

ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ПОРЯДКОВЫХ СТАТИСТИК В ЗАДАЧАХ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

С.С. Дереченник

Брестский государственный технический университет,
Брест, Беларусь, sm@brest.by

The problems of analytical calculation of the technical objects reliability by the limit state method at all stages of the object's life cycle (design, creation, operation) are considered. The fundamental shortcomings of the statistical analysis traditional (parametric) methods are shown for the problems of estimating extremely high values of an external load random variable and small values of element resistance from the empirical data of small or extremely small volume samples. They come from the discrepancy between the random physical quantities empirical distributions and the generally accepted distribution models: the normal (Gaussian) and related (lognormal, Gumbel) ones. As an alternative, the use of order (non-parametric) statistics with the robustness property is proposed. Their use is known in the tasks of processing telemetry data or radio signals, for example, in navigation; however, the position and scale parameters of a random variable are usually estimated in terms of average values and standard deviations. However, for reliability problems, it is necessary to estimate the distribution quantiles of a very low or, conversely, high order, and for this, original procedures for data approximation and dependence extrapolation have been created. Examples of the order statistics effective usage are given as applied to problems of controlling the strength of building materials (concrete) and predicting climatic loads on buildings and structures.

Согласно межгосударственному стандарту ГОСТ 27.301-95, исходными данными для расчета надежности технического объекта могут быть [1]:

– оценки показателей надежности (параметры законов распределения характеристик надежности) и параметров примененных в объекте материалов, полученные экспериментальным или расчетным способом непосредственно в процессе разработки (изготовления, эксплуатации) объекта и его составных частей;

– расчетные и/или экспериментальные оценки параметров нагруженности примененных в объекте составных частей и элементов конструкции.

Известно, что надежность объектов при внезапных механических отказах определяется риском потери несущей способности элементов технических систем. Причиной внезапного квазистатического разрушения элемента являются механические напряжения, возникающие в элементе при его кратковременном экстремальном нагружении.

Функционирование реальных физических объектов содержит в себе элементы случайности. С одной стороны, она проявляется в локальных неоднородностях структуры и состава материалов, изменчивости технологических условий обработки, разбросе размеров изделий. С другой стороны, наблюдается стоха-

стичность условий функционирования объекта, связанная со случайными проявлениями воздействий окружающей среды.

Одна из наиболее распространенных моделей надежности основана на методе предельного состояния, в которой на элементы объекта со случайными, но фиксированными во времени, значениями несущей способности (сопротивления) воздействует поток независимых случайных нагрузок. Вероятность внезапного разрушения в такой модели определяется вероятностью отрицательных значений функции состояния, определяемой как разность между случайными величинами сопротивления элемента и действующей нагрузки. Характеристики прочности примененных в конструкции материалов, а также параметры нагруженности (собственный вес конструкции, а также внешние нагрузки, в том числе обусловленные климатическими воздействиями) являются основными базисными переменными функции состояния.

Задачи аналитического расчета, а также прогнозирования надежности объектов, как частного случая расчета на основе статистических моделей, решают на всех стадиях жизненного цикла объекта, а именно – при проектировании, создании, а также в процессе эксплуатации.

Возможности аналитического решения задач надежности с применением указанной выше модели ограничены, в первую очередь, заданием вполне определенных (параметрических) законов распределения входящих базисных переменных, как случайных величин. Как правило, для описания переменных сопротивления элементов используют нормальное и логнормальное вероятностные распределения, а для переменных нагружения – нормальное (для основной, постоянно действующей нагрузки, определяемой, в первую очередь, весом элементов конструкции) и распределение Гумбеля (для экстремальных значений переменной нагрузка). Такой подход отчасти оправдан *на стадии проектирования* объектов, когда не существует ни объекта, ни его элементов, следовательно, несущие свойства элементов могут быть описаны лишь гипотетически. Модель может быть адекватной при условии изготовления элементов по заданной технологии из материалов с необходимыми свойствами, а правильно возведенные конструкции будут подвергаться экстремальным воздействиям в соответствии со статистически заданными условиями.

