МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Брестский государственный технический университет

Кафедра высшей математики

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические рекомендации и варианты контрольной работы по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов экономических специальностей заочной формы обучения (сокращенной)

Брест 2010

УДК 519.2.(076)

В настоящей методической разработке приведены варианты контрольных заданий по разделу “Теория вероятностей и математическая статистика” общего курса «Высшая математика» для студентов экономических специальностей заочной формы обучения (сокращенной). Даны методические рекомендации, полезные для успешного выполнения контрольной работы.

Составители: **Гладкий И.И.**, старший преподаватель,
Каримова Т.И., доцент, к.ф.-м.н.,
Махнист Л.П., доцент, к.т.н.
Рубанов В.С., доцент, к.ф.-м.н.

Рецензент: **Мирская Е.И.**, доцент кафедры информатики и прикладной математики учреждения образования «Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина», к.ф.-м.н.

Организационно-методические указания

В контрольную работу по разделу “Теория вероятностей и математическая статистика” общего курса «Высшая математика» включено семь заданий. В нумерации задач первое число – номер задания (задачи), второе (после точки) – номер варианта.

Контрольная работа должна выполняться студентом в соответствии со своим вариантом. **Номер варианта определяется по двум последним цифрам шифра (номера зачетной книжки студента).**

При выполнении контрольной работы условия задач нужно записывать полностью. В случае, если задача имеет общую формулировку, ее условие следует переписывать, заменяя общие данные конкретными, соответствующими номеру варианта.

Решение всех задач приводить подробно и аккуратно, давать достаточные пояснения и делать необходимые рисунки и таблицы.

В конце каждой задачи должен быть ответ.

Вопросы учебной программы по теории вероятностей и математической статистике

Теория вероятностей

1. Элементы комбинаторики: перестановки, сочетания и размещения.
2. События и их виды. Алгебра событий.
3. Вероятность события. Свойства вероятности. Способы вычисления вероятности случайного события (классический, геометрический и статистический).
4. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
5. Формулы полной вероятности и Байеса.
6. Схема повторных испытаний. Формула Бернулли.
7. Предельные случаи в схеме Бернулли: локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа, формула Пуассона.
8. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в схеме Бернулли.
9. Случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины.
10. Функция распределения одномерной случайной величины, свойства функции распределения.
11. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины, свойства плотности.
12. Числовые характеристики дискретной случайной величины и непрерывной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

13. Классические законы распределения дискретной случайной величины: геометрическое, биномиальное и Пуассона.
14. Классические законы распределения непрерывной случайной величины: равномерное, нормальное, показательное и функция надежности.
15. Зависимые и независимые случайные величины. Коррелированность и зависимость случайной величины.
16. Корреляционный момент и коэффициент корреляции. Коррелированность и зависимость случайных величин.

Математическая статистика

17. Статистическая совокупность. Генеральная и выборочная совокупности.
18. Статистическое распределение выборки. Геометрическое изображение статистических рядов.
19. Эмпирическая функция распределения.
20. Основные числовые характеристики выборки.
21. Понятие статистической оценки неизвестных параметров распределения. Точечные оценки и их классификация.
22. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал.
23. Доверительные интервалы для оценки параметров нормального распределения.
24. Распределения χ^2 ("хи" - квадрат) и Стьюдента.
25. Статистическая проверка гипотез. Нулевая и альтернативная гипотезы. Ошибки первого и второго рода при проверке гипотез. Уровень значимости, критическая область. Статистический критерий и его мощность.
26. Критерии согласия χ^2 и Колмогорова.
27. Основные понятия корреляционного регрессионного анализа.
28. Линейная корреляционная зависимость и прямые среднеквадратических регрессий.

Задания контрольной работы

Задание 1

В экономической службе хозяйственного субъекта ***s*** бухгалтеров и ***r*** экономистов. Из них по табельным номерам отбирают группу из ***k*** человек для осуществления проверки финансовой деятельности подведомственного предприятия. Найти вероятность того, что:

1) в группу войдут ***m*** бухгалтеров;
2) в группу войдет хотя бы один экономист;
3) в группе не более одного экономиста.

	1.01	**1.02**	**1.03**	**1.04**	**1.05**	**1.06**	**1.07**	**1.08**	**1.09**	**1.10**
s	15	12	18	12	10	11	14	15	16	10
r	3	4	5	3	3	4	3	6	3	4
k	5	4	6	7	5	3	6	4	4	5
m	4	3	5	4	3	1	4	3	3	4

	1.11	**1.12**	**1.13**	**1.14**	**1.15**	**1.16**	**1.17**	**1.18**	**1.19**	**1.20**
s	9	10	12	13	11	14	15	16	20	16
r	3	2	3	4	5	4	3	4	3	3
k	5	6	3	5	3	4	5	6	6	5
m	3	5	2	4	1	2	3	4	2	3

	1.21	**1.22**	**1.23**	**1.24**	**1.25**	**1.26**	**1.27**	**1.28**	**1.29**	**1.30**
s	20	13	14	16	16	10	12	15	18	17
r	5	3	3	4	4	3	2	4	3	2
k	5	6	5	3	4	5	5	5	6	4
m	4	5	4	2	1	2	2	3	3	2

Задание 2

Статистика запросов кредитов в банке такова: $\alpha\%$ - от государственных органов, $\beta\%$ - от других банков, остальное – от физических лиц. Вероятности не возврата кредита в оговоренный срок соответственно равны $\boldsymbol{p_1}$, $\boldsymbol{p_2}$, $\boldsymbol{p_3}$.

1) Найти вероятность не возврата очередного запроса на кредит.

2) Начальнику кредитного отдела доложили, что получено сообщение о не возврате кредита, но в факсовом сообщении имя клиента было плохо пропечатано. Кто вероятней всего из клиентов не возвращает кредит?

	2.01	2.02	2.03	2.04	2.05	2.06	2.07	2.08	2.09	2.10
α	15	16	20	32	18	28	13	17	23	19
β	35	40	35	38	42	32	37	43	27	31
p_1	0,01	0,05	0,03	0,02	0,04	0,01	0,03	0,02	0,05	0,05
p_2	0,03	0,01	0,02	0,04	0,01	0,04	0,02	0,03	0,04	0,03
p_3	0,05	0,02	0,01	0,03	0,02	0,01	0,04	0,04	0,03	0,01

	2.11	2.12	2.13	2.14	2.15	2.16	2.17	2.18	2.19	2.20
α	29	25	24	14	35	32	15	27	37	20
β	41	37	44	56	25	28	45	43	35	34
p_1	0,01	0,03	0,02	0,03	0,04	0,05	0,03	0,02	0,01	0,04
p_2	0,03	0,04	0,03	0,02	0,05	0,01	0,03	0,01	0,04	0,03
p_3	0,04	0,06	0,03	0,05	0,02	0,03	0,02	0,03	0,03	0,01

	2.21	2.22	2.23	2.24	2.25	2.26	2.27	2.28	2.29	2.30
α	22	25	26	12	15	23	29	26	28	30
β	58	38	38	48	48	25	31	44	42	34
p_1	0,01	0,06	0,03	0,02	0,04	0,01	0,02	0,05	0,03	0,02
p_2	0,05	0,01	0,04	0,03	0,05	0,02	0,04	0,03	0,01	0,04
p_3	0,04	0,03	0,05	0,03	0,06	0,04	0,03	0,01	0,06	0,02

Задание 3

У страховой компании имеется n клиентов. Каждый из них, страхуясь от несчастного случая, вносит s руб. По имеющимся данным и оценкам экспертов вероятность несчастного случая равна p. Страховая сумма, выплачиваемая пострадавшему, составляет r руб. Какова вероятность того, что страховая компания потерпит убыток? На какую прибыль может рассчитывать страховая компания с надежностью γ?

	3.01	3.02	3.03	3.04	3.05	3.06	3.07	3.08	3.09	3.10
n	12000	10000	13000	12500	10500	12400	12800	10200	10800	10650
s	5000	4000	6000	4500	54000	5500	4250	5050	4550	4200
p	0,003	0,002	0,002	0,001	0,002	0,003	0,002	0,002	0,003	0,003
r	500000	400000	600000	565000	567000	682000	544000	515000	491000	447000
γ	0,95	0,975	0,99	0,999	0,95	0,95	0,975	0,95	0,999	0,99

	3.11	3.12	3.13	3.14	3.15	3.16	3.17	3.18	3.19	3.20
n	11200	10400	10600	12500	9750	9950	8000	8600	8800	11500
s	5450	3500	4050	4800	6000	5240	6500	4850	5500	4600
p	0,001	0,002	0,002	0,003	0,001	0,002	0,004	0,003	0,002	0,002
r	763000	455000	429300	600000	585000	521380	650000	417100	484000	529000
γ	0,95	0,975	0,95	0,99	0,999	0,95	0,975	0,975	0,99	0,999

	3.21	3.22	3.23	3.24	3.25	3.26	3.27	3.28	3.29	3.30
n	11400	12400	10050	9450	9780	10125	10300	13200	12050	12200
s	4550	4850	4480	5400	4500	8000	6000	4850	4800	5500
p	0,001	0,003	0,001	0,001	0,002	0,003	0,002	0,001	0,002	0,001
r	518700	601400	450240	510300	440100	405000	772500	640200	578400	671000
γ	0,95	0,99	0,95	0,975	0,999	0,99	0,95	0,975	0,999	0,99

Задание 4

Предположим, что в течение года цена на акции некоторой компании есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием, равным ***a*** (усл. ед.) и стандартным отклонением, равным σ (усл. ед.). Найти вероятность того, что в случайно выбранный день обсуждаемого периода цена за акцию была:

1) более ***m*** усл. ед.;

2) между ***m*** и ***n*** усл. ед. за акцию;

3) найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в котором с вероятностью практической достоверности 0,9973 будет заключена цена акции.

