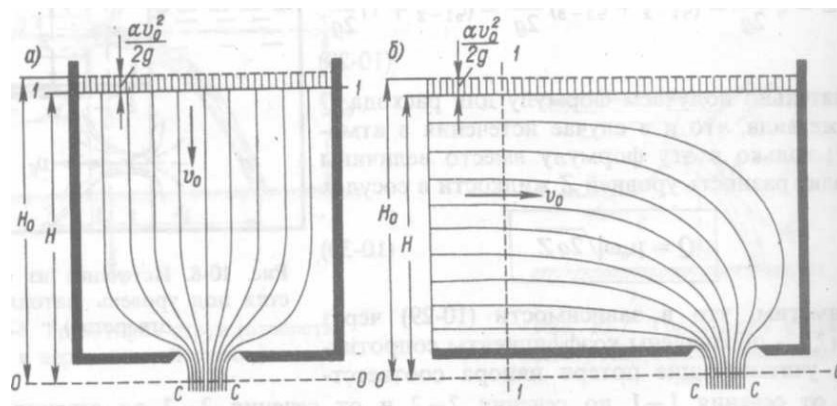


Рисунок 7 – Движение жидкости в сосуде

$$H_{e1} = H + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = H_0 \quad (7.21)$$

Чтобы учесть скорость подхода в формуле для определения расхода при иссечении из отверстий следует вместо H ввести полный напор H_0 . Поэтому получим формулу

$$Q = \mu_0 \omega \sqrt{2gH_0} \quad (7.22)$$

Скоростью подхода можно пренебречь, если отношение площади стенки сосуда к площади отверстия больше четырех, т.е. $\Omega \div \omega > 4$

Скорости истечения жидкости (u) в верхней части отверстия и нижней несколько отличаются в силу разного заглубления этих точек под уровень жидкости в сосуде.

Малым отверстием принято называть такое отверстие, которое удовлетворяет двум условиям:

скорость подхода v_0 пренебрежительно мала;

скорости истечения жидкости (u) в верхней части отверстия и нижней приблизительно равны друг другу.

Большими называют отверстия, не удовлетворяющие двум или одному из указанных условий.

Вопрос 6. Истечение жидкости из насадков при постоянном напоре.

Насадком называется весьма короткая напорная труба, при гидравлическом расчете которой учитываются только местные потери напора.

Различают следующие основные типы насадков: внешний цилиндрический насадок, (насадок Вентури), внутренний цилиндрический насадок (насадок Борда), конические насадки сходящиеся и расходящиеся, коноидальные насадки (повторяющие форму струи).

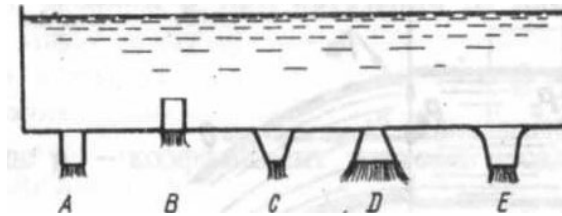


Рисунок 7.8 – Типы насадков

Истечение жидкости из насадков при постоянном напоре может быть в исполнениях: в атмосферу и под уровень.

Вопрос 7. Истечение жидкости при постоянном напоре. Внешний круглоцилиндрический насадок.

При истечении жидкости в атмосферу в выходном сечении действует, как показано на рисунке, атмосферное давление. Сжатие струи на выходе отсутствует. В сжатом сечении мы наблюдаем водоворотную, вальцовую

область. Эта область характеризуется наличием вакуума. Его максимальное значение в сечении С-С. Соединяя сечения 1-1 и В-В уравнением Бернулли,

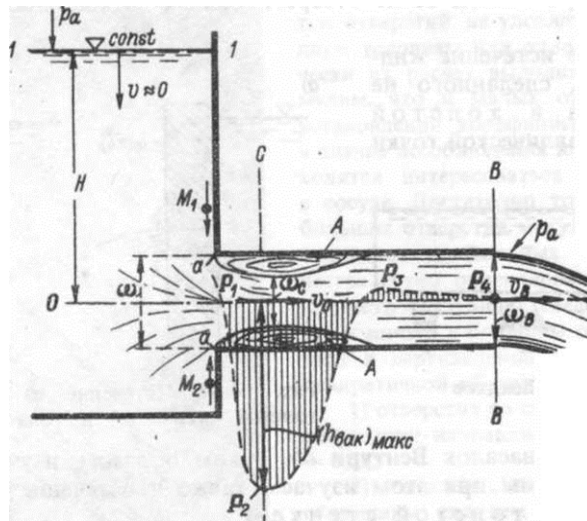


Рисунок 7.9 – Насадок

получаем следующие расчетные формулы:

при истечении в атмосферу.

$$v_6 = \varphi \sqrt{2gH}, \quad (7.23)$$

где v_6 - скорость в выходном сечении В-В;

H - напор, превышение свободной поверхности жидкости над осью насадка;

φ - коэффициент скорости.

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{1 + (\xi_{нас})_a}}; \quad (7.24)$$

причем $(\xi_{нас})_a$ - коэффициент сопротивления в формуле

$$h_{1-B} = (\xi_{нас})_a \frac{v_6^2}{2g}, \quad (7.25)$$

где h_{1-B} - потеря напора в насадке.

Расход Q при истечении из насадка определяют по формуле

$$Q = \mu_n \omega \sqrt{2gH}, \quad (7.26)$$

где μ_n - коэффициент расхода насадка.

$\mu_n = \varepsilon_B \varphi = \varphi$, так как для насадка коэффициент сжатия, отнесенный к сечению В-В равен 1,0

$$\varepsilon_B = \frac{\omega_B}{\omega} = 1,0$$

при истечении под уровень

$$v_s = \varphi \sqrt{2gZ}, \quad (7.27)$$

$$Q = \mu_n \omega \sqrt{2gZ}, \quad (7.28)$$

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{1 + (\xi_{нас})_a}}; \quad (7.29)$$

Численные значения коэффициентов:

$$\varepsilon_B = 1,0 \dots \varepsilon_c = 0,63 - 0,64; \dots (\xi_{нас})_a = \xi_{вх} = 0,5; \dots \varphi = 0,82$$

Вопрос 8. Истечение жидкости при постоянном напоре. Внутренний круглоцилиндрический насадок.

Внутренний круглоцилиндрический насадок представлен на рис.10

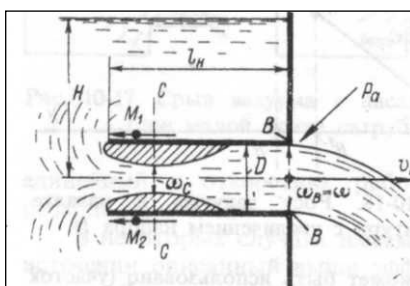


Рисунок 10 – Внутренний цилиндрический насадок (насадок Борда)

Как и насадок Вентури он применяется для ускорения истечения жидкости из отверстий.

Расчетные зависимости для данного насадка являются такими же, как и для Вентури.

$$v_s = \varphi \sqrt{2gH}, \quad (7.30)$$

$$Q = \mu_n \omega \sqrt{2gH} \quad (7.31)$$

Коэффициенты несколько ниже и имеют следующие значения

$$\varepsilon_s = 1,0 \dots \varepsilon_c = 0,5; \dots \xi_{нас} = \xi_{вх} = 1,0; \dots \varphi = 0,71$$

Вопрос 9. Истечение жидкости в атмосферу или под постоянный уровень при переменном напоре.

Расчетная схема и принятые обозначения представлены на рисунке 11.

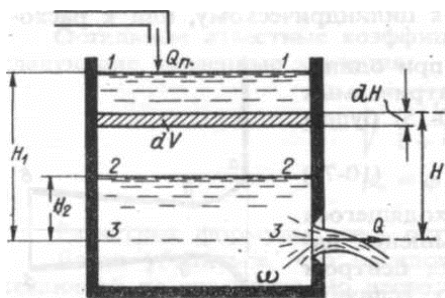


Рисунок 11 – Истечение жидкости в атмосферу при переменном напоре

Обозначим площадь горизонтального сечения сосуда через Ω .

Очевидно, что $\Omega = f(H)$.

Расход жидкости вытекающий через отверстие (или насадок)

$$Q = \mu_o \omega \sqrt{2gH} = f_2(H); \quad (7.32)$$

Расход, поступающий в сосуд может меняться во времени, т.е. $Q_i = f(t)$. Ограничимся $Q_n = const$.

Рассмотрим случай, когда $Q_i \neq Q$. Поверхность жидкости в сосуде опустится с уровня 1-1 до уровня 2-2 за некий бесконечной малый отрезок времени dt .

Объем вытекшей жидкости за это время составит

$$Qdt = \mu_o \omega \sqrt{2gH} dt. \quad (7.33)$$

За это время поступит воды $Q_i dt$. (7.34)

Изменение объема жидкости в сосуде можно выразить двумя уравнениями:

1-е
$$dV = Q_n dt - \mu_o \omega \sqrt{2gH} dt. \quad (7.35)$$

2-е
$$dV = \Omega dH. \quad (7.36)$$

Приравняем 1-е и 2-е уравнения

$$Q_n dt - \mu_o \omega \sqrt{2gH} dt = \Omega dH. \quad (7.37)$$

Выразим время наполнения (слива)

$$dt = \frac{\Omega}{Q_n - \mu_o \omega \sqrt{2gH}} dH. \quad (7.38)$$

Интегрируя в пределах от H_1 до H_2 получим искомое время:

$$t = \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega}{Q_n - \mu_o \omega \sqrt{2gH}} dH = \int_{H_2}^{H_1} \frac{\Omega}{\mu_o \omega \sqrt{2gH} - Q_n} dH. \quad (7.39)$$

В частном случае, когда $Q_n = 0$ и $\Omega = const$ уравнение упрощается и примет вид:

$$t = \frac{\Omega}{\mu_o \omega \sqrt{2gH}} \int_{H_2}^{H_1} \frac{dH}{\sqrt{H}} = 2 \frac{\Omega}{\mu_o \omega \sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}) \quad (7.40)$$

Вопрос 10. Свободной струей называется поток не ограниченный твердыми стенками.

Различают затопленные и незатопленные свободные струи.

Затопленной свободной струей называется струя, окруженная жидкостью. Примером может быть струя гидромонитора, или струя для взмучивания наносов, струя винта парохода.

На рис. 7.12 представлена схема затопленной свободной струи.

Как видно из рисунка, струя, попадая в массу жидкости, постепенно расширяется и растворяется в жидкости. Рассматривая такую струю можно видеть границу или поверхность раздела, которая отделяет струю от окружающей жидкости.

Начало струи совпадает с выходным сечением трубы или насадка. Выходное сечение струи называют начальным сечением. От начального сечения до переходного сечения

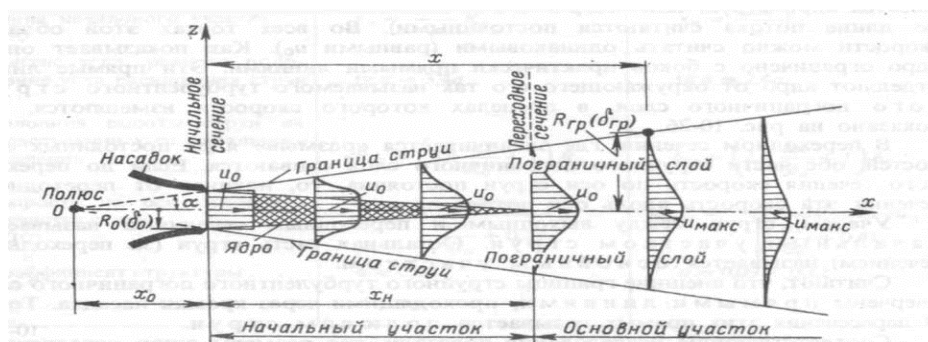


Рисунок 12 – Схема свободной турбулентной струи

(начальный участок) имеется ядро струи, которое характеризуется постоянством скорости. Эпюра скоростного потока уполаживается, но скорость ядра остается практически постоянной.

После переходного сечения начинается основной участок. Гашение энергии струи за счет увеличивающегося конуса происходит более активно, эпюра скорости уполаживается активно.

Считается, что внешние границы турбулентного пограничного слоя очерчены прямыми линиями. Точка O их пересечения называется полюсом струи.

Незатопленная свободная струя представлена на рисунке 13

Незатопленной струей называется струя, окруженная газом, в частности воздушной средой.

Как следует из рисунка, струя включает компактную часть, частично раздробленную и



Рисунок 7.13 – Схема незатопленной свободной струи T — труба

распыленную часть. В пределах компактной части сохраняется форма насадка, сплошность движения не нарушена.

В пределах частично раздробленной части сплошность струи нарушается, она насыщается воздухом и постепенно расширяется. В пределах распыленной части происходит распад потока на отдельные части (капельки).

В практике предъявляются различные требования к струям разного назначения.

Например, при орошении струя должна иметь достаточно развитую распыленную часть, пожарная струя большой радиус и ударную силу ит.д. Соответственно для каждой из видов струй существуют свои нормы проектирования.

Тема 8. Равномерное движение жидкости в открытых руслах

Вопросы.

[1. Равномерное безнапорное установившееся движение воды в каналах. Особенности движения воды в каналах.](#)

[2. Основное уравнение и основные зависимости, используемые при расчете канала.](#)

[3. Формулы для определения коэффициента Шези и скоростной характеристики в квадратичной области.](#)

[4. Гидравлические элементы живого сечения потока в канале](#)

[5. Гидравлически наивыгоднейший поперечный профиль трапецидального канала](#)

[6. Основные типы задач по расчету каналов](#)

Вопрос 1. Движение воды в открытых руслах существенно отличается от напорных потоков в трубах.

При напорном движении потока его живое сечение полностью соответствует поперечному сечению трубы. В случае безнапорного движения живое сечение не соответствует поперечному сечению, при этом имеет место наличие свободной поверхности. Свободная поверхность, как правило, граничит с атмосферой. Поэтому по всей ее поверхности давление атмосферное. Движение в открытых руслах происходит в результате наличия геометрического уклона дна, т.е. за счет силы тяжести. Поэтому такие потоки принято называть самоотечными.

Эпюра скоростей в поперечном сечении русла не симметрична. Максимальная скорость наблюдается у свободной поверхности жидкости, тогда как при напорном движении эпюра симметрична.

При равномерном движении жидкости в открытом русле его характеристики остаются постоянными во времени, т.е. постоянна глубина, скорость, площадь поперечного сечения, эпюра скоростей. и.д.

Открытые русла разделяются на естественные и искусственные. Русла рек, ручьев – естественные. К искусственным относят каналы, лотки, гидротехнические тоннели, дренажные трубы, коллекторы и др. Движение жидкости в искусственных руслах происходит при неполном заполнении их поперечного сечения, т.е. в безнапорном режиме.

Искусственные открытые русла являются главным образом призматическими руслами. Призматическим называют прямолинейное русло, форма и размеры которого по длине потока не изменяются.

Равномерное движение в открытых руслах возможно при соблюдении следующих условий:

- расход жидкости в русле постоянен;
- живое сечение потока и глубина не изменяются по длине потока;
- уклон дна и шероховатость стенок постоянны на всей протяженности;
- одновременное выполнение этих условий возможно только в призматических руслах.

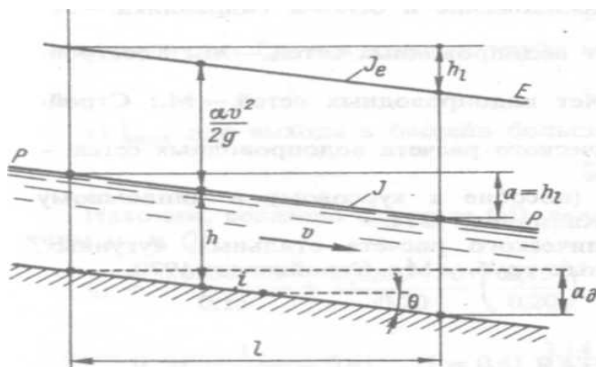


Рисунок 1 – Схема равномерного движения жидкости в призматическом русле

Вопрос 2. Основное уравнение, используемое при расчете каналов, когда уклоны поверхности воды и дна канала совпадают $J_e = J = i = \text{tg}\theta$ имеет вид:

$$Q = \omega v \quad (8.1)$$

Основные зависимости следующие:

$$v = C\sqrt{RI} = C\sqrt{Ri}; \quad (8.2)$$

$$i = \frac{v^2}{C^2 R} \quad (8.3)$$

$$h_1 = il = \frac{v^2}{C^2 R} l \dots (4) \quad (8.4)$$

$$Q = \omega C \sqrt{RI} = C \sqrt{Ri}; \quad (8.5)$$

Вопрос 3. Для определения коэффициента Шези сегодня предложено много эмпирических формул. Наиболее часто применяются:
формула Маннинга

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} \quad (8.6)$$

формула Павловского, для случая когда $R < (3.0-5.0)$

$$C = \frac{1}{n} R^y \quad (8.7)$$

где $y = f(R, n)$

формула Бахметьева и Федорова

$$C = 1/n + 17.72 \log R \quad (8.8)$$

В выше приведенные формулы входит коэффициент шероховатости (n), который определяется по специальным таблицам.

Вопрос 4. Наиболее часто встречаются поперечные сечения каналов, приведенные на рисунке 2.

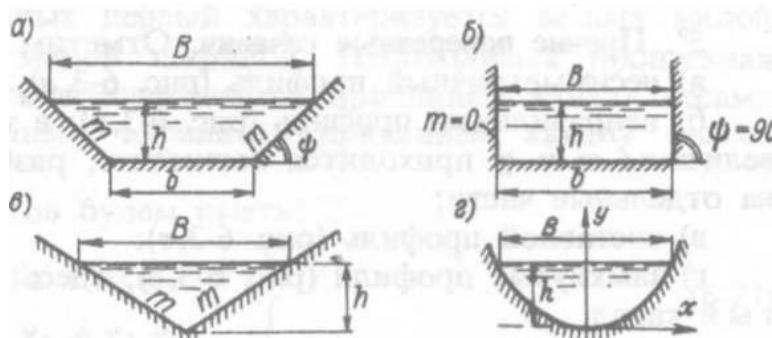


Рисунок 2 – Примеры поперечного сечения каналов

Основные обозначения, принятые при расчете каналов следующие:

- b ширина канала по дну;
- h глубина наполнения канала;
- m коэффициент (заложение) откоса,

$$m = ctg \psi \quad (8.9)$$

где угол ψ - задают исходя из устойчивости грунтов, и принимают по справочным данным.

Ширина потока воды в канале определяется по формуле

$$B = b + 2mh. \quad (8.10)$$

Величину живого сечения и смоченного периметра определяют по формулам

$$\begin{aligned} \omega &= (b + mh)h; \\ \chi &= b + 2h\sqrt{1 + m^2}. \end{aligned} \quad (8.11)$$

По ω, χ вычисляют гидравлический радиус

$$R = \frac{\omega}{\chi} \quad (8.12)$$

Иногда, при расчете каналов, пользуются понятием относительной ширины канала по дну:

$$\beta = b/h. \quad (8.13)$$

Величины ω, χ через β выражаются следующим образом:

$$\omega = h^2(\beta + m) \quad (8.14)$$

$$\chi = h(\beta + 2\sqrt{1+m^2}) \quad (8.15)$$

Прямоугольное поперечное сечение русла.

Здесь

$$B = b \dots m = \text{ctg} 90^\circ = 0;$$

$$\omega = bh; \dots \chi = b + 2h.$$

(8.16)

Встречаются и другие поперечные сечения каналов.

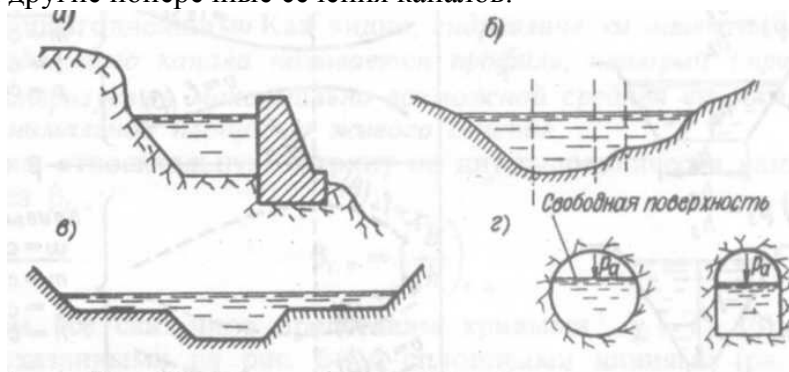


Рисунок 3 – Примеры поперечного сечения каналов

Треугольное поперечное сечение. Здесь

$$b = 0 \dots B = 2mh;$$

$$\omega = mh^2; \dots \chi = 2h\sqrt{1+m^2}.$$

(8.17)

Из рис. 3 можно дать следующие характеристики каналам:

- а) несимметричный профиль;
- б) неправильный профиль;
- в) составной профиль;
- г) замкнутый профиль.

Вопрос 5. Нам по предлагаемым профилям каналов заданы:

- 1) форма поперечного сечения канала – трапецеидальная;
- 2) коэффициент заложения откоса канала $m = m_0$;
- 3) уклон дна канала $i = i_0$;
- 4) коэффициент шероховатости $n = n_0$;
- 5) расход $Q = Q_0$

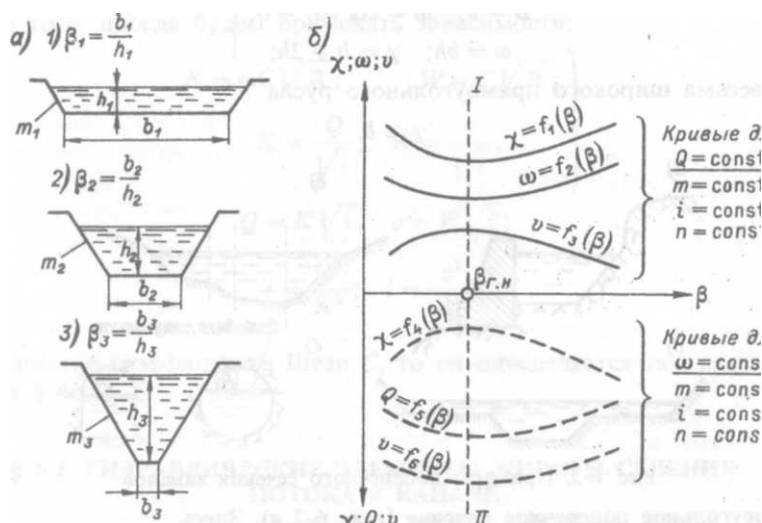


Рисунок 4 – Изменение элементов живого сечения χ, ω, ν, Q с изменением относительной ширины β трапецеидального канала

Предположим, что по данным принятым выше требуется запроектировать поперечный профиль канала, т.е. определить его размеры.

Задача может быть решена многовариантно. Можно запроектировать целый ряд профилей, как показано на рисунке 7.4, которые будут удовлетворять вышеприведенным условиям.

Имеем

$$\begin{aligned} m_1 &= m_2 = m_3 = \dots = m_0 = const; \\ i_1 &= i_2 = i_3 = \dots = i_0 = const; \\ n_1 &= n_2 = n_3 = \dots = n_0 = const; \\ Q_1 &= Q_2 = Q_3 = \dots = Q_0 = const; \end{aligned} \quad (8.18)$$

Для рассматриваемых вариантов будем иметь:

$$\begin{aligned} \beta_1 &\neq \beta_2 \neq \beta_3 \neq \dots; \\ \chi_1 &\neq \chi_2 \neq \chi_3 \neq \dots; \end{aligned} \quad (8.19)$$

Рассматривая рис.4 можно видеть, что первый и третий варианты имеют небольшую площадь трения, которая определяется величиной смоченного периметра, равным b для первого сечения и $2h$ для третьего сечения. Из этого рассуждения можно сделать вывод, что есть такое промежуточное сечение, для которого скорость является максимальной $U = U_{max}$, а площадь поперечного сечения минимальной $\omega = \omega_{min}$. Поперечный профиль, удовлетворяющий этим условиям, и является гидравлически наивыгоднейшим.

Обозначим относительную ширину по дну гидравлически наивыгоднейшего профиля

$$\text{через } \beta_{э.н.} = \left(\frac{b}{h}\right)_{э.н.} \quad (8.20)$$

Все сказанное представим кривыми,

$$\chi = f_1(\beta); \dots \omega = f_2(\beta); \dots \nu = f_3(\beta); \quad (8.21)$$

которые показаны на рис.4. сплошными линиями. Они построены из условия, что расход, заложение откоса, уклон и шероховатость является неизменными.

Дополнительно ниже оси β на данном графике штриховыми линиями покажем функции

$$\chi = f_4(\beta); \dots Q = f_5(\beta); \dots \nu = f_6(\beta). \quad (8.22)$$

Они построены из условия, что живое сечение, заложение откоса, уклон и шероховатость является неизменными, а расход переменным.

Характер этих функций определен на основании решения примера с конкретными данными применительно к нашей задаче.

Вертикаль I-II на рисунке 4 отвечает максимумам и минимумам соответствующих функций, а следовательно и $\beta_{э.н.}$.

Рассматривая сплошные кривые графика, расположенного выше оси β , для определения $\beta_{э.н.}$ можем записать следующую систему двух уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{d\beta} &= 0 \\ \frac{d\chi}{d\beta} &= 0 \end{aligned} \quad (8.23)$$

Подставляя в систему уравнений полученные выражения (8.14) и (8.15) для ω, χ и дифференцируя их получим:

$$\begin{aligned}\frac{d\omega}{d\beta} &= 2h\beta_{\bar{a}.i} \left(\frac{dh}{d\beta}\right)_{\bar{a}.i} + h^2 + 2mh\left(\frac{dh}{d\beta}\right)_{\bar{a}.i} = 0. \\ \frac{d\chi}{d\beta} &= \beta_{\bar{a}.i} \left(\frac{dh}{d\beta}\right)_{\bar{a}.i} + h + 2\sqrt{1+m^2} \left(\frac{dh}{d\beta}\right)_{\bar{a}.i} = 0.\end{aligned}\quad (8.24)$$

Решая эту систему уравнений находим:

$$\beta_{z.n.} = \left(\frac{b}{h}\right)_{z.n.} = 2(\sqrt{1+m^2} - m) \quad (8.25)$$

Полученное выражение $\beta_{z.n.}$ относится к живому сечению потока жидкости, но не к поперечному сечению русла. Гидравлически наиболее выгодные каналы получаются относительно глубокими. Их сложно отрывать экскаваторами, а еще сложнее эксплуатировать. Представьте окашивание канала с чрезвычайно крутыми откосами. В связи с этим вводят понятие практически наиболее выгодной величины, ее обозначают $\beta_{z.n.}^0$. В этом случае поперечное сечение канала увеличивают на 3-5% относительно минимального ω_{min} , соответствующего $\beta_{z.n.}$. Для увеличенной площади поперечного сечения (см. график) значение β становится большим, а каналы практически реализуемой глубины.

Величина $\beta_{z.n.}^0$ может принимать значения, лежащее в пределах

$$\beta_{z.n.} \leq \beta_{z.n.}^0 \leq (\beta_{z.n.})_{пред} \quad (8.26)$$

где $(\beta_{z.n.})_{пред} = 2,5 + \frac{m}{2}$

Вопрос 6. Основные типы задач по расчету каналов

Задача 1. В число заданных величин входят ширина по дну (b), глубина канала (h) и заложение откоса (m), уклон канала (i), коэффициент шероховатости (n). Требуется найти расход Q .

Алгоритм решения задачи.

1. Расход определяем по формуле (8.1) равномерного движения

$$Q = \omega v$$

2. Так как все геометрические параметры канала заданы, то находим площадь поперечного сечения и смоченный периметр по формулам

$$\omega = (b + mh)h;$$

$$\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2}.$$

3. Скорость найдем по формуле Шези

$$v = C\sqrt{RI} = C\sqrt{Ri};$$

4. Гидравлический радиус найдем по формуле,

$$R = \frac{\omega}{\chi}$$

5. а например, по формуле (8.8) находим коэффициент Шези C

$$C = 1/n + 17.72 \log R$$

Полученные значения подставим в формулу 1 и найдем расход.

Задача 2. Заданы все размеры живого сечения (b, h, m) n и Q . Требуется найти шестую величину - уклон i . Задача не является характерной для проектирования мелиоративных систем, так как уклоны дрен и коллекторов всегда принимаются как заданные по нормам проектирования. Для проектирования ГТС эта задача является актуальной, так как приходится обеспечивать пропуск заданных расходов через различного типа сооружения (водосбросы, водоспуски, водовыпуски) в граничных условиях, например сроках.

Алгоритм решения задачи.

1. Как и при решении первой задачи находим величины ω, χ, R, C .
2. При известном расходе и найденной площади живого сечения канала находим скорость воды в канале по формуле (1).
 $Q = \omega v \dots (1)$
3. Используя формулу Шези находим уклон дна канала (сооружения) i .

$$i = \frac{v^2}{C^2 R};$$

Задача 3. Живое сечение канала не задано, в число искомых величин входит ширина канала по дну (b) и глубина его наполнения h .

Даны (b, m) n, Q, i Требуется найти глубину наполнения h .

Алгоритм решения задачи.

- 1) находим модуль расхода, которым должен характеризоваться рассчитываемый канал. Обозначим его K_x . Очевидно,

$$K_x = \frac{Q}{\sqrt{i}};$$

- 2) составляем таблицу по форме 1, в которой задаемся рядом значений h , и для каждого h вычисляем соответствующий модуль расхода K ;
- 3) по 1-ой и 10-ой строке таблицы строим график $K=f(h)$;
- 4) по этому графику, зная K_x , находим необходимое значение h .

Задача 4. Даны (h, m) n, Q, i Требуется найти ширину канала по дну.

Алгоритм решения задачи.

- 1) находим модуль расхода, которым должен характеризоваться рассчитываемый канал. Обозначим его K_x . Очевидно,

$$K_x = \frac{Q}{\sqrt{i}};$$

- 2) составляем таблицу по форме 2, в которой задаемся рядом значений b и для каждого из них вычисляем модуль расхода K ;
- 3) по 1-ой и 8-ой строке строим график $K=f(b)$;

4) по требуемому K_x определяем b .