Однако уже *на стадии создания (возведения)* конкретного объекта несущие свойства каждого из его элементов определяются фактическими характеристиками прочности материала, произведенного конкретным производителем в некоторых условиях. Эти характеристики принадлежат лишь некоторой ограниченной выборке из генеральной (гипотетически бесконечной) совокупности, поэтому их описание может быть исключительно статистическим, но не вероятностным.

На *стадии эксплуатации* реально существующего объекта возникают дополнительные проблемы оценивания надежности, связанные как с очень малым объемом выборки данных прямых измерений прочности (менее пяти результатов), так и с изменением статистики экстремальных внешних (климатических) нагрузок при длительных сроках эксплуатации.

Таким образом, задачи прогнозирования надежности на стадиях возведения и эксплуатации, а также отчасти и на стадии проектирования, следует решать на основе статистических моделей.

Большинство характеристик материала, например, прочность, следует рассматривать как непрерывную случайную величину. В настоящее время в теории и практике анализа прочности материалов наибольшее распространение получил подход, основанный на принятии, для описания генеральной совокупности случайной величины, параметрической вероятностной модели, в первую очередь нормальной или логарифмически нормальной (логнормальной). Конечно, это обусловлено тем, что именно для нормального распределения случайной величины (или ее логарифма – в случае логнормального распределения) построены наиболее полные теории статистического анализа и статистического вывода.

Однако, как утверждал английский статистик Ф.Анскомб (1918-2001): «Единственным основанием для повсеместного использования процедур нормальной теории является убежденность некоторых статистиков в том, что предположение нормальности слишком удобно, чтобы не быть правильным». Многие исследователи в самых различных технических областях давно отмечали, что реальные инженерные данные далеко не всегда можно рассматривать как выборки из абстрактной генеральной совокупности с нормальным распределением. В частности, реальные выборки могут оказаться смесью нескольких распределений, иметь распределения с т.н. «утяжеленными» хвостами (в области экстремально малых и/или экстремально больших значений) и т.д. Стало уже популярным приводить в пример великого математика А.Пуанкаре, который в своем труде «Исчисление вероятностей» (Париж, 1912 г.) цитирует ироничное высказывание статистика Липмана: «Каждый уверен в справедливости нормального закона: экспериментаторы – потому, что они думают, что это математическая теорема; математики – потому, что они думают, что это экспериментальный факт».

Действительно, именно центральные предельные теоремы (ЦПТ) теории вероятностей утверждают, что сумма достаточно большого количества слабо зависящих случайных величин, имеющих примерно одинаковые масштабы (ни одно из слагаемых не доминирует, не вносит в сумму определяющего вклада), распределена асимптотически нормально. При этом классическая ЦПТ подразумевает также и одинаковость распределений слагаемых (но «взамен» не налагает требования одинаковости их масштаба). Однако применительно, по крайней мере, к характеристикам, рассматриваемым при проектировании строительных конструкций, практически выполняется разве что требование ЦПТ о независимости переменных. Так, например, при расчете несущей способности простейшего типового элемента конструкции – железобетонной колонны используется соотношение с одной детерминированной и четырьмя случайными базовыми переменными: $R = bh \cdot f_c + \rho \cdot bh \cdot f_y$, где b и h – соответственно, ширина и высота поперечного сечения колонны; f_c и f_y – прочность на сжатие, соответственно, бетона и металла арматуры; ρ – коэффициент армирования колонны (детерминированная переменная). В данном примере число случайных переменных невелико, операций произведения больше, чем операций суммирования, а масштаб двух слагаемых весьма различен (например, $f_y = (10 \div 15)f_c$ при $\rho < 0.01$). При определении базовых переменных обычно принимают различные исходные распределения: нормальное – для геометрических характеристик, нормальное либо логнормальное – для прочности бетона, логнормальное – для

прочности арматуры. На каком основании следует ожидать, что итоговая случайная величина несущей способности R будет нормально распределенной?