	4.01	4.02	4.03	4.04	4.05	4.06	4.07	4.08	4.09	4.10
a	46	48	45	44	42	50	52	54	55	41
σ	6	5	4	4	6	3	7	8	6	5
m	42	50	40	35	42	48	53	40	45	39
n	60	70	65	80	50	58	72	56	71	49

	4.11	4.12	4.13	4.14	4.15	4.16	4.17	4.18	4.19	4.20
a	46	49	56	57	58	60	62	64	40	65
σ	4	3	6	5	6	5	4	6	5	7
m	43	47	48	50	51	55	57	60	37	62
n	55	53	64	63	61	76	67	78	45	79

	4.21	4.22	4.23	4.24	4.25	4.26	4.27	4.28	4.29	4.30
a	48	53	38	50	51	61	43	47	35	70
σ	5	6	4	5	6	5	4	5	4	6
m	40	48	35	45	46	54	40	41	31	65
n	60	59	44	65	66	69	52	57	48	75

Задание 5

В некотором регионе ***n*** машиностроительных предприятий, из которых ***k*** – рентабельных, а остальные – убыточные. Программой приватизации намечено приватизировать ***s*** предприятий. При условии проведения приватизации в случайном порядке требуется:

1) составить закон распределения СВ X – числа рентабельных предприятий, попавших в приватизируемые;

2) построить многоугольник распределения;

3) записать функцию распределения СВ X и построить ее график;

4) найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение X;

5) найти вероятность того, что будет приватизировано не менее ***r*** рентабельных предприятий.

	5.01	**5.02**	**5.03**	**5.04**	**5.05**	**5.06**	**5.07**	**5.08**	**5.09**	**5.10**
n	10	9	8	11	10	6	6	7	7	8
k	6	5	4	6	7	4	5	5	4	5
s	5	4	4	5	6	3	4	4	3	4
r	3	2	3	4	3	1	3	3	2	2

	5.11	**5.12**	**5.13**	**5.14**	**5.15**	**5.16**	**5.17**	**5.18**	**5.19**	**5.20**
n	8	9	9	10	10	11	11	6	8	10
k	6	6	7	8	6	7	8	5	6	7
s	5	4	5	6	5	6	5	4	3	5
r	3	3	4	3	2	3	1	2	2	3

	5.21	**5.22**	**5.23**	**5.24**	**5.25**	**5.26**	**5.27**	**5.28**	**5.29**	**5.30**
n	9	7	12	12	13	13	14	14	12	15
k	6	5	9	8	10	9	10	11	7	11
s	5	3	4	5	5	6	6	5	4	6
r	2	1	2	3	2	3	4	3	2	3

Задание 6

В результате статистических наблюдений некоторой совокупности относительно признака X получены выборочные данные. Требуется:

1) составить статистическое распределение выборки (интервальный ряд распределения частот и частостей);

2) найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график;

3) вычислить числовые оценки параметров распределения: выборочное среднее, дисперсию и среднеквадратическое отклонение;

4) выдвинуть гипотезу о том, что генеральный признак X имеет нормальное распределение, записать выражение для плотности вероятностей этого распределения;

5) приняв уровень значимости $\alpha = 0{,}05$, по критерию Пирсона подтвердить или отклонить выдвинутую гипотезу о виде распределения;

6) в случае принятия выдвинутой гипотезы указать 95% доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения генерального признака X.

Вариант 6.01

26,65	26,55	26,25	26,20	26,15	26,00	26,00	25,95	25,85	26,25
25,80	25,75	25,70	25,60	25,50	25,50	25,35	25,10	25,10	25,65
25,35	25.50	25,55	25,65	25,70	25,70	25,75	25,75	25,85	25,60
25,85	25,95	26,00	26,15	26,20	26,25	26,45	26,55	26,65	26,00
26,65	26,55	26,45	26,25	26,15	26,10	26,00	26,00	25,85	26,25
25,75	25,70	25,65	25,55	25,50	25,40	25,10	26,85	25,70	25,60
25,30	25,45	25,50	25,65	26,70	25,70	25,75	25,85	25,85	25,55
26,00	26,00	26,10	26,25	25,55	26,55	26,65	25,65	26,25	26,20
26,65	26.55	26,25	26,00	25,85	25,75	25,65	25,00	25,30	26,10
26,65	26,25	26,20	25,90	25,80	25,70	25,65	25.00	25,50	26,00

Вариант 6.02

2,54	0,69	2,59	2,60	0,89	1,85	0,95	2,89	1,07	2,92
2,23	1,13	2,27	2,30	1,22	1,75	1,25	2,44	1,29	2,22
2,08	1,38	2,10	2,11	1,43	1,64	1,46	2,20	1,49	1,48
1,91	1,58	1,93	1,95	1,62	1,44	1,66	2,04	1,69	2,07
1,80	2,58	1,82	1,83	1,75	1,25	1,76	1,87	1,78	1,90
1,71	2,24	1,73	1,19	1,84	0,90	2,84	1,77	1,88	1,09
1,54	2,09	1,60	1,41	1,97	1,99	2,34	1,68	2,05	1,31
1,34	1,91	1,40	1,61	2,13	2,15	2,18	1,28	2,90	1,51
0,67	1,81	1,16	1,74	2,31	2,33	2,03	1,28	2,46	1,31
1,12	1,72	0,73	0,84	2,69	2,75	1,86	1,02	2,21	1,09

Вариант 6.03

25,45	25,50	26,00	25,85	25,65	25,70	26,00	26,00	25,65	25,85
25,65	25,50	25,70	26,00	25,85	25,75	26,10	26,35	25,90	25,95
25,50	25,85	25,50	25,40	25,75	26,10	25,50	25,75	25,25	25,70
25,80	26,25	25,75	25,75	26,15	26,10	26,00	27,00	25,85	26,00
25,00	25,65	26,25	26,10	25,85	26,65	26,35	25,50	25,65	26,30
26,15	25,85	25,50	26,10	25,25	25,75	25,55	26,75	25,50	25,50
25,50	25,75	25,90	26,10	25,75	25,85	26,10	25,55	26,35	26,50
25,65	26,25	25,70	25,05	25,75	26,35	25,75	25,75	25,85	25,65
25,75	25,70	26,25	25,90	26,10	25,50	26,15	25,50	25,50	25,40
25,85	25,75	25,50	26,10	25,75	26,00	25,50	26,05	26,05	25,60

Вариант 6.04

2,74	3,01	2,99	3,11	3,00	3,00	3,02	3,02	2,93	3,18
3,13	2,93	3,11	3,01	3,00	3,05	2,99	3,07	2,91	3,04
3,15	3,06	3,03	3,07	3,21	3,13	3,09	3,01	3,07	3,04
2,99	2,93	3,02	3,05	3,03	2,97	2,93	3,09	3,11	3,00
3,09	3,09	3,01	3,04	3,07	3,10	3,19	2,92	3,03	3,05
2,78	3,15	3,09	3,06	3,03	3,08	2,96	3,16	2,95	3,00
3,00	3,32	3,12	3,05	3,01	3,02	2,89	3,02	2,99	3,14
3,01	3,12	2,98	3,03	2,95	3,03	3,12	3,11	3,10	3,01
3,02	3,16	3,08	3,08	2,97	3,08	2,95	2,98	3,02	2,97
3,01	3,10	3,12	3,02	3,11	2,92	2,99	3,02	3,04	3,05

Вариант 6.05

66,3	66,0	55,5	57,9	59,3	61,7	47,3	49,7	63,5	65,9
54,0	56,4	15,3	17,7	26,3	38,7	26,8	29,2	51,3	53,7
39,8	42,2	80,3	82,7	68,3	70,7	60,3	62,7	61,8	54,1
62,5	64,9	55,2	57,6	54,1	56,5	74,3	76,7	35,3	37,7
61,9	64,3	29,1	31,5	55,2	57,7	28,3	30,7	53,1	55,5
52,7	55,1	58,5	59,0	62,9	66,3	37,7	50,1	68,7	62,1
42,9	45,3	38,8	41,2	55,3	57,7	45,0	47,4	62,8	65,2
51,6	76,8	54,8	57,2	32,0	34,4	73,9	76,3	36,4	37,0
35,3	70,7	82,0	54,0	42,4	88,4	44,6	76,9	35,3	47,0
49,3	44,3	49,1	37,7	70,1	72,5	44,1	46,5	47,6	50,0

Вариант 6.06

122	172	208	187	208	194	115	201	172	93
129	115	194	43	108	86	122	122	108	201
136	180	100	158	151	129	144	187	172	144
115	79	158	129	100	136	122	108	158	172
122	165	100	158	151	108	93	172	158	72
151	64	129	136	108	151	144	100	57	129
165	151	144	165	151	136	165	100	129	108
100	136	158	129	50	122	151	151	86	129
172	108	100	129	115	100	180	136	93	122
172	136	115	122	151	129	172	144	86	144

Вариант 6.07

66,3	66,0	55,5	57,9	59,3	61,7	46,3	48,7	47,3	49,7
54,0	56,4	15,3	17,7	26,3	28,7	50,3	52,7	26,8	29,2
39,8	42,2	80,3	82,7	68,3	70,7	20,6	24,0	60,3	62,7
62,5	64,9	55,2	57,6	54,1	56,5	55,0	57,4	74,3	76,7
61,9	64,3	29,1	31,5	55,2	57,7	76,5	78,9	28,3	30,7
52,7	55,1	58,5	59,0	62,9	66,3	33,7	46,1	47,7	50,1
42,9	45,3	38,8	41,2	55,3	57,7	32,3	34,7	45,0	47,4
51,6	76,8	54,8	57,2	32,0	34,4	59,3	61,7	73,9	76,3
35,3	70,7	82,0	54,0	42,4	88,4	74,5	44,8	44,6	76,9
49,3	44,3	49,1	37,7	70,1	72,5	27,3	29,7	44,1	46,5