Подобным образом решаются и другие типы задач.

Тема 9. Установившееся неравномерное плавно изменяющееся движение жидкости в открытых руслах.

Вопросы.

1. Основные понятия и определения при характеристике неравномерного плавно изменяющегося движения воды в открытых руслах

2. Четыре вспомогательных понятия: удельная энергия сечения, критическая глубина, нормальная глубина, критический уклон

3. Спокойное, бурное, и критическое состояние потока

4. Исследование форм свободной поверхности потока

5. Построение кривых свободной поверхности потока

Вопрос 1. Будем рассматривать турбулентное плавно изменяющееся движение воды, относящееся к квадратичной области сопротивления. Такая форма движения воды в канале представлена на рис. 1.

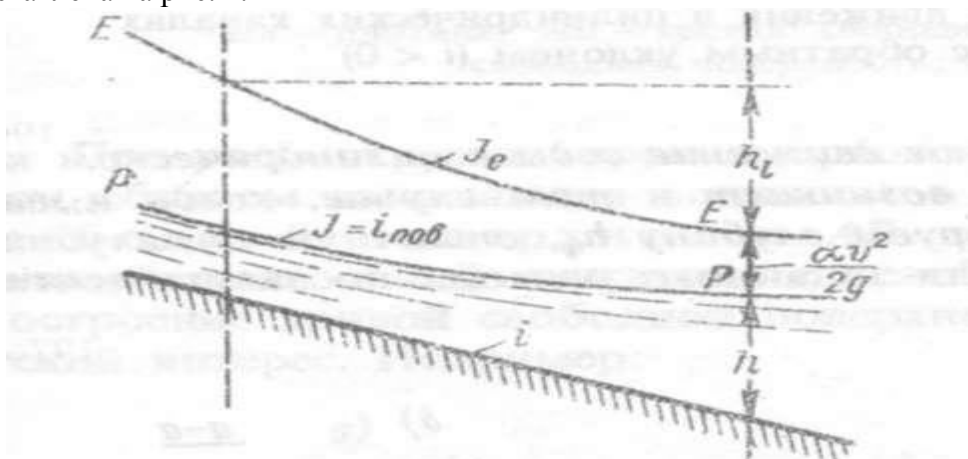


Рисунок 1 – Неравномерное движение

Всякое движение жидкости стремится к равномерному, препятствия возникающие по ходу движения воды нарушают этот режим, например плотна, дамба, запруда и т.д. Перед этими препятствиями, как следует из рисунка, уровень воды поднимается и, таким образом, нарушается Неравномерный режим движения воды в канале характеризуется условиями

$h \neq const; \dots v \neq const$. Как следует из рисунков, глубина воды при равномерном движении жидкости не соответствует глубине до или после препятствия, нарушившего этот режим. Например, при переливе через плотину глубина соответствующая равномерному режиму движения меньше глубины перед ней, назовем ее h_ϕ , при перепаде (9-2 б) глубина соответствующая равномерному режиму движения больше глубины после него, а при истечении из-под щита (9-2 в) имеем ситуацию перелива воды через плотину.

Таким образом, если при движении жидкости в русле с прямым уклоном дна ($i > 0$) фиксируем глубину h_ϕ , отличную от глубины равномерного движения, вычисленной по соответствующим формулам, то мы имеем неравномерный режим движения. Такие ситуации

могут развиваться для русел разной формы в плане и поперечного сечения. равномерный режим. Примеры неравномерного режима представлены на рисунках 9-2(а, б, в).

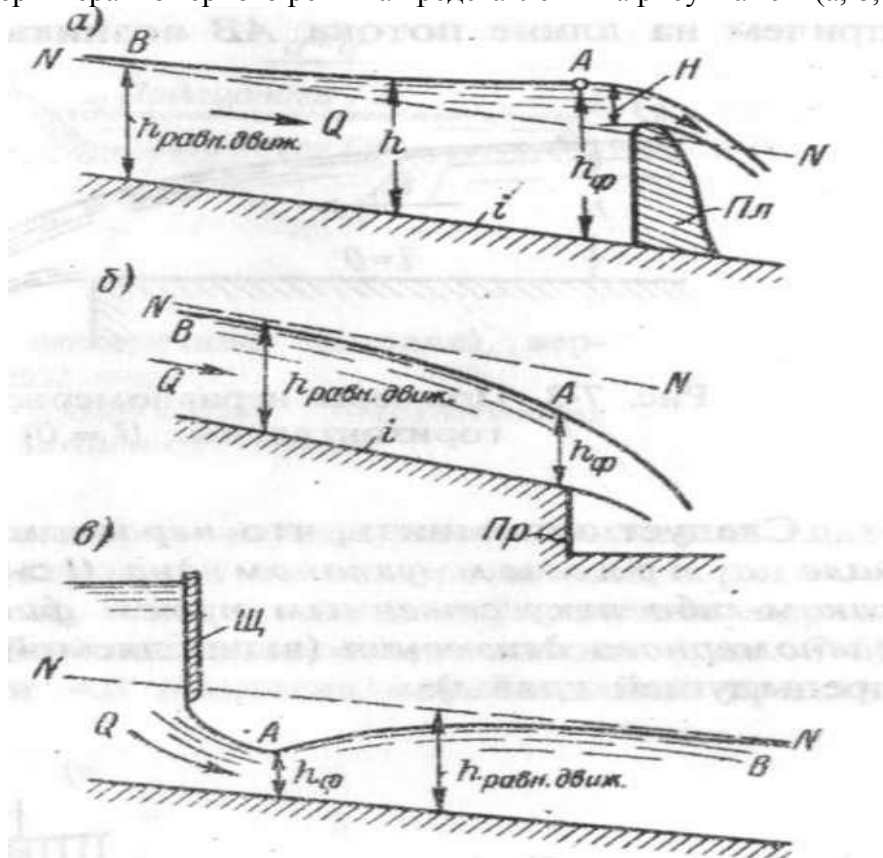


Рисунок 2 – Примеры неравномерного движения в цилиндрическом канале с прямым уклоном ($i > 0$)

Вопрос 2. Изобразим некоторое поперечное сечение русла с характеристиками, приведенными на рисунке. За ось сравнения примем плоскость О-О. Полная энергия потока выражается левой или правой частью уравнения Бернулли.

$$H_e = z + \frac{P}{\gamma} + \frac{\alpha v^2}{2g}; \quad (9.1)$$

Удельной энергией сечения \mathcal{E} называется частное значение полной удельной энергии, подсчитанное в предположении, что плоскость сравнения проведена через самую нижнюю точку в сечении русла, т.е. плоскость $O_d - O_d$. Для данной плоскости сравнения можем записать:

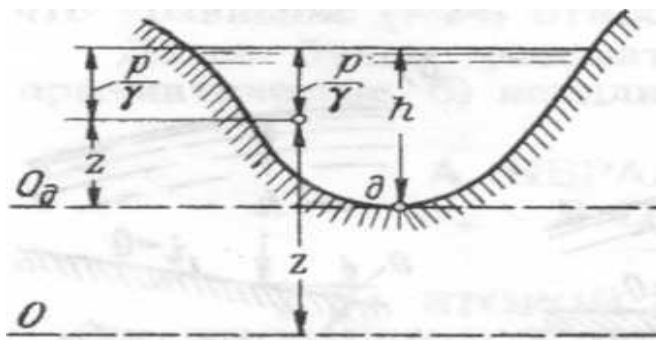


Рисунок 3 – К обоснованию формулы критической глубины

$$z + \frac{P}{\gamma} = h, \quad (9.2)$$

Тогда удельная энергия может быть записана в виде

$$\boxed{\mathcal{E} = h + \frac{\alpha v^2}{2g}} \quad (9.3)$$

С учетом того, что $v^2 = \frac{Q^2}{\omega^2}$

можем записать,

$$\mathcal{E} = h + \frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2} \quad (9.4)$$

Для прямоугольного русла

$$v = \frac{Q}{bh} = \frac{q}{h}, \quad (9.5)$$

где $q = Q/b$ называется удельным расходом.

Подставляя (9.5) в (9.3) получаем выражение удельной энергии

$$\mathcal{E} = h + \frac{\alpha q^2}{2gh^2} \quad (9.6)$$

Обратимся к анализу уравнения (9.6). Если мы начнем уменьшать глубину потока h , удельная энергия начнет расти за счет второго слагаемого, так как деление удельного расхода постоянной величины на уменьшающееся число приведет к росту результата; при росте глубины потока удельная энергия опять начнет расти но уже за счет первого слагаемого h . Таким образом следует предположить, что имеется некоторое промежуточное (среднее) значение глубины, при котором будем иметь минимальное значение удельной энергии \mathcal{E} , предполагая что функция $\mathcal{E} = f(h)$ является непрерывной. Это можно представить графически, рис. 4.

Более подробный анализ показывает, что эта функция имеет две асимптоты: ОМ и ось ОХ. Причем асимптота ОМ направлена под углом 45° .

В случае равномерного движения, когда глубина потока является постоянной величина энергии будет уменьшаться вдоль потока относительно плоскости сравнения 0-0, удельной энергии будет постоянной относительно плоскости сравнения $O_d - O_d$, как следует из рис. 5.

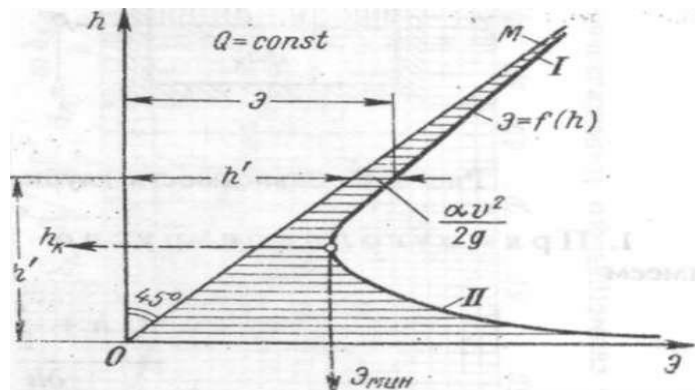


Рисунок 4 – График удельной энергии сечения \mathcal{E}

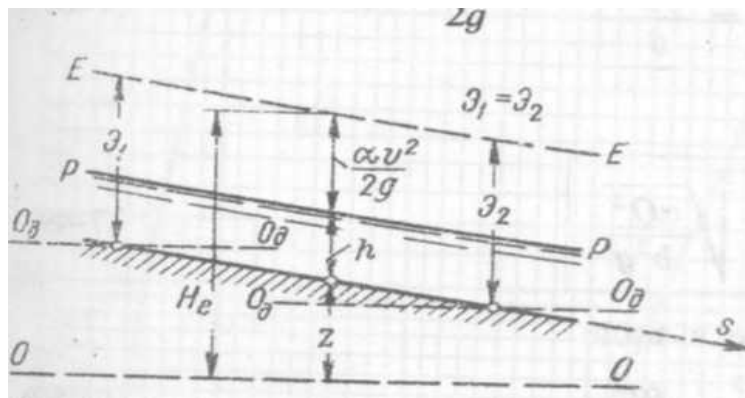


Рисунок 5 – Изменение вдоль потока величины H_e (при $\mathcal{E} = \text{const}$)
 Критическая глубина. Минимальному значению удельной энергии соответствует конкретная глубина потока. Эта глубина называется критической. Ее будем обозначать h_k . Таким образом, критической глубиной будем называть глубину, отвечающую минимуму удельной энергии

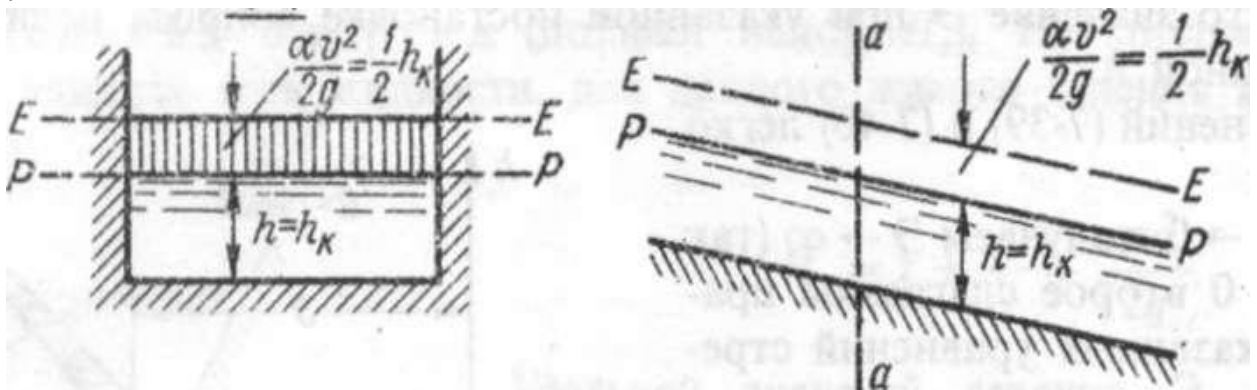


Рисунок 6 – Зависимость критической глубины от скоростного напора
 Исходя из анализа графика, можем записать для точки, соответствующей минимуму энергии (экстремум функции)

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial h} = 0 \quad (9.7)$$

Для прямоугольного русла, используя уравнение (7.6) можем записать,

$$\frac{\partial \left(h + \frac{\alpha q^2}{2gh^2} \right)}{\partial h} = 0 \quad (9.8)$$

Раскрыв скобки и продифференцировав, получим

$$1 - \frac{\alpha q^2}{h^3 g} = 0 \quad (9.9)$$

Положив $h = h_k$ получаем,

$$\frac{\alpha q^2}{h_k^3 g} = 1 \quad (9.10)$$

Откуда

$$h_k^3 = \frac{\alpha q^2}{g} \quad (9.11)$$

Тогда

$$h_{\kappa} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}. \quad (9.12)$$

Рассмотрим частный случай.

Разделив в уравнении (9.11) левую и правую часть на h^2 , получим, что

$$h_{\kappa} = \frac{\alpha q^2}{gh_{\kappa}^2} = \frac{\alpha v^2}{g}. \quad (9.13)$$

Отсюда следует, что

$$\frac{1}{2}h_{\kappa} = \frac{\alpha v^2}{g}. \quad (9.14)$$

Тогда можно сделать вывод, что в прямоугольном русле, когда $h = h_{\kappa}$ скоростной напор равен половине глубины воды в русле. Напорная линия Е-Е возвышается в этом случае над горизонтом воды на половину наполнения глубины канала.

Определить критическую глубину для русел трапецеидальной формы в явном виде не удается. Ее определяют по специальному графику, приведенному на рисунке 7.

Для того, чтобы определить критическую глубину в трапецеидальном русле поступают следующим образом:

- изначально определяют ее для прямоугольного русла $h_{\kappa.n.}$,
- потом определяют поправочный коэффициент (σ_n),
- по ним определяют коэффициент k ,
- а затем по формуле $h = h_{\kappa.n.} \cdot k$ рассчитывают критическую глубину.

Нормальная глубина. На рис. 9-13 представлен поток находящийся в состоянии плавно изменяющегося неравномерного движения.

Нормальной глубиной называется глубина, которая при заданном расходе установилась бы в русле, если бы в русле движение было равномерным.

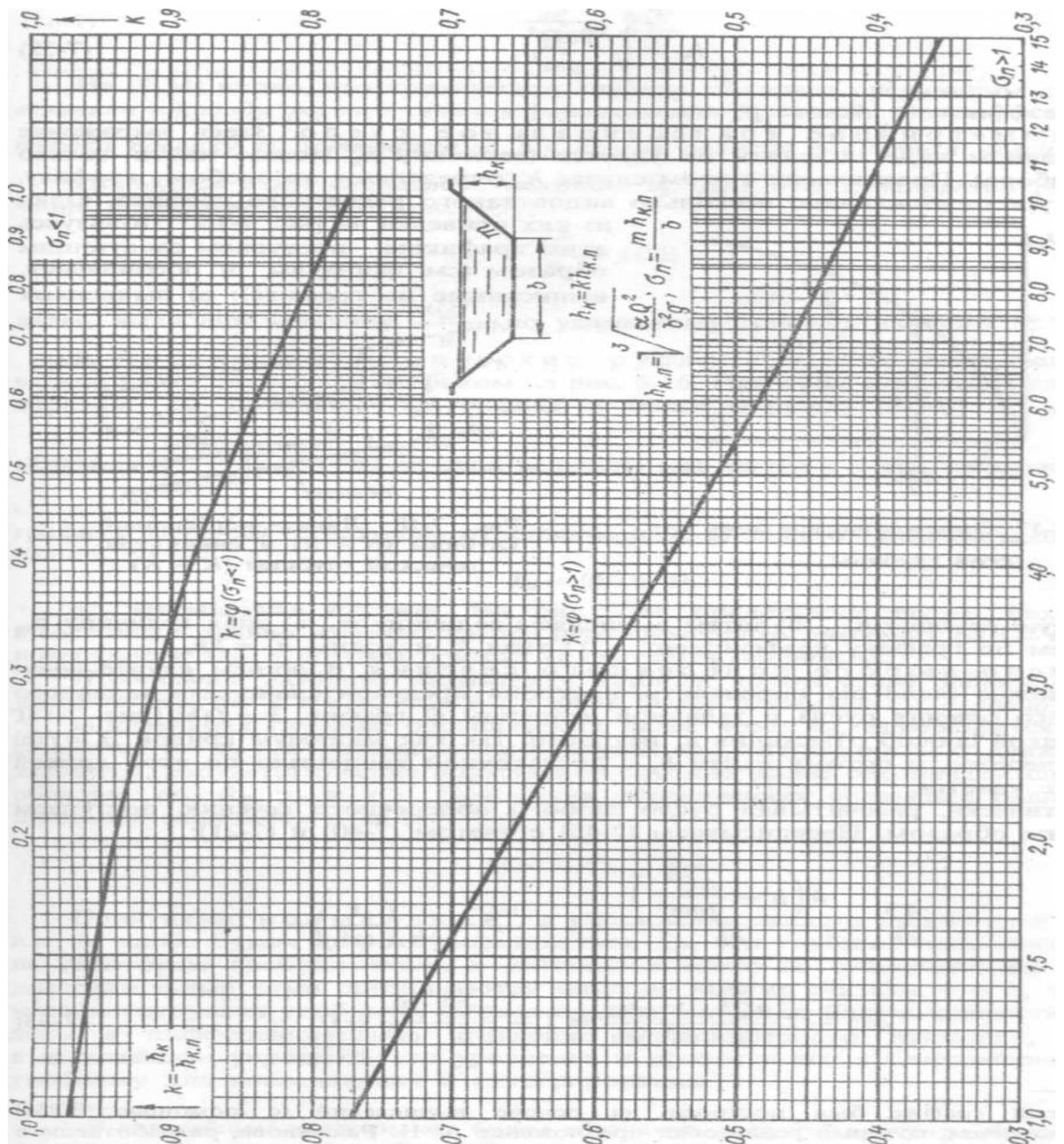


Рисунок 7 – График для определения критической глубины для канала трапецеидального сечения

Нормальную глубину в гидравлике обозначают через h_o . Определяется она по известным зависимостям, полученными нами для равномерного движения. Все гидравлические параметры, относящиеся к ней будем обозначать следующим образом: ω_o, R_o, χ_o и т.д. При таких обозначениях уравнение равномерного движения запишется в виде

$$Q = \omega_o C_o \sqrt{R_o i} \quad (9.15)$$

Линия К-К проведенная параллельно дну канала на расстоянии h_k от него называется линией критических глубин, а линия N-N проведенная на расстоянии h_o , называется линией нормальных глубин.

Критический уклон. Если проанализировать содержание формулы 9.12 для определения критической глубины, то увидим, что она зависит только от расхода, от уклона дна она

не зависит. Рассмотрим рисунок 9-8 в котором представлен поток с равномерным движением. Допустим возможность поворота дна канала относительно точки О, например, по часовой стрелке.

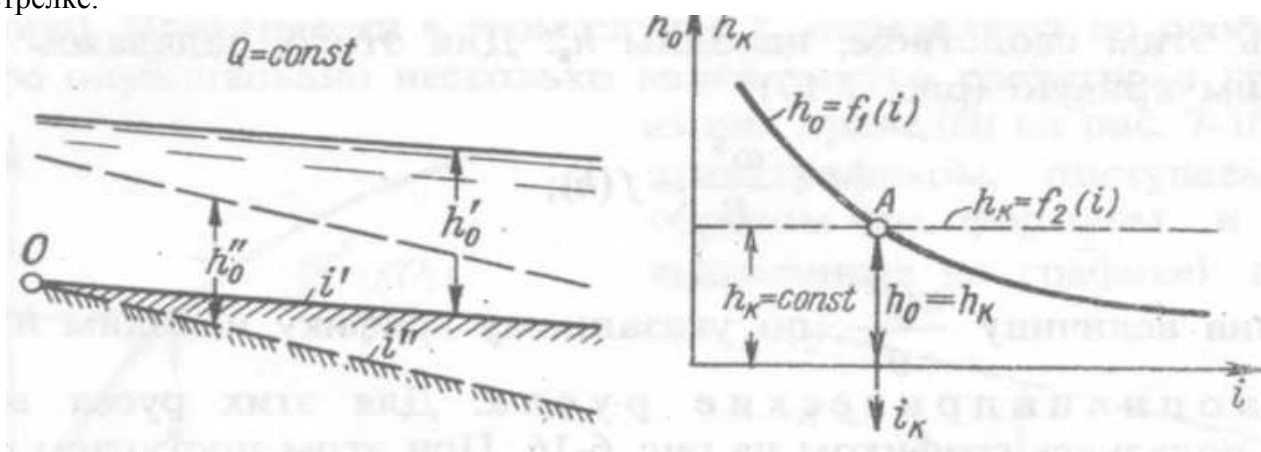


Рисунок 8 – К определению критического уклона

Тогда с увеличением уклона нормальная глубина начнет уменьшаться и в некоторый момент она может сравниться с критической глубиной.

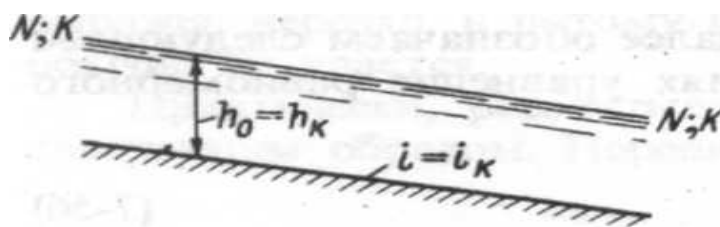


Рисунок 9 – Русло с критическим уклоном

Таким образом, критический уклон есть такой воображаемый уклон, который следует придать рассматриваемому цилиндрическому призматическому руслу, чтобы при заданном расходе Q и при равномерном движении воды в русле нормальная глубина оказалась равной критической.

Очевидно, мы вправе записать следующие неравенства:

- а) если $i_k > i$, то $h_k < h_0$;
 - б) если $i_k < i$, то $h_k > h_0$;
 - в) если $i_k = i$, то $h_k = h_0$.
- (9.16)

Вопрос 3. Спокойное, бурное, и критическое состояние потока.

Различают три состояния безнапорного потока :

- а) спокойное состояние, когда $h < h_{кр}$, (ветвь I рис. 9.13)
- б) бурное состояние, когда $h > h_{кр}$, (точка экстремума, рис. 9.13)
- в) критическое состояние, когда $h = h_{кр}$, (ветвь II рис. 9.13)

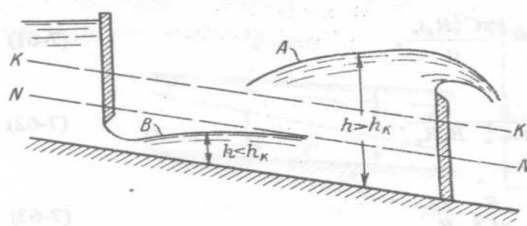


Рисунок 10 – Спокойный А и бурный В потоки.

Если рассмотреть рисунок 9-10, на котором представлено истечение из-под щита и через щит (водослив с тонкой стенкой), то можно видеть два состояния потока – спокойное А и бурное В с соответствующими отношениями нормальных и критических глубин.

Возникает вопрос, а как же сопрягаются между собой потоки с различным энергетическим состоянием. Опыт показывает, что переход бурного потока в спокойный осуществляется с помощью гидравлического прыжка (рис. 9-11), а

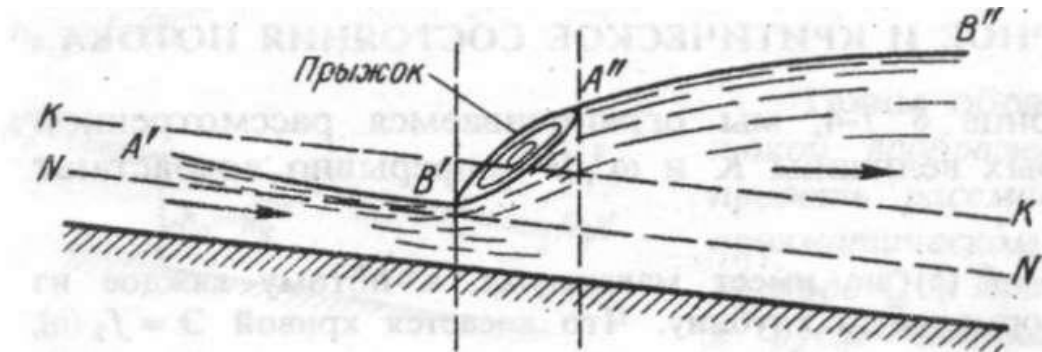


Рисунок 11 – Переход бурного состояния в спокойное
переход спокойного состояния в бурное – с помощью перепада (рис.12)

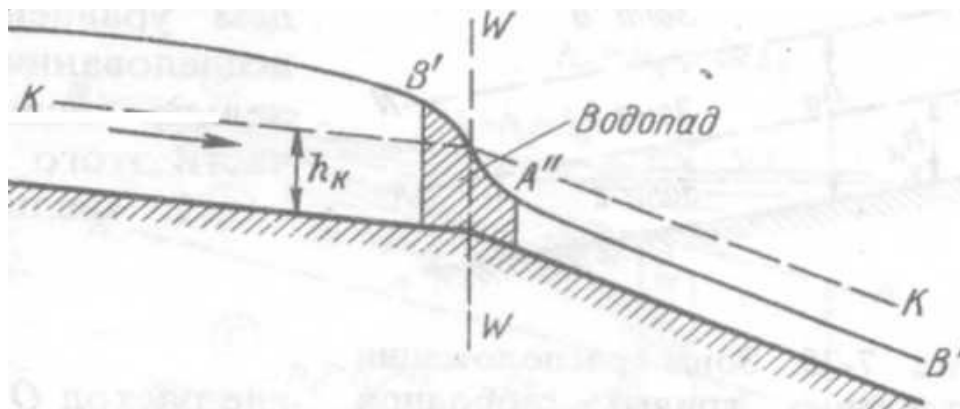


Рисунок 12– Водопад (переход спокойного состояния в бурное)

Вопрос 4. Будем рассматривать движение воды в руслах цилиндрической формы, т.е. для которых расходная характеристика возрастает с увеличением глубины. Всю область возможного расположения свободной поверхности разобьем на три уровня путем проведения линий N-N, K-K. Линию N-N расположим выше K-K, хотя может быть и наоборот.

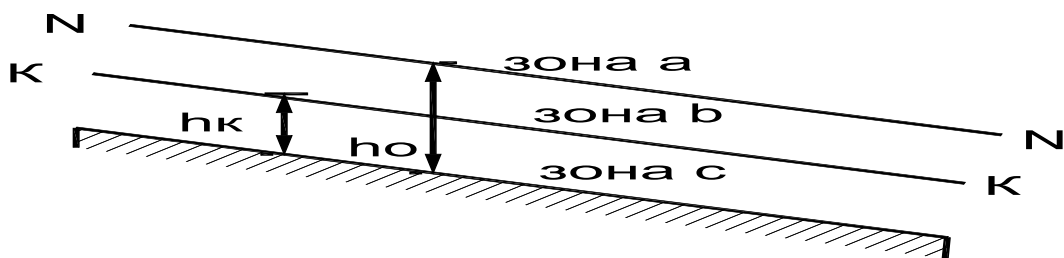


Рисунок 13 – Зоны расположения отдельных кривых свободной поверхности

Рассмотрим неравномерное движение в русле с прямым уклоном $i > 0$. Для него характерны три случая:

1-ый характеризуется условиями

$$h_o > h_k \text{ И } i < i_k; \quad (9.17)$$

2-ой характеризуется условиями

$$h_o < h_k \text{ И } i > i_k; \quad (9.18)$$

3-ий характеризуется условиями

$$h_o = h_k \text{ И } i = i_k. \quad (9.19)$$

Первый случай характеризуется условиями (9.17). Три кривые свободной поверхности получающиеся при данных условиях представлены на рис.14.

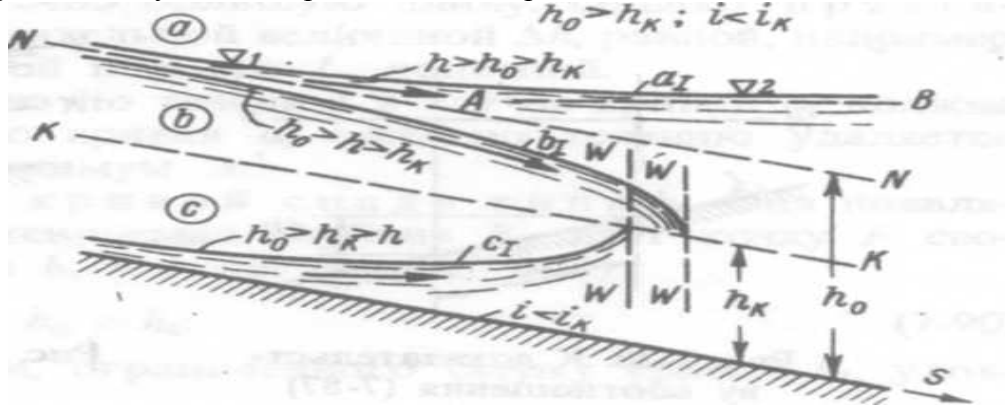


Рисунок 14 – Формы отдельных кривых при $i < i_k$

Они характеризуют три различных потока, ограниченных кривыми свободной поверхности a_1 , b_1 и c_1 . Каждой намеченной зоне отвечает своя кривая свободной поверхности. Ни одна из них не пересекает линий N-N и K-K. Направление выпуклостей кривых различно. Кривые a_1 и c_1 являются кривыми подпора, а кривая b_1 – спада.