В большинстве случаев анализа эмпирических данных вид функции распределения случайной величины априори неизвестен. Насколько правомерно «принудительно» назначать переменным прочности конкретные вероятностные распределения?

Определение фактических характеристик прочности применительно к некоторым строительным материалам имеет важные особенности. Так, непосредственное определение прочности бетона возможно с использованием прямых (разрушающих) измерений: образцов-спутников на стадии производства, либо образцов, выбуренных из существующей конструкции. При этом объем реальных эмпирических данных (выборки измерений) ограничен, и его следует считать *малым* (менее 10-15 результатов в условиях начального производства бетона, характерных для действующего состояния отечественной строительной отрасли) либо *очень малым* (менее 5 результатов при обследовании существующей конструкции). Следует также отметить, что на стадии производства прочность образцов-спутников измеряют лишь после их твердения (через 28 суток), т.е. уже после применения материала для изготовления элементов конструкции, что не соответствует классическим представлениям о входном контроле качества материалов (а именно: отбраковка некачественного материала в прямом смысле этого слова невозможна). Достаточно ли адекватны известные процедуры проверки гипотез о вероятностных распределениях, основанные на известных критериях согласия, применительно к эмпирическим данным с объемом выборки $N=3\dots 10$? Насколько значимым будет такой статистический вывод?

Даже если выборки будут иметь большой объем, в теории проверки гипотез имеется одно важное обстоятельство, на которое обычно не обращают должного внимания: любые известные критерии согласия не в состоянии *подтвердить* никакую основную гипотезу! С точки зрения грамотного статистического вывода, они позволяют, на заданном уровне значимости, только лишь отвергнуть основную гипотезу (в пользу альтернативной) либо ее *не отвергать* (что отнюдь не тождественно «подтверждению»). Строго говоря, получив результат «гипотеза не может быть отвергнута», следует переходить к проверке следующих основных гипотез – о согласии эмпирических данных – также и с другими известными распределениями. Какое из распределений выбрать, если результат «гипотеза не может быть отвергнута» будет получен в отношении нескольких различных основных гипотез?

Помимо того, что искомая функция распределения необязательно принадлежит известным классическим видам, неочевидна сама необходимость ее идентификации. Во-первых, любая известная функция распределения вероятности относится к генеральной совокупности, т.е. гипотетически бесконечной выборке, а потому является лишь математической моделью, в той или иной степени приближенная к реальности – выборке данных ограниченного объема. Во-вторых, проектирование конструкций осуществляется в том или ином формате безопасности, исходя из достижения некоторой заданной надежности при эксплуатации. Современные требования безопасности подразумевают очень малые величины расчетной вероятности отказа (например, 10^{-6} за 50 лет экс-

плуатации), которым соответствуют малые величины несущей способности конструкции, а, следовательно – и низкие (минимально обеспеченные на некотором уровне значимости) значения прочности материалов. Такие значения прочности, как известно, образуют «левый хвост» любого распределения. Если типичные (например, средние) μ , тем более, высокие значения прочности заведомо соответствуют безотказному состоянию конструкции, то для чего вообще определять вид и параметры функции распределения этих величин в самом вероятном диапазоне (области среднего или моды) и на «правом хвосте» распределения? Насколько эффективны вообще методы параметрической статистики в такой постановке задачи?

И наконец, возвращаясь ко второй части цитаты А.Пуанкаре: реальные эмпирические данные физических измерений чаще всего весьма заметно отличаются от пресловутой «нормальности» (уместно упомянуть также и о конечной точности измерительных приборов, и об округлении результатов). Вряд ли корректно в такой ситуации изменять уровень значимости (в сторону снижения доверительной вероятности) с целью получить «подтверждение (?)» (см. выше) нормальности. Существует, однако, статистическая процедура «проверки на выбросы» с целью возможного отбрасывания сильно отличающихся (как правило, в меньшую сторону) значений прочности. Не говоря уже о том, что общеизвестный (классический) вариант такой процедуры относится опять же к нормальному закону распределения, насколько правомерно отбрасывать «плохие» результаты, которые вполне могут оказаться принадлежащими как раз «левому хвосту» неизвестного, фактически имеющего место (но не нормального) распределения?