Вариант 6.08

59,3	61,7	46,3	48,7	90,1	92,5	47,3	49,7	81,8	84,2
26,3	28,7	50,3	52,7	47,8	50,2	60,3	62,7	54,3	56,7
68,3	70,7	20,6	24,0	68,1	70,5	83,8	81,2	72,3	74,7
54,1	56,5	55,0	57,4	27,7	30,1	57,3	59,7	75,3	78,1
55,2	57,7	76,5	78,9	56,1	58,5	83,6	86,0	32,3	34,7
62,9	66,3	33,7	46,1	54,1	56,5	54,1	56,5	54,7	65,2
55,3	57,7	32,3	34,7	23,7	26,1	40,9	40,3	33,7	36,1
32,0	34,4	59,3	61,7	36,5	38,9	43,1	51,3	74,4	51,7
42,4	88,4	74,5	44,8	51,4	50,7	93,5	53,8	68,3	97,7
70,1	72,5	27,3	29,7	46,3	48,7	23,1	25,5	35,3	37,7

Вариант 6.09

55,5	57,9	59,3	61,7	46,3	48,7	47,3	49,7	63,5	65,9
15,3	17,7	26,3	28,7	50,3	52,7	26,8	29,2	51,3	53,7
80,3	82,7	68,3	70,7	20,6	24,0	60,3	62,7	61,8	54,1
55,2	57,6	54,1	56,5	55,0	57,4	74,3	76,7	35,3	37,7
29,1	31,5	55,2	57,7	76,5	78,9	28,3	30,7	53,1	55,5
58,5	59,0	62,9	66,3	33,7	46,1	47,7	50,1	68,7	62,1
38,8	41,2	55,3	57,7	32,3	34,7	45,0	47,4	62,8	65,2
54,8	57,2	32,0	34,4	59,3	61,7	73,9	76,3	36,4	37,0
82,0	54,0	42,4	88,4	74,5	44,8	44,6	76,9	35,3	47,0
49,1	37,7	70,1	72,5	27,3	29,7	44,1	46,5	47,6	50,0

Вариант 6.10

81,8	54,3	72,3	75,3	32,3	62,8	33,7	74,4	68,3	35,3
84,2	56,7	74,7	78,1	34,7	65,2	36,1	51,7	97,7	37,7
64,6	49,3	59,3	37,3	52,7	50,0	50,1	72,5	68,0	48,3
70,1	67,0	51,7	60,7	39,7	55,1	59,4	54,4	70,4	37,7
63,5	51,3	61,8	35,3	53,1	68,7	62,8	36,4	35,3	47,6
65,9	53,7	54,1	37,7	55,5	62,1	65,2	37,0	47,0	50,0
46,3	50,3	20,6	55,0	76,5	33,7	32,3	59,3	74,5	27,3
48,7	52,7	24,0	57,4	78,9	46,1	34,7	61,7	44,8	29,7
47,3	60,3	83,8	57,3	83,6	54,7	40,9	43,1	93,5	23,1
25,5	53,8	51,3	40,3	57,1	86,0	59,7	81,2	62,7	49,7

Вариант 6.11

4,03	4,05	4,13	4,26	4,25	4,13	4,12	4,25	4,14	4,05
4,07	4,14	4,13	4,22	4,14	4,15	4,19	4,29	4,30	4,16
4,16	4,27	4,05	4,25	4,22	4,14	4,28	4,08	4,17	4,25
4,25	4,30	4,03	4,03	4,15	4,19	4,30	4,17	4,13	4,30
4,17	4,15	4,14	4,14	4,15	4,16	4,26	4,15	4,16	4,07
4,06	4,08	4,13	4,05	4,13	4,13	4,13	4,12	4,14	4,15
4,19	4,15	4,04	4,11	4,11	4,19	4,17	4,16	4,26	4,21
4,20	4,25	4,12	4,26	4,25	4,28	4,28	4,14	4,09	4,03
4,28	4,25	4,23	4,24	4,18	4,22	4,18	4,20	5,14	4,14
4,10	4,11	4,30	4,17	4,20	4,10	4,22	4,17	4,11	4,15

Вариант 6.12

3,00	3,02	2,97	3,01	3,00	2,98	3,00	3,04	3,01	3,02
2,98	3,03	3,00	2,95	2,99	3,01	2,99	3,00	3,03	3,00
2,98	2,99	3,03	3,00	2,95	3,01	2,98	3,04	3,00	2,96
3,01	2,98	3,03	2,95	3,02	3,01	2,99	2,96	2,99	3,00
3,00	3,04	2,98	2,99	3,00	2,99	2,97	2,99	3,00	3,03
2,99	2,95	3,01	3,01	2,99	3,05	3,02	3,00	2,99	2,98
3,01	3,03	3,02	2,96	3,00	3,01	2,99	3,03	2,97	3,01
2,98	3,00	3,04	3,00	3,01	3,02	2,96	3,03	2,98	3,00
3,01	2,95	2,99	3,01	3,00	2,98	3,04	2,99	3,02	3,00
3,03	2,97	3,02	3,01	2,99	3,00	2,96	3,03	2,99	2,98

Вариант 6.13

7,75	7,65	7,81	7,63	7,83	7,73	7,69	7,67	7,60	7,63
7,69	7,75	7,89	7,68	7,69	7,64	7,79	7,68	7,62	7,86
7,72	7,74	7,84	7,63	7,67	7,73	7,72	7,77	7,68	7,65
7,73	7,72	7,83	7,77	7,88	7,67	7,75	7,68	7,74	7,72
7,71	7,92	7,77	7,81	7,72	7,82	7,67	7,61	7,74	7,62
7,78	7,74	7,80	7,74	7,68	7,68	7,65	7,71	7,62	7,72
7,67	7,68	7,87	7,61	7,64	7,70	7,74	7,67	7,72	7,73
7,65	7,73	7,67	7,72	7,63	7,75	7,64	7,69	7,75	7,58
7,70	7,86	7,84	7,66	7,70	7,68	7,66	7,88	7,75	7,88
7,86	7,68	7,68	7,88	7,68	7,70	7,74	7,73	7,82	7,72

Вариант 6.14

1,24	1,26	1,26	1,23	1,18	1,16	1,26	1,20	1,17	1,18
1,19	1,18	1,16	1,26	1,16	1,16	1,12	1,17	1,27	1,20
1,20	1,27	1,18	1,30	1,24	1,22	1,24	1,25	1,22	1,27
1,28	1,16	1,18	1,27	1,21	1,30	1,22	1,21	1,16	1,27
1,16	1,25	1,14	1,16	1,26	1,21	1,22	1,20	1,25	1,16
1,23	1,14	1,30	1,21	1,19	1,18	1,23	1,20	1,31	1,19
1,17	1,29	1,29	1,18	1,19	1,20	1,14	1,18	1,20	1,16
1,31	1,31	1,21	1,32	1,12	1,20	1,16	1,28	1,12	1,22
1,23	1,32	1,25	1,18	1,23	1,27	1,31	1,27	1,28	1,27
1,34	1,26	1,24	1,21	1,29	1,29	1,33	1,30	1,31	1,21

Вариант 6.15

6,00	6,04	6,07	6,08	6,10	6,11	6,11	6,13	6,15	6,18
6,00	6,04	6,07	6,09	6,10	6,11	6,11	6,13	6,16	6,18
6,01	6,04	6,07	6,09	6,10	6,11	6,12	6,13	6,16	6,18
6,02	6,05	6,07	6,09	6,10	6,11	6,12	6,14	6,16	6,19
6,02	6,05	6,07	6,09	6,10	6,11	6,12	6,14	6,16	6,19
6,02	6,05	6,07	6,09	6,10	6,11	6,12	6,14	6,17	6,19
6,03	6,06	6,07	6,09	6,10	6,11	6,12	6,14	6,17	6,20
6,03	6,06	6,08	6,10	6,10	6,11	6,13	6,14	6,17	6,20
6,03	6,06	6,08	6,10	6,10	6,11	6,13	6,15	6,17	6,20
6,04	6,07	6,08	6,10	6,10	6,11	6,13	6,14	6,18	6,20

Вариант 6.16

10,26	10,44	10,42	10,37	10,34	10,37	10,34	1037	10,36	10,38
10,37	10,34	10,43	10,28	10,36	10,42	10,42	10,30	10,31	10,32
10,33	10,42	10,39	10,43	10,42	10,32	10,26	10,37	10,34	10,37
10,35	10,39	10,26	10,44	10,35	10,31	10,40	10,32	10,26	10,30
10,33	10,27	10,35	10,34	10,31	10,36	10,32	10,36	10,36	10,38
10,36	10,42	10,39	10,40	10,40	10,35	10,29	10,33	10,30	10,34
10,34	10,40	10,33	10,29	10,32	10,30	10,33	10,27	10,35	10,27
10,27	10,32	10,33	10,35	10,44	10,36	10,36	10,35	10,34	10,35
10,36	10,39	10,40	10,40	10,30	10,33	10,27	10,38	10,30	10,33
10,34	10,35	10,31	10,34	10,34	10,37	10,37	10,34	10,35	10,36

Вариант 6.17

10,35	10,43	10,36	10,35	10,34	10,26	10,32	10,40	10,32	10,26
10,27	10,37	10,40	10,44	10,32	10,37	10,39	10,35	10,36	10,31
10,32	10,34	10,39	10,31	10,42	10,34	10,36	10,42	10,40	10,35
10,35	10,31	10,40	10,34	10,33	10,26	10,46	10,33	10,34	10,32
10,33	10,34	10,36	10,42	10,36	10,36	10,35	10,40	10,31	10,39
10,36	10,31	10,40	10,35	10,33	10,31	10,38	10,33	10,27	10,33
10,34	10,42	10,34	10,28	10,33	10,37	10,27	10,32	10,36	10,37
10,37	10,35	10,27	10,40	10,32	10,43	10,34	10,30	10,35	10,29
10,30	10,38	10,32	10,42	10,35	10,38	10,29	10,36	10,33	10,34
10,34	10,37	10,30	10,34	10,30	10,33	10,39	10,35	10,37	10,27