Кривая a_1 называется кривой подпора типа a_1 . Она появляется в русле при наличии препятствия в виде водослива с тонкой стенкой, когда искусственно фиксируется глубина h_ϕ дает точку F на свободной поверхности, лежащую в зоне (а), т.е. когда $h_\phi > h_o > h_k$. Все глубины потока удовлетворяют условию $h > h_o > h_k$

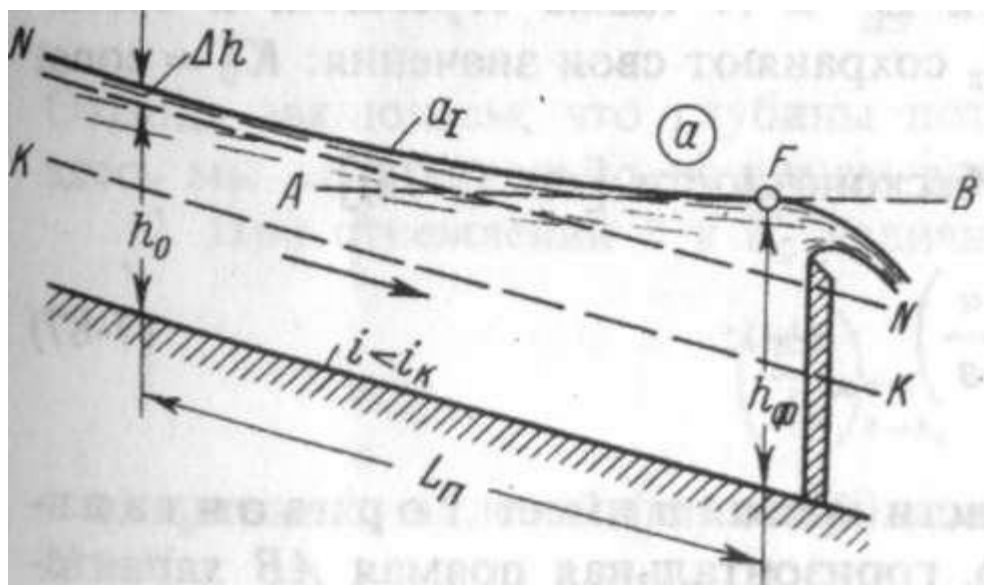


Рисунок 15 – Кривая свободной поверхности типа a_1

Кривая b_1 называется кривой спада. Она появляется в русле, когда искусственно фиксируемая глубина h_ϕ дает точку F свободной поверхности, лежащую в зоне b , т.е. когда выполняется условие $h_o > h_\phi > h_k$. Как видно все глубины потока удовлетворяют условию $h_o > h > h_k$

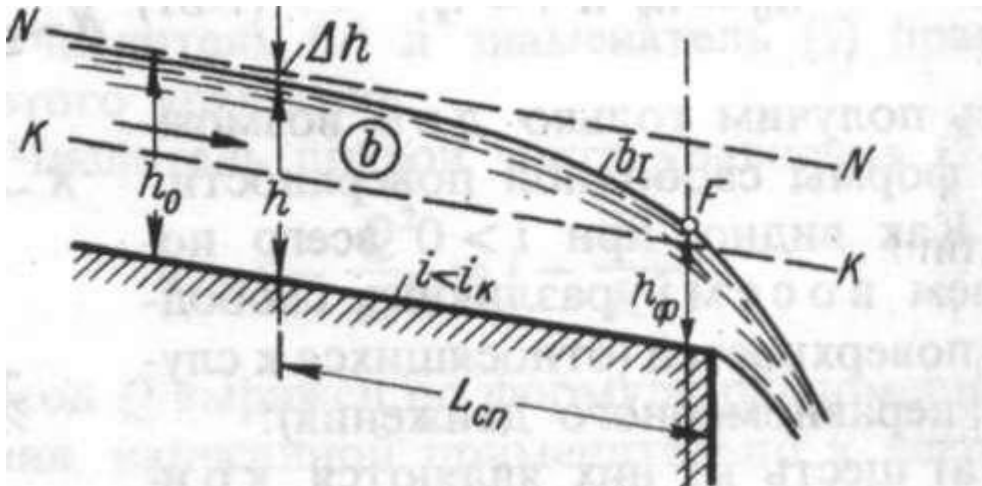


Рисунок 16 – Кривая свободной поверхности типа b_1

Кривая c_1 является кривой подпора. Она появляется в русле при наличии препятствия в виде истечения из под щита, когда искусственно фиксируема глубина h_ϕ дает точку F на свободной поверхности, лежащую в зоне (с), т.е. когда $h_\phi < h_k$ и h_o . Все глубины потока удовлетворяют условию $h_o > h_k > h$

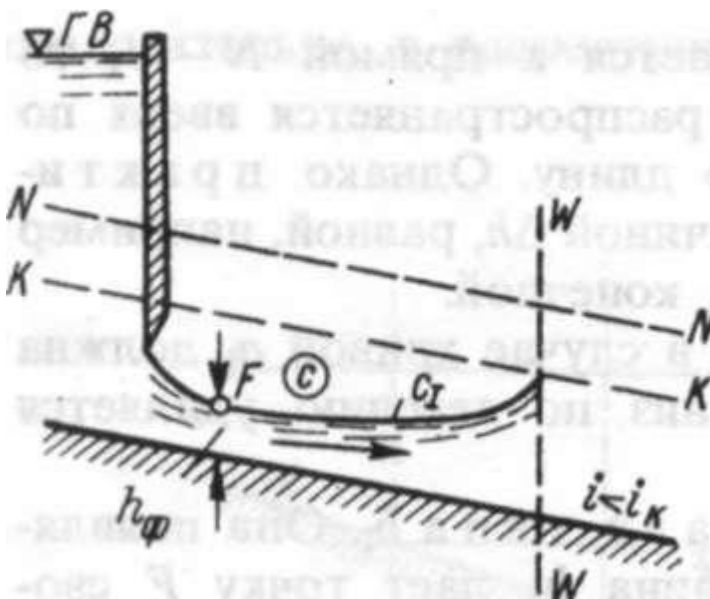


Рисунок 17 – Кривая свободной поверхности типа c_1
 Второй случай характеризуется условиями (9.18).

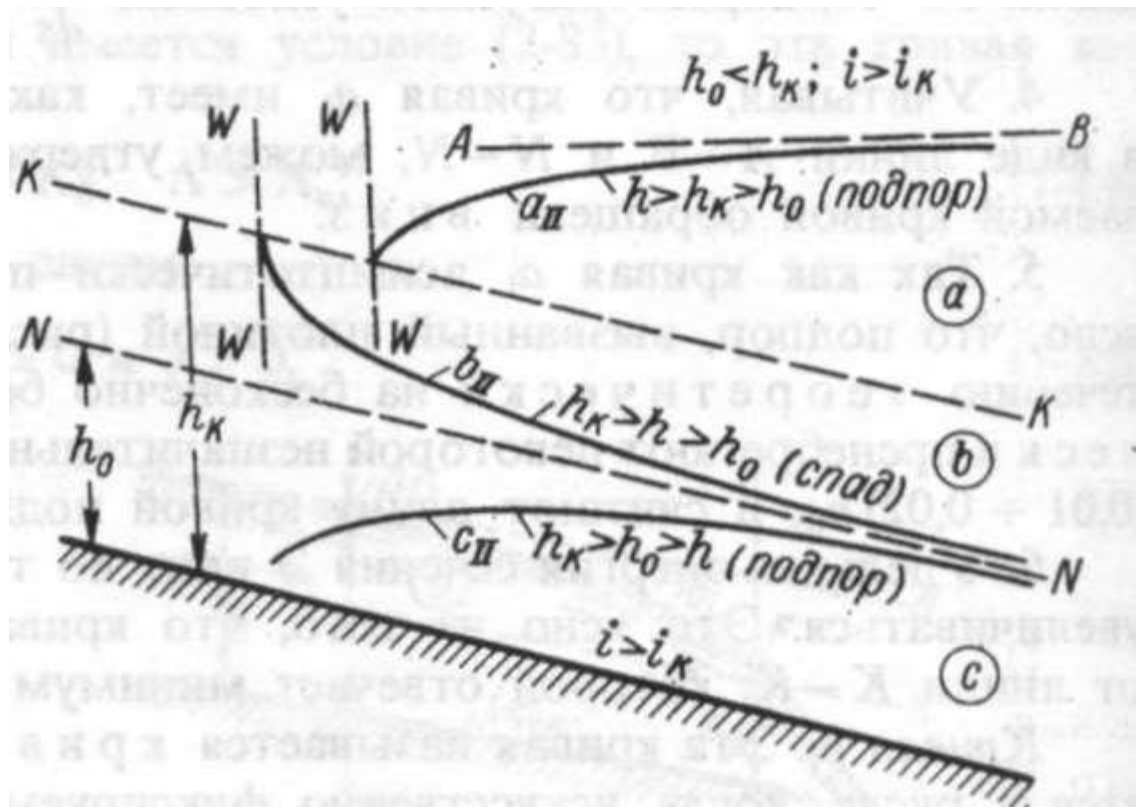


Рисунок 18 – Формы отдельных кривых при $i > i_k$

В канале может иметь место при этих условиях одна из трех поверхностей (a_{II}, b_{II}, c_{II}), изображенных на рис. (7.31). Из рисунка, видно какая из этих кривых является кривой подпора, а какая кривой спада, в какую сторону обращены выпуклости кривых, как изменяется величина удельной энергии вдоль течения. Та или иная из рассматриваемых кривых появляется в русле в зависимости от того в какой зоне мы фиксируем точку свободной поверхности F.

Например, кривая поверхности a_{II} образуется при условиях, представленных на рис.9.19., т.е. когда создана преграда и мы получили точку F, лежащую в зоне a_I , но при этом положение линий K-K и N-N поменялось. Мы имеем бурное истечение, при котором у преграды образуется гидравлический прыжок, поверхность которого может быть только выпуклой.

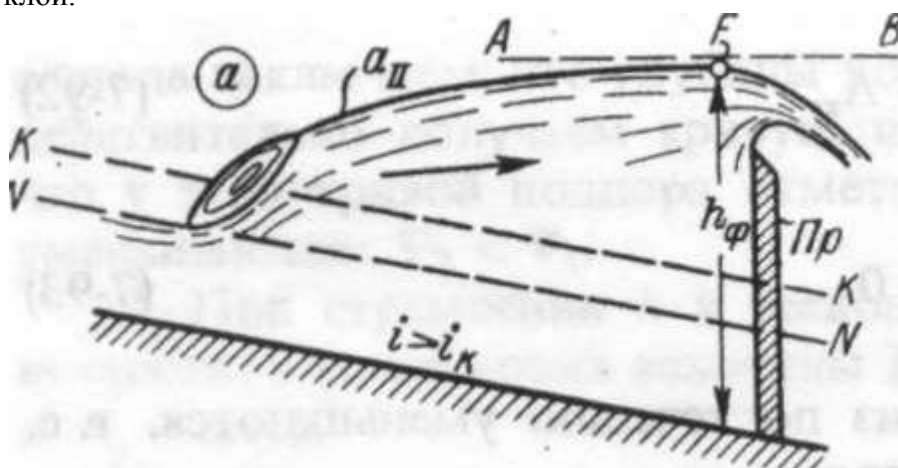


Рисунок 19 – Кривая свободной поверхности типа $11 a_{II}$.

На заметку. Поверхности (a_{II}, b_{II}, c_{II}) можно построить исходя из поверхностей первого типа путем двойного зеркального отображения относительно горизонтальной, а потом вертикальной осей.

Третий случай характеризуется условиями 9.19. В этом случае линии К-К и N-N совпадают, а поэтому зона b исчезает, остаются две зоны a и c . Поэтому получаем две кривые свободной поверхности типа a_{III} и c_{III} . Кривая a_{III} характеризуется соотношениями: $h > h_k = h_o$, а кривая c_{III} соотношениями - $h < h_k = h_o$.

Путем проведения соответствующих исследований было выявлено, что они представляют собой горизонтальные линии подпора, как показано на рис. 9-20

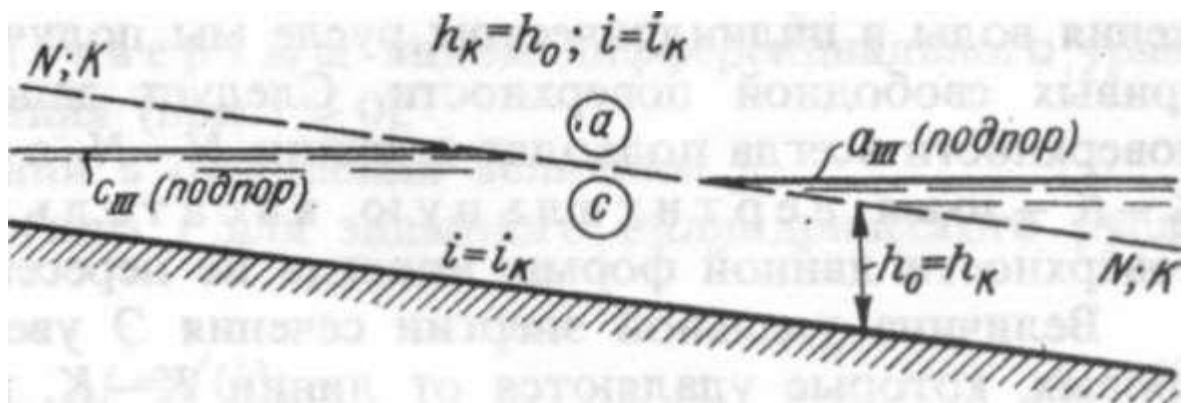


Рисунок 20 – Формы кривых свободной поверхности при $i=i_{кр}$

Вопрос 5. Существуют различные способы построения кривых свободной поверхности в открытых руслах при неравномерном движении воды. Например, способ Б.Бахметьева, Н.Павловского, К.Михайлова и др.

Наиболее удобным не требующих специальных таблиц для расчетов является способ В.Чарномского, который может применяться как для призматических, так и для непризматических русел. Для вывода формулы В.Чарномского рассмотрим неравномерный поток, представленный на рис. 9.21

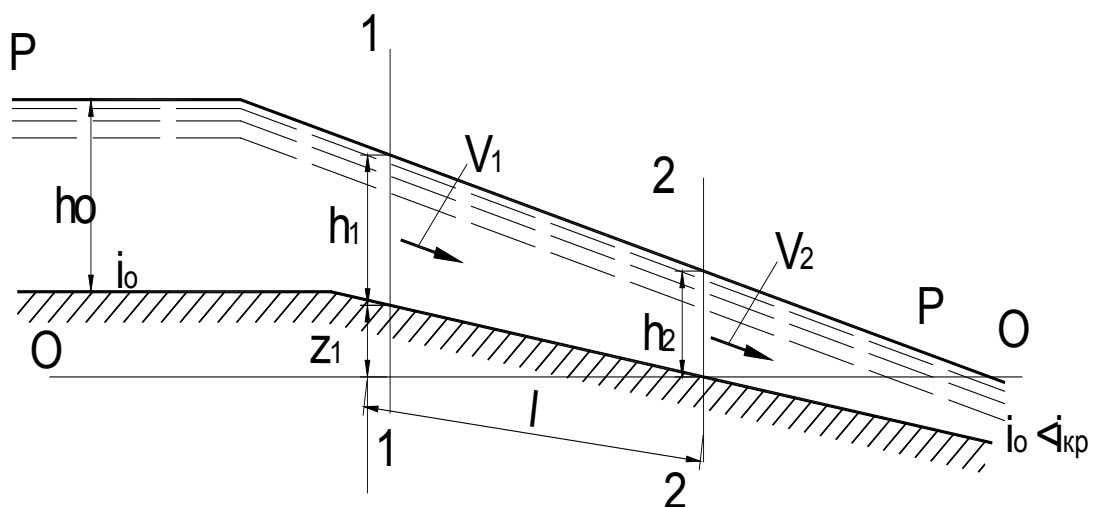


Рисунок 21 – К выводу уравнения В. Чарномского

Составим уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2 относительно горизонтальной плоскости сравнения, проходящей на уровне наинизшей точки сечения 2-2. В сечении 1-1 глубина потока h_1 и скорость V_1 , а в сечении 2-2 соответственно h_2 и V_2

$$z_1 + h_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + h_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_l \quad (9.20)$$

При уклоне дна i_0 понижение отметки дна русла на участке 1-1 и 2-2 длиной l будет равно

$$\Delta z = i_0 l$$

Величины $z_2=0$, $z_1 = \Delta z$

$$z_1 = i_0 l \quad (9.21)$$

Потери напора по длине h_l на выбранном участке выразим через гидравлический наклон i_e

$$h_l = i_e l \quad (9.22)$$

Уравнение (9.35) примет следующий вид после соответствующих подстановок:

$$i_0 l + h_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = 0 + h_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + i_e l \quad (9.23)$$

Удельная энергия потока в сечении 1-1

$$\mathcal{E}_1 = h_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} \quad (9.24)$$

В сечении 2-2

$$\mathcal{E}_2 = h_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} \quad (9.25)$$

Тогда получим согласно (9.38)

$$\mathcal{E}_1 + i_0 l = \mathcal{E}_2 + i_e l \quad (9.26)$$

Разность удельных энергий в сечениях потока

$$\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = l(i_0 - i_e) \quad (9.27)$$

Считаем с некоторой степенью приближения, что гидравлические потери по длине при неравномерном движении соответствуют потерям для равномерного движения. Следовательно, гидравлический уклон можно определить по формуле Шези

$$i_e = \frac{V^2}{C^2 R} \quad (9.28)$$

Однако при определении i_e принимаем его среднее значение относительно сечений 1-1 и 2-2.

Средняя скорость потока между этими сечениями

$$V_{cp} = \frac{V_1 + V_2}{2} \quad (9.29)$$

Среднее значение коэффициента Шези

$$C_{cp} = \frac{C_1 + C_2}{2} \quad (9.30)$$

Средний гидравлический радиус

$$R_{cp} = \frac{R_1 + R_2}{2} \quad (9.31)$$

Средний гидравлический уклон

$$i_e = \frac{V_{cp}^2}{C_{cp}^2 R_{cp}} \quad (9.32)$$

Окончательно получим следующее выражение для длины между выбранными сечениями:

$$l = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{i_0 - i_e} = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{i_0 - \frac{V_{cp}^2}{C_{cp}^2 R_{cp}}} \quad (9.33)$$

В связи с осреднением гидравлического уклона и заменой дифференциального уравнения уравнением в конечных разностях расстояние между сечениями по уравнению (9.33) получается достаточно приближённым. Для получения большей точности при расчёте кривой свободной поверхности следует расстояние поделить на несколько большее количество участков. Чем меньше принимается расстояние между участками, тем выше получается точность расчётов.

Порядок расчётов по уравнению (9.33) следующий:

- устанавливается форма свободной поверхности потока;
- назначается исходное сечение, например для кривой спада
 - сечение с критической глубиной, для кривой подпора – сечение с нормальной глубиной;
- кривая свободной поверхности разбивается на n участков;
- определяются удельные энергии сечений в начале и конце каждого участка, а также среднее значение гидравлического уклона на всей длине участка;

- производится расчёт длины каждого участка.

Способ, предложенный В. Чарномским, может быть применено для русла любого поперечного сечения. В случае призматического русла решение уравнения (9.33) по определению глубины в нём существенно упрощается.

Тема 10. Гидравлический прыжок

Вопросы.

1. Общие сведения. Совершенный прыжок. Распределение осредненных скоростей по сечению в пределах гидравлического прыжка и послепрыжкового участка

2. Основное уравнение гидравлического прыжка

3. Формулы сопряженных глубин для прямоугольных русел

4. Потери энергии в прыжке

5. Отогнанный, надвинутый, прыжок и прыжок в критическом состоянии

Вопрос 1. Будем рассматривать безнапорное турбулентное движение воды, относящееся к квадратичной области сопротивления.

Ранее было показано, что бурное состояние потока переходит в спокойное посредством гидравлического прыжка.

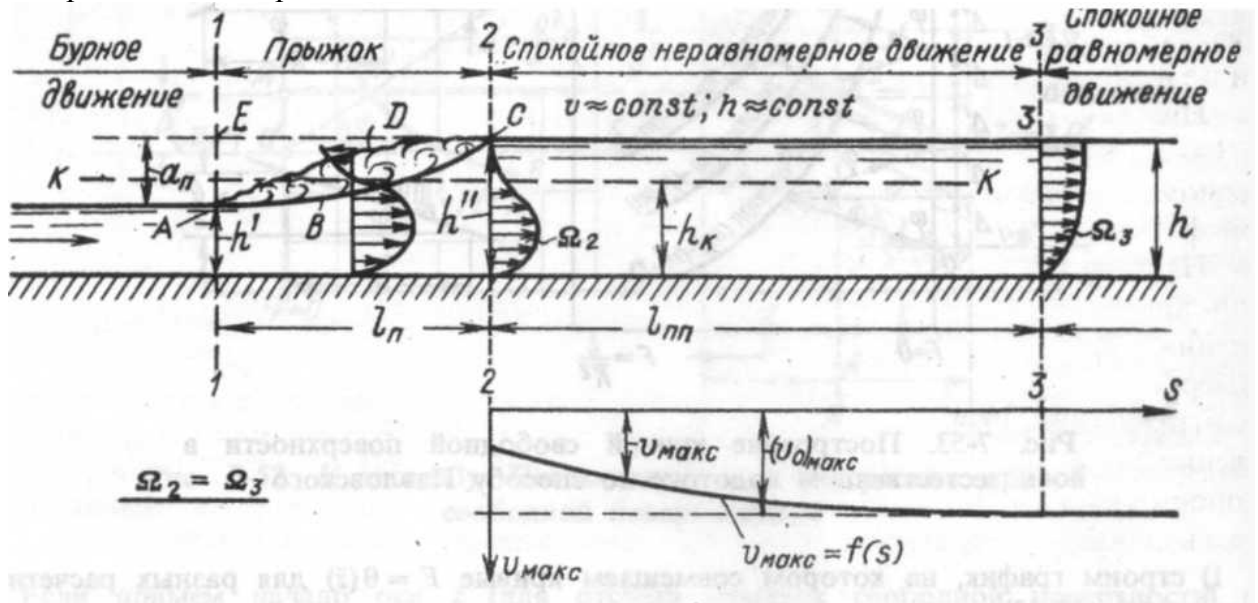


Рисунок 1– Гидравлический прыжок и послепрыжковый участок

Гидравлическим прыжком называется резкое увеличение глубины потока от величины меньше критической до величины h'' больше критической. Величина a_n называется высотой прыжка, l_n - длиной прыжка. Глубины h' и h'' измеряемые в сечениях 1-1 и 2-2 называются сопряженными. Прыжок возникает всегда, когда при увеличении глубин свободная поверхность воды пересекает линию критических глубин. К-К.

В потоке между сечениями 1-1 и 2-2 формируется поверхность раздела АВС; ниже этой поверхности струя является, как следует из рисунок, транзитной. Она резко расширяется в вертикальной плоскости от глубины h' до глубины h'' ; выше поверхности АВС имеем поверхностный валец.

Прыжок, в котором над основанием транзитного потока образуется валец с водоворотным движением, называется совершенным гидравлическим прыжком. Валец представляет собой водоворотную область, и характеризуется беспорядочным движением. Верхняя поверхность вальца является неровной, волнообразной. Валец насыщен пузырьками воздуха и потому мало прозрачен. Благодаря пульсации актуальных скоростей (вертикальных) проис-

ходит водообмен между транзитной струей и вальцом. Прыжок имеет бурный характер и не стоит на месте. Он смещается как вверх так и вниз по течению потока.

В прыжке возникает местная потеря напора, относящаяся к безнапорному движению, кинетическая энергия потока переходит в потенциальную. За прыжком находится послепрыжковый участок $l_{n.n}$. Он характеризуется следующим: скорость в верхней точке C начала участка равна нулю, придонные скорости в этом сечении являются большими. За прыжком поток характеризуется интенсивной турбулентностью. На длине $l_{n.n}$ послепрыжкового участка от 2-2 до 3-3 происходит затухание пульсаций до величин свойственных равномерному движению. Большие придонные скорости потока в сечении 2-2 обуславливают его большую размывающую способность, поэтому при проектировании русел эти скорости должны быть максимально допустимыми. Далее придонные скорости из-за трения о дно снижаются, эпюра скоростей трансформируется и в сечении 3-3 приобретает вид, свойственный равномерному движению.

Длину послепрыжкового участка, как правило, определяют в пределах десяти – тридцати глубин потока.

$$l_{n.n} = (10 - 30)h. \quad (10.1)$$

Вопрос о гидравлическом прыжке впервые был исследован в 19-м столетии Бидоне, Беланже, Буссинеском. Последний автор использовал теорему количества движения и нашел уравнение, связывающее первую и вторую сопряженные глубины. Это уравнение получило название основного уравнения прыжка.

Вопрос 2. Будем рассматривать прямоугольное цилиндрическое русло большой длины. Прыжок имеет малую длину, поэтому примем, что уклон равен нулю. На рис. 10.2 представлен схем разреза прыжка.

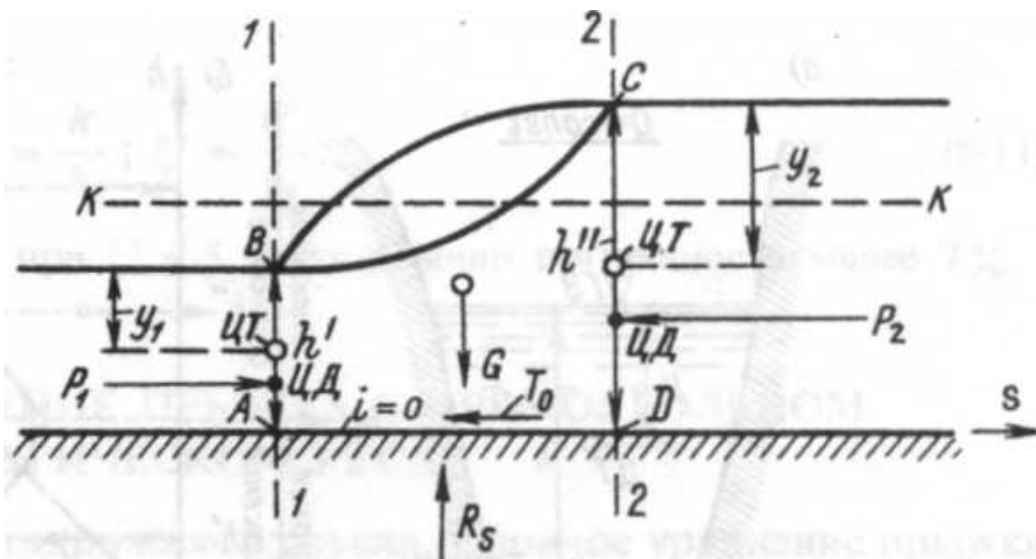


Рисунок 2 – Схема гидравлического прыжка

Допускаем, что сечения 1-1 (AB) и сечения 2-2 (CD) имеем плавно изменяющееся движение. Задача заключается в том, чтобы найти связь между сопряженными глубинами h' и h'' . Используем методику Буссинеска, т.е. в основу положим уравнение количества движения для отсека ABCD.

$$\alpha \rho Q (v_2 - v_1) = T_{0s} + G_s + R_s + P_s; \quad (10.2)$$

где v_1, v_2 - средние скорости в живых сечениях AB и CD;

T_{os} - проекция силы внешнего трения, приложенная к отсеку ABCD на ось S. Данной силой пренебрегаем ввиду ее малости, т.е. $T_{os}=0$;

G_s - проекция веса жидкости в рассматриваемом отсеке на ось S. (равна нулю);

R_s - проекция реакции дна на ось S; (равна нулю);

P_s - проекция на ось S сил давления, действующих на рассматриваемый отсек в сечениях 1-1 и 2-2.

Величину P_s запишем в виде:

$$P_s = P_1 - P_2 = \gamma y_1 \omega_1 - \gamma y_2 \omega_2. \quad (10.3)$$

Учитывая (10-2) и принятые допущения получаем, что

$$\alpha_o \frac{\rho}{\gamma} Q \left(\frac{Q}{\omega_2} - \frac{Q}{\omega_1} \right) = y_1 \omega_1 - y_2 \omega_2. \quad (10.4)$$

$$\frac{\rho}{\gamma} = \frac{1}{g}$$

Помним, что $\gamma = \rho g$, а $\frac{\rho}{\gamma} = \frac{1}{g}$, тогда окончательно

$$\boxed{\frac{\alpha_o Q^2}{g \omega_2} + y_2 \omega_2 = \frac{\alpha_o Q^2}{g \omega_1} + y_1 \omega_1} \quad (10.5)$$

Уравнение 10-5 называется основным уравнением прыжка.

Вопрос 3. Для прямоугольных русел основные расчетные параметры имеют вид:

$$\omega = bh; \dots q = \frac{Q}{b};$$

$$y = \frac{h}{2}; \dots Q = qb.$$

(10.6)

q - удельный или единичный расход.