Поставленные в последних шести абзацах вопросы не являются исчерпывающими (можно упомянуть, например, также и часто встречающееся смешение интервальных и точечных процедур статистических оценивания), однако и они слишком серьезны, чтобы игнорировать их в условиях современных требований к надежности и безопасности конструкций и сооружений. Однако большинство как отечественных, так и зарубежных нормативных документов в области проектирования и обследования конструкций практически безальтернативно базируются на методах параметрической статистики и на процедурах, прямо вытекающих из априорных предположений о нормальном (в крайнем случае, логнормальном) распределении базовых переменных прочности материалов.

Конечно, подобные вопросы и сомнения существовали практически с самого начала развития статистики, и наши утверждения о некорректности непосредственного использования теорем теории вероятности (например, класса ЦПТ), относящихся к гипотетически бесконечным совокупностям, применительно к математической статистике ограниченных выборок эмпирических данных, не так уж и оригинальны. Уже в середине XX века возникла непараметрическая (порядковая) статистика [2], которая отказывается от всяких предположений о конкретном виде закона распределения и может быть эффективно использована в ряде задач взамен классических моделей. Часть исследователей, однако, считала неприемлемым полное игнорирование параметрических моделей, в связи с этим ими были предложены, как некое компромиссное решение, робастные методы обработки данных [3] (*англ.* *robust* – грубый, сильный, крепкий), обладающие малой чувствительностью к различным отклонениям дей-

ствительных вероятностных характеристик от идеальных моделей. Бурно развивающиеся робастные статистики, однако, в значительной мере базируются на использовании тех же непараметрических схем анализа данных.

Непараметрические и порядковые статистики давно и успешно применяются в ряде высокотехнологичных отраслей, в частности радиотехнике, электросвязи, электронике и вычислительной технике. Оценки, основанные на линейных комбинациях порядковых статистик, использовались для обработки (сжатия объема) больших потоков телеметрических данных, передаваемых на Землю с борта космических кораблей [4]. Робастные процедуры, включая и непараметрические, использованы при обработке радиосигналов (сглаживание информации, калибровка аппаратуры) в условиях помех для решения задач навигационного обеспечения морских и воздушных объектов [5].

В приведенных примерах используются эффективные, но и весьма трудоемкие алгоритмы обработки больших потоков данных в режиме реального времени, которые реализуются на быстродействующих ЭВМ. Однако большинство известных успешных примеров применения непараметрических методов статистики относятся опять-таки к оцениванию некоторых типичных значений случайной величины (например, медианы и интерквартильного размаха как оценок, соответственно, параметров положения и масштаба распределения). Обратим внимание, что названные оценки аналогичны классическим: среднему (как оценке математического ожидания) и стандартному отклонению (как оценке среднеквадратического отклонения).

Такие алгоритмы вряд ли применимы в инженерной практике обеспечения надежности технических объектов, например, проектирования новых и обследования существующих строительных конструкций. При неизвестном (произвольном) распределении эмпирических данных ни среднее и стандартное отклонение, ни медиана и интерквартильный размах не позволят адекватно оценить «хвосты» распределений, т.е. определить квантили низкого/высокого и очень низкого/высокого уровней с необходимой обеспеченностью (доверительной вероятностью). В связи с этим созданы новые, основанные на непараметрических статистиках, методы и процедуры статистического оценивания прочности материалов на «левых хвостах» эмпирических распределений случайной величины, а также прогнозирования экстремальных переменных нагрузок, соответственно, на «правых хвостах» эмпирических распределений случайной величины. Такие процедуры весьма просты в вычислительном отношении и эффективны в смысле обеспечения качества материалов и надежности элементов конструкций.