Вариант 6.18

5,50	5,53	5,55	5,60	5,53	5,57	5,55	5,49	5,60	5,57
5,50	5,50	5,45	5,53	5,55	5,62	5,57	5,65	5,62	5,55
5,49	5,60	5,50	5,57	5,60	5,40	5,53	5,55	5,65	5,33
5,60	5,45	5,57	5,50	5,62	5,68	5,50	5,55	5,60	5,57
5,62	5,45	5,50	5,53	560	5,40	5,55	5,57	5,53	5,49
5,68	5,55	5,60	5,68	5,57	5,70	5,55	5,45	5,57	5,55
5,60	5,55	5,60	5,49	5,50	5,53	5,57	5,55	5,62	5,53
5,60	5,70	5,53	5,55	5,60	5,49	5,50	5,62	5,53	5,55
5,60	5,47	5,57	5,55	5,55	5,49	5,53	5,57	5,60	5,68
5,57	5,60	5,49	5,53	5,60	5,62	5,49	5,50	5,67	5,50

Вариант 6.19

3,28	3,27	3,27	3,26	3,26	3,26	3,26	3,26	3,25	3,25
3,26	3,25	3,24	3,24	3,23	3,22	3,22	3,23	3,24	3,25
3,25	3,26	3,26	3,26	3,27	3,27	3,28	3,27	3,28	3,29
3,29	3,30	3,29	3,28	3,28	3,27	3,27	3,26	3,26	3,26
3,26	3,27	3,27	3,24	3,28	3,28	3,27	3,27	3,27	3,26
3,26	3,26	3,26	3,25	3,25	3,24	3,24	3,25	3,26	3,25
3,26	3,26	3,26	3,25	3,25	3,26	3,26	3,27	3,27	3,26
3,25	3,25	3,25	3,27	3,25	3,24	3,25	3,25	3,25	3,26
3,26	3,26	3,26	3,26	3,26	3,26	3,26	3,27	3,25	3,27
3,25	3,26	3,26	3,28	3,27	3,26	3,26	3,26	3,26	3,26

Вариант 6.20

226	113	307	356	259	307	291	291	324	221
437	421	405	421	405	421	437	405	437	405
388	307	372	388	324	374	372	307	291	307
372	359	307	226	324	243	197	194	259	340
324	324	340	259	372	275	388	324	307	340
372	324	324	340	356	291	327	307	243	324
243	243	356	275	453	486	291	226	340	291
307	372	356	356	307	178	145	129	259	324
372	388	324	259	259	275	210	162	162	178
275	243	388	243	340	226	275	243	240	291

Вариант 6.21

43,9	43,7	68,7	43,6	17,5	45,0	27,2	43,2	40,0	23,7
47,7	14,7	56,7	42,5	43,7	52,3	43,7	20,4	70,4	37,5
34,7	38,7	39,0	43,4	64,9	22,1	20,7	47,7	30,8	58,5
35,7	15,2	48,7	15,7	69,9	62,3	33,4	36,1	16,7	32,7
33,0	32,5	23,0	51,2	48,1	23,7	41,5	40,2	51,9	39,7
37,7	53,0	46,7	25,7	41,1	45,4	41,5	56,4	23,7	36,0
58,4	36,7	24,9	12,1	42,5	44,5	16,1	56,6	36,2	78,5
34,7	39,8	37,5	43,1	72,0	45,6	72,1	48,7	35,7	29,3
70,2	42,7	40,7	64,1	20,7	51,2	22,1	37,7	83,7	11,5
23,6	56,7	62,8	31,3	41,1	50,3	50,9	28,2	52,0	42,4

Вариант 6.22

15,39	15,36	15,37	15,42	15,37	15,41	15,39	15,41	15,41	15,39
15,45	15,40	15,37	15,38	15,38	15,45	15,38	15,44	15,36	15,38
15,39	15,40	15,41	15,36	15,38	15,36	15,40	15,38	15,39	15,38
15,38	15,42	15,41	15,42	15,44	15,45	15,44	15,38	15,37	15,39
15,38	15,37	1536	15,42	15,14	15,45	15,41	15,38	15,34	15,38
15,38	15,37	15,39	15,36	15,45	15,38	15,42	15,39	15,41	15,42
15,41	15,36	15,37	15,45	15,44	15,37	15,39	15,41	15,45	15,41
15,36	15,37	15,38	15,37	15,41	15,38	15,39	15,41	15,37	15,41
15,38	15,42	15,39	15,42	15,41	15,38	15,39	15,41	15,37	15,41
15,41	15,39	15,38	15,38	15,37	15,41	15,37	15,42	15,41	15,37

Вариант 6.23

66,3	66,0	29,7	27,3	63,5	65,9	90,1	48,7	47,3	49,7
54,0	56,4	44,8	74,5	51,3	53,7	47,8	50,7	26,8	29,2
39,8	42,2	61,7	59,3	61,8	54,1	68,1	38,9	60,3	62,7
62,5	64,9	34,7	32,3	35,3	37,7	27,7	26,1	74,3	76,7
61,9	64,3	46,1	33,7	53,1	55,5	56,1	56,5	28,3	30,7
52,7	55,1	78,9	76,5	68,7	62,1	54,1	58,5	47,7	50,1
42,9	45,3	57,4	55,0	62,8	65,2	23,7	30,1	45,0	47,4
51,6	76,8	24,0	20,6	36,4	37,0	36,5	70,5	73,9	76,3
35,3	70,7	52,7	50,3	35,3	47,0	51,4	50,2	44,6	76,9
49,3	44,3	48,7	46,3	47,6	50,0	46,3	92,5	44,1	46,5

Вариант 6.24

8,9	7,6	14,0	10,2	12,8	15,6	26,8	30,7	35,8	11,5
14,0	34,5	15,3	17,9	32,0	26,8	14,0	30,7	29,4	28,1
25,6	23,0	33,2	15,2	16,6	15,3	19,2	21,7	32,0	33,2
30,7	28,1	25,6	24,3	20,4	19,2	15,3	14,0	16,6	17,9
25,6	23,0	21,7	16,6	29,4	30,7	32,0	33,2	29,4	28,1
25,6	24,3	23,0	24,3	25,3	25,6	17,7	20,4	25,3	25,6
24,3	26,8	29,4	17,9	24,5	20,4	32,0	25,6	29,4	17,9
30,7	17,9	20,4	25,6	32,0	30,7	21,7	25,6	20,4	24,3
25,6	21,7	30,7	30,7	24,3	26,8	21,7	25,6	24,3	21,7
20,4	21,7	25,6	21,7	24,3	16,6	21,7	20,4	24,3	23,0

Вариант 6.25

11,3	22,6	30,7	35,6	25,9	30,7	29,1	29,1	32,4	42,1
43,7	29,1	30,7	37,2	25,9	30,7	22,6	32,4	24,3	97,0
19,4	25,9	34,0	32,4	32,4	34,0	25,9	37,2	30,7	42,1
40,5	37,2	27,5	24,3	32,4	24,3	24,3	25,6	27,5	45,3
48,6	39,1	22,6	34,0	29,1	30,7	30,7	38,8	32,4	42,1
40.5	38,8	32,4	32,7	37,2	35,6	35,6	30,7	17,8	14,5
12,9	25,9	32,4	37,2	38,8	32,4	29,1	30,7	37,2	42,1
16,2	16,2	21,0	27,5	25,9	25,9	35,6	34,0	30,7	43,7
17,8	27,5	24,3	38,8	24,3	34,0	34,0	37,2	38,8	40,5
21,0	29,1	34,0	24,3	27,3	22,6	32,4	32,4	40,5	43,7

Вариант 6.26

4,91	4,96	4,92	4,91	4,97	4,97	4,95	4,96	4,98	4,97
4,91	4,92	4,92	4,96	4,96	4,94	4,92	4,94	4,94	4,94
4,93	4,96	4,93	4,92	4,91	4,93	4,94	4,93	4,93	4,96
4,92	4,94	4,93	4,98	4,91	4,95	4,92	4,95	4,95	4,95
4,91	4,97	4,97	4,95	4,98	4,94	4,93	4,96	4,96	4,93
4,98	4,98	4,93	4,91	4,94	4,94	4,96	4,97	4,94	4,98
4,94	4,93	4,94	4,93	4,93	4,96	4,94	4,98	4,95	4,94
4,91	4,92	4,95	4,93	4,94	4,95	4,95	4,93	4,98	4,95
4,92	4,98	4,98	4,95	4,93	4,94	4,95	4,97	4,93	4,94
4,92	4,97	4,92	4,97	4,93	4,92	4,96	4,96	4,97	4,95

Вариант 6.27

2,07	2,03	2,06	2,08	2,03	2,08	2,09	2,10	2,10	2,10
2,06	2,08	2,06	2,06	2,04	2,03	2,04	2,07	2,11	2,12
2,03	2,07	2,07	2,08	2,11	2,05	2,07	2,03	2,09	2,10
2,11	2,14	2,06	2,08	2,06	2,07	2,09	2,10	2,11	2,08
2,05	2,12	2,07	2,06	2,08	2,11	2,10	2,12	2,11	2,10
2,08	2,05	2,11	2,07	2,05	2,08	2,09	2,09	2,09	2,02
2,06	2,12	2,05	2,07	2,11	2,05	2,08	2,03	2,09	2,09
2,11	2,06	2,07	2,06	2,06	2,06	2,12	2,10	2,08	2,01
2,05	2,07	2,06	2,05	2,08	2,09	2,06	2,09	2,08	2,09
2,07	2,06	2,06	2,12	2,05	2,03	2,10	2,09	2,09	2,08

Вариант 6.28

42,0	42,4	42,5	42,6	42,8	42,8	42,4	42,5	42,6	42,8
42,3	42,4	42,6	42,7	43,3	42,3	42,4	42,6	42,7	43,2
42,3	42,4	42,6	42,7	43,0	42,1	42,4	42,6	42,30	42,5
41,7	42,3	42,5	42,6	42,8	41,7	42,3	42,5	42,6	42,8
41,8	42,3	42,5	42,6	42,8	42,0	42,3	42,5	42,6	42,8
42,0	42,4	42,5	42,6	42,8	42,0	42,4	42,5	42,6	42,9
42,0	42,3	42,5	42,6	42,8	43,1	42,3	42,4	42,6	42,7
42,3	42,4	42,6	42,7	43,9	42,2	42,4	42,6	42,7	43,0
42,2	42,4	42,5	42,7	43,0	42,2	42,4	42,5	42,7	43,0
42,2	42,4	42,5	42,7	43,0	41,9	42,3	42,5	42,6	42,8