Прыжковая функция для прямоугольного русла запишется в виде :

$$\Theta(h) = \frac{\alpha_o Q^2}{g \omega} + y \omega = \frac{\alpha_o q^2 b^2}{g b h} + \frac{h}{2} b h, \quad (10.7)$$

Или

$$\Theta(h) = b \left(\frac{\alpha_o q^2}{g h} + \frac{h^2}{2} \right). \quad (10.8)$$

Если рассматривать 1м ширины прямоугольного русла, то можно ввести понятие удельной или единичной прыжковой функции, Из этого следует, что уравнение можно записать в виде:

$$\Theta(h) = \frac{\alpha_o q^2}{g h} + \frac{h^2}{2}. \quad (10.9)$$

Пренебрегая, ввиду малости α_o и имея в виду, что

$$\frac{\alpha_o q^2}{g} = h^3_{\kappa}, \text{ уравнение 10-9 можно записать в виде:}$$

$$\Theta(h) = \frac{h^3}{h} + \frac{h^2}{2}. \quad (10.10)$$

Применив эту функцию для сечений 1-1 и 2-2, можем записать

$$\frac{h_k^3}{h'} + \frac{h'^2}{2} = \frac{h_k^3}{h''} + \frac{h''^2}{2}. \quad (10.11)$$

Выразим из уравнения (10-11) значение критической глубины, как постоянного параметра левой и правой частей, тогда

$$h_k^3 \left(\frac{1}{h'} - \frac{1}{h''} \right) = \frac{h''^2 - h'^2}{2}, \quad (10.12)$$

Или

$$2h_k^3 = \frac{h''^2 - h'^2}{\left(\frac{1}{h'} + \frac{1}{h''} \right)}, \quad (10.13)$$

Или

$$h'h''(h' + h'') = 2h_k^3. \quad (10.14)$$

Решая это уравнение относительно первой и второй сопряженных глубин получаем ответ на искомое решение :

$$h' = \frac{h''}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_k}{h''} \right)^3} - 1 \right]; \quad (10.15)$$

$$h'' = \frac{h'}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_k}{h'} \right)^3} - 1 \right]; \quad (10.16)$$

При проектировании гидротехнических сооружений важными элементами прыжка является кроме высоты его длина и длина послепрыжкового участка. До сегодняшнего времени не получено обоснованного теоретического решения о длине прыжка даже в приближенной форме. Различные авторы предложили свои формулы, пригодные для практического использования, и полученные на основе обработки экспериментальных данных. Наиболее часто в практике проектирования используют следующие формулы:

- формула Павловского (1937г.)

$$ln = 2.5(1.9h'' - h'); \quad (10.17)$$

- формула Сафранца (1927-1930г.г.)

$$ln = 4,5h''; \quad (10.18)$$

- формула Бахметьева и Матцке (1936г.)

$$ln = 5a_{np} = 5(h'' - h'). \quad (10.19)$$

Вопрос 5. В границах прыжка, где имеется водоворотная область, в виде поверхностного прыжка, наблюдаются значительные потери напора. Удельная энергия транзитной струи в пределах прыжка резко снижается по течению; уменьшение удельной энергии для бурного потока обуславливает резкое расширение струи.

Для горизонтального русла при уклоне равном нулю потери напора в прыжке можно рассчитать по формуле

$$E_n = \left(h' + \frac{\alpha v_1^2}{2g} \right) - \left(h'' + \frac{\alpha v_2^2}{2g} \right); \quad (10.20)$$

$$En = \left(\frac{a_n^3}{4h'h''} \right); \quad (10.21)$$

Рассматривая эту зависимость можно показать, что потери энергии в прыжке прямо пропорциональны третьей степени высоты прыжка, следовательно, Еп сильно растет с увеличением высоты прыжка.

Вопрос 6. Гидравлический прыжок возможен при следующих условиях:

$i_1 > i_k; i_2 < i_k; h_{o1} < h_k; h_{o2} > h_o$. В этом случае бурное состояние потока переходит в спокойное. Свободная поверхность воды пересекает линию К-К. Можно получить одну из трех схем свободной поверхности:

- а) прыжок надвинутый (на первом участке русла);
- б) прыжок отогнанный (на втором участке русла);
- в) прыжок в месте перелома русел (в критическом состоянии).

Для того, чтобы определить в каком случае какой образуется прыжок рассмотрим расчетную схему на рис 10-3.

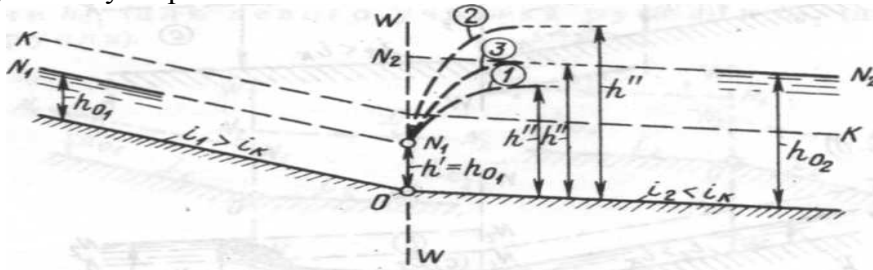


Рисунок 3 – К определению местоположения гидравлического прыжка в русле

Представим, что на первом участке установился равномерный режим движения с глубиной h_{o1} . Эта глубина установилась и в сечении W-W. Допускаем, что в этом сечении образовался фиктивный гидравлический прыжок, имеющий сопряженные глубины h' и h'' , причем $h' = h_{o1}$

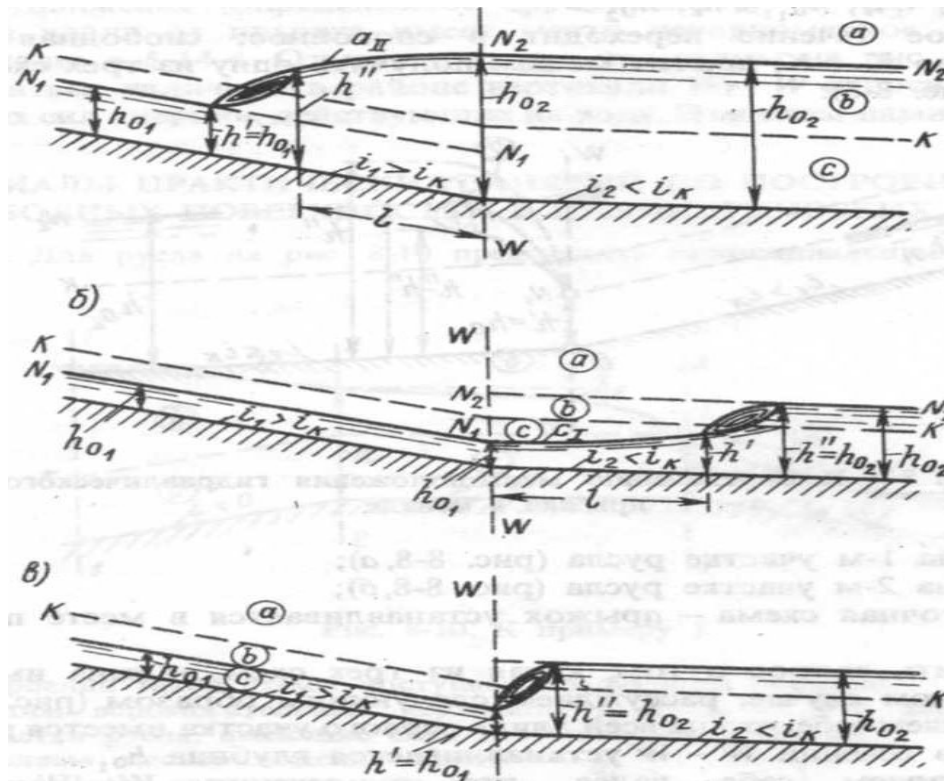


Рисунок 4 – К определению местоположения гидравлического прыжка

Вторую сопряженную глубину рассчитаем по основному уравнению прыжка. Три возможных варианта показаны на рисунке 10-4.

При их построении руководствуемся следующими правилами:

А) если $h'' < h_{o2}$, т.е. если фиктивный прыжок представленный в сечении W-W затопляется прыжком 2-го участка канала, то действительный прыжок устанавливается на первом участке русла (рис. 10-4 а);

Б) если $h'' > h_{o2}$, т.е. глубина фиктивного прыжка больше нормальной глубины второго участка русла, то уровень воды этого участка отгоняется от вертикали W-W, причем действительный прыжок устанавливается на втором участке (рис.10-4 б);

В) если $h'' = h_{o2}$, то ясно, что прыжок устанавливается в точке О (рис.10-4 в).

В случае схем а и б находим длину l , которая определяет местоположение прыжка.

Вышеприведенное решение вопроса возможно только в том случае, когда вдали от вертикали вниз образуется равномерное движение, определяемое глубинами h_{o1} и h_{o2} .

Тема 11. Водосливы

Вопросы:

[1. Классификация водосливов](#)

[2. Основная формула расхода водосливов. Коэффициент расхода](#)

[3. Водослив с тонкой стенкой. Условия его подтопления](#)

[4. Учет бокового сжатия и подтопления](#)

[5. Использование водосливов с тонкой стенкой для измерения расхода](#)

[6. Водослив с широким порогом. Форма свободной поверхности на пороге водослива, условия подтопления](#)

[7. Водосливы практического профиля. Пропускная способность водослива](#)

[8. Истечение из-под щита. Свободное и затопленное истечение, глубина в сжатом сечении](#)

[9. Затопленное исечение, определение глубины над сжатым сечением](#)

Вопрос 1. Водосливом называется безнапорное отверстие в гребне стенки, через которое протекает вода. Часть стенки в пределах водосливного отверстия, через которое переливается вода, называется *водосливной стенкой*.

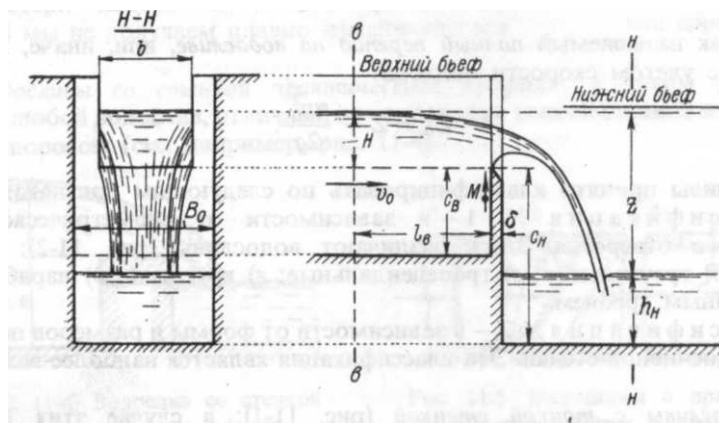


Рисунок 1 – Истечение через водослив с тонкой стенкой

Основные термины.

Область потока перед водосливной стенкой называется *верхним бьефом*.

Область потока за водосливной стенкой называется *нижним бьефом*.

Превышение воды H над уровнем гребня водослива в точке начала спада свободной поверхности воды в верхнем бьефе называется *геометрическим напором*.

Принятые обозначения.

b - ширина водослива, ширина водосливного отверстия;

δ - толщина водосливной стенки;

$(c_v), (c_n)$ - высота водосливной стенки соответственно в верхнем и нижнем бьефе;
 B_0 - ширина русла в котором устроен водослив;
 Z - геометрический перепад на водосливе (разность горизонтов воды в верхнем и нижнем бьефах);
 v_0 - скорость подхода воды к водосливу.
 H_0 - полный напор на водосливе;
 Z_0 - полный перепад на водосливе.

Классификация водосливов.

Классификация №1. В зависимости от геометрической формы водосливного отверстия различают водосливы :

- прямоугольные, треугольные, трапециевидные; круговые, параболические, с наклонным гребнем (косые).

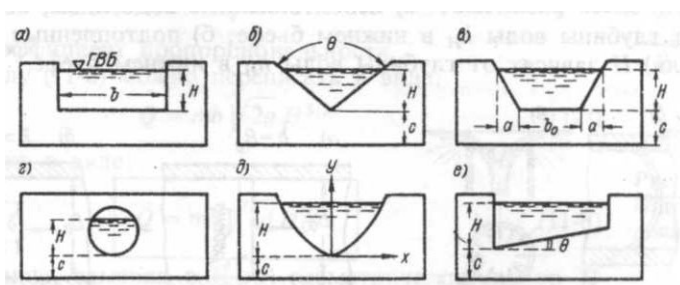


Рисунок 2 – Формы водосливных отверстий

Классификация №2.

В зависимости от формы и размеров поперечной стенки различают:

- водосливы с тонкой стенкой. Очертание струи, переливающаяся через водосливную стенку формируется только за счет верховой грани стенки. Толщина водослива с тонкой стенкой составляет $\delta \leq (0.1 - 0.5)H$;

- водослив с широким порогом представляет собой горизонтальную плоскость в пределах ширины δ которой должен быть хотя бы небольшой участок с наличием плавно изменяющегося движения с минимальными потерями напора по длине на нем. В случае прямоугольных водосливов с широким порогом толщина стенки водослива лежит в пределах $2H \leq \delta \leq 9H$;

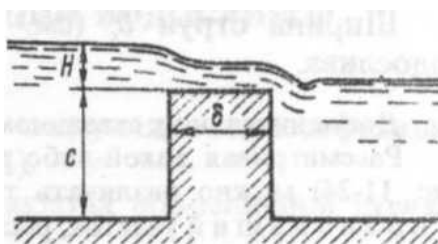


Рисунок 3 – Водослив с широким порогом

- водосливы практического профиля это такие водосливы, которые отличны от водосливов с тонкой стенкой и широким порогом(см. рис. 11-3)

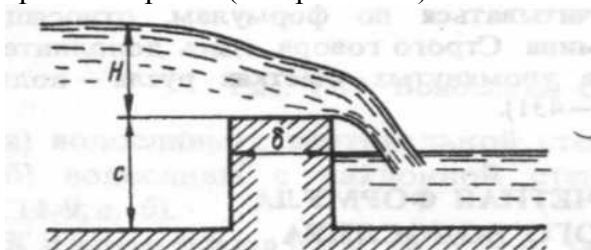


Рисунок 4 – Водослив практического профиля

Классификация 3. – в зависимости от очертания гребня водосливной стенки в плане. Здесь различают:

- 1) водосливы с прямолинейным в плане гребнем - прямые, косые, боковые;
- 2) водосливы с непрямолинейным в плане гребнем, -полигональные(ломаные), криволинейные, замкнутые (кольцевые).

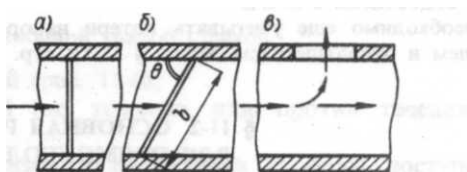


Рисунок 5 – Водосливы с прямолинейным гребнем в плане

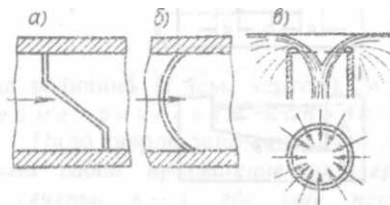


Рисунок 6 – Водосливы с непрямолинейным в плане гребнем

Классификация №4 – в зависимости от влияния нижнего бьефа на истечение.

Различают:

- 1) неподтопленные водосливы, когда напор и расход (Q, H) не зависят от уровня воды в нижнем бьефе;
- 2) подтопленные водосливы, когда напор и расход (Q, H) зависят от уровня воды в нижнем бьефе.

Классификация №5(относится только к прямоугольным водосливам).

Различают водосливы в зависимости от отношения b и B_0 :

- 1) водосливы без бокового сжатия ($b = B_0$);
- 2) водосливы с боковым сжатием ($b > B_0$).

Вопрос 2. Основная формула вытекает из следующих соображений. Из уравнения неразрывности известно, что

$$Q = \omega \cdot v. \quad (11.1)$$

Площадь поперечного сечения прямоугольного русла равна

$$\omega = b \cdot H \quad (11.2)$$

Скорость свободного падения тела равна

$$v = \sqrt{2gH}. \quad (11.3)$$

Подставляя (11.2) и (11.3) в (11.1) получаем, что

$$Q = (bH) \cdot (\sqrt{2gH}) \quad (11.4)$$

или

$$Q = mbH\sqrt{2gH} \quad (11.5)$$

где m - коэффициент пропорциональности (коэффициент расхода)

Формулу (11.5) можно переписать в следующем виде:

$$Q = mb\sqrt{2g}H^{3/2}, \quad (11.6)$$

а с учетом скоростного напора

$$Q = mb\sqrt{2g}H_0^{3/2} \quad (11.7)$$

Вопрос 3. Применительно к водосливам с тонкой стенкой их классифицируют:

- 1) в зависимости от наклона водосливной стенки – водосливы с вертикальной стенкой и водосливы с наклонной стенкой.

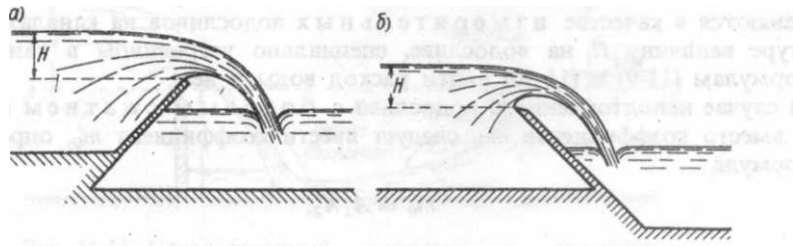


Рисунок 7– Водосливы с наклонной тонкой стенкой

В зависимости от степени свободы доступа воздуха под струю воды, переливающуюся через водосливную стенку различают:

- 1) водосливы со свободным истечением, когда в пространство под струю обеспечен приток воздуха;
- 2) водосливы с несвободным истечением, когда в подструйное пространство не доступа воздуха.

Неподтопленный прямоугольный водослив, имеющий свободное истечение и при отсутствии бокового сжатия называется нормальным водосливом и представлен на рис.11-7.

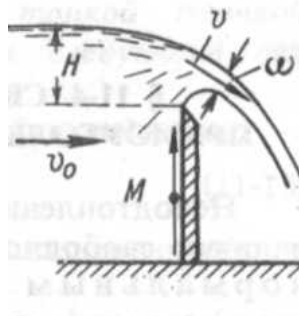


Рисунок 8 – Принципиальная схема нормального водослива

Величину расхода через нормальный водослив с тонкой стенкой рассчитывают по формуле

$$Q = m_{он} b \sqrt{2g} H^{3/2} \quad (11.8)$$

Здесь H – геометрический напор, а не полный. Скорость подхода учитывается коэффициентом расхода $m_{он}$. Данный коэффициент можно определить, например по формуле Р.Р. Чугаева

$$m_{он} = 0,4 + 0,05 \frac{H}{c_e} \quad (11.9)$$

Эту формулу можно применять при $c_e > 0,5H$ и $H > 0,1$ м. Точность расчетных формул, относящихся к нормальному водосливу, достаточно высока, поэтому нормальные водосливы применяют в качестве измерительных.

Вопрос 4. В случае бокового сжатия и неподтопленного истечения в формулу (11.9) следует ввести коэффициент m'_o . Этот коэффициент определяется по формулам

$$m'_o = A_1 \cdot A_2, \quad (11.10)$$

где

$$A_1 = 0,4 - 0,03 \frac{B_o - b}{B_o} \quad (11.11)$$

$$A_2 = 1 + 0,55 \left(\frac{b}{B_o} \frac{H}{H + c_e} \right)^2$$

Пример истечения при наличии подтопления представлен на рис.9.

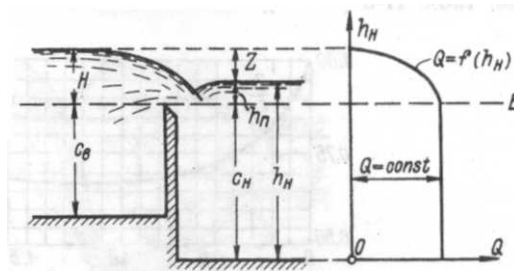


Рисунок 9 – Подтопленный водослив с тонкой стенкой

При свободном истечении водослив будет подтоплен, если выполняются условия:

- 1) уровень воды в НБ выше гребня водослива ($h_n > 0$);
- 2) в НБ наблюдается спокойный режим движения воды.

При несоблюдении второго условия, т.е. при наличии в НБ бурного течения непосредственно за водосливной стенкой образуется отогнанный гидравлический прыжок и водослив оказывается неподтопленным.

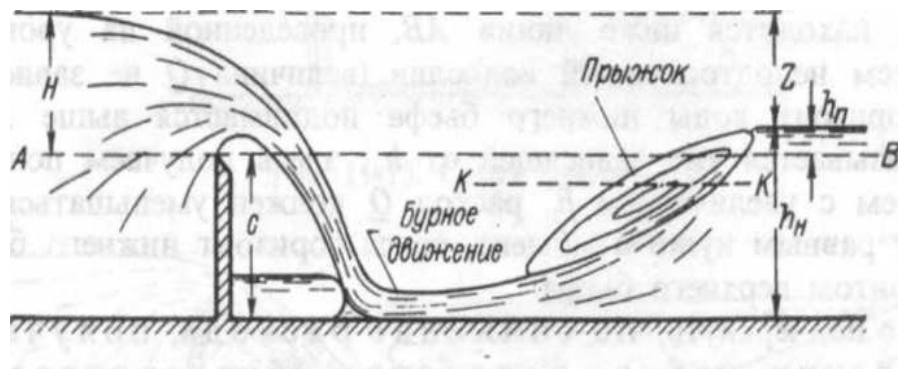


Рисунок 10 – Неподтопленный водослив с тонкой стенкой

В случае подтопленного водослива со свободным истечением без бокового сжатия расход Q рассчитывают по формуле

$$Q = m_o b \sqrt{2g} H^{3/2} \quad (11.12)$$

где $m_o = \sigma_n m_{он}$.

Коэффициент подтопления рассчитывают по эмпирической формуле

$$\sigma_n = 1,05 \left(1 + 0,2 \frac{h_g}{c}\right)^3 \sqrt{\frac{Z}{H}} \quad (11.13)$$

Необходимо отметить, что расход через подтопленный водослив снижается, так как под нисходящей струей образуется повышенное давление.

Примеры несвободного истечения воды через водослив с тонкой стенкой приведены на рисунках 11 – 14.

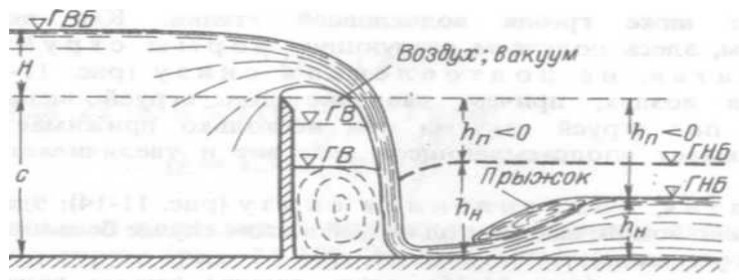


Рисунок 11 – Струя поджатая неподтопленная снизу

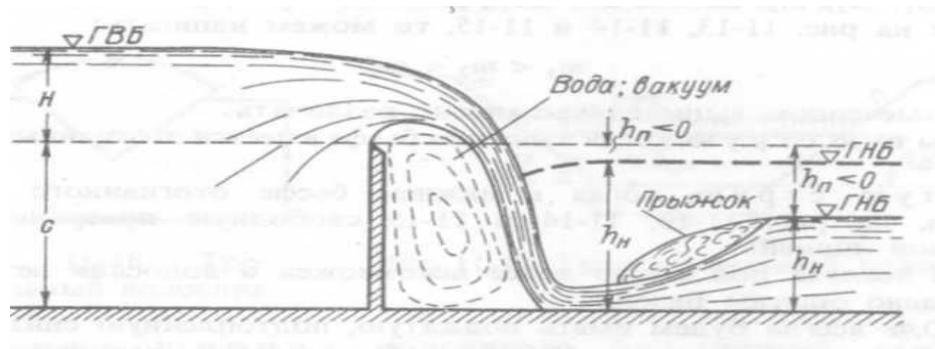


Рисунок 12 – Струя поджатая подтопленная снизу



Рисунок 13 – Струя прилипшая

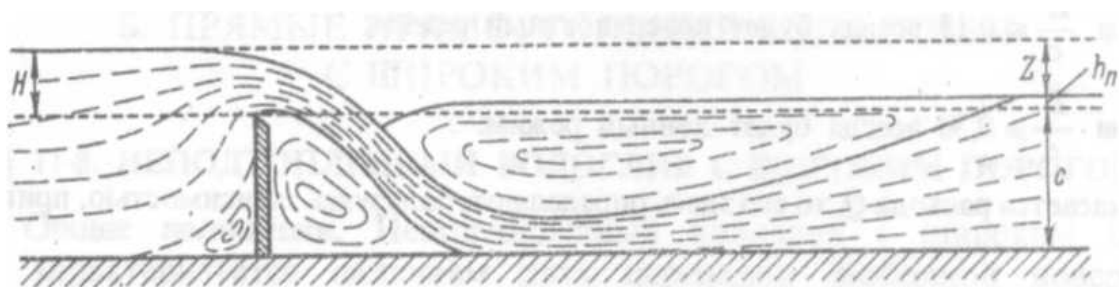


Рис. 11-16. Донный режим истечения

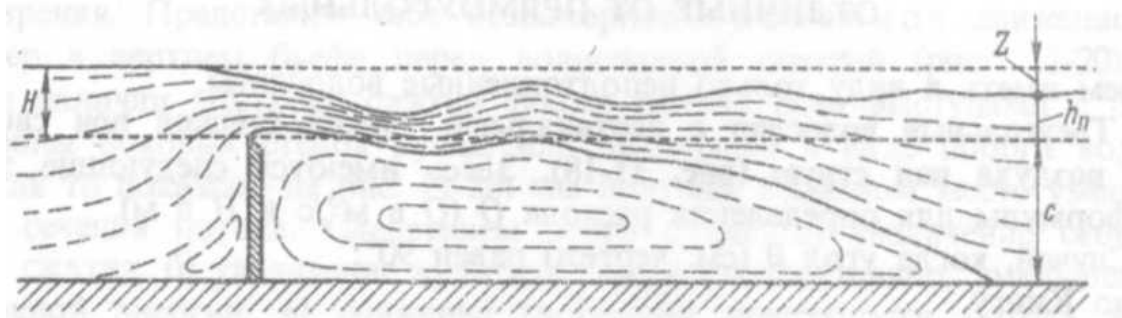


Рисунок 14 – Донный и поверхностный режим истечения

Вопрос 5. Водосливы с тонкой стенкой используются для определения расходов. Для треугольного водослива Кингом была получена формула

$$Q = 1,343H^{2,47}, \quad (11.14)$$

Для такого же водослива Томпсоном получена формула

$$Q = 1,4H^{3/2}. \quad (11.15)$$

Для углов водослива от 22° до 118° Граве получил формулу

$$Q = 1,331 \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right)^{0,996} H^{3/2}. \quad (11.16)$$

Для трапецеидального водослива с тонкой стенкой при свободном доступе под струю можно пользоваться приближенной формулой

$$Q = m b_{cp} \sqrt{2g} H^{3/2}. \quad (11.17)$$

При угле $\varphi = 1/4$ коэффициент расхода может быть принят равным 0,42. Существуют эмпирические формулы и для других форм водосливов: параболических, круговых и др.

Вопрос 6. Критерии отнесения водослива к данному виду были определены выше. Как и другие водосливы, он может быть со свободным истечением и подтопленный. Свободное истечение жидкости через водослив с широким порогом представлено на рис. 15.

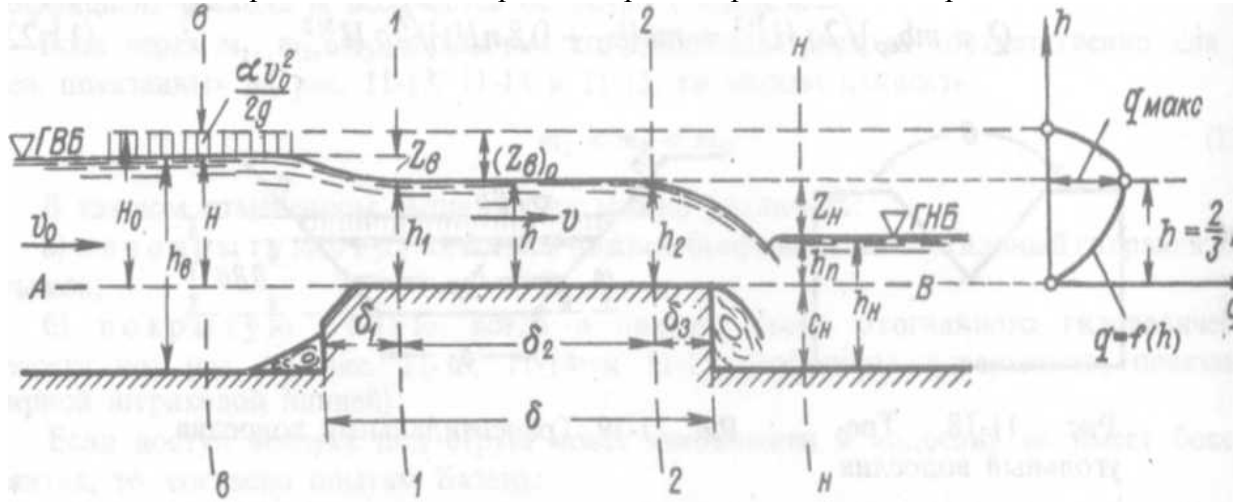


Рисунок 15 – Неподтопленный водослив с широким порогом

На входе в водослив в сечении левее 1-1 и на выходе из него правее 2-2 имеет место перепад уровней z_B и z_H . Перепад z_B образуется за счет сжатия потока снизу и с боков, перепад z_H – за счет увеличения скорости при свободном падении струи., т. е. неподтопленный водослив характеризуется наличием двух перепадов поверхности z_B и z_H . В пределах гребня водослива поверхность потока считают горизонтальной, $h_1=h_2$.

Для прямоугольного русла расход через водослив можно определить по формуле

$$Q = bhv = bh\varphi\sqrt{2g(H_0 - h)} \quad (11.18).$$

$$v = \varphi\sqrt{2g(H_0 - h)} = \varphi\sqrt{2g(Z_B)_0}. \quad (11.19)$$

Расчет водослива с широким порогом, изложенный в технических условиях, выполняют в следующей последовательности:

1. Расход воды переливающийся через водослив, определяют по формуле

$$Q = \varepsilon m b \sqrt{2g} H_0^{3/2} \quad (11.20)$$

где ε - коэффициент бокового сжатия водослива.

