УДК 512.542

О КОНЕЧНОЙ π-РАЗРЕШИМОЙ ГРУППЕ СО СВЕРХРАЗРЕШИМОЙ π-ХОЛЛОВОЙ ПОДГРУППОЙ

Грицук Д.В.
Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина, г.Брест

Рассматриваются только конечные группы.

Каждая π-разрешимая группа G обладает субнормальным рядом

$$G = G_0 \supseteq G_1 \supseteq \ldots \supseteq G_{n-1} \supseteq G_n = 1,$$

все факторы G_{i-1}/G_i которого являются либо π'-группами, либо абелевыми (нильпотентными) π-группами. Наименьшее число абелевых (нильпотентных) π-факторов среди всех таких субнормальных рядов группы G называется производной (соответственно нильпотентной) π-длиной π-разрешимой группы G и обозначается через $l_\pi^a(G)$ (соответственно через $l_\pi^n(G)$. Ясно, что $l_\pi^n(G) \le l_\pi^a(G)$ для любой π-разрешимой группы G. Некоторые оценки этих π-длин установлены в работах В.С. Монахова, О.А. Шпырко и др. В частности, если G – π-разрешимая группа, у которой коммутант π-холловой подгруппы нильпотентен, то $l_\pi^n(G) \le 1 + \max_{r\in\pi} l_r(G)$, см. [1]. Получен аналог этого результата для производной π-длины π-разрешимой группы.

Теорема 1. Если G – π-разрешимая группа, у которой коммутант π-холловой подгруппы нильпотентен, то $l_\pi^a(G) \le 1 + \max_{r\in\pi} l_r^a(G)$.

Поскольку коммутант сверхразрешимой группы нильпотентен, то из теоремы 1 вытекают следующие результаты

Следствие 1. Если G – π-разрешимая группа со сверхразрешимой π-холловой подгруппой, то $l_\pi^a(G) \le 1 + \max_{r\in\pi} l_r^a(G)$.

Следствие 2. Если в π-разрешимой группе G силовские p-подгруппы циклические для всех $p \in \pi$, то $l_\pi^a(G) \le 2$.

Следствие 3. Пусть G – π-разрешимая группа, силовские p-подгруппы которой бициклические для всех $p \in \pi$. Если $2 \notin \pi$, то $l_\pi^a(G) \le 3$.

Заметим, что из теоремы 1 вытекают некоторые результаты, полученные в работах [1] и [3].

Список цитированных источников

1. Монахов, В.С. О нильпотентной π-длине конечной π-разрешимой группы / В.С. Монахов, О.А. Шпырко // Дискретная математика. – 2001. – Т. 13. – № 3. – С. 145–152.
2. Грицук, Д.В. О производной π-длине π-разрешимой группы / Д.В. Грицук, В.С. Монахов, О.А. Шпырко // Вестник БГУ. Серия 1. – 2012. – № 3. – С. 90–95.
3. Грицук, Д.В. О конечных π-разрешимых группах с бициклическими силовскими подгруппами / Д.В. Грицук, В.С. Монахов, О.А. Шпырко // Проблемы математики, физики и техники. – 2013. – № 1(14). – С. 61–66.

УДК 512.542

РАЗРЕШИМЫЕ ГРУППЫ С СИЛОВСКИМИ ПОДГРУППАМИ КОФАКТОРОВ ФИКСИРОВАННОГО НОРМАЛЬНОГО РАНГА

Даудов Д.Д.
Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина, г.Брест
Научный руководитель: Трофимук А.А., к.физ.-мат.н., доцент

Рассматриваются только конечные группы. Если H – подгруппа группы G, то $core_G H = \bigcap_{x\in G} H^x$ – ядро, а $H/core_G H$ – кофактор подгруппы H в группе G.

В.С. Монахов [1] ввел понятие нормального ранга p-группы P следующим образом:

$$r_n(P) = \max_{X \lhd P} \log_p |X/\Phi(X)|.$$

Здесь $\Phi(X)$ – подгруппа Фраттини группы X, а запись $X \lhd P$ означает, что X – нормальная подгруппа группы P.

Очевидно, что для нечетного простого числа p класс p-групп, у которых нормальный ранг ≤2 шире, чем класс всех бициклических p-групп. Так, экстраспециальная группа S порядка 27 имеет нормальный ранг, равный 2, но S не является бициклической. Кроме того, существуют бициклические 2-группы, которые имеют нормальный ранг 3. Так, группа

$$G = \langle a,b,c \mid a^2 = b^8 = c^2 = 1, [a,b] = c, [b,c] = b^4, [a,c] = 1\rangle$$

является бициклической и $r_n(G) = 3$. При этом класс 2-групп, у которых нормальный ранг ≤3 шире, чем класс всех бициклических 2-групп.

В работе [2] получены оценки инвариантов разрешимой группы G с бициклическими силовскими подгруппами кофакторов ее подгрупп.

Доказана следующая

Теорема. *Пусть G – разрешимая группа, у которой силовские p-подгруппы кофакторов ее подгрупп имеют нормальный ранг ≤2 для нечетного p и нормальный ранг ≤3 для p =2. Тогда производная длина фактор-группы $G/\Phi(G)$ не превышает 6 и нильпотентная длина группы G не превышает 4.*

Список цитированных источников

1. Монахов, В.С. О разрешимых конечных группах с силовскими подгруппами малого ранга / В.С. Монахов // Доклады Национальной академии наук Беларуси. – 2002. – Том 46. – № 2. – С. 25–28.
2. Елец, А.Ю. О разрешимых группах с бициклическими силовскими подгруппами кофакторов их подгрупп / А.Ю. Елец // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы XVIII Республиканской научной конференция студентов и аспирантов, Гомель, 23–25 марта 2015 г. / ГГУ им. Ф. Скорины; редкол.: О.М. Демиденко [и др.]. – Гомель, 2015. – С. 52.

УДК 519.6+517.983

ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТЕЙ В НЕЯВНОМ ПРОЦЕССЕ ИТЕРАЦИЙ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ I РОДА

Дорогокупец П.И.
Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина, г.Брест
Научный руководитель: Матысик О.В., к.физ.-мат.н., доцент

Для решения в гильбертовом пространстве операторного уравнения I рода

$$Ax = y_\delta \tag{1}$$

с положительным ограниченным самосопряжённым оператором А (0 не является его собственным значением, но $0 \in \mathrm{Sp}A$, и, следовательно, рассматриваемая задача некорректна) используем итерационный процесс неявного типа

$$\left(E + \alpha^2 A^2\right) x_{n+1,\delta} = (E - \alpha A)^2 x_{n,\delta} + 2\alpha y_\delta, \; x_{0,\delta} = 0. \tag{2}$$

Здесь E — тождественный оператор, $\|y - y_\delta\| \le \delta$.

Теорема. Итерационный процесс (2) при условии $\alpha > 0$ сходится, если выбирать число итераций n в зависимости от уровня погрешности δ так, чтобы $n\delta \to 0$ при