Вариант 6.29

90	78	60	42	36	48	54	66	72	84
102	121	96	145	151	121	102	145	108	145
157	163	163	157	145	151	108	163	157	151
121	114	108	102	90	96	102	114	78	121
102	139	114	114	145	96	139	108	102	96
139	133	127	121	108	84	102	139	133	177
108	96	121	114	145	108	139	96	121	114
78	139	114	127	90	102	139	145	96	121
133	127	108	102	144	96	121	114	96	121
96	96	114	108	102	127	114	121	127	108

Вариант 6.30

17,2	11,5	20,8	12,2	17,2	43,0	19,4	93,0	20,8	10,8
17,2	12,2	19,4	10,8	18,0	12,9	12,9	14,4	10,8	15,8
10,0	14,4	10,0	10,0	16,5	13,6	10,8	72,0	15,1	13,6
16,5	12,2	15,8	15,1	15,1	12,9	13,6	10,8	15,1	57,0
15,1	93,0	10,0	14,4	10,8	12,2	10,0	12,2	10,6	86,0
12,2	14,4	12,9	13,6	13,6	12,9	12,9	14,4	50,0	93,0
11,5	16,5	14,4	10,0	13,6	16,5	12,2	12,9	11,5	12,9
13,6	15,1	11,5	17,2	64,0	15,8	15,1	12,9	10,8	15,8
12,9	18,0	11,5	18,7	79,0	15,8	13,6	17,2	15,1	17,2
12,2	17,2	10,0	20,1	11,5	18,7	86,0	20,1	10,0	17,2

Задание 7

В результате наблюдений за признаками X и Y, получена корреляционная таблица. С целью изучения линейной связи между этими признаками требуется:

1) найти выборочный коэффициент корреляции $r_в$ и оценить его надежность с уровнем значимости $\alpha = 0,01$;

2) если найденный коэффициент корреляции значим, составить выборочные уравнения прямых регрессии Y на X и X на Y;

3) изобразить в системе координат графики функций $\overline{y}_x$ и $\overline{x}_y$.

Вариант 7.01

X \ Y	2	5	8	11	14	17	m_x
15	5	3	6				14
25		7	8	11			26
35			9	10	12		31
45				9	9		18
55					7	4	11
m_y	5	10	23	30	28	4	*n=100*

Вариант 7.02

X \ Y	3	5	7	9	11	13	m_x
12	4	3	5				12
14	6	7	8				21
16		10	12	11			33
18			8	8	5		21
20				4	5	4	13
m_y	10	20	33	23	10	4	*n=100*

Вариант 7.03

X \ Y	4	8	12	16	20	24	m_x
1	3	2	9				14
4		7	10	9			26
7			12	10	5		27
10				9	8	5	22
13					6	5	13
m_y	3	9	31	28	19	10	*n=100*

Вариант 7.04

Y \ X	11	14	17	20	23	26	m_x
10	4	6	3				13
15		7	9	10			26
20			13	9	7		29
25				12	6	3	21
30					6	5	11
m_y	4	13	25	31	19	8	*n=100*

Вариант 7.05

Y \ X	4	12	20	28	36	44	m_x
1				5	4	6	15
5				11	6		17
9			5	14	8		27
13		9	8	7			24
17	4	6	7				17
m_y	4	15	20	37	18	6	*n=100*

Вариант 7.06

Y \ X	6	8	10	12	14	16	m_x
11				6	5	3	14
16			10	8	6		24
21		7	12	9			28
26	6	8	10				24
31	3	7					10
m_y	9	22	32	23	11	3	*n=100*

Вариант 7.07

Y \ X	2	8	14	20	26	32	m_x
10					7	3	10
20			6	9	7	2	24
30		8	12	10			30
40	5	7	12				24
50	4	6	2				12
m_y	9	21	32	19	14	5	*n=100*

Вариант 7.08

X \ Y	10	15	20	25	30	35	m_x
5				5	5	3	13
12			5	9	7		21
19		9	13	6			28
26	9	8	10				27
33	4	7					11
m_y	13	24	28	20	12	3	$n=100$

Вариант 7.09

X \ Y	2	4	6	8	10	12	m_x
13				5	4	3	12
17			5	10	6		21
21			9	14	5		28
25		6	12	6			24
29	5	4	6				15
m_y	5	10	32	35	15	3	$n=100$

Вариант 7.10

X \ Y	14	21	28	35	42	49	m_x
3				3	6	5	14
4				9	5	3	17
5			16	8	4		28
6		7	10	5			22
7	6	13					19
m_y	6	20	26	25	15	8	$n=100$

Вариант 7.11

X \ Y	16	20	24	28	32	36	m_x
30				5	5	3	13
32			7	9	6		22
34			14	11	4		29
36		7	10	8			25
38	4	7					11
m_y	4	14	31	33	15	3	$n=100$

Вариант 7.12

X \ Y	11	13	15	17	19	21	m_x
13				5	2	7	14
20			4	10	6		20
27			12	10	8		30
34		9	10	6			25
41	2	3	6				11
m_y	2	12	32	31	16	7	$n=100$

Вариант 7.13

X \ Y	12	16	20	24	28	32	m_x
20	3	4					7
30		2	6				8
40			3	50	4		57
50			2	8	6		16
60				3	7	2	12
m_y	3	6	11	61	17	2	$n=100$

Вариант 7.14

X \ Y	10	12	14	16	18	20	m_x
15	5	2					7
25		6	2				8
35			5	40	5		50
45			2	8	7		17
55				4	7	7	18
m_y	5	8	9	52	19	7	$n=100$

Вариант 7.15

X \ Y	12	17	22	27	32	37	m_x
25	2	4					6
35		6	3				9
45			6	35	4		45
55			2	8	6		16
65				14	7	3	24
m_y	2	10	11	57	17	3	$n=100$

Вариант 7.16

X \ Y	5	10	15	20	25	30	m_x
10	3	5					8
13		4	4				8
16			7	35	8		50
19			2	10	8		20
22				5	6	3	14
m_y	3	9	13	50	22	3	n=100

Вариант 7.17

X \ Y	14	22	30	38	46	54	m_x
16	3	3					6
24		5	4				9
32			40	2	8		50
40			5	10	6		21
48				4	7	3	14
m_y	3	8	49	16	21	3	n=100

Вариант 7.18

X \ Y	14	19	24	29	34	39	m_x
17	3	7	9				19
19		5	12	8			25
21			10	12	7		29
23				11	8		19
25					5	3	8
m_y	3	12	31	31	20	3	n=100

Вариант 7.19

X \ Y	18	25	32	39	46	53	m_x
21	3	5	4				12
23		7	9	11			27
25			13	11	7		31
27				9	7	1	17
29					8	5	13
m_y	3	12	26	31	22	6	n=100

Вариант 7.20

Y / X	16	21	26	31	36	41	m_x
19					4	2	6
23			7	8	6		21
27			9	12	10		31
31		9	10	8			27
35	3	6	6				15
m_y	3	15	32	28	20	2	*n=100*

Вариант 7.21

Y / X	10	15	20	25	30	35	m_x
20	5	1					6
24		6	2				8
28			5	40	5		50
32			2	8	7		17
36				4	7	8	19
m_y	5	7	9	52	19	8	*n=100*

Вариант 7.22

Y / X	23	26	29	32	35	38	m_x
12	2	2	3				7
19	1	7	8				16
26		7	14	10	6		37
33			12	10	7	1	30
40				4	5	1	10
m_y	3	16	37	24	18	2	*n=100*

Вариант 7.23

Y / X	19	29	39	49	59	69	m_x
11	3	5	4				12
16		4	7	5			16
21		2	4	24	4		34
26			9	10	7	1	27
31					8	3	11
m_y	3	11	24	39	19	4	*n=100*

Вариант 7.24

Y / X	27	33	39	45	51	57	m_x
13	2	4	5				11
20		5	9	10			24
27			10	15	10		35
34				13	4	2	19
41					8	3	11
m_y	2	9	24	38	22	5	*n=100*

Вариант 7.25

Y / X	4	8	12	16	20	24	m_x
25	3	3					6
35		4	6				10
45			8	28	9		45
55			7	10	8		25
65				5	6	3	14
m_y	3	7	21	43	23	3	*n=100*

Вариант 7.26

Y / X	11	13	15	17	19	21	m_x
15	3	3	4				10
18		5	7	9			21
21			10	12	7		29
24			6	11	9		26
27				3	5	6	14
m_y	3	8	27	35	21	6	*n=100*

Вариант 7.27

Y / X	18	23	28	33	38	43	m_x
2	2	3	6				11
7		7	10	7			24
12			11	15	9		35
17				10	8	5	23
22					3	4	7
m_y	2	10	27	32	20	9	*n=100*

Вариант 7.28

Y \ X	6	8	10	12	14	16	m_x
14	3	5	7				15
20		2	9	8			19
26			10	17	8		35
32				10	9	7	26
38					3	2	5
m_y	3	7	26	35	20	9	$n=100$

Вариант 7.29

Y \ X	3	9	15	21	27	33	m_x
12	3	7					10
18	1	5	10				16
24			12	14	8		34
30			8	10	7		25
36				3	6	6	15
m_y	4	12	30	27	21	6	$n=100$

Вариант 7.30

Y \ X	7	17	27	37	47	57	m_x
2	3	5	2				10
7		5	8	7			20
12		2	23	10			35
17			4	12	8		24
22				2	6	3	11
m_y	3	12	37	31	14	3	$n=100$

Рекомендации для выполнения заданий

Задание 1

В экономической службе хозяйственного субъекта 18 бухгалтеров и 5 экономистов. Из них по табельным номерам отбирают группу из 4 человек для осуществления проверки финансовой деятельности подведомственного предприятия. Найти вероятность того, что:

1) в группу войдут 3 бухгалтера;
2) в группу войдет хотя бы один экономист;
3) в группе не более одного экономиста.