Ранее нами успешно применялся основанный на порядковых статистиках подход в задаче оценивания экстремальных значений климатических факторов непосредственно (т.е. без вычисления средних и стандартных отклонений) на «правых хвостах» т.н. «степенных» распределений. Исходными данными выступали эмпирические ряды климатических наблюдений ежегодных максимумов снеговой нагрузки на поверхности Земли, а в качестве порядковых статистик принимались сравнительно редкие экстремальные значения [6]. Эффективность непараметрических процедур с порядковыми статистиками показана также применительно к оцениванию характеристической (гарантированной) прочности бетона на сжатие в случае малого (не более 15) количества результа-

тов эмпирических испытаний как в задачах контроля качества выпускаемого бетона [7], так и в задачах оценивания его фактической прочности в уже существующих и эксплуатируемых конструкциях [8]. Получаемые при этом результаты имеют известную (и заранее назначаемую) статистическую обеспеченность (достоверность, доверительную вероятность). Эта важная особенность позволила, например, в задаче анализа надежности эксплуатируемых строительных конструкций предложить новый, основанный на понятии «средней конструкционной надежности», подход к определению требуемого уровня достоверности [9].

Список использованных источников

1. Надежность в технике. Расчет надежности. Основные положения : ГОСТ 27.301-95. – Взамен ГОСТ 27.410-87; введ. 01.01.1997. – Минск: Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 1996. – 19 с.
2. David, H.A. Order statistics, 2nd ed. – John Wiley & Sons, New York, 1981. – 360 p.
3. Робастность в статистике. Подход на основе функций влияния: пер. с англ. / Ф.Хампель, [и др.]. – М.: Мир, 1989. – 512 с.
4. Микро-ЭВМ в информационно-измерительных системах / С.М.Переверткин, [и др.]. – М.: Машиностроение, 1987. – 248 с.
5. Робастные методы статистического анализа навигационной информации / ред.: А.К.Крытова. – Ленинград: ЦНИИ «Румб», 1985. – 205 с. – (Отраслевая система НТИ).
6. Тур, В.В. Нормирование снеговых нагрузок для территории Республики Беларусь / В.В.Тур, [и др.] // Строительная наука и техника. – 2008, № 2 (17). – С. 27-45.
7. Тур, В.В. Новый критерий для оценивания прочности бетона в условиях ограниченной выборки результатов испытаний / В.В.Тур, С.С.Дереченник // Строительство и реконструкция. – 2016, № 6 (68). – С. 71-84.
8. Tur, V.V. Assessment of the Concrete Compressive Strength in Existing Structures Based on Core Test Results / V.V.Tur, S.S.Derechennik // Solid State Phenomena. – 2018. – Vol. 272. – P. 238-243.
9. Tur, V.V. Non-Parametric Evaluation of the Characteristic In-Situ Concrete Compressive Strength of Concrete / V.V.Tur, S.S.Derechennik // Journal of Building Engineering 27 (2020) 100938. – P. 1-11.

УДК 621.382.2:[621.315.592.3+620.192.63]

УПРАВЛЕНИЕ ДЕФЕКТНОСТЬЮ ВЫСОКОЛЕГИРОВАННЫХ КРЕМНИЕВЫХ СТРУКТУР ШУМОВЫХ ДИОДОВ

В.В. Буслюк¹, В.А. Емельянов², С.С. Дереченник¹

¹ Брестский государственный технический университет,
Брест, Беларусь, b_viktor@tut.by, cm@bstu.by

² ОАО «Интеграл», Минск, Беларусь, emeljanov@bk.ru

The types of defects in noise diode (ND) structures have been experimentally established, which mainly affect their noise properties. The determined energy values allow one to establish the presence of background impurities (copper and iron) and state that one of the causes of noise is the ionization of technological impurities that form the basis of microplasmas. It was found that the highest yield of suitable ND can be achieved by purposefully creating dislocations in the substrate by making parallel