Его рассчитывают по формуле

$$\varepsilon = \frac{b_c}{b}. \quad (11.21)$$

Для условий плоской задачи, когда $b=B_0$ коэффициент бокового сжатия $\varepsilon = 1$.

2. В случае, когда площадь живого сечения по линии в-в

$$\Omega \approx 4(bH) \quad (11.21)$$

Скоростью подхода пренебрегают и расчетную зависимость переписывают в виде:

$$Q = \varepsilon m b \sqrt{2g} H^{3/2} \quad (11.22)$$

3. При отсутствии бокового сжатия $\varepsilon = 1$ коэффициент расхода m принимается по справочникам в зависимости от величины $(\frac{c_6}{H},)$, 0,32-0,35;

4. При наличии бокового сжатия коэффициент $(\varepsilon \text{ р } 1)$ коэффициент расхода m определяется как п.3, величину коэффициента бокового сжатия в первом приближении назначают в пределах $\varepsilon = 0,85 - 0,95$

5. Глубину h на пороге водослива можно определить по формуле

$$h = kH_o \quad (11.23)$$

где коэффициент k определяют по специальным графикам, или же в зависимости от отношения εm , для которых приведены значения коэффициента скорости φ из уравнения (11.18)

εm	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38
φ	0,94	0,96	0,97	0,98	1,0

Соответствующими исследованиями было выявлено, что подтопленный водослив выглядит как показано на рисунке.

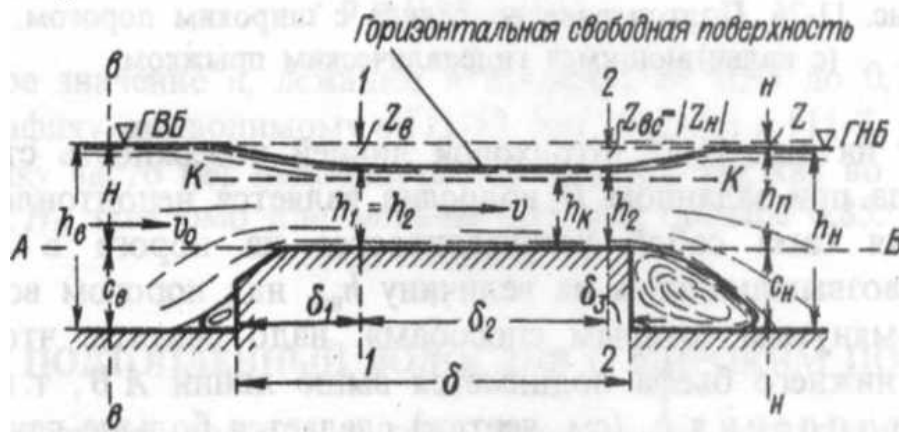


Рисунок 16 – Подтопленный водослив с широким порогом $Z_{вс}$ – перепад восстановления.

Как видно из рисунка, потока на водосливе содержит входную часть (от сечения в-в до 1-1, водослив (от 1-1 до 2-2), и выходную часть (от сечения 2-2 до сечения н-н). На входе имеем сжатие потока, характеризующееся увеличением его скорости. Вследствие этого возникает перепад $z_в$. На выходе имеем потери напора на выход, вследствие чего скорость потока снижается и возникает перепад $z_н$.

Из рисунка видно, что водослив с широким порогом становится подтопленным, если имеется два перепада, один отрицательный, а второй положительный. При этом величина подтопления ($h_п$) будет составлять 0,75-0,85 напора на водослив.

Если пренебречь напором восстановления, то можно сказать, что водослив с широким порогом считается подтопленным, если уровень воды нижнего бьефа поднимется выше того горизонта воды, который сам по себе установится на пороге неподтопленного водослива.

Критериями подтопления водослива с широким порогом можно являются:

- согласно Беланже $h_n \text{ f } \frac{2}{3} H_o$;

- согласно Бахметьеву $h_n \text{ f } h_k$

-согласно Р.Р.Чугаеву $h_n \text{ f } (0,75 - 0,85)H_o$

Расчет подтопленного водослива можно вести по способу Беланже, Бахметьева и технических условий.

Согласно ТУ

$$Q = \varphi_n b h_1 \sqrt{2g(H_o - h_1)}; \quad (11.24)$$

Здесь φ_n принимается в зависимости от εm

εm	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38
φ_n	0,77	0,84	0,90	0,96	0,99

Глубина h_1 принимается равной h_2

$$h_1 = h_2 = h_n - Z_{вс}.$$

$$Z_{вс} = \xi_{вс} \cdot h_{кр}$$

где $\xi_{вс}$ - определяется по графикам Р.Р.Чугаева.

$h_{кр}$ - определяется по известной формуле критической глубины.

Вопрос 7. Водосливы практического профиля дополнительно классифицируют на
 - вакуумные, когда на поверхности водосливной стенки под струей образуется вакуум;
 - безвакуумные водосливы нормального очертания, когда положительное давление под струей близко к атмосферному;
 - безвакуумные водосливы с уширенным гребнем, когда положительное давление на гребне под струей значительно отличается от атмосферного.

Состояние вакуумный, безвакуумный зависит от напора на водосливе. На рис.11-17 представлены водосливы с тонкой стенкой и практического профиля в безвакуумном состоянии.

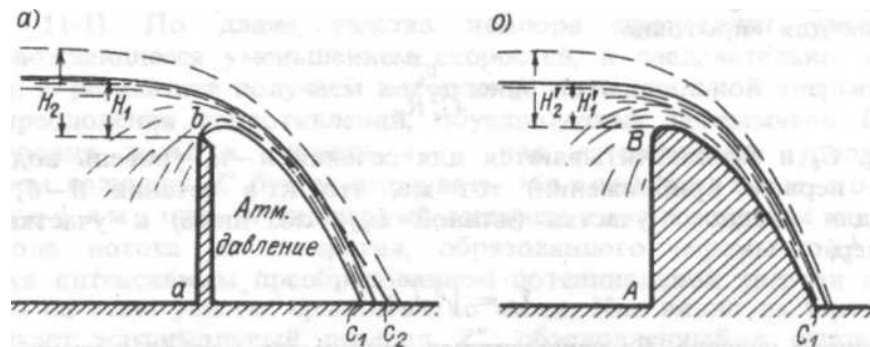


Рисунок 17 – Безвакуумные водосливы с тонкой стенкой и практического профиля
 Очертание профиля водослива практического профиля (б) построено по струе водослива (а). При увеличении напора струя водослива (а) займет положение (с₂) и водослив (б), построенный по очертанию струи с₁, станет вакуумным

Расход через водослив практического профиля рассчитывают по формуле

$$Q = \sigma_n \varepsilon m B \sqrt{2g} H_o^{3/2} \quad (11.25)$$

где $B = \Sigma b$ – ширина водосливного фронта, .

σ_n - коэффициент подтопления;

$$\varepsilon = \frac{B_c}{B},$$

где $B_c = \Sigma b_c$ - ширина водосливного фронта с учетом бокового сжатия.

При отсутствии бокового сжатия и подтопления

$$Q = m B \sqrt{2g} H_o^{3/2}$$

Скоростью подхода пренебрегают, когда $\Omega \approx 4(bH)$.

Для водосливных плотин это выглядит следующим образом.

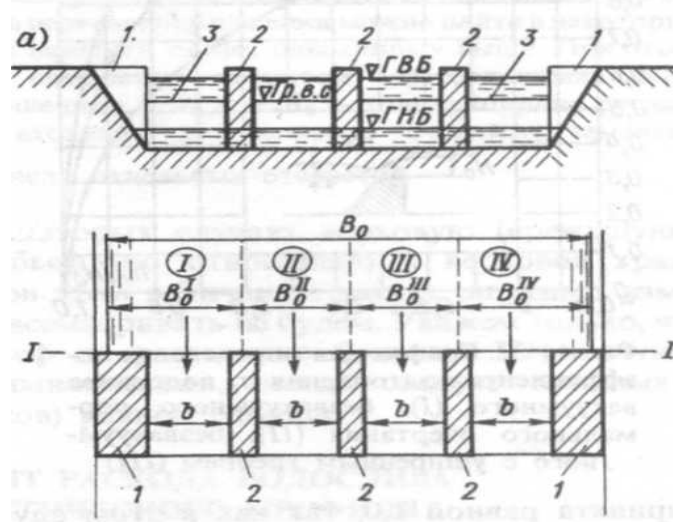


Рисунок 18 – Разрез и план плотины: а) разрез, б) план.

1- береговые устои, 2 – гребень водосливной плотины, 3) затворы

Водослив практического профиля считается подтопленным, если уровень воды в НБ превышает отметку гребня водослива, а величина подтопления (h_n) – это превышение уровня воды в НБ на гребнем водослива. Коэффициент подтопления определяют по графику, приведенному на рис. 11-19.

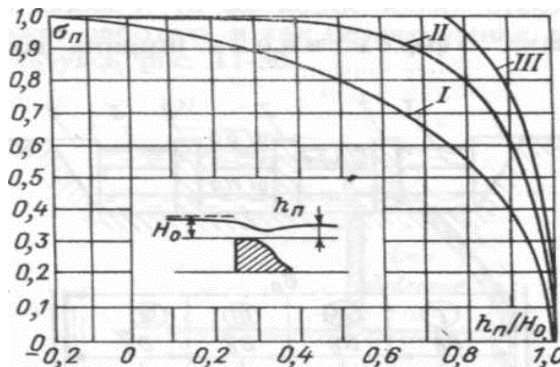


Рисунок 19 – График для определения коэффициента подтопления водослива: 1- вакуумного, II – безвакуумного, III - безвакуумного с уширенным гребнем.

При наличии одного водосливного отверстия величину коэффициента бокового сжатия определяют как для водослива с широким порогом. В случае ряда отверстий по формуле:

$$\varepsilon = 1 - 0,2 \frac{\xi + (n-1)\xi}{n} \frac{H_0}{b}, \quad (11.26)$$

где n – число водосливных отверстий;

$$\text{или } \varepsilon = 1 - \alpha \frac{H_0}{b + H_0},$$

ξ - коэффициент уменьшения, учитывающий форму быков в плане.

α - коэффициент, также зависящий от формы быков в плане (для прямоугольной формы 0,2, для скругленной -0,11).

Коэффициенты уменьшения можно принимать в зависимости от очертания входной грани:

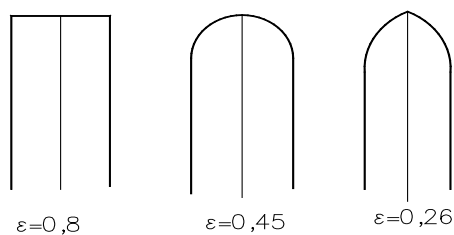


Рисунок 20 – Зависимость коэффициента уменьшения от очертания входной грани быка

При определении коэффициента расхода водослива практического профиля их разделяют на отдельные группы, в частности:

- 1) водосливы с о стенкой прямоугольного поперечного сечения;

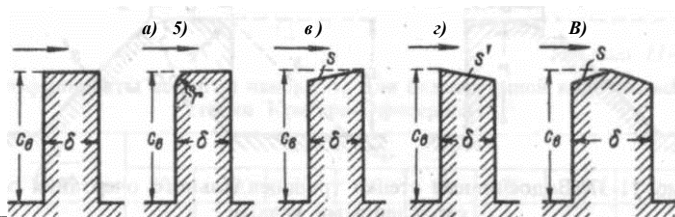


Рисунок 21 – Прямоугольные водосливные стенки

- 2) водосливы со стенкой трапецидального поперечного сечения;

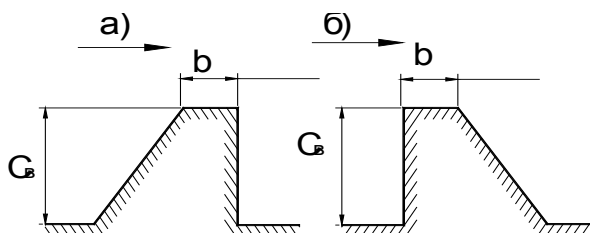


Рисунок 22 – Трапецидальные водосливные стенки

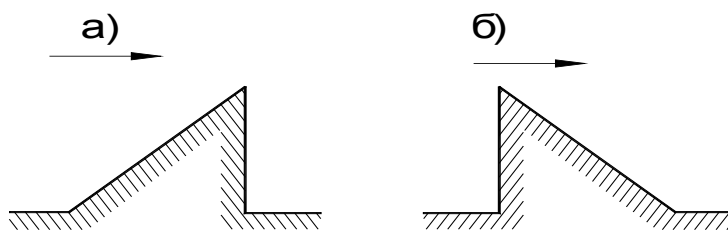


Рисунок 23 – Водосливы со стенкой треугольного поперечного сечения;

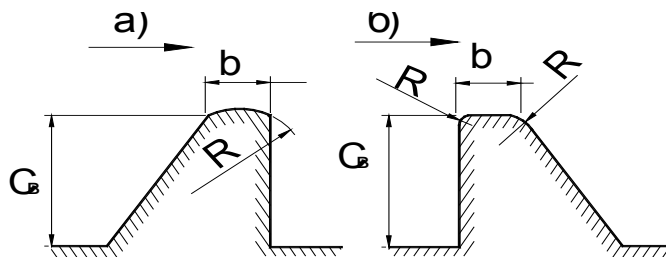


Рисунок 24 – Водосливы со стенкой трапецидального очертания со скругленными углами;

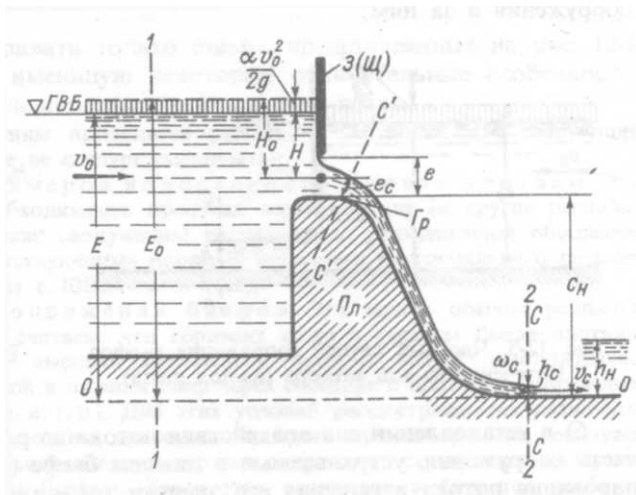


Рисунок 25 – Водослив нормального очертания (Кригера-Офицерова)

Н.Н. Павловский предложил выражать коэффициент расхода для той или иной группы водосливов при помощи следующей обобщенной формулы

$$m = m_r \sigma_n \sigma_\phi \tag{11.27}$$

где m_r - приведенный коэффициент расхода, найденный опытным путем для каждого из профилей водосливов и для профилирующей величины напора на водосливе H ;

σ_n - корректив, вводимый для учета отклонения фактического напора от профилирующего;

σ_ϕ - корректив, учитывающий изменение формы водослива.

В справочной литературе для каждой формы водослива приводятся эти данные.

Для водослива трапецеидального поперечного сечения со скругленными углами:

- 1) Для высокого профиля ($C_B > 3H$) $m = 0,48$;
- 2) Для криволинейных профилей средней высоты ($2H < C_B < 3H$), в случае - когда входное ребро скруглено

$$m = 0,4 \left(\frac{H}{\delta_0} \right)^{1/6} \tag{11.28}$$

- в случае нескругленного ребра

$$m = 0,37 \left(\frac{H}{\delta_0} \right)^{1/6} \tag{11.29}$$

Вопрос 8. Щит представляет собой подпорную стенку, имеющую отверстие около дна русла, через которое происходит истечение потока. Как и при истечении жидкости через отверстия, за счет инерционных сил поток при выходе из-под щита уменьшает свое сечение, т.е. происходит сжатие потока до величины сжатой глубины h_c . Истечение из-под щита может быть свободным и несвободным.

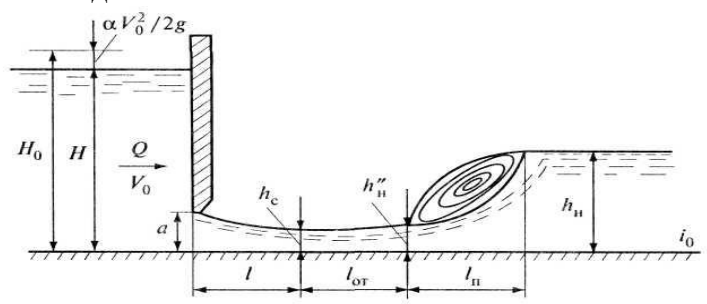


Рисунок 26 – Свободное истечение из-под щита

Свободное истечение. Свободное истечение (см. рис. 9.26) наблюдается в следующих случаях:

а) поток в нижнем бьефе находится в бурном состоянии: $i_0 > i_{кр}$, $h_n < h_{кр}$; (линия критической глубины К-К находится выше линии нормальной глубины N-N);

б) поток в нижнем бьефе в спокойном состоянии. Поток жидкости, вытекающий из-под щита, будет сопрягаться в виде отогнанного прыжка или прыжка в сжатом сечении.

При открытии щита на высоту (а) от дна русла поток, вытекающий из-под щита, обтекая нижнюю часть его, сужается по вертикали. В результате этого происходит сжатие потока. В сжатом сечении глубина потока равна h_c (см. рис. 11.26). Глубину потока в сжатом сечении можно выразить через высоту открытия щита a и коэффициент сжатия потока ε :

$$h_c = \varepsilon a \quad (11.30)$$

Коэффициент вертикального сжатия зависит от открытия щита a и геометрического напора перед щитом H и может быть определен по формуле

$$\varepsilon = f\left(\frac{a}{H}\right) \quad (11.31)$$

Для определения свободного истечения определяется глубина h_c'' , сопряженная с глубиной в сжатом сечении. Свободное истечение будет иметь место, когда $h_c'' > h_n$ (h_n — глубина воды в нижнем бьефе). Расход потока при свободном истечении из-под щита выражается уравнением

$$Q = \varphi b h_c \sqrt{2g(H_0 - h_c)} = \varphi b \varepsilon a \sqrt{2g(H_0 - \varepsilon a)} = \mu b a \sqrt{2g(H_0 - \varepsilon a)} \quad (11.32)$$

где b - ширина отверстия;

$\mu = \varepsilon \varphi$ - коэффициент расхода;

Вопрос 9. Истечение будет *несвободным* или *подтопленным*, если при спокойном потоке а нижнем бьефе сопряжение бурного потока вытекающего из-под затвора происходит в форме надвинутого прыжка $h_c'' < h_n$, см. рис. 27

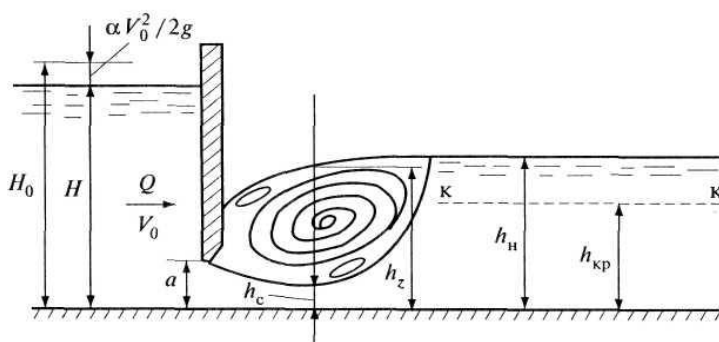


Рисунок 27 – Истечение жидкости из-под затвора в форме надвинутого прыжка

Глубину в сжатом сечении и коэффициент вертикального сжатия находят также как и для свободного истечения.

Основным расчетным уравнением является расход. Его определяют по формуле

$$Q = \mu b a \sqrt{2g(H_0 - h_z)} \quad (11.33)$$

где h_z - подтопленная глубина в сжатом сечении, в котором пьезометрическое давление минимально.

Коэффициент расхода при подтопленном иссечении принимается также как и при свободном истечении.

Подтопленная глубина в сжатом сечении может быть определена по формуле

$$h_z = \sqrt{h_n^2 - \frac{2q^2}{g} \frac{h_n - h_c}{h_n h_c}} \quad (11.34)$$

Все параметры этой формулы нам уже известны.

Тема 12. Сопряжение бьефов

Вопросы.

[1. Общие понятия и терминология](#)

[2. Сопряжение бьефов при устройстве плотин. Формы сопряжения бьефов](#)

[3. Расчет глубины в сжатом сечении](#)

[4. Проектирование и расчет устройства НБ плотин](#)

[5. Гашение кинетической энергии потока в нижнем бьефе. Виды гасителей](#)

[6. Расчет водобойного колодца.](#)

[7. Расчет высоты водобойной стенки при неподтопленном и подтопленном истечении](#)

[8. Расчет длины водобойных колодцев.](#)

Вопрос 1. При пропуске воды через плотину применяются часто водосливы практического профиля с очертанием сливной рани по Кригеру-Офицерову. Различают следующие виды истечения воды при пропуске ее через плотину из ВБ в НБ:

- истечение из-под затвора;
- перелив через плотину;
- истечение через донное отверстие .

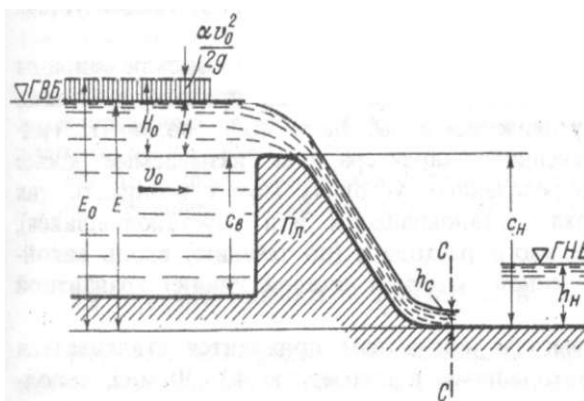


Рисунок 1 – Перелив через плотину

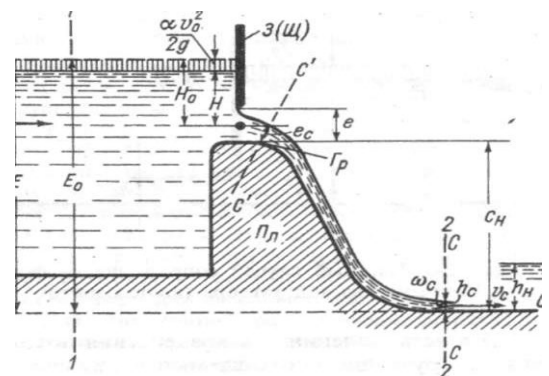


Рисунок 2– Истечение из-под затвора

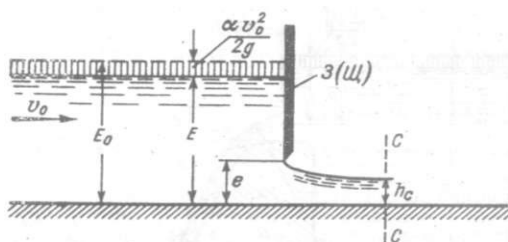


Рисунок 3 – Истечение через донное отверстие, например поднимающимся затвором

Рис. 2 и 3 - представляют собой напорное истечение, 1 – безнапорное истечение.

Примем следующие обозначения:

E – превышение горизонта воды верхнего бьефа над дном нижнего бьефа;

E_0 – тоже с учетом скорости подхода. (полная удельная энергия воды ВБ относительно НБ);

h_c – сжатая глубина, толщина струи воды ниспадающей с плотины в сжатом сечении потока С-С;

h_n – глубина воды в нижнем бьефе.

Вопрос 2. При истечении воды через плотину возможно возникновение сложных ситуаций. Это обусловлено тем, что при пропуске больших расходов и с большой высоты скорость ниспадающего потока достигает 40-50 м/с. Часто возникает из-за неровности водосливной поверхности кавитация, которая приводит к разрушению водосливов. Поток при такой скорости падения сильно насыщается воздухом и представляет собой водно-воздушную смесь. Имеет место и сбойность потока, т.е. движение по криволинейным траекториям в плане. Поэтому задачи, которые приходится решать в гидротехнике при сопряжении бьефов носят сложный характер.

Первой задачей при сопряжении бьефов является определение ширины водосливного фронта. Эту задачу решают исходя из необходимости пропуска расхода через плотину заданной обеспеченности, устанавливаемой соответствующими нормами (например один раз в 10 000 лет).

Вторая задача – расчет сопряжения бьефов. Считается, что отметка воды в ВБ задана, например, самая высокая. Дополнительно задаются условия, например, сброс воды в НБ электростанцией. Для этих условий рассматриваются различные варианты открытия затворов плотины. Причем для каждого из вариантов рассчитывается форма сопряжения струи воды, пропускаемой через плотину с НБ. Из возможных вариантов выбирается самый неблагоприятный применительно к которому проектируется конструкция плотины и устройство нижнего бьефа. В результате принятых решений разрабатывается эксплуатационный график маневрирования затворами плотины, который не должен допускать особенно опасных открытий отверстий затворов. Этот график в последующем уточняется в процессе натурных исследований

При устройстве плотин возможны два случая:

- когда уклон дна нижнего бьефа $i > i_{кр}$;

- когда уклон дна НБ $i < i_{кр}$.

В первом случае мы имеем истечение представленное на рисунке 12.4

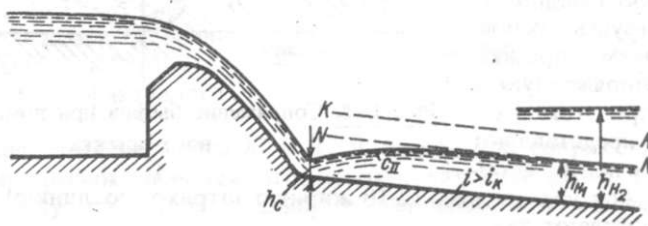


Рисунок 4 – Сопряжение бьефов при бурном истечении воды, $i > i_{кр}$

В нижнем бьефе мы имеем кривую подпора типа СII. Если НБ подперт, что мы имеем, причем глубина воды в нижнем бьефе $h_n > h_{кр}$, то в этом случае за плотинной может образоваться гидравлический прыжок (см. рисунок).

Во втором случае ($i < i_{кр}$) сопряжение бьефов производится с помощью отогнанного прыжка.

1-й тип сопряжения при помощи отогнанного прыжка

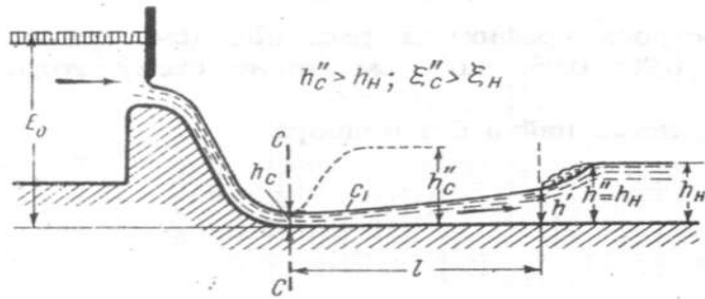


Рисунок 5 – Сопряжение бьефов при помощи отогнанного прыжка

Длина l называется длиной отгона прыжка. Она представляет собой длину кривой подпора типа С1 между сечениями глубина которых равна h_c и h' . Здесь глубина h' является глубиной сопряженной с глубиной нижнего бьефа h_H .

2-ой тип. Сопряжение бьефов при помощи затопленного прыжка.

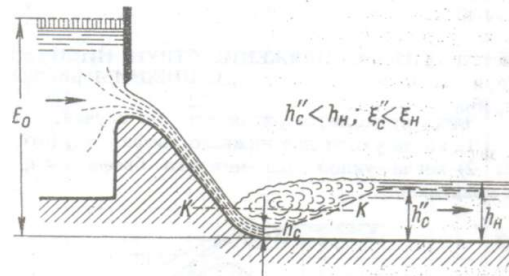


Рисунок 6 – Сопряжение бьефов при помощи затопленного прыжка

В этом случае вводят понятие степени затопления прыжка $A = h_H / h_c''$ где h_c'' есть глубина, сопряженная с h_c /

3-ий тип. Прыжок в сжатом сечении. Для этого типа сопряжения величина $A=1,0$.

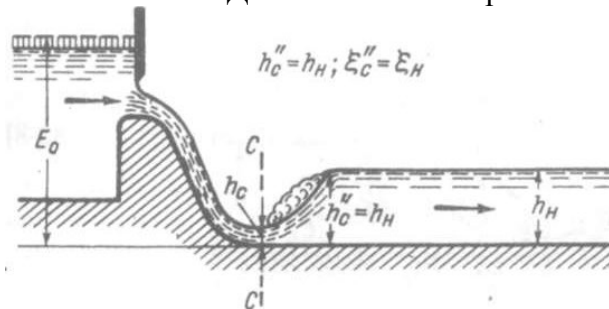


Рисунок 7 – Прыжок в сжатом сечении

Вопрос 3. Для расчета глубины в сжатом сечении составим уравнение Бернулли, Для этого воспользуемся рис. 12.1.

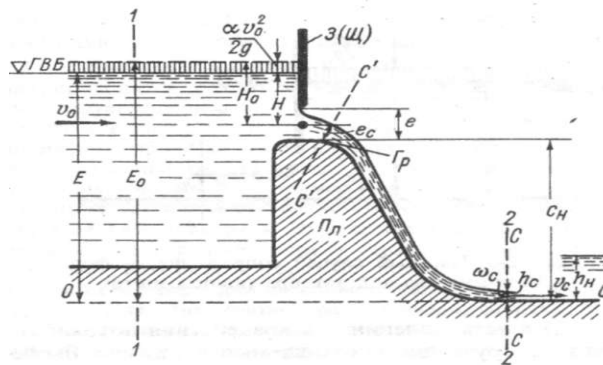


Рисунок 8 – Общий случай сопряжения бьефов. Плотина с затвором

Проведем плоскость сравнения О-О на уровне дна нижнего бьефа. Выберем сечение 1-1 перед плотиной, 2-2 по линии С-С. Потери напора h_f от сечения 1-1 до сечения 2-2 выразим известной формулой

$$h_f = \xi \frac{v_c^2}{2g}, \quad (12.1)$$

где ξ – соответствующий коэффициент сопротивления;

v_c – скорость в сжатом сечении.