Решение

Пусть событие A состоит в том, что в группу войдут 3 бухгалтера; B – в группу войдет хотя бы один экономист; C – в группе не более одного экономиста.

Вероятность каждого события будем находить по классической схеме: $P(A)=\dfrac{m}{n}$, где m – число исходов, благоприятствующих появлению события, n – число всех возможных исходов.

1) Событие A состоит в том, что в группу войдут 3 бухгалтера. Общее число комбинаций выбора четырех человек из 18+5=23 имеющихся равно числу сочетаний из 23 по 4, т.е. $n=C_{23}^4$. Число благоприятствующих исходов m определяется как число комбинаций выбора трех из четырех бухгалтеров и одного из пяти экономиста, т.е. $m=C_{18}^3\cdot C_5^1$. Таким образом

$$P(A)=\frac{C_{18}^3\cdot C_5^1}{C_{23}^4}=\frac{18!}{3!\cdot 15!}\cdot\frac{5!}{1!\cdot 4!}\cdot\frac{4!\cdot 19!}{23!}=\frac{2448}{5313}\approx 0{,}46.$$

2) Событие B состоит в том, что в группу войдет хотя бы один экономист, тогда событие $\bar{B}$ состоит в том, что в отобранной группе нет ни одного экономиста. Найдем вероятность события $\bar{B}$.

$$P\left(\bar{B}\right)=\frac{C_{18}^4\cdot C_5^0}{C_{23}^4}=\frac{18!}{4!\cdot 14!}\cdot 1\cdot\frac{19!\cdot 4!}{23!}=\frac{612}{1771}\approx 0{,}35.$$

Тогда, вероятность события B найдем по формуле: $P(B)=1-P(\bar{B})$. Следовательно,

$$P(B)=1-P(\bar{B})=1-0{,}35=0{,}65.$$

3) Событие C состоит в том, что в группе не более одного экономиста. Событие C состоит из суммы двух несовместных событий: $C=C_1+C_2$, где событие C_1 состоит в том, что в отобранной группе только один экономист, событие C_2 состоит в том, что в отобранной группе нет ни одного экономиста. Очевидно, что $C_1=A$ и $C_2=\bar{B}$, а значит:

$$P\left(C_1\right)=P\left(A\right)\approx 0{,}46;\ P\left(C_2\right)=P\left(\bar{B}\right)\approx 0{,}35.$$

Тогда:

$$P\left(C\right)=P\left(C_1+C_2\right)=P\left(C_1\right)+P\left(C_2\right)=0{,}46+0{,}35=0{,}81.$$

Ответ. а) 0,46; б) 0,65; в) 0,81.

Задание 2.

Статистика запросов кредитов в банке такова: 39% – от государственных органов, 12% – от других банков, остальное – от физических лиц. Вероятности не возврата кредита в оговоренный срок равны $0{,}02$, $0{,}03$, $0{,}01$ соответственно.

1) Найти вероятность не возврата очередного запроса на кредит.

2) Начальнику кредитного отдела доложили, что получено сообщение о не возврате кредита, но в факсовом сообщении имя клиента было плохо пропечатано. Кто вероятнее всего из клиентов не возвращает кредит?

Решение

Пусть событие A состоит в не возврате очередного запроса на кредит. Возможны следующие предположения (гипотезы):

H_1 – сообщение о не возврате поступило от госорганов;

H_2 – сообщение о не возврате поступило от других банков;

H_3 – сообщение о не возврате поступило от физических лиц

По условию вероятности гипотез равны:

$$P(H_1)=0{,}39,\ P(H_2)=0{,}12,\ P(H_3)=0{,}49.$$

Из условия задачи условные вероятности события A при указанных гипотезах равны:

$$P(A/H_1)=0{,}02;\ P(A/H_2)=0{,}03;\ P(A/H_3)=0{,}01.$$

1) Вероятность не возврата очередного запроса на кредит найдем по формуле полной вероятности находим

$$P(A)=P(H_1)\cdot P(A/H_1)+P(H_2)\cdot P(A/H_2)+P(H_3)\cdot P(A/H_3)=$$
$$=0{,}39\cdot 0{,}02+0{,}12\cdot 0{,}03+0{,}49\cdot 0{,}01=0{,}0163\approx 0{,}02.$$

2) Начальнику кредитного отдела доложили, что получено сообщение о не возврате кредита. Таким образом, произошло событие A. По формуле Байеса пересчитаем вероятности гипотез, т.е. найдем апостериорные вероятности гипотез:

$$P(H_1/A)=\frac{P(H_1)\cdot P(A/H_1)}{P(A)}=\frac{0{,}39\cdot 0{,}02}{0{,}0163}\approx 0{,}48;$$

$$P(H_2/A)=\frac{P(H_2)\cdot P(A/H_2)}{P(A)}=\frac{0{,}12\cdot 0{,}03}{0{,}0163}\approx 0{,}22;$$

$$P(H_3/A)=\frac{P(H_3)\cdot P(A/H_3)}{P(A)}=\frac{0{,}49\cdot 0{,}01}{0{,}0163}\approx 0{,}30.$$

Значит, наиболее вероятно невозвращение кредита государственными органами.

Ответ. 0,02. Государственные органы.

Задание 3

У страховой компании имеется 9000 клиентов. Каждый из них, страхуясь от несчастного случая, вносит 4000 руб. По имеющимся данным и оценкам экспертов вероятность несчастного случая равна 0,0035. Страховая сумма, выплачиваемая пострадавшему, составляет 420000 руб.

1) Какова вероятность того, что страховая компания потерпит убыток?

2) На какую прибыль может рассчитывать страховая компания с надежностью 0,95?

Решение

Пусть m – число клиентов со страховым случаем, т.е. клиентов, которым будет выплачена страховка.

1) Если k – предельное число клиентов со страховым случаем, при котором компания не терпит убыток, то сумма страховых взносов должна быть не меньше суммы, выплачиваемой по страхованию, т.е.

$$s \cdot n \ \geq \ r \cdot k$$

откуда

$$k \leq \frac{s \cdot n}{r} = \frac{4000 \cdot 9000}{420000} = 85{,}71.$$

Т.к. k – целое число, то следует принять $k = 85$.

Выполнение неравенства $k \leq m \leq n$ будет свидетельством того, что компания потерпит убыток.

В нашем случае

$$npq = 9000 \cdot 0{,}0035 \cdot (1 - 0{,}0035) = 9000 \cdot 0{,}0035 \cdot 0{,}9965 = 31{,}29 > 20,$$

Поэтому, для нахождения вероятности $P_n(k \leq m \leq n)$ можно применить интегральную теорему Муавра-Лапласа:

$$P_n(k \leq m \leq n) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1),$$

где

$$x_1 = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} = \frac{85 - 9000 \cdot 0{,}0035}{\sqrt{9000 \cdot 0{,}0035 \cdot 0{,}9965}} \approx \frac{53{,}5}{5{,}603} = 9{,}55\,,$$

$$x_2 = \frac{n - np}{\sqrt{npq}} = \frac{9000 - 9000 \cdot 0{,}0035}{\sqrt{9000 \cdot 0{,}0035 \cdot 0{,}9965}} \approx \frac{8968{,}5}{5{,}603} = 1600{,}66.$$

Значения функции $\Phi(x)$ находим по таблице приложения 2. Следовательно, вероятность того, что компания потерпит убыток, равна

$$P_{9000}(85 \leq m \leq 9000) \approx \Phi(1600{,}66) - \Phi(9{,}55) = 0{,}5 - 0{,}5 = 0.$$

2) Прибыль компании равна разности между суммарным взносом всех клиентов и суммарной страховой суммой, выплаченной k клиентам, т.е.

$$\Pi = s \cdot n - r \cdot k = 4000 \cdot 9000 - 420000\,k = 30000(1200 - 14\,k).$$

С другой стороны, по условию задачи, для числа k должно выполняться равенство:

$$P_n(0 \le m \le k) = 0{,}95.$$

Найдем вероятность $P_n(0 \le m \le k)$ с помощью интегральной теоремы Муавра-Лапласа:

$$P_{9000}(0 \le m \le k) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$$

где

$$x_1 = \frac{0 - 9000 \cdot 0{,}0035}{\sqrt{9000 \cdot 0{,}0035 \cdot 0{,}9965}} \approx -\frac{31{,}5}{5{,}603} = -1{,}63;$$

$$x_2 = \frac{k - 9000 \cdot 0{,}0035}{\sqrt{9000 \cdot 0{,}0035 \cdot 0{,}9965}} \approx \frac{k - 53{,}5}{5{,}603}.$$

Значит,

$$\Phi(x_2) - \Phi(x_1) = \Phi\left(\frac{k - 31{,}5}{5{,}603}\right) - \Phi(-5{,}62) = 0{,}95,$$

$$\Phi\left(\frac{k - 31{,}5}{5{,}603}\right) + 0{,}5 = 0{,}95,$$

откуда

$$\Phi\left(\frac{k - 31{,}5}{5{,}603}\right) = 0{,}95 - 0{,}5 = 0{,}45.$$

По таблицам значений функции Лапласа (приложение 2) находим:

$$\frac{k - 31{,}5}{5{,}603} = 1{,}63.$$

Следовательно,

$$k = 1{,}63 \cdot 5{,}603 + 31{,}5 = 9{,}13 + 31{,}5 = 40{,}63 \approx 41.$$

Тогда, с надежностью $\gamma = 0{,}95$ страховая компания может рассчитывать на прибыль

$$\Pi = 30000 \cdot (1200 - 14 \cdot 41) = 18\,780\,000 \text{ руб.}$$

Ответ. 0; 18 780 000 руб.

Задание 4

Предположим, что в течение года цена на акции некоторой компании есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 39 (усл. ед.) и стандартным отклонением, равным 3,5 (усл. ед.). Найти вероятность того, что в случайно выбранный день обсуждаемого периода цена за акцию была:

1) более 42 усл. ед.;

2) между 42 и 48 усл. ед. за акцию;

3) найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в котором с вероятностью практической достоверности 0,9973 будет заключена цена акции.

Решение

Рассмотрим случайную величину X – цену акции компании в течение года. По условию задачи СВ X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 39$, $\sigma = 3{,}5$.

1) Вероятность того, что в случайно выбранный день года цена акции была более 42 усл. ед., равна:

$$P(42 < X < +\infty) = \Phi\left(\frac{+\infty - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{42-39}{3{,}5}\right) =$$

$$= \Phi(+\infty) - \Phi(0{,}86) = 0{,}5 - 0{,}3051 = 0{,}1949.$$

2) Вероятность того, что в случайно выбранный день года цена акции была заключена между 42 и 48 усл. ед., равна:

$$P(42 < X < 48) = \Phi\left(\frac{48-39}{3{,}5}\right) - \Phi\left(\frac{42-39}{3{,}5}\right) =$$

$$= \Phi(2{,}57) - \Phi(0{,}86) = 0{,}4418 - 0{,}3051 = 0{,}1367.$$

3) Найдем интервал, симметричный относительно математического ожидания, в котором с вероятностью практической достоверности $0{,}9973$ будет заключена цена акции. Для этого воспользуемся равенством:

$$P\left(\left|X - a\right| < \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right).$$

В нашем случае

$$P\left(\left|X - 39\right| < \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{3{,}5}\right) = 0{,}9973;$$

$$\Phi\left(\frac{\varepsilon}{3{,}5}\right) = 0{,}49865$$

По таблицам значений функции Лапласа (приложение 2) находим:

$$\frac{\varepsilon}{3{,}5} = 3;$$

$$\varepsilon = 3{,}5 \cdot 3 = 10{,}5.$$

Следовательно, с вероятностью практической достоверности можно утверждать, что в случайно выбранный день года цена акции находилась в границах $39 \pm 10{,}5$ усл. ед. или от 28,5 до 49,5 усл. ед.

Ответ. 0, 1949; 0,1367; от 28,5 до 49,5 усл. ед.

Задание 5

В некотором регионе 9 машиностроительных предприятий, из которых 5 рентабельных, а остальные – убыточные. Программой приватизации намечено приватизировать 6 предприятий. При условии проведения приватизации в случайном порядке требуется:

1) составить закон распределения СВ X – числа рентабельных предприятий, попавших в приватизируемые;

2) построить многоугольник распределения;

3) записать функцию распределения СВ X и построить ее график;

4) найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение СВ X;

5) найти вероятность того, что будет приватизировано не менее 3 рентабельных предприятий.

Решение

1) Случайная величина X может принимать значения: 2, 3, 4, 5.

Вычислим вероятности, с которыми СВ X принимает эти значения.

$$P(X=2)=\frac{C_5^2\cdot C_4^4}{C_9^6}=\frac{5!}{2!\cdot 3!}\cdot 1\cdot\frac{6!\cdot 3!}{9!}=\frac{4\cdot 5\cdot 6}{2\cdot 7\cdot 8\cdot 9}=0{,}1191,$$

$$P(X=3)=\frac{C_5^3\cdot C_4^3}{C_9^6}=\frac{5!}{3!\cdot 2!}\cdot 4\cdot\frac{6!\cdot 3!}{9!}=\frac{4\cdot 5\cdot 2\cdot 6}{7\cdot 8\cdot 9}=0{,}4762,$$

$$P(X=4)=\frac{C_5^4\cdot C_4^2}{C_9^6}=\frac{5!}{4!\cdot 1!}\cdot\frac{4!}{2!\cdot 2!}\cdot\frac{6!\cdot 3!}{9!}=\frac{5\cdot 2\cdot 3\cdot 6}{7\cdot 8\cdot 9}=0{,}3571,$$

$$P(X=5)=\frac{C_5^5\cdot C_4^1}{C_9^6}=1\cdot 4\cdot\frac{6!\cdot 3!}{9!}=\frac{4\cdot 2\cdot 3}{7\cdot 8\cdot 9}=0{,}0476.$$

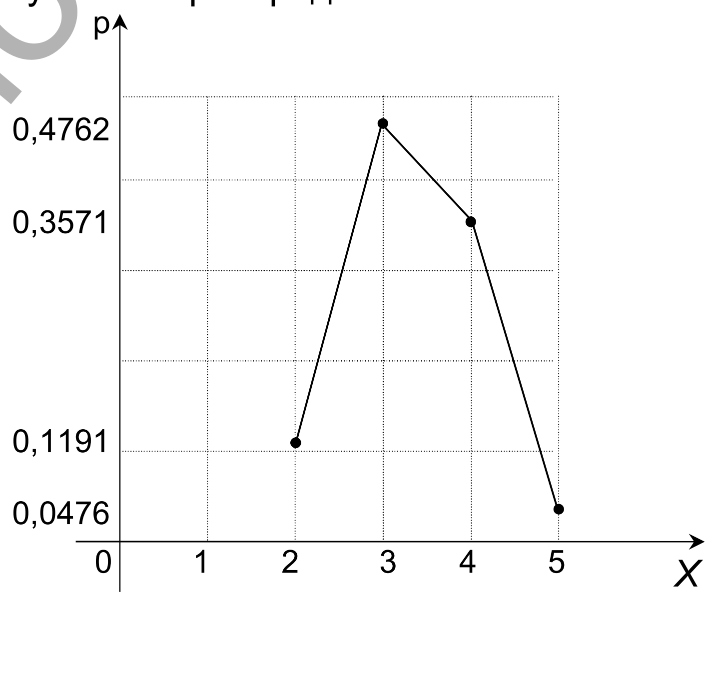
Контроль вычислений:

$$\sum_k P(X=x_k)=0{,}1191+0{,}4762+0{,}357+0{,}0476=1.$$

Таким образом, закон распределения СВ X будет иметь вид:

X	2	3	4	5
p	0,1191	0,4762	0,3571	0,0476

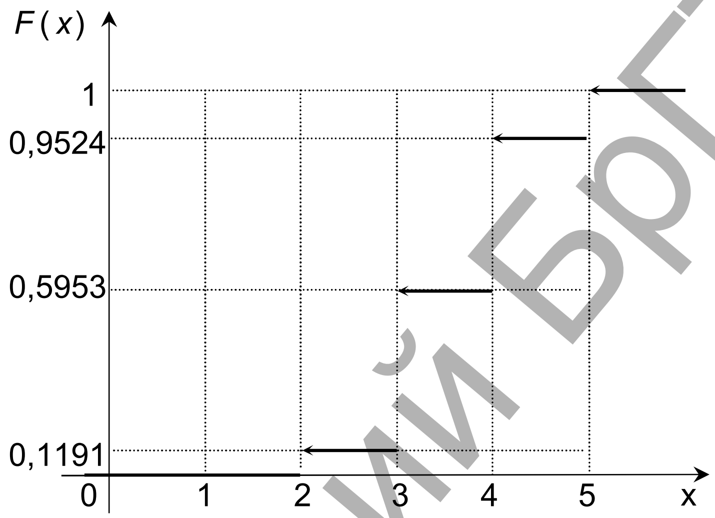
2) Строим многоугольник распределения.



3) Функция распределения вероятностей имеет вид

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ 0{,}1191, & 2<x\le 3,\\ 0{,}5953, & 3<x\le 4,\\ 0{,}9524, & 4<x\le 5,\\ 1, & x>5.\end{cases}$$

Строим график функции $F(x)$.



4) Находим числовые характеристики распределения

$M(X)=2\cdot 0{,}1191+3\cdot 0{,}4762+4\cdot 0{,}3571+5\cdot 0{,}0476=3{,}3332;$

$D(X)=2^2\cdot 0{,}1191+3^2\cdot 0{,}4762+4^2\cdot 0{,}3571+5^2\cdot 0{,}0476-(3{,}3332)^2=0{,}5556.$

$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\sqrt{0{,}5556}=0{,}7454.$

5) Пусть событие A состоит в том, что будет приватизировано не менее трех рентабельных предприятий. Тогда:

$P(A)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)=0{,}4762+0{,}3571+0{,}0476=0{,}8809.$

Вероятность события A можно найти иначе:

$$P(A)=1-P(X=2)=1-0{,}1191=0{,}8809,$$

или с помощью функции распределения $F(x)$. Действительно,

$$P(A)=P(X\ge 3)=1-P(X<3)=1-F(3)=1-0{,}1191=0{,}8809.$$

Ответ. $M(X)$=3,3332; $D(X)$=0,5556; $\sigma(X)=0{,}7454$; $P(X\ge 3)=0{,}8809$.

Задание 6

В результате статистических наблюдений некоторой совокупности относительно признака X получены выборочные данные. Требуется:

1) составить статистическое распределение выборки (интервальный ряд распределения частот и частостей);

2) найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график;

3) вычислить числовые оценки параметров распределения: выборочное среднее, дисперсию и среднеквадратическое отклонение;

4) выдвинуть гипотезу о том, что генеральный признак X имеет нормальное распределение, написать выражение для плотности вероятностей этого распределения;

5) приняв уровень значимости $\alpha = 0{,}05$, по критерию Пирсона подтвердить или отклонить выдвинутую гипотезу о виде распределения;

6) в случае принятия выдвинутой гипотезы указать 95% доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения генерального признака X.

24,8	26,2	25,6	24,0	26,4	25,2	26,7	25,4	25,3	26,1
24,3	25,3	25,6	26,7	24,5	26,0	25,7	25,0	26,4	25,9
24,4	25,4	26,1	23,4	26,5	25,9	23,9	25,7	27,1	24,9
23,8	25,6	25,2	26,4	24,2	26,5	25,7	24,7	26,0	25,8
24,3	25,5	26,7	24,9	26,2	26,7	24,6	26,0	25,4	25,0
25,4	25,3	24,1	26,6	24,8	25,6	23,7	26,8	25,2	26,1
24,5	25,4	25,1	26,2	24,2	26,4	25,7	23,9	27,2	25,0
23,9	25,6	24,9	24,5	26,2	26,7	24,3	26,1	27,7	25,8
25,6	25,2	24,2	26,0	24,7	26,5	23,5	25,4	27,1	24,0
26,2	24,2	25,5	26,0	25,7	26,4	24,6	27,0	25,2	26,9

Решение

Судя по тому, что повторяющихся значений практически нет, будем предполагать, что признак X имеет непрерывное распределение. Построим для X интервальный вариационный ряд.