Соединяя уравнением Бернулли сечения 1-1 и 2-2, получаем

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{1+\xi}} \sqrt{2g(E_o - h_o)} \quad (12.2)$$

Обозначим
$$\frac{1}{\sqrt{1+\xi}} = \varphi_c, \quad (12.3)$$

где φ_c – коэффициент скорости, учитывающий потери напора в пределах сооружения.

Подставляя 12.3 в 12.2 получаем

$$v_c = \varphi_c \sqrt{2g(E_o - h_o)} \quad (12.4)$$

Дополнительно можно записать, что

$$v_c = \frac{Q}{\omega_c}, \quad (12.5)$$

где ω_c – площадь сжатого сечения

$$\omega_c = f(h_c) \quad (12.6)$$

Уравнения I и II представляют собой систему двух уравнений с двумя неизвестными v_c и h_c . Решая эту систему находим h_c . Эта система уравнений может быть использована для любой плотины: с затвором или без, причем для русла нижнего бьефа любого поперечного сечения.

Трапецидальное русло НБ.

В этом случае

$$\omega_c = h_c(b + mh_c) \quad (12.7)$$

Поэтому вместо уравнений I и II можем записать одно расчетное уравнение

$$Q = \varphi_c h_c (b + mh_c) \sqrt{2g(E_o - h_c)} \quad (12.8)$$

Это уравнение решается в отношении h_c подбором.

Прямоугольное русло в НБ.

В этом случае
$$Q = qb; \dots \dots \omega_c = bh_c \quad (12.9)$$

Получаем, что
$$v_c = \frac{q}{h_c} \quad (12.10)$$

Подставляя 12.10 в 12.4 имеем

$$\frac{q}{h_c} = \varphi_c \sqrt{2g(E_o - h_c)} \quad (12.11)$$

или
$$E_o = h_c + \frac{q^2}{2gh_c^2 \varphi_c^2} \quad (12.12)$$

Уравнение 12.12 является кубическим в отношении h_c и имеет три корня. При выборе ответа следует помнить, что $0 < h_c < h_k$. Поэтому из трех корней следует выбирать ответ, удовлетворяющий этому условию.

Существует три способа расчета сопряжения бьефов: аналитический, при помощи графиков и приближенный.

Рассмотрим аналитический способ. Он заключается в следующем:

- 1) определяем по заданному напору H на гребне водослива расход Q ;
- 2) зная H вычисляем E и E_0 по формулам 12.1 и 12.2;
- 3) по уравнению 12.2 находим сжатую глубину h_c ;
- 4) по основному уравнению прыжка 8.25 находим вторую сопряженную глубину h''_c ;
- 5) сопоставляя величины h''_c и h_n выясняем тип сопряжения бьефов;
- 6) если прыжок является отогнанным, находим длину отгона прыжка l , а также длину прыжка l_n и длину послепрыжкового участка l_{nn} , при этом поступаем следующим образом:
 - а) зная глубину h_n определяем по основному уравнению прыжка сопряженную с ней глубину h' , считая, что $h''_c = h_n$ (рис. 12.7)
 - б) по уравнению Бахметьева вычисляем длину l , как длину кривой свободной поверхности между сечениями, глубины которых равны h_c и h''_c ;
 - в) определяем длину прыжка и послепрыжкового участка l_n и l_{nn} ;
- 2) если прыжок оказывается затопленным, определяем степень затопления прыжка A .

Вопрос 4. Водосливные плотины практического профиля характеризуются тем, что струя, сходящая с гребня водослива, располагается на сливной поверхности плотины, а сжатое сечение непосредственно у ее подошвы. Следует заметить, что местоположение сжатого сечения С-С определяется конструкцией плотины. В районе сжатого сечения всегда имеются большие скорости движения воды, поэтому размывающая способность потока в этом месте велика. Если дно реки в этом месте не скальное, его следует крепить.

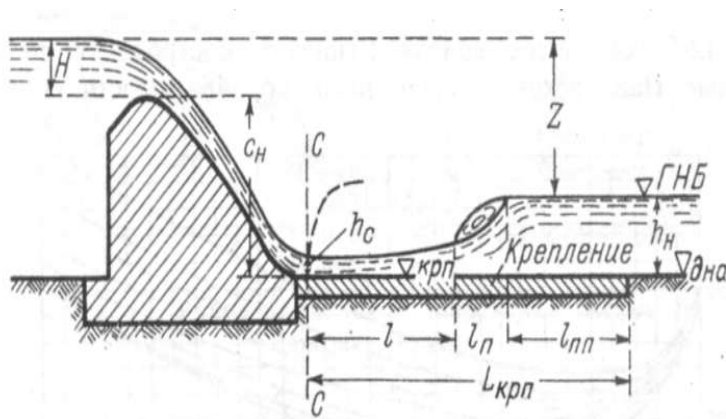


Рисунок 9 – К расчету длины крепления нижнего бьефа

Длина крепления $l_{крп}$, измеряемая от сечения С-С в случае отогнанного прыжка, определяется по формуле

$$l_{крп} = l + l_n + l_{nn} \quad (12.13)$$

Крепление НБ в случае отогнанного прыжка крепление получается длинным, а также имеющим большую толщину. Исходя из экономических соображений отогнанного прыжка на не скальном основании не допускают и проектируют сопряжение в виде затопленного прыжка, при этом степень затопления прыжка принимают равной 1,1-1,05.

Чтобы получить затопленный прыжок, приходится искусственно увеличивать глубину воды в НБ. Это достигается путем устройства «пониженного крепления». Высота плотины увеличивается, увеличивается также затопляющая глубина $h'_n = h_n + a$.

где h_n - действительная глубина НБ;

Длина крепления $l'_{крп} = l'_n + l_{nn}$ (12.14)

где l'_n - длина затопленного прыжка При относительно малых глубинах принимается

$$l'_n = 6(h'_n + h_c) \text{ или } l'_n = (5,2-5,5)h'_n \quad (12.15)$$

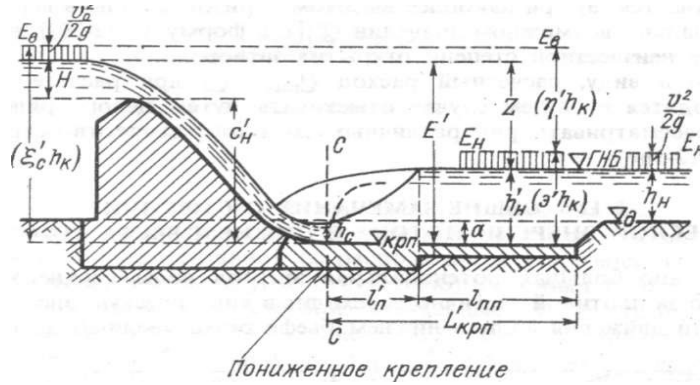


Рисунок 10 - К расчету отметки пониженного крепления НБ

Связь между расходом и уровнем воды в НБ определяется графиком $h_{н=f}(Q_{нб})$. В качестве расчетного расхода выбирается расход, при котором возникает наиболее неблагоприятная ситуация в НБ. Это не обязательно максимальный расход, он как правило, наблюдается при высоких уровнях в ВБ.

Вопрос 5. Большая потенциальная энергия воды в ВБ переходит в кинетическую энергию НБ. Наличие больших скоростей заставляет сооружать в НБ плотины мощные, а следовательно, дорогостоящее крепление. Для того, чтобы уменьшить мощность этого крепления и снизить его стоимость необходимо как возможно более короткой длине за плотиной:

А) преобразовать часть избыточной кинетической энергии, доведя h_c до h_n ;

Б) погасить оставшуюся часть избыточной кинетической энергии, т.е. рассеять, преобразовав в тепло сил трения.

Специальные устройства, сооружаемые в НБ с целью гашения энергии, называются гасителями энергии.

Различают следующие типы гасителей энергии:

1) водобойный колодец, рис. 12,10.

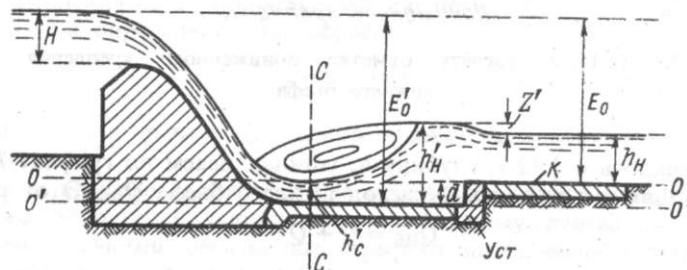


Рисунок 11 – Водобойный колодец

В водобойном колодце искусственно увеличивается глубина нижнего бьефа на некоторую, устанавливаемую расчетом, глубину d .

2. водобойную стенку, рис.12.11

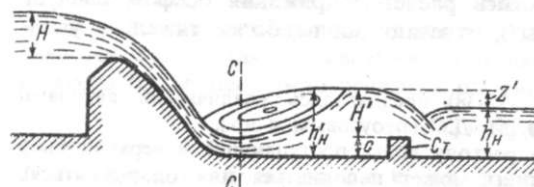


Рисунок 12 – Водобойная стенка.

Здесь глубина h'_n больше h_n на величину подпора Z' вызываемого специальной водобойной стенкой, устроенной в НБ.

3. водобойный колодец комбинированного типа, рис.12.

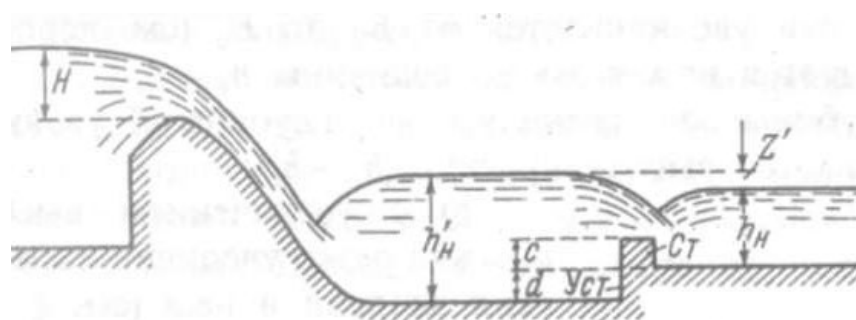


Рисунок 13 – Водобойный колодец комбинированного типа

В этом случае глубина нижнего бьефа увеличивается за счет заглубления дна НБ и за счет подпора, вызванного водобойной стенкой.

4. *специальные гасители энергии*. Их конструкции различны (например, шашки, пирсы), как и порядок их установки. Основная идея их установки заключается в дроблении потока и создание условий для его деформации. В отличие от водобойных колодцев специальные гасители не поддаются гидравлическому расчету. Их размеры и порядок установки определяют путем проведения лабораторных опытов

Вопрос 6. В результате устройства водобойного колодца имеем следующее:

- 1) полная высота падения водного потока увеличивается с E_o до E'_o ;
- 2) сжатая глубина уменьшается с h_c до h'_c ;
- 3) с уменьшением сжатой глубины увеличивается сопряженная с ней глубина h''_c , т.о. увеличивается высота прыжка. (см.рис.12.13)
- 4)

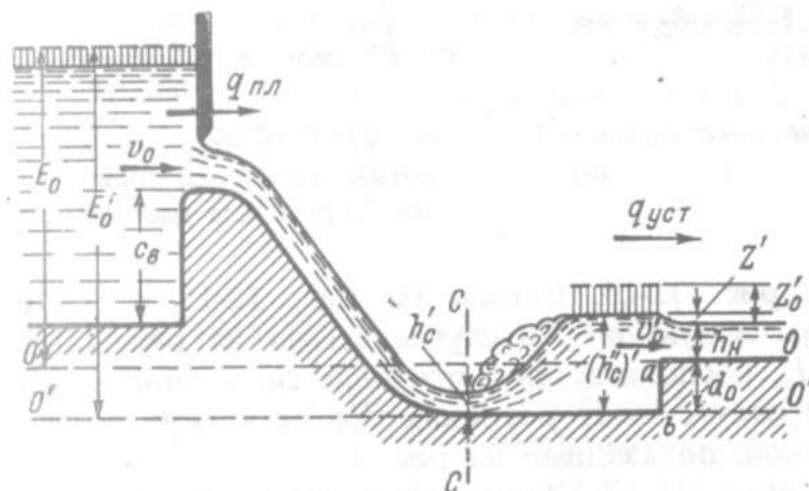


Рисунок 14 – К расчету теоретической глубины d_o водобойного колодца

Необходимая глубина колодца d , отвечающая затопленному прыжку со степенью затопления $A=(1,05-1,1)$ находится по формуле

$$d=(1.05-1.1)d_o+(0.05+0.1)h_n \quad (12.16)$$

где d_o - теоретическая глубина водобойного (ВК) колодца, т.е. при которой прыжок устанавливается в сжатом сечении и которая характеризуется степенью затопления $A=1,0$. Величину d можно назвать практической глубиной ВК.

Расчет теоретической глубины ВК. Значком (штрих, ') обозначим те размеры, которые изменили свою величину в связи с устройством колодца. (см.рис..12)

Первый этап расчета. Изначально определяют расход Q , сбрасываемый в НБ и удельный расход для плотины $q_{пл}=Q/B$.

где B ширина водосливного фронта. Дальнейший расчет ведут по схеме:

1. предварительно задаемся величиной d_o ;
2. находим новое значение E'_o

$$E'_o = E_o + d_o; \quad (12.17)$$

3. по известной величине E'_o находим величину h'_c ;

4. по 1-ой сопряженной глубине h'_c находим 2-ю сопряженную глубину h''_c , т.е. $(h''_c)'$;
 5) в конце ВК имеем уступ ab , который может быть назван водобойным уступом. Он работает как водосливная стенка затопленного водослива с широким порогом. В районе уступа ab имеем перепад Z'

6. Величину перепада рассчитаем по формуле

$$Z' = (h''_c)' - d_o - h_n; \quad (12.18)$$

7. находим скорость v'_o подхода к водобойному уступу, $v'_o = q_{nl}/(h''_c)$;

8. вычисляем перепад на водобойном колодце с учетом скорости подхода v'_o

$$Z'_o = Z' + \frac{\alpha v_o'^2}{2g}; \quad (12.19)$$

9. по формуле относящейся к затопленному водосливу с широким порогом, определяем удельный расход для водобойного уступа:

$$q_{ycm} = \varphi_{ycm} h_n \sqrt{2gZ'_o} \quad (12.20)$$

где φ_{ycm} – коэффициент скорости уступа (0,95).

Второй этап расчета. Задаемся другим значением d_o и опять следуем схеме расчета, как изложено в п.1. В результате такого расчета можем построить зависимость $q_{ycm} = f(d_o)$. Пользуясь этой зависимостью исходя из известной величины q_{nl} определяем глубину колодца d_o . **(Пример расчета на стр.367 Андреевской)**

Вопрос 7. Аналитический способ расчета высоты водобойной стенки при неподтопленном истечении

Водобойная стенка работает как водосливная стенка практического профиля. Высоту стенки обозначают через c_o . Водосливная стенка может быть в подтопленном и неподтопленном состоянии.

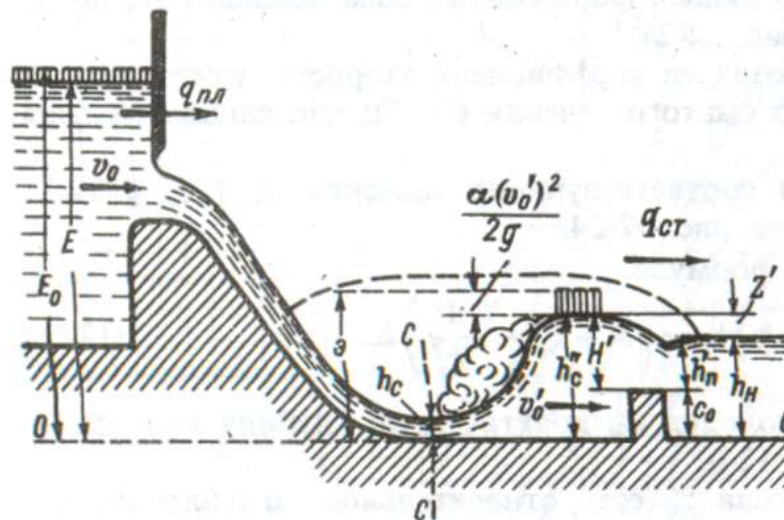


Рисунок 15 – К расчету теоретической высоты c_o водобойной стенки

Удельный расход водобойной стенки в общем случае определяют по формуле

$$q_{cm} = \sigma'_n m' \sqrt{2g} (H'_o)^{3/2} \quad H'_o = H' + \frac{\alpha v_o'^2}{2g} \quad \sigma'_n = \frac{h'_n}{H'_o} \quad (12.21)$$

Расчет стенки сводится к определению ее практической высоты. В случае неподтопленного водослива расчет ведет в последовательности:

- 1) зная E , определяют удельный расход плотины $q_{nl} = Q/B$. По удельному расходу определяют h_c по изложенной выше методике (подбором);
- 2) пользуясь уравнением прыжка по h_c пользуясь уравнением прыжка определяют h''_c ;
- 3) скорость подхода v'_o для водобойной стенки рассчитывают по формуле $v'_o = q_{nl}/(h''_c)$; после этого определяют скоростной напор $\alpha v_o'^2/2g$
- 4) полагая $q_{nl} = q_{cm}$ и коэффициент подтопления $\sigma_n = 1,0$ находим напор с учетом скорости подхода, принимая коэффициент расхода $m' = 0.42-0.44$.

$$H'_o = \left(\frac{q_{нл}}{m' \sqrt{2g}} \right)^{2/3} \quad (12.22)$$

5) зная полный напор определяют геометрически напор

$$H' = H'_o - \frac{\alpha v_o'^2}{2g} \quad (12.23)$$

6) устанавливают высоту стенки $c_o = h''_c - H'$. Практическая высота стенки будет равна $c = c_o + (0,05-0,1) h''_c$.

Определение высоты водобойной стенки c_o при подтопленном истечении

В этом случае c_o определяют путем подбора. Изначально, как и для неподтопленного водослива определяют, $q_{нл}, h'_c, h''_c, v_o, h_v$

Далее расчет ведет по следующей схеме.

Задаемся некоторым значением $c_o = c'_o$ и вычисляем величины:

а) $H' = h''_c - c'_o$;

б) $H'_o = H' + \frac{\alpha v_o'^2}{2g}$;

в) $h'_n = h_n - c'_o$.

г) σ'_n причем эту величину находим по графику, в зависимости от предварительно установленного отношения $(h'_n : H'_o)$;

д) удельный расход для стенки $q_{см} = q'_{см}$;

е) задаемся другим значением $c_o = c''_o$ и вычисляем по изложенной схеме $q''_{см}$.

По итогам подсчетов строим график $q_{см} = f(c_o)$. Так как $q_{см} = q_{нл}$, то искомую величину находим по графику, как показано на рисунке 12.15

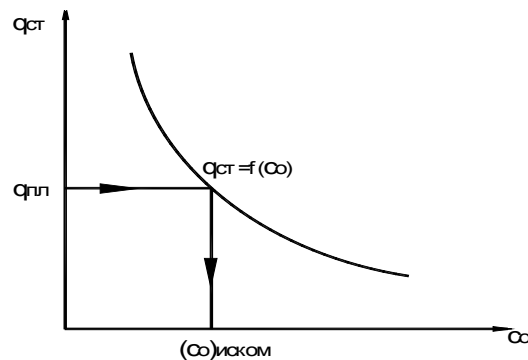


Рисунок 16 – Определение теоретической высоты стенки c_o

Вопрос 8. Водобойные колодцы, образованные уступом или стенкой могут быть с плавным или вертикальным очертанием низовой грани, как представлено на рис. 17, б..

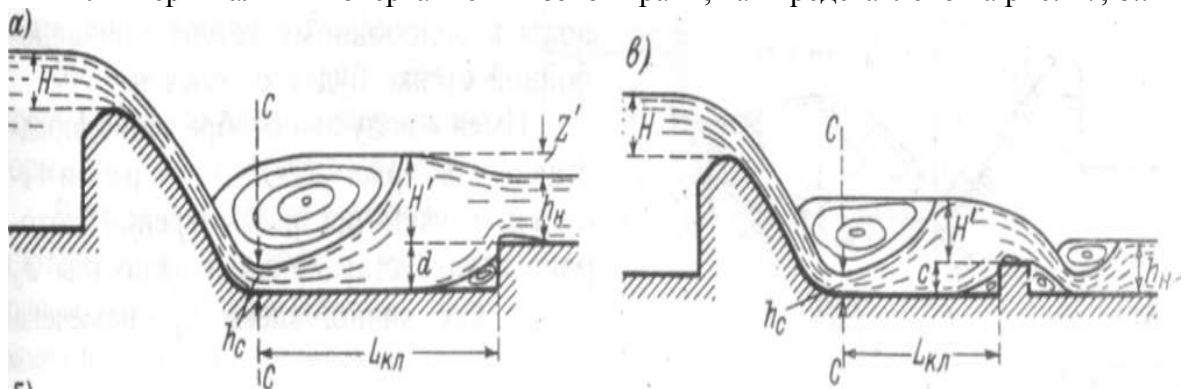


Рисунок 17(а) – Водобойный колодец с плавным очертанием низовой грани.

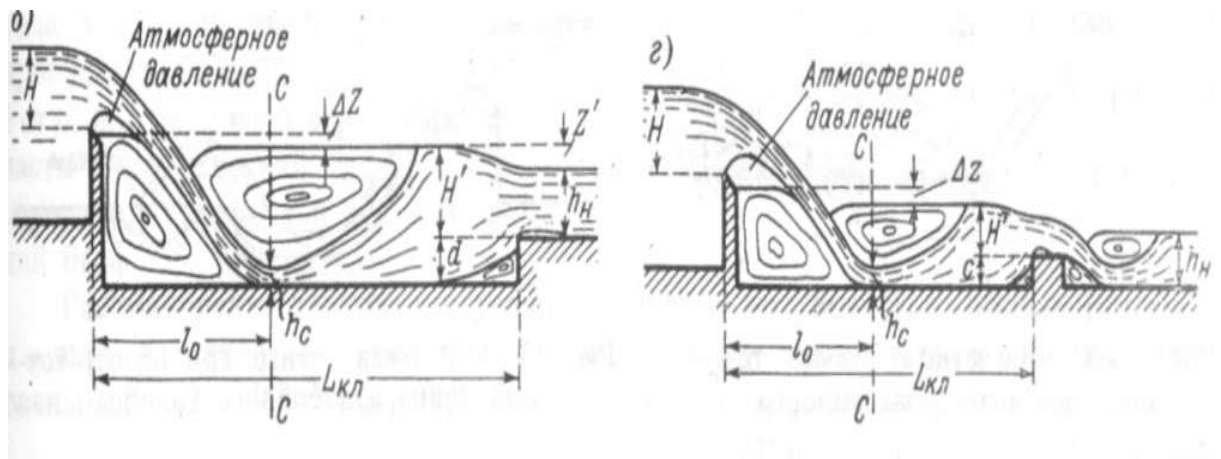


Рисунок 17 (б) – Водобойный колодец, образованный уступом.

При плавном очертании длину колодца принято отсчитывать от сжатого сечения С-С, а при вертикальной грани - от нее до уступа или стенки.

Длина колодца должна быть принята такой, чтобы обеспечивалось эффективное гашение кинетической энергии при минимальной длине. Практическим исследованиям установлено, что это возможно в том случае, когда верхний и нижний вальцы не перекрывали друг друга. Имея ввиду это соображение, представим на рис. 12.17 .

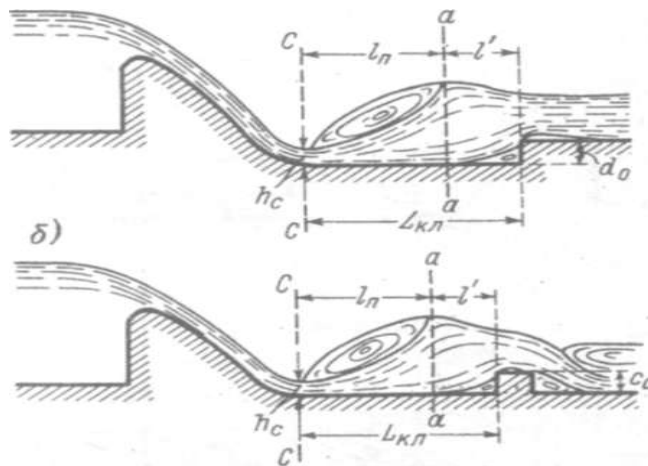


Рисунок 18 – Расчетная схема течения воды в пределах колодца

Как видно здесь длина колодца $L_{кл}$ намечена такой, что вертикальное сечение $a-a$, проведенное в конце верхнего кольца, совпадает с началом нижнего кольца. Рассматривая рис. 18 можно записать формулу

$$L_{кл} = l_n + l \quad (12.24)$$

где l_n - длина свободного незатопленного прыжка;
 l' - длина нижнего вальца.

Однако как показывает практика, данная формула дает завышенное значение длины колодца. Это обусловлено тем, что мы имеем несвободный прыжок, длина которого меньше длины свободного прыжка. В связи с этим некоторые авторы, в частности М.Д.Чертоусов, предлагают определять длину прыжка по следующей эмпирической формуле:

$$L_{кл} = \beta l_n \quad (12.25)$$

где β – эмпирический коэффициент, принимаемый равным 0,7-0,8.

При недостаточной длине колодца возможно иметь весьма опасную картину протекания потока (см. рис. 19), когда струя выйдет из колодца без образования прыжка и, ударяясь о дно

нижнего бьефа за колодцем, может произвести разрушение крепления и размыв нижнего бьефа.

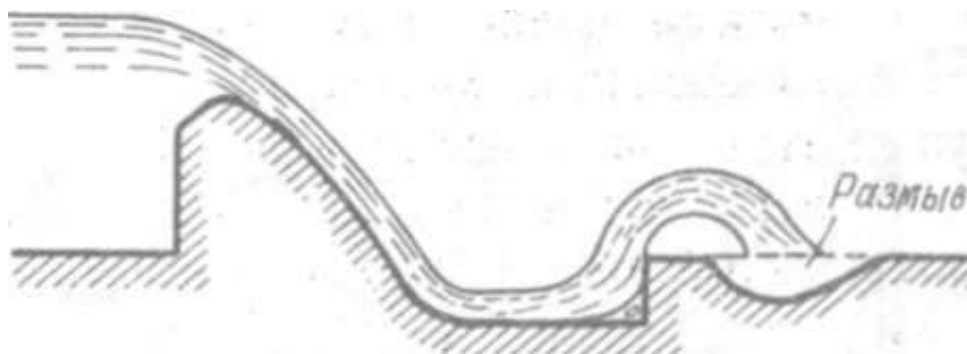


Рисунок 19 – Размыв грунта при недостаточной длине колодца

Тема 13. Гидравлические расчеты сопрягающих сооружений

Вопросы:

1. Общие понятия. Классификация перепадов
2. Расчет одноступенчатого перепада
3. Многоступенчатые перепады и их расчет
4. Быстротоки и их расчет

Вопрос 1. На каналах, трассируемых на местности с большим уклоном, устраивают перепады. В практике встречаются:

1) одноступенчатые перепады без водобойного колодца или с водобойным колодцем, образованным водобойной стенкой или уступом.

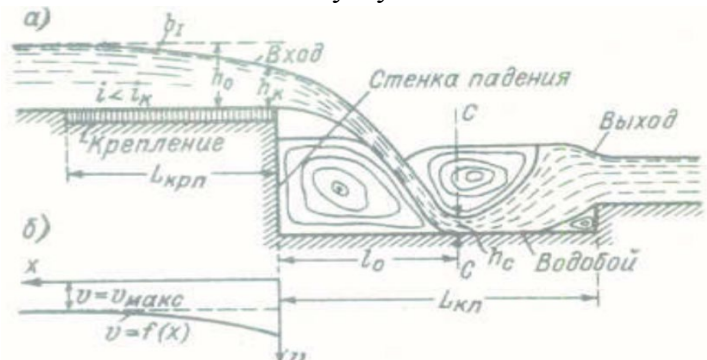


Рисунок 1 – Одноступенчатый перепад

2) многоступенчатые перепады колодезного типа или безколодезного типа.

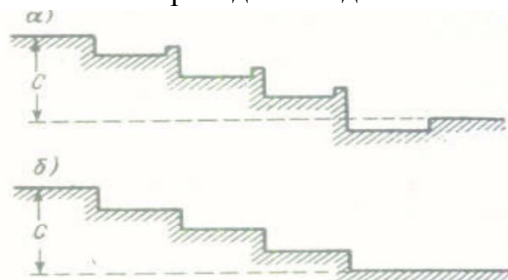


Рисунок 2 – Многоступенчатый перепад а) колодезный, б - безколодезный

Характерной чертой перепада является наличие вертикальной стенки падения. Различают четыре основные части перепада: вход, стенка падения, водобой и выход. При уклоне подводящего канала в ВБ меньше критического в нем формируется кривая спада типа b_1 , при этом у сливного ребра формируется глубина близкая к критической. Скорость подхода v_0 в этом случае увеличивается, поэтому при подходе к перепаду устраивают крепление русла верхнего бьефа на некоторую длину равную $L_{кр}$. Стенка падения может быть и наклонной, водобойную часть перепада всегда крепят. Выходную часть проектируют в виде водобойного уступа или водобойной стенки. Эта часть с точки зрения гидравлики должна рассматриваться как водослив.

Вопрос 2. Гидравлический расчет перепада содержит три основные части:

- расчет входа;
- расчет ступни;
- расчет выходной части.

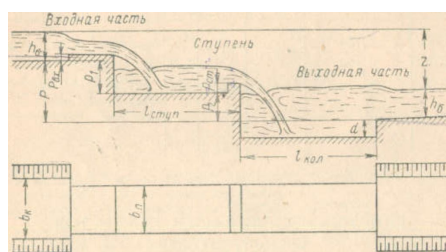


Рисунок 3 – План и разрез одноступенчатого перепада

Расчет входа. Назначение входной части заключается в обеспечении пропуски расчетного расхода при заданных условиях подводящего канала. При постоянном расчетном расходе входная часть рассчитывается как водослив практического профиля или как водослив с широким порогом. Основная формула имеет вид:

$$Q = m b \sqrt{2g} H^{3/2}. \quad (13.1)$$

Расчет заключается в определении ширины b водослива, при котором перед перепадом сохраняется заданная глубина (например, h_0 бытовая, рассчитанная из условия допустимой скорости на размыв и заиление). Ширина входной части и ширина перепада принимаются как правило одинаковыми. При высоте входного порога $P_{вх}$ напор перед водосливом будет равен $H = h_0 - P_{вх}$, при $P_{вх} = 0$, должно выполняться условие $H = h_0$.

Расчет ступеней. Расчет ступеней перепада заключается в определении длины ступени, $l_{ступ}$ и высоты водобойной стенки $P_{ст}$, при которой на ступени обеспечивается надвинутый прыжок, и следовательно наиболее короткая длина ступени.

Порядок расчет следующий.

1. При известной высоте p ступени, по удельной энергии потока E_0 перед ступенью (взятой относительно рассчитываемой ступени) известными способами определяется сжатая глубина h_c и сопряженная с ней h''_c .
2. Определяется напор H и H_0 перед водобойной стенкой первой ступени в предположении, что стенка работает как водослив.
3. Определяется высота стенки $P_{ст}$ из условия

$$P_{ст} = \sigma_{зап} h''_c - H, \quad (13.2)$$

где $\sigma_{зап}$ принимается равным 1,05.

4. Определяется длина ступени $l_{ступ}$ как сумма

$$l_{ступ} = l_{над} + l_{пр} + \delta, \quad (13.3)$$

где $l_{над}$ – длина падения;

$l_{пр}$ – длина прыжка;

δ – толщина стенки.

Расчет выходной части. Если за перепадом ставится условие сопряжение в виде

надвинутого прыжка, то расчет гасителей колодца, или колодца со стенкой производится способом изложенным в предыдущей лекции.

Вопрос 3. Для примера представим четырехступенчатый колодезный перепад (рис.13.4). Его ступени по возможности проектируют одинаковой высоты. Для этого общий перепад уровней разделяют на принятое (заданное) число ступеней m . Исключение могут составлять первая и последняя ступень, которые могут отличаться по высоте от остальных ступеней. Поэтому легко видеть, что гидравлическому расчету подвергаются только три ступени, первая, вторая и последняя.

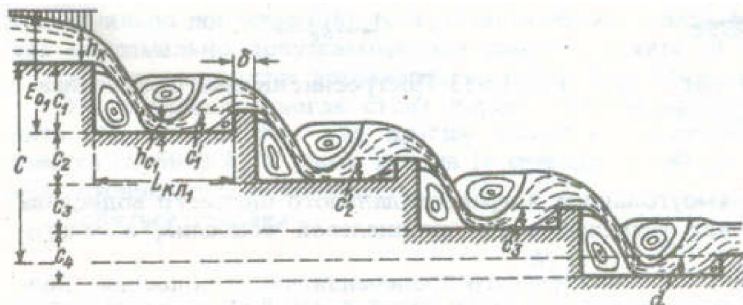


Рисунок 4 – К расчету многоступенчатого колодезного перепада

Общий ход расчета следующий:

1. Имея заданный расход и заданную глубину воды в подводящем канале определяют ширину входной части, или же зная ширину входной части определяют удельный расход q . По нему определяют критическую глубину h_k на водосливе.
2. Для рассматриваемой ступени определяют E_o . После этого определяют да данной ступени h_c и сопряженную с ней глубину h''_c .
3. Определяют высоту водобой стенки по известной формуле.

$$P_{ст} = \sigma_{зап} h''_c - H, \quad (13.4)$$

4. Находят длину водобоя (водобойного колодца) $l_{стун} = l_{над} + l_{пр} + \delta$, (13.5)

Длина водобойного колодца измеряется от стенки падения до до внутренней грани водобойных стенок. В заключение следует отметить, что перепады проектируют всегда таким образом, чтобы водосливные узлы в них работали как неподтопленные водосливы, причем всегда обеспечивался подвод воздуха под струю.

Вопрос 4. Быстроток представляет собой короткий канал, соединяющий два водоема.

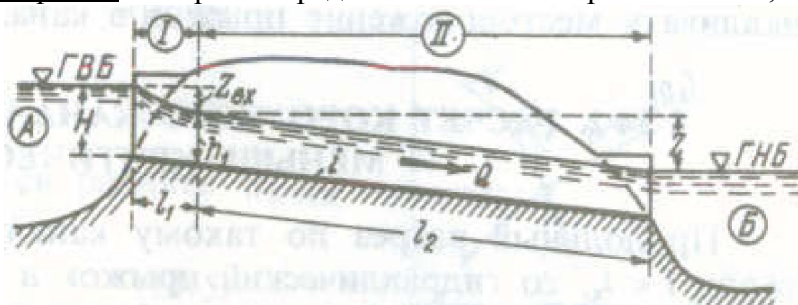


Рисунок 5 – Канал, соединяющий два бьефа

В данном канале выделяют два участка.

I – первый участок длиной l_1 , в пределах которого свободная поверхность потока падает на величину $z_{вх}$;

II – второй участок длиной l_2 в пределах которого свободная поверхность потока падает на величину z .

Особенность такого канала заключается в том, что здесь нельзя пренебрегать ни местными потерями h_j , ни потерями по длине h_l . Такого рода каналы называют быстротоками.

Задача расчета быстротоков ставится следующим образом.

Заданы:

- 1) размеры поперечного сечения канала и его продольный профиль;

2. коэффициент шероховатости стенок и дна канала;
3. отметки горизонта воды в ВБ и НБ.

Требуется:

- 1) найти расход Q воды в канале;
- 2) построить кривую свободной поверхности потока в канале для того, чтобы определить глубину и средние скорости.

В зависимости от топографии, быстроток может иметь уклоны как меньше критического, так и больше критического.

Расчет быстротока с уклоном меньше критического.

Продольный разрез по такому быстротоку показан на рис.6

Рисунок 6 – Быстроток с уклоном $i < i_k$

В этом случае глубины всегда будут больше критических, и во входной части будем иметь подтопленный водослив с широким порогом. Обозначим превышение горизонта воды в НБ над дном канала в его конце через h_6 . Через h_1 обозначим глубину в сечении и 1-1.



Расход Q определяют следующим образом:

1. Задаются рядом расходов Q'_l, Q''_l, Q'''_l , и для каждого такого расхода по уравнению неравномерного движения находят глубины в сечении 1-1: h'_1, h''_1, h'''_1 . При таком расчете глубину h_2 в конце лотка считают равной h_6 .

2. По полученным в п.1 данным строят зависимость $h_1 = f_1(Q_l)$

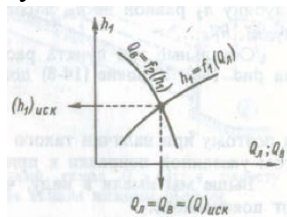


Рисунок 7 – К расчету быстротока при $i < i_k$,

3. Для ряда полученных глубин h'_1, h''_1, h'''_1 по водосливной формуле для подтопленного водослива с широким порогом находят расходы Q_n переливающиеся через водослив. Указанную водосливную формулу можно представить в виде:

$$Q = bh_1 \varphi_n \sqrt{2g(H_o - h_1)}, \quad (13.6)$$

где φ_n – коэффициент расхода подтопленного водослива.

4. По данным п.3 строят вторую кривую $Q_l = f_2(h_1)$. Расход на водосливе и в лотке равны между собой, поэтому $Q_l = Q_n$. Искомый расход лежит на точке пересечения двух кривых. Этой же точке соответствует и искомая глубина h_1 в сечении 1-1.

5. Зная расход по уравнению неравномерного движения воды в канале, строят кривую свободной поверхности.

6. Если глубина $h_1 < h_6$, то в канале установится кривая подпора типа a1, если же найденная глубина удовлетворяет условию $h_1 > h_6$, то в канале должны получить кривую спада типа b1

Если горизонт воды в НБ стоит на низком уровне, мы имеем истечение в атмосферу и глубина в сечении 2-2 в этом случае устанавливается на уровне критической $h_2 = h_k$.

В п.1 изложенного выше расчета следует внести изменения: задаваясь рядом расходов Q'_l, Q''_l, Q'''_l , для каждого из них определяем $h'_{кр}, h''_{кр}, h'''_{кр}$ и далее, полагая глубину h_2

равной не h_0 , а h_k . Остальные пункты расчета остаются прежними. Кривая спада будет в том случае гарантировано если $h_0 < h_k$.

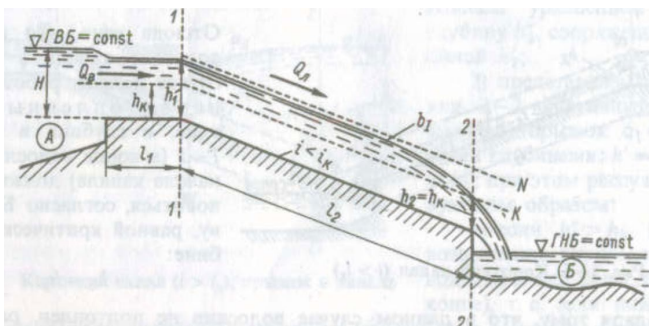


Рисунок 8 – Короткий канал (быстроток). $i < i_k$ Истечение в атмосферу.

Расчет быстротока с уклоном больше критического. Этот случай представлен на рис. 9. Так как $i > i_k$, то на входе образуется глубина меньше критической, $h < h_k$. Поэтому входная часть должна работать как неподтопленный водослив и глубина в сечении 1-1 должна установиться, согласно Бахметьеву, равной критической глубине $h_1 = h_k$. Благодаря тому, что водослив не подтоплен, расход Q находится без подбора по формуле

$$Q = mb\sqrt{2g}H_0^{3/2}, \quad (13.7)$$

где все величины известны.

Зная расход и одну точку, определяемую критической глубиной, легко, начиная от точки m и идя вниз по течению, построить по уравнению неравномерного движения свободную поверхность потока, которая является кривой типа b_{II} . Она имеет небольшую длину и после нее устанавливается равномерное движение воды в канале.

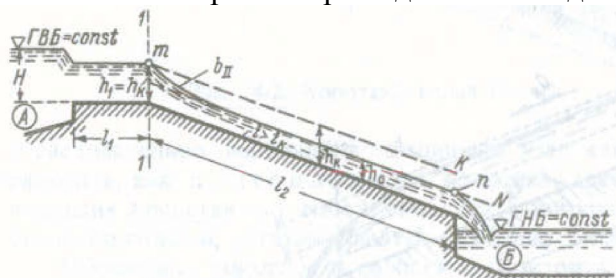


Рисунок 9 – Короткий канал (быстроток). $i > i_k$ Истечение в атмосферу.

Случай истечения при подтопленном конце короткого канала. Построим кривую свободной поверхности, как и в предыдущем случае, выделена жирной линией. Через n' обозначим точку, лежащую на вертикали 2-2 и принадлежащую линии критических глубин.

Если горизонт воды в водоеме Б лежит ниже точки n' , то получаем случай, который должен рассматриваться как свободное истечение в атмосферу, описанный в предыдущем случае, если горизонт воды в водоеме Б располагается выше точки n' , то конец лотка будет подтоплен и в лотке образуется прыжок.

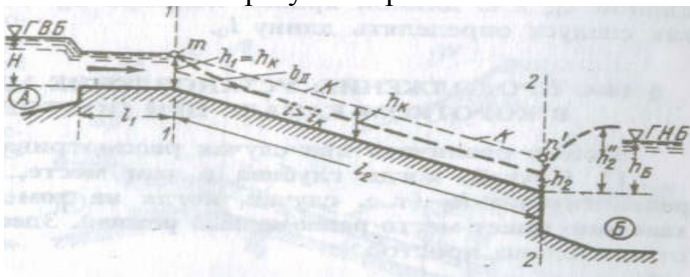


Рисунок 10 – Короткий канал, $i > i_k$, к расчету подтопления канала нижним бьефом

Рассмотрим более детально случай подтопления лотка.

1. Найдем как было показано ранее в п.1 расход Q . Построим кривую свободной поверхности в лотке и выделим жирной линией. Определим глубину h_2 в сечении 2-2.

2. Найдем, пользуясь основным уравнение прыжка глубину h_2'' , сопряженную с глубиной h_2' ;

3. Представим себе в сечении фиктивный (воображаемый) прыжок с сопряженными глубинами $h_2' = h_2'$ и $h_2'' = h_2''$ при этом будем рассуждать следующим образом:

- если $h_2'' > h_0$, т.е. если горизонт воды в водоеме Б находится ниже второй сопряженной глубины, то прыжка не будет (вода лотка свободно накатывается на поверхность воды водоема);

- $h_2'' < h_0$, то возникает гидравлический прыжок (вода водоема накатывается в лоток и подпирает поток воды лотка) и при этом получаем истечение как показано на рис.13.9.

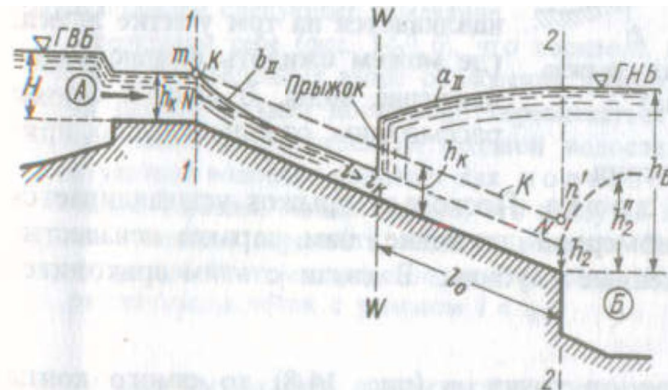


Рисунок 11 – Короткий канал, $i > i_k$, прыжок в канале

Определяющим моментом является установление места прыжка. В общем случае поступают так. Строят график прыжковой функции Θ вдоль потока первую кривую для воображаемого потока кривой свободной поверхности b_{II} ; вторую кривую - для воображаемого потока, определяемого кривой свободной поверхности a_{II} . Две указанные кривые прыжковой функции представлены на рис.13.10. Прыжок должен установиться в вертикальном поперечном сечении лотка, проходящем через точку пересечения М двух кривых, поскольку в этом сечении глубина h_a , относящаяся к кривой a_{II} будет равна глубине h_b , относящейся к кривой b_{II} имеют прыжковую функцию одинаковой величины.

В заключение отметим, что если горизонт воды в водоеме будет постепенно повышаться, то прыжок может достигнуть водослива, в результате условия истечения меняются, водослив становится подтопленным. В этом случае водослив с уклоном $i > i_k$ приходится рассчитывать, как водослив с уклоном $i < i_k$

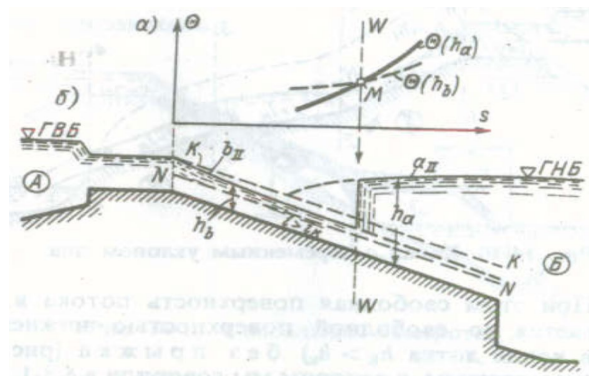


Рисунок 12 – Определение местоположения прыжка в канале (не прямоугольное русло)

Тема 14. Движение жидкости и газа в пористой среде

Вопросы:

1. Плавно изменяющееся установившееся безнапорное движение грунтовой воды.
2. Основной закон фильтрации.
3. Методы его определения коэффициента фильтрации
4. Равномерное и неравномерное движение грунтовых вод. Основное уравнение плавно изменяющегося безнапорного движения грунтовой воды (формула Дюпюи)
5. Дифференциальное уравнение неравномерного движения грунтовых вод. Формы кривых депрессии
6. Приток грунтовой воды к одиночной совершенной галерее или дрене
7. Приток к круглым одиночным колодцам
8. Фильтрация воды через земляные плотины

Вопрос 1. Водопроницаемый грунт состоит из отдельных частиц (песчинок) между которыми имеются поры. Объем пор достигает 40-50% объема всего грунта. Явление движения воды в порах называется фильтрацией.

Вода в грунт может попасть различным способом, например в виде дождя. На некоторой глубине она может быть задержана слоем водонепроницаемого грунта (плотной глиной, скалой); при этом вода далее будет двигаться по поверхности водонепроницаемого слоя (рис. 14-1). Водонепроницаемый слой образует русло подземного потока. Со свободной поверхностью давление на которой всегда равно атмосферному. Такое движение является безнапорным. Движение воды в грунтах является ламинарным. Турбулентное движение может иметь место в крупнозернистых материалах, например, гальке. На рис. 1 представлен случай равномерного движения грунтовых вод.

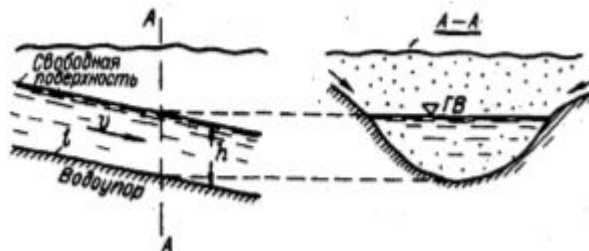


Рисунок 1 – Равномерное движение грунтовой воды

Однако может иметь место и неравномерное движение ГВ. Например, в случае притока к скважине, тогда свободная поверхность искривляется.

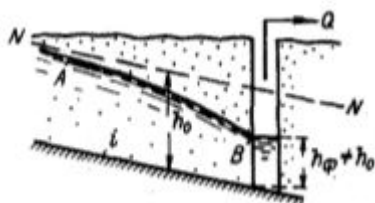


Рисунок 2 – Неравномерное движение грунтовой воды

Неравномерность движения грунтовой воды, как и открытых водоисточниках возникает при искривлении формы руса, значительном уклоне водоупора и др. причинами.

Свободная поверхность фильтрационного потока называется депрессионной поверхностью, кривая свободной поверхности – депрессионной кривой.

При расчете грунтового потока вместо формулы Шези использую формулу Дарси, скоростным напором пренебрегают ввиду малости скорости движения жидкости. Отсюда следует, что напорная линия $E-E$ совпадает с пьезометрической линией $P-P$. Понятие гидравлического и пьезометрического уклонов тождественны, $J_e=J$. Понятие потенциального напора и полного напора здесь также совпадают

$$h_e = H = Z + \frac{P}{\gamma} \quad (14.1)$$

В последующем полный напор и напор будем обозначать через H и J .

Особенностью грунтового потока является то, что критическая глубина для него всегда равна нулю, ввиду малости скоростного напора. Критический уклон для безнапорного потока должен равняться бесконечности, только при таком условии можно получить равенство нормальной и критических глубин. Поэтому допускаем, что движение фильтрационного потока является всегда спокойным, а уклон меньше критического, т.е. $i < i_{кр}$

Перечисленные теоретические положения могут быть использованы при расчете величины фильтрации из канала в реку, при расчете притока воды к дренам при определении положения депрессионной кривой в грунтовой плотине и определении величины фильтрации через нее.

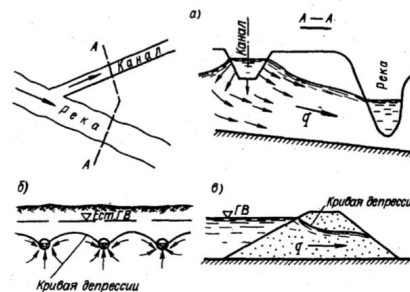


Рисунок 3 – Примеры решения практических задач с применением теоретических положений

Вопрос 2. Если представить трубу заполненную песком, то вода будет двигаться в ней за счет имеющихся пор, как показано на рисунке 14.4. Наметим поперечное сечение А-А. Рассматривая его можно выделить следующие площади:

1. площадь сечения пор грунта ($\omega_{пор}$);
2. площадь сечения частиц грунта ($\omega_{част}$);
3. площадь всей трубы ($\omega_{геом}$).

Явно видно, что $\omega_{геом} = \pi d^2 / 4 = \omega_{пор} + \omega_{част}$

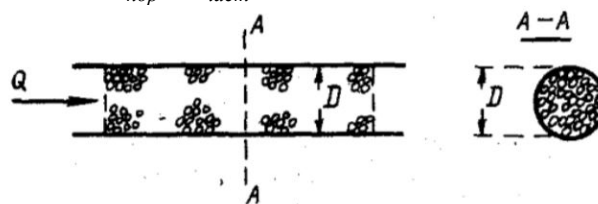


Рисунок 4 – К определению структуры пористой среды

Если рассмотреть движение воды в отдельной поре, то ее эпюра может иметь вид, представленный на рис. 5



Рисунок 5 – Эпюра скорости в поровом пространстве

Действительная скорость потока u_d будет равна $u_d = Q / \omega_{пор}$, где Q – расход воды в трубе. В практике фильтрационных расчетов пользуются другой зависимостью, в которой учитывается не площадь пор, а площадь трубы. Такую скорость называют скоростью фильтрации. Ее рассчитывают по формуле: $u = Q / \omega_{геом} = Q / (\omega_{пор} + \omega_{част.})$. Таким образом, скорость фильтрации u есть фиктивная скорость, поток которой движется как через поры, так и через твердые частицы. Можно показать, что в случае однородного грунта скорость фильтрации u (фиктивная) меньше действительной скорости u_d .

Проводя опыты в песках в середине 19-го века установили, что скорость фильтрации в случае установившегося движения может быть представлена зависимостью, называемой формулой Дарси

$$u = kJ. \quad (14.2)$$

где u – скорость фильтрации в данной точке фильтрационного потока;

J – пьезометрический уклон в данной точке;

k – коэффициент пропорциональности, названный коэффициентом фильтрации.

Фильтрационный расход можно рассчитать по формуле

$$Q = \omega k J \quad (14.3)$$

где под ω понимается $\omega_{геом}$.

Вопрос 3. Существует три различных метода определения коэффициента фильтрации:

1. лабораторный метод;
2. расчетный метод;
3. полевой метод.

Лабораторный метод. При определении k лабораторным методом используется установка Дарси, представленная на рисунке.

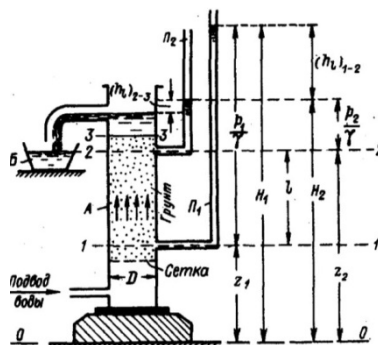


Рисунок 6 – Установка Дарси

Она представляет собой металлический цилиндр, заполненный исследуемым грунтом.

Через грунт фильтрует воду, часто снизу вверх для удаления заземленного воздуха. В сечениях 1-1 и 2-2 подключены пьезометры, при помощи которых можно измерять напоры H_1 и H_2 . Вода, прошедшая через грунт, попадает в мерный сосуд Б, посредством которого можно определить величину фильтрационного расхода объемным способом, $Q = V/t$. Тогда коэффициент фильтрации можно рассчитать по формуле $k = Q / \omega J$. ω – это площадь цилиндра по внутреннему диаметру. Пьезометрический уклон определяют по формуле $J = (h_1)_{1-2} / l = H_1 - H_2 / l$.

Расчетный метод. В литературе приводится много эмпирических формул для определения коэффициента фильтрации. В них используются как правило гранулометрические параметры состава грунта, т.е. его фракционный состав.

Полевой метод. При его реализации производят откачку воды из пробуренного колодца. Это позволяет определить расход Q и произвести замер положения кривой депрессии. По значениям расхода, координат депрессии используя особые формулы можно определить значение коэффициента фильтрации.

Вопрос 4. В случае равномерного движения как известно для открытых русел соблюдается условие, что $J_e = J = i$. Это значит, что линия полного напора параллельна пьезометрической линии и линии дна. А если скоростной напор равен нулю, то линия полного напора и пьезометрическая линия совпадают. Уравнение Дарси в этом случае можно записать

$$u = ki \text{ или } Q = \omega ki. \quad (14.4)$$

Для плоской задачи, когда рассматриваем единицу ширины потока имеем

$$q = Q/b = h_0 ki \quad (14.5)$$

Откуда глубина потока при равномерном движении будет равна

$$g = Q/b = h_0 = q/ki. \quad (14.6)$$

Это и есть уравнение безнапорного равномерного движения грунтовой воды в случае плоской задачи. На рисунке приведена принципиальная схема равномерного движения воды.

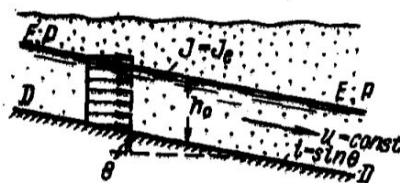


Рисунок 7 – Равномерное движение грунтовой воды

В основу исследования неравномерного плавно изменяющегося движения грунтовой воды положена формула Дюпюи. Действительная картина фильтрации для такого потока имеет вид, представленный на рисунке 8.

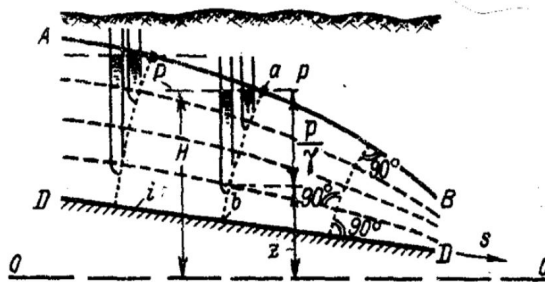


Рисунок 8 – Схема действительного фильтрационного потока

Если представить линии тока, то они примут вид показанный на рисунке в виде штриховых продольных линий. Первой линией тока является кривая депрессии. Живые сечения перпендикулярны к ним и поэтому образуют криволинейные поперечные кривые. Напор в случае грунтовых вод может быть записан в виде $H = Z + \frac{P}{\gamma}$. Отсюда можно сделать вывод что живые сечения являются линиями равного напора.

Изучение неравномерного плавно изменяющегося безнапорного движения основано на двух допущениях

- А) живые сечения являются плоскими, поскольку кривизна их невелика;
 - Б) живые сечения являются вертикальными, поскольку уклон дна русла i мал.
- Исходя из этого, расчетная модель имеет вид, представленный на рис. 9

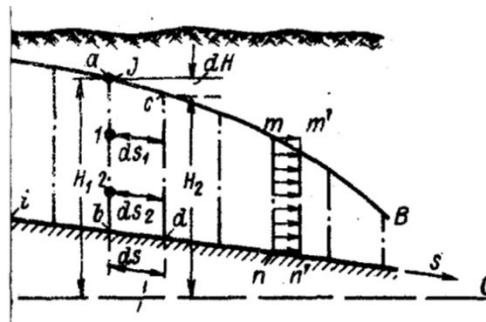


Рисунок 9 – Расчетная модель фильтрационного потока по Дюпюи

Рассматривая схему намечаем два сечения $a-b$, $c-d$. Расстояние между этими живыми сечениями в направлении оси S всюду одинаково и равно $ds(ds_1 ds_2 ds_3$ и т.д.) Напоры в сечениях $a-b$, $c-d$ обозначим через H_1 и H_2 . Потеря напора от сечения $a-b$ до $c-d$ запишется в виде

$$-dH = H_1 - H_2 \quad (14.7)$$

Для всех выбранных точек эта потеря будет одинакова и равна $-dH$. Исходя из этого величина и пьезометрического уклона также одинакова и равна соответственно $J = -dH/ds$. Учитывая это положение, можно утверждать, что при плавно изменяющемся движении скорости фильтрации во всех точках данного живого сечения одинаковы и равны, согласно Дарси

$$u = kJ = -k \frac{dH}{ds} = \text{const} (\text{для живого сечения}) \quad (14.8)$$

Отсюда делаем вывод, что эпюра скоростей фильтрации u в случае плавно изменяющегося движения грунтовых вод для любого живого сечения, выражается прямоугольником $m-m'-n-n'$. Таким образом, средняя скорость для данного живого сечения в случае неустановившегося плавно изменяющегося движения вод равна $v = u$, где u – скорость в любой точке рассматриваемого живого сечения. Учитывая это, можем записать (формула Дюпюи)

$$v = -k \frac{dH}{ds}, \quad (14.9)$$

v – средняя скорость в рассматриваемом плоском вертикальном живом сечении;

H – возвышение точки кривой депрессии, принадлежащей данному плоскому сечению над произвольной горизонтальной плоскостью сравнения $O-O$;

$-dH/ds$ – уклон кривой депрессии в точке, принадлежащей данному живому сечению.

Вопрос 5. Пьезометрическая линия, как и в предыдущем случае совпадает со свободной поверхностью

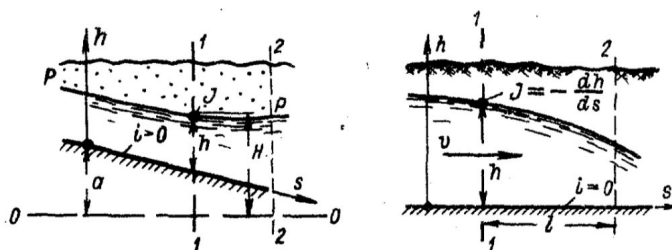


Рисунок 10 – К выводу дифференциального уравнения неравномерного движения

Уклон свободной поверхности потока J может быть выражен двумя зависимостями

$$J = i - \frac{dh}{ds}; J = -\frac{dH}{ds} \quad (14.10)$$

Учитывая эти соотношения формулу Дюпюи можно переписать в виде

$$v = k\left(1 - \frac{dh}{ds}\right) \quad (14.11)$$

где p – глубина воды в рассматриваемом сечении 1-1;

v – средняя скорость в этом сечении.

Расход определим по формуле

$$Q = \omega \cdot v = \omega k \left(1 - \frac{dh}{ds}\right) \quad (14.12)$$

Это уравнение и представляет собой искомое дифференциальное уравнение, относящееся к цилиндрическому руслу с прямым уклоном дна. В случае $i=0$ удельный расход можно записать в виде

$$q = -hk\left(1 - \frac{dh}{ds}\right) \quad (14.13)$$

Возможные формы кривых свободной поверхности в фильтрационном потоке в цилиндрическом русле представлены на рис.11.

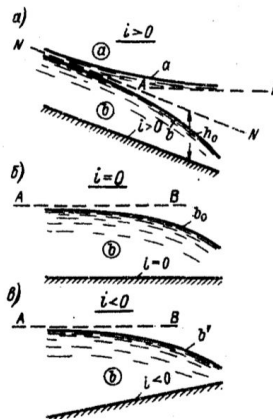


Рисунок 11 – Возможные формы свободной поверхности в цилиндрическом русле

Вопрос 6. Приток грунтовой воды к водосборной дрене.

Задача поставлена к области мелиорации, в частности определения приточности воды к дрене. Рассматривается случай расположения дрены на водоупоре. Для определения удельного расхода q с одной стороны воспользуемся формулой Дюпюи и, которую запишем в виде

$$q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2L} \quad (14.14)$$

где h_1 – глубина грунтовой воды в естественном состоянии, как показано на рисунке.;

h_2 – глубина воды в галерее;

L – длина влияния галереи. (см. рисунок слева)

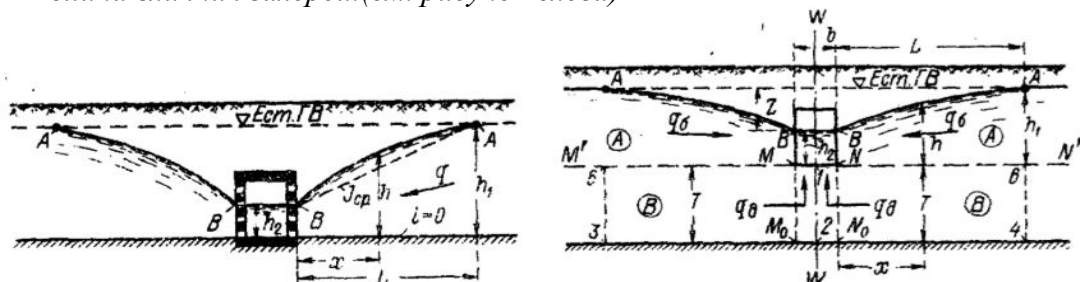


Рисунок 12 – Приток воды к галерее расположенной на водоупоре

Длину влияния галереи устанавливают на основе данных гидрогеологических изысканий. Иногда ее выражают в виде

$$L = \frac{h_1 - h_2}{J_{cp}} \quad (14.15)$$

где J_{cp} - средний уклон кривой депрессии ,принимаемый по объектам аналогам.

Расчет висячей дрены, расположенной выше водоупора, представляет собой сложную инженерную задачу и в данном курсе не рассматривается.

Вопрос 7. Приток грунтовой воды к круглым одиночным колодцам. Колодец, доходящий до водоупора, называют совершенным. Представим, что из колодца начали откачивать воду с определенным постоянным расходом. Уровень в колодце начнет понижаться , и в некоторый момент наступит стабилизация процесса, при котором количество откачиваемой и поступающей воды сравняются. Такой процесс называется установившимся.

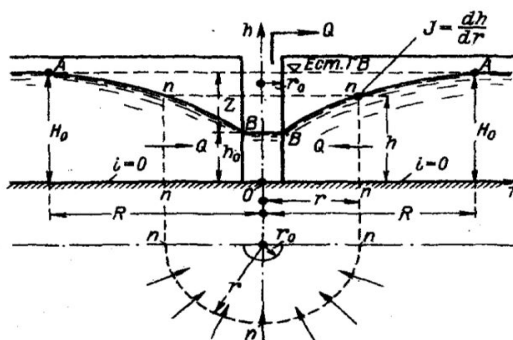


Рисунок 13 – Приток воды к галерее расположенной на водоупоре

Из рисунка видно, что поток сверху ограничен депрессионной воронкой. представляющей собой параболоид вращения кривой депрессии АВ. Живые сечения данного потока представляют собой круглоцилиндрические коаксиальные поверхности, имеющие вертикальные образующие . Каждое живое сечение имеет свой радиус.

Приточность к такой дрене рассчитывают по формуле

$$Q = 1.36 \frac{H_0^2 - h_0^2}{\lg \frac{R}{r_0}} k \quad (14.16)$$

Для определения дебита колодца надо знать радиус влияния, который можно определить по формуле Зихарда

$$R = 3000Z\sqrt{k}. \quad (14.17)$$

где Z - снижение горизонта воды в колодце

Вопрос 8 Грунтовая плотина представлена на рисунке 14. Она отсыпана из однородного грунта, т.о. коэффициент фильтрации ее везде одинаков. Основанием плотины является водоупор

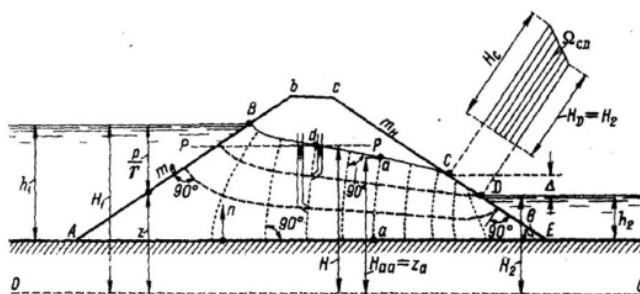


Рисунок 14 Фильтрация воды через однородную плотину на водонепроницаемом основании

Из чертежа видно, что область фильтрации определена фигурой ABCDE. Различают пять участков этой области:

- 1) участок АВ. Напор на нем везде одинаков и равен H_1 ;
- 2) участок DE. Это участок также представляет собой линию равного напора, $H_2 = \text{const}$;
- 3) участок AE (поверхность водоупора). Он представляет собой самую нижнюю линию тока;
- 4) участок BC (кривая депрессии). Кривая депрессии является линией равного напора (линией атмосферного давления), в тоже время это самая верхняя линия тока. В любой ее точке $H=z$.

где z – превышение рассматриваемой точки над плоскостью сравнения. В любой точке кривой депрессии напор равен превышению этой точки над плоскостью сравнения.

Участок CD представляет собой промежуток высачивания воды непосредственно в атмосферу. Этот участок, как и кривая депрессии, также считается линией атмосферного давления, однако он не является линией тока. Линии тока превышают его под некоторым углом не равным 90° . Характерно для этого участка, что напор изменяется по линейному закону.

В точке С линия тока CE является касательной кривой депрессии. Следовательно пьезометрический уклон J , в точке С должен быть равен уклону низового откоса плотины.

$$J_e = \sin \theta, \quad (14.18)$$

где угол θ отмечен на чертеже.

На основании исследований установлено, что пьезометрический уклон J_D в точке D теоретически равен бесконечности. Однако область, в которой действуют столь большие градиенты весьма мала.

Пунктиром на рисунке показаны линии равного напора (живые сечения). Штриховой - ортогональные линии тока. Линии равного напора перпендикулярны к поверхности водоупора АВ. Здесь исключаются особые точки А и Е. Линии равного напора ортогональны также к кривой депрессии ВС. Каждая точка линий АЕ и ВС за исключением точек А и Е характеризуется дополнительным условием

$$\frac{\partial H}{\partial n} = 0, \quad (14.19)$$

где n нормаль к АЕ и ВС.

Линии тока (за исключением линии тока АЕ) составляют прямые углы с линиями откосов АВ и ED. Если к какой-либо линии равного напора подключить ряд пьезометров, то они покажут одинаковый уровень, образуя горизонтальную плоскость Р-Р.

Гидравлический расчет плотины заключается в определении фильтрационного расхода и построению кривой депрессии.

Эти расчеты подробно изложены в курсе гидротехнических сооружений.

2. Практический раздел

2.1 Примерный перечень практических работ

№ п. п.	Наименование темы	Количество часов
1	Гидростатика	2
2	Основы технической гидродинамики	4
3	Потери напора при установившемся движении	2

Продолжение таблицы

4	Движение жидкости в напорных трубопроводах	4
5	Истечение жидкости через отверстия и насадки	2
6	Равномерное, безнапорное и установившееся движение воды в каналах	2
7	Установившееся неравномерное плавно изменяющееся движение жидкости в руслах	2
8	Гидравлический прыжок	2
9	Водосливы	4
10	Сопряжение бьефов	4
11	Гидравлические расчеты сопрягающих сооружений	4
12	Фильтрация	2
Всего		34

2.2 Перечень методических рекомендаций и указаний, используемых при проведении практических работ

1. Методические указания и контрольные задания по курсу «Гидравлика» для студентов специальности 1– 74 05 01 Мелиорация и водное хозяйство» / Громик Н.В., Мешик О.П., Шешко Н.В. , Брест: издательство БрГТУ, 2015.– 62 с.

2. Методические указания и контрольные задания по курсу «Гидравлика» для студентов специальности 1– 74 05 01 Мелиорация и водное хозяйство» заочной формы обучения / Громик Н.В. , Мешик О.П. , Брест: издательство БрГТУ, 2008.– 38с.

3. Раздел лабораторных работ

3.1 Примерные темы лабораторных работ

№п.п.	Наименование тем лабораторных работ	Количество часов
1	Гидростатика	4
2	Основы технической гидродинамики	6
3	Потери напора при установившемся движении	10
4	Истечение жидкости через отверстия и насадки	2
5	Равномерное, безнапорное и установившееся движение воды в каналах	4
6	Гидравлический прыжок	4
7	Водосливы	8
8	Сопряжение бьефов	5
9	Гидравлические расчеты сопрягающих сооружений	8
Всего		51

3.2 Перечень методических рекомендаций и указаний, используемых при проведении практических работ

1 Методические указания к лабораторным работам по курсу »Механика жидкости и газа « для студентов специальностей 1– 74 05 01 « Мелиорация и водное хозяйство» и 1– 74 04 03 0«Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов» , Часть I / Громик Н.В, Мешик О.П., Лукша В.В. , Брест: издательство БрГТУ, 2002.– 44 с.

2. Методические указания к лабораторным работам по курсам «Гидравлика» и «Механика жидкости и газа » для студентов специальностей 1– 74 05 01 « Мелиорация и водное

4. Раздел контроля знаний

4.1.Перечень вопросов, выносимых на экзамен по курсу «Гидравлика» для студентов специальности 1 – 74 05 01 «Мелиорация и водное хозяйство»

1. История становления науки «Гидравлика»,
2. Понятие реальной и идеальной жидкости, вязкость.
3. Основные физические свойства реальных жидкостей.
4. Модель сплошной среды.
5. Понятие гидростатического давления и его свойства.
6. Дифференциальные уравнения покая жидкости.
7. Интегрирование дифференциальных уравнений покая жидкости.
8. Абсолютное и избыточное давление.
9. Сила давления жидкости на произвольно ориентированные поверхности.
10. Определение центра давления на произвольно ориентированные плоские поверхности
11. Сила давления жидкости на криволинейные поверхности. Гидродинамическое и гидромеханическое давление.
12. Общая постановка задачи технической гидродинамики.
13. Аналитические методы Лагранжа и Эйлера при исследовании движения жидкости.
14. Дифференциальные уравнение движения идеальной жидкости (уравнения Эйлера).
15. Виды движения жидкости.
16. Потенциальное движение жидкости.
17. Установившееся и неустановившееся движение жидкости.
18. Линии ток и элементарная струйка.
19. Живое сечение, расход, средняя скорость, эпюра скоростей.
20. Уравнение неразрывности движущейся жидкости.
21. Неравномерное и равномерное , безнапорное и напорное движение жидкости.
22. Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости, его геометрическая и энергетическая интерпретация.
23. Уравнение Бернулли для реальной жидкости. Напорная и пьезометрические линии.
24. Два режима движения реальной жидкости.
25. Общее понятие о потерях напора.
26. Основная формула установившегося равномерного движения жидкости.
27. Распределение скоростей в потоке при ламинарном установившемся равномерном движении жидкости и определение потерь напора подлине.
28. Дифференциальные уравнения покая жидкости.
29. Потери напора по длине при турбулентном установившемся равномерном движении жидкости. Формула Шези. Модуль расхода.
30. Местные гидравлические сопротивления . Общий характер местных потерь напора.
31. Общие указания о расчете длинных и коротких трубопроводов
32. Определение потерь напора.
33. Понятие длинных и коротких трубопроводов.
34. Расчет коротких трубопроводов.
35. Простой трубопровод. Особые случаи: сифон, всасывающая труба насоса, различные виды вакуума.
36. Длинные трубопроводы и их расчет.
37. Последовательное и параллельное соединение трубопроводов
38. Потери при переменном расходе.
39. Расчет сложного трубопровода.

40. Равномерное безнапорное установившееся движение воды в каналах. Особенности движения воды в каналах.
41. Основное уравнение и основные зависимости, используемые при расчете канала.
42. Формула для определения коэффициента Шези и скоростной характеристики в квадратичной области.
43. Гидравлические элементы живого сечения потока в канале.
44. Гидравлически наивыгоднейший поперечный профиль трапецеидального канала.
45. Турбулентное движение воды в трубах. Законы распределения скоростей и сопротивлений при турбулентных течениях в трубах.
46. Расчет сложного трубопровода.
47. Истечения из малого отверстия при постоянном напоре в атмосферу. Величина коэффициентов расхода
48. Типы сжатия струи. Инверсия струи.
49. Траектория струи.
50. Истечение из малого отверстия под уровень.
51. Понятие малого и большого отверстия.
52. Типы насадков.
53. Истечение жидкости при постоянном напоре. Внешний круглоцилиндрический насадок.
54. Истечение жидкости при постоянном напоре. Внутренний круглоцилиндрический насадок.
55. Истечение жидкости в атмосферу или под постоянный уровень при переменном напоре.
56. Свободные струи.
57. Равномерное безнапорное установившееся движение воды в каналах. Особенности движения воды в каналах.
58. Основное уравнение и основные зависимости, используемые при расчете канала.
59. 5 Формулы для, определения коэффициента Шези и скоростной характеристики в квадратичной области.
60. Гидравлические элементы живого сечения потока в канале.
61. Гидравлически наивыгоднейший поперечный профиль трапецеидального канала.
62. Основные типы задач по расчету каналов.
63. Основные понятия и определения при характеристике неравномерного плавно изменяющегося движения воды в открытых руслах..
64. Четыре вспомогательных понятия: удельная энергия сечения, критическая глубина, нормальная глубина, критический уклон.
65. Спокойное, бурное, и критическое состояние потока.
66. Исследование форм свободной поверхности потока.
67. Построение кривых свободной поверхности потока
68. Общие сведения. Совершенный прыжок. Распределение осредненных скоростей по сечению в пределах гидравлического прыжка и послепрыжкового участка.
69. Основное уравнение гидравлического прыжка.
70. Формулы сопряженных глубин для прямоугольных русел.
71. Потери энергии в прыжке.
72. Длина прыжка и послепрыжкового участка.
73. Отогнанный, надвинутый, прыжок и прыжок в критическом состоянии.
74. Классификация водосливов
75. Основная формула расхода водосливов. Коэффициент расхода.
76. Водослив с тонкой стенкой. Условия его подтопления
77. Учет бокового сжатия и подтопления
78. Использование водосливов с тонкой стенкой для измерения расхода

79. Водослив с широким порогом. Форма свободной поверхности на пороге водослива. условия подтопления.
80. Водосливы практического профиля. Пропускная способность водослива.
81. Истечение из-под щита. Свободное и затопленное истечение, глубина в сжатом сечении.
82. Затопленное истечение, определение глубины над сжатым сечением.
83. Общие понятия. Классификация перепадов.
84. Расчет одноступенчатого перепада.
85. Многоступенчатые перепады и их расчет.
86. Быстротоки и их расчет.
87. Гасители энергии после быстротока
88. Плавно изменяющееся установившееся безнапорное движение грунтовой воды.
89. Основной закон фильтрации.
90. Методы его определения коэффициента фильтрации.
91. Равномерное и неравномерное движение грунтовых вод. Основное уравнение плавно изменяющегося безнапорного движения грунтовой воды (формула Дюпюи)
92. Дифференциальное уравнение неравномерного движения грунтовых вод. Формы кривых депрессии.
93. Приток грунтовой воды к водосборным сооружениям. Приток грунтовой воды к круглым одиночным колодцам.
94. Приток к одиночной совершенной галерее и дрене.
95. Фильтрация воды через земляные плотины

4. Вспомогательный раздел

Учебная программа по дисциплине «Гидравлика» для студентов дневной формы обучения специальности 1–74 05 01 «Мелиорация и водное хозяйство»

Р-2 2019

Учреждение образования
«Брестский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор БрГТУ

А.М.Омельянюк

« 24 » 12 2019 г.

Регистрационный № УД-19-2-353 /уч.

Гидравлика

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности**

1-74 05 01

Мелиорация и водное хозяйство

2019 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта по специальности 1-74 05 01 Мелиорация и водное хозяйство

СОСТАВИТЕЛЬ:

Глушко К.А., к.т.н., доцент кафедры природообустройства

Рецензенты:

А.А.Белькевич, заместитель директора УП «Брестводстрой»

Г.А.Волкова, доцент кафедры водоснабжения, водоотведения и охраны водных ресурсов учреждения образования «Брестский государственный технический университет», к.т.н., доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой природообустройства
(название кафедры-разработчика программы)
(протокол № ____ от _____);

Методической факультета инженерных систем и экологии
комиссией (название факультета)
(протокол № ____ от _____);

Председатель Ан.А.Волчек
(ФИО, подпись)

Советом Брестского государственного технического университета
(протокол № ____ от _____);

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Предметом изучения в гидравлике являются общие законы равновесия и движения жидкостей, а также методы применения этих законов для решения инженерных задач, свойственных для гидротехнической и водохозяйственной отрасли.

Целью изучения дисциплины является овладение будущими специалистами теоретических основ гидравлики и умение их применить в практической деятельности.

Задачами дисциплины является изучение теоретических основ и закрепление их на практических и лабораторных занятиях по следующим основным направлениям:

- гидростатическое давление жидкости на плоские и произвольно ориентированные поверхности и особенности проектирования элементов гидротехнических сооружений для его снижения и рационального использования;

- энергетическая оценка потока жидкости и учет изменения кинетики потока за счет влияния потерь;

- освоение современных методик расчета коротких и длинных трубопроводов;

- расчет и проектирование открытых водотоков;

- энергетическая оценка гидравлического прыжка и сопряжение бьефов;

- гидравлические расчеты сопрягающих сооружений;

- движение жидкости в пористой среде.

Студент должен знать основные законы гидростатики и гидродинамики и уметь их применять при решении инженерных задач, методики гидравлических расчетов сооружений мелиоративных и водохозяйственных систем, необходимую при расчетах справочно-нормативную литературу, существующее программное обеспечение гидравлических расчетов гидросооружений и уметь формулировать и решать практические задачи гидротехнического строительства, пользоваться информационными технологиями при решении инженерных задач по гидравлике, использовать конкретные расчеты при решении вопросов гидротехнического строительства, обобщать материалы, реферировать литературные источники и информационные материалы по вопросам водохозяйственной отрасли, самостоятельно проводить анализ водохозяйственных проблем проектирования элементов системы.

Студент должен владеть: принципами, методами и приемами управления гидравлическими процессами на гидротехнических сооружениях, принципами современного технического анализа и навыками обращения с соответствующей аппаратурой и приборами; составлять и анализировать принципы управления гидравлическими процессами работы гидротехнических сооружений.

Дисциплина «Гидравлика» является основной частью для изучения таких специальных дисциплин как «Гидротехнические сооружения», «Насосные станции и сельскохозяйственное водоснабжение», «Сельскохозяйственные мелиорации», «Комплексное использование водных ресурсов», «Эксплуатация и реконструкция мелиоративных систем».

2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

2.1 Введение

Основные физические свойства жидкости и газа. Предмет курса гидравлики. Примеры гидромеханических задач в гидротехнике. Задачи курса, связь с другими дисциплинами. Краткие сведения по истории гидравлики. Роль отечественных ученых в развитии гидравлических исследований. Физическое строение жидкостей и газов. Сжимаемость, текучесть, вязкость жидкостей и газов. Два режима движения жидкостей и газов. Неньютоновские жидкости.

2.2 Общие законы и уравнения покоя жидкости

Абсолютный и относительный покой жидких сред. Гидростатическое давление, его свойства. Уравнения Эйлера и их интегрирование. Основная формула гидростатики. Закон Паскаля. Абсолютное и избыточное давление, вакуум, приборы для измерения. Поверхность уровня. Определение силы давления покоящейся среды на плоские и криволинейные стенки. Относительное равновесие жидкости.

2.3 Основы гидродинамики

Два метода описания движения жидкостей. Модель идеальной (невязкой) жидкости. Три основных вида движения жидкости. Потенциальное движение жидкости. Установившиеся и неустановившиеся движения жидкости. Понятие о линиях тока. Расход элементарной струйки. Эпюра скоростей. Уравнение неразрывности. Неравномерное и равномерное, напорное и безнапорное движение. Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости, его геометрическая и энергетическая интерпретация. Уравнение Бернулли для целого потока реальной (вязкой) жидкости. Напорная и пьезометрические линии. Два режима движения реальной жидкости.

2.4 Потери напора при установившемся дви

Основная формула равномерного движения. Потери напора, основная формула потерь. Ламинарный поток в трубе, определение потерь по длине. Турбулентное течение в трубах. Законы распределения скоростей и сопротивлений при турбулентных течениях в трубах. Сводка наиболее употребительных формул для гидравлического коэффициента трения. Местные гидравлические сопротивления. Общий характер местных потерь напора. Частные виды местных сопротивлений: резкое расширение трубопровода, выход из трубопровода, диффузор, сужение и другие виды сопротивлений.

2.5 Движение жидкости в напорных трубопроводах

Общие указания. Определение потерь напора. Понятие длинных и коротких трубопроводов. Расчет коротких трубопроводов. Простой трубопровод, особые случаи: сифон, всасывающая труба. Различные виды вакуума. Длинные трубопроводы, их расчет. Последовательное и параллельное соединение труб. Потери при переменном расходе. Расчет сложного трубопровода.

2.6 Истечение жидкости через отверстия и насадки

Истечение из малого отверстия в атмосферу при постоянном напоре. Типы сжатия струи. Величина коэффициентов. Инверсия струи. Траектория струи. Истечение из малого отверстия под уровень. Понятие малого и большого отверстия. Истечение жидкости из насадков при постоянном напоре. Типы насадков. Внешний и внутренний круглоцилиндрический насадок. Истечение в атмосферу или под постоянный уровень жидкости при переменном напоре. Свободные струи.

2.7 Равномерное движение жидкости в открытых руслах

Равномерное безнапорное установившееся движение воды в каналах. Особенности движения жидкости в каналах. Основное уравнение равномерного движения. Основные зависимости, используемые при расчете канала. Формулы для определения коэффициента Шези и скоростной характеристики в квадратичной области. Гидравлические элементы живого сечения потока в канале. Гидравлически наивыгоднейший поперечный профиль трапецидального канала. Основные типы задач по расчету каналов.

2.8 Установившееся неравномерное плавно изменяющееся движение жидкости в открытых руслах

Основные понятия и определения. Четыре вспомогательных понятия: удельная энергия сечения, критическая глубина, нормальная глубина, критический уклон. Спокойное, бурное и критическое состояние потока. Исследование форм свободной поверхности потока. Построение кривых свободных поверхностей.

2.9 Гидравлический прыжок

Общие сведения. Совершенный прыжок. Распределение осредненных скоростей по сечению в пределах гидравлического прыжка и послепрыжкового участка. Основное уравнение гидравлического прыжка. Формулы сопряженных глубин для прямоугольных русел. Потери энергии в прыжке. Длина прыжка и послепрыжкового участка. Отогнанный, надвинутый прыжки и прыжок в критическом состоянии.

2.10 Водосливы

Классификация водосливов. Основная формула расхода водосливов. Коэффициент расхода. Водослив с тонкой стенкой. Условия подтопления водослива с тонкой стенкой. Учет бокового сжатия и подтопления. Использование водосливов с тонкой стенкой для измерения расхода.

Водосливы с широким порогом. Форма свободной поверхности на пороге водослива. Условия подтопления. Водосливы практического профиля. Пропускная способность водослива. Истечение из-под щита. Свободное и затопленное истечение. Глубина в сжатом сечении. Затопленное истечение. Определение глубины над сжатым сечением.

2.11 Сопряжение бьефов

Общие понятия и терминология. Сопряжение бьефов при устройстве плотин. Глубина в сжатом сечении и глубина ей сопряженная. Формы сопряжения бьефов. Сопряжение свободной струи с потоком в нижнем бьефе. Дальность отлета струи. Общие указания о гашении энергии в нижнем бьефе сооружений. Гидравлический расчет водобойных колодцев, водобойных стенок и других гасителей энергии.

2.12 Гидравлические расчеты сопрягающих сооружений.

Основные понятия. Классификация. Перепады. Расчет одноступенчатого перепада. Многоступенчатые перепады. Быстротоки. Расчет быстротока по допустимой скорости. Гасители энергии после быстротока.

2.13 Движение жидкости и газа в пористой среде (фильтрация)

Плавно изменяющееся установившееся безнапорное движение грунтовой воды. Основной закон фильтрации. Коэффициент фильтрации и методы его определения. Равномерное и неравномерное движение грунтовых вод. Дифференциальное уравнение неравномерного движения грунтовых вод. Формы кривых депрессии.

Приток грунтовой воды к водосборным сооружениям. Приток грунтовой воды к круглым одиночным колодцам. Приток к одиночной совершенной галерее и дрене. Фильтрация воды через земляные плотины.

3. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (для дневной формы обучения)

п/п	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов	Форма контроля
		Лекции	Практические	Семинарские занятия	Лабораторные	Иное		
	Введение	2						
	Гидростатика	6	2		4			
	Основы технической гидродинамики	4	4		6			
	Потери напора при установившемся движении	4	2		0	1		
	Движение жидкости в напорных трубопроводах	4	4					
	Истечение жидкости через отверстия и насадки	4	2		2			
	Равномерное, безнапорное и установившееся движение воды в каналах	4	2		4			
	Установившееся неравномерное плавно изменяющееся движение жидкости в руслах	4	2					
	Гидравлический прыжок	2	2		4			
0.	Водосливы	4	4		8			
1.	Сопряжение бьефов	4	4		5			
2.	Гидравлические расчеты сопрягающих сооружений	4	4		8			
3.	Фильтрация	4	2					
	Всего:	1	4	3	1	5		зачет, эк-замен

Примерный перечень практических занятий

1. Давление в покоящейся жидкости
2. Сила давления жидкости на плоские поверхности
3. Сила давления жидкости на криволинейные поверхности
4. Уравнение Бернулли
5. Режимы движения жидкости
6. Потери напора с учетом режимов движения жидкости
7. Истечение жидкости из отверстий и насадков
9. Определение нормальных, критической и сжатой глубин. Построение кривых свободной поверхности.
10. Расчет параметров гидравлического прыжка. Определение сопряженных глубин.
11. Сопряжение бьефов. Гидравлический расчет перепадов и быстротоков.
12. Гидравлический расчет фильтрации воды. Приток воды к одиночным колодцам, дренам.

Примерный перечень лабораторных занятий

1. Измерение гидростатического давления с помощью пьезометров.
2. Измерение координат точек кривой свободной поверхности жидкости в диаметральной плоскости сосуда.
3. Измерение расхода жидкости.
4. Исследование уравнения Бернулли.
5. Режимы движения жидкости.
6. Определение потерь энергии жидкости по длине шероховатых труб.
7. Определение потерь напора в местных гидравлических сопротивлениях.
8. Исследование истечения жидкости через малые отверстия в тонкой стенке и насадки.
9. Определение коэффициента шероховатости в канале.
10. Исследование работы водослива с тонкой стенкой и широким порогом.
11. Исследование гидравлического прыжка в прямоугольном горизонтальном потоке.
12. Истечение жидкости из-под щита.
13. Исследование свободной поверхности воды на быстротоке.
14. Проверка основных размеров двухступенчатого перепада колодезного типа
15. Фильтрация однородной жидкости в плотной зернистой среде.

4. ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л.: Энергия, 1982, 2005, 2007, 2018. – 672 с.
2. Штеренлихт Д.В. Гидравлика, М.: Колос, 2008. – 656 с.
3. Ухин Б.В. Гидравлика.– М.:ИНФРА-М, 2008. – 432 с.
4. Косой В.Д. Гидравлика. – М.: ДеЛи принт , 2008. – 495 с.
5. Киселев П.Г. Справочник по гидравлическим расчетам. – М.: Энергоиздат, 1972.
6. Андреевская А.В. Задачник по гидравлике. – М.: Энергия, 1970. – 566
7. Справочник по гидравлическим расчетам / под ред. П.Г. Киселева. – М., «Энергия», 1974. – 312 с.

Дополнительная литература

1. Сайриддинов С.Ш. Гидравлика систем водоснабжения, водоотведения. – М.: АСА, 2004. – 340 с.
2. Калицун В.И. Основы гидравлики, водоснабжения и канализации. – М.: Стройиздат, 2004. – 390 с.
3. Прозоров И.В. Гидравлика водоснабжения и канализации. – М.: Высшая школа, 1990. – 446 с.
4. Кудинов В.А. Гидравлика.– М.: Высш. школа, 2008. – 199 с.
5. Лапашев Н.Н. Гидравлика. – М.: Академия, 2007. – 272 с.
6. Богомолов А.И., Михайлов К.А. Гидравлика. – М.: Стройиздат, 1972. – 648 с.
7. Шевелев Ф.А., Шевелев А.Ф. Таблицы для гидравлического расчета стальных, чугунных, асбестоцементных, пластмассовых и стеклянных водопроводных труб. – М.: Стройиздат, 1986.