Находим размах вариации:

$$x_{\max} - x_{\min} = 27{,}7 - 23{,}4 = 4{,}3.$$

По формуле Стерджеса находим длину частичного интервала:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3{,}322 \cdot \lg n} = \frac{4{,}3}{1 + 3{,}322 \cdot \lg 100} = \frac{4{,}3}{7{,}644} \approx 0{,}56.$$

Выпишем границы интервалов: $a_1 = x_{\min} - \dfrac{h}{2} = 23{,}4 - 0{,}28 = 23{,}12$. Далее, последовательно добавляя h, получаем:

$$a_1 = 23{,}12; \quad a_2 = 23{,}68; \quad a_3 = 24{,}24; \quad a_4 = 24{,}8; \quad a_5 = 25{,}36;$$
$$a_6 = 25{,}92; \quad a_7 = 26{,}48; \quad a_8 = 27{,}04; \quad a_9 = 27{,}6; \quad a_{10} = 28{,}16.$$

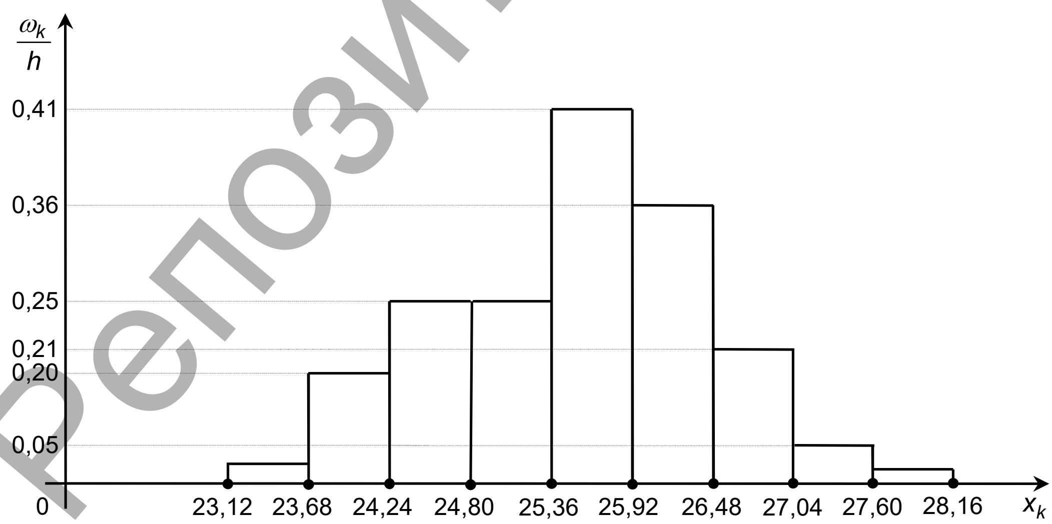
Подсчитаем число вариант, попавших в каждый интервал, т.е. находим частоты m_k. Запишем интервальное распределение выборки:

Интервалы	23,12-23,68	23,68-24,24	24,24-24,80	24,80-25,36	25,36-25,92	25,92-26,48	26,48-27,04	27,04-27,60	27,60-28,16
m_k	2	11	14	14	23	20	12	3	1

Введем в рассмотрение $x_k = \frac{a_k + a_{k+1}}{2}$ – середины интервалов $(a_k; a_{k+1})$, приписав им соответствующие интервальные частоты m_k, получим вариационный ряд. Найдем относительные частоты $\omega_k = \frac{m_k}{n}$ и их плотности $\frac{\omega_k}{h}$, если *n=100*, *h=0,58.*

Интервалы	x_k	m_k	ω_k	ω_k/h
23,12-23,68	23,40	2	0,02	0,04
23,68-24,24	23,96	11	0,11	0,20
24,24-24,80	24,52	14	0,14	0,25
24,80-25,36	25,08	14	0,14	0,25
25,36-25,92	25,64	23	0,23	0,41
25,92-26,48	26,20	20	0,20	0,36
26,48-27,04	26,76	12	0,12	0,21
27,04-27,60	27,32	3	0,03	0,05
27,60-28,16	27,88	1	0,01	0,02
$\sum$		100	1,00	

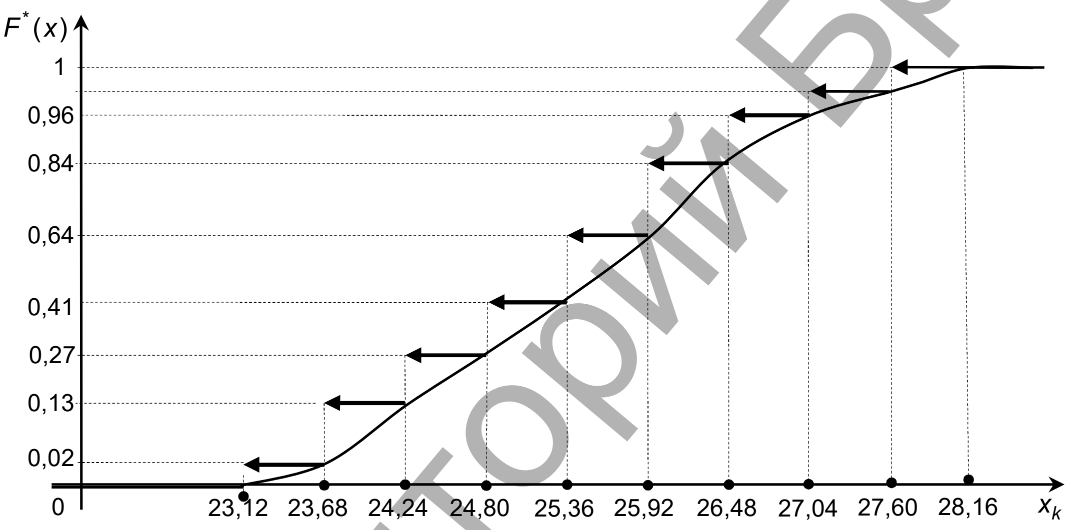
По полученным данным строим гистограмму относительных частот: по оси абсцисс откладываем интервалы, на каждом из них строим прямоугольник, площадь которого равна относительной частоте попадания вариант в соответствующий интервал. Высота прямоугольника равна $\frac{\omega_k}{h}$. Масштаб на осях может быть выбран разный.



Находим значения эмпирической функции по формуле $F^*(x) = \frac{n_x}{n}$, где n_x - накопленная частота. Таким образом, $F^*(x)$ будет иметь вид:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & x \le 23{,}12; \\ 0{,}02, & 23{,}12 < x \le 23{,}68; \\ 0{,}13, & 23{,}68 < x \le 24{,}24; \\ 0{,}27, & 24{,}24 < x \le 24{,}80; \\ 0{,}41, & 24{,}80 < x \le 25{,}36; \\ 0{,}64, & 25{,}36 < x \le 25{,}92; \\ 0{,}84, & 25{,}92 < x \le 26{,}48; \\ 0{,}96, & 26{,}48 < x \le 27{,}04; \\ 0{,}99, & 27{,}04 < x \le 27{,}60; \\ 1, & 27{,}60 < x \le 28{,}16; \\ 1, & x > 28{,}16. \end{cases}$$

Строим график эмпирической функции и кумулятивной кривой выборки.



Кривая на графике называется кумулятой.

Вычислим основные характеристики признака X:

выборочное среднее $\overline{x}_B = \dfrac{\sum x_k m_k}{n}$,

среднее по квадратам $\overline{x^2} = \dfrac{\sum x_k^{\,2}\, m_k}{n}$,

выборочную дисперсию $D_B = \overline{x^2} - \left(\overline{x}_B\right)^2$,

среднее квадратическое отклонение $\sigma_B = \sqrt{D_B}$,

исправленную выборочную дисперсию $S^2 = \dfrac{100}{99} \cdot D_B$,

исправленное среднее квадратическое отклонение $s = \sqrt{S^2}$.

Составляем расчетную таблицу.

$(a_k; a_{k+1})$	x_k	m_k	$x_k m_k$	$x_k^2 m_k$
23,12-23,68	23,40	2	46,8	1095,12
23,68-24,24	23,96	11	263,56	6314,898
24,24-24,80	24,52	14	343,28	8417,226
24,80-25,36	25,08	14	351,12	8806,09
25,36-25,92	25,64	23	589,72	15120,42
25,92-26,48	26,20	20	524	13728,8
26,48-27,04	26,76	12	321,12	8593,171
27,04-27,60	27,32	3	81,96	2239,147
27,60-28,16	27,88	1	27,88	777,2944
$\sum$		100	2549,44	65092,17

Вычисляем:

$$\overline{x}_B = \frac{2549,44}{100} = 25,4944 \approx 25,49;$$

$$\overline{x^2} = 650,9217;$$

$$D_B = 650,9217 - 25,4944^2 = 650,9217 - 649,9644 \approx 0,9573;$$

$$\sigma_B = \sqrt{0,9573} \approx 0,9784 \approx 0,98;$$

$$S^2 = \frac{100}{99} \cdot 0,9573 \approx 0,967 \approx 0,97;$$

$$s = \sqrt{0,97} \approx 0,98.$$

По виду гистограммы можно предположить, что признак X имеет нормальное распределение. Оценивая теоретическое математическое ожидание $M(X) = a$ величиной $\overline{x}_B = 25,49$, а теоретическое среднеквадратическое отклонение $\sigma(X)$ величиной $\sigma_B = 0,98$, получим:

$$(a - 3\sigma;\ a + 3\sigma) = \left(\overline{x}_B - 3\sigma_B;\ \overline{x}_B + 3\sigma_B\right) =$$

$$= (25,49 - 2,94;\ 25,49 + 2,94) = (22,55;\ 28,43).$$

Выборка от $x_{\min} = 23,4$ до $x_{\max} = 27,72$ входит в полученный интервал, т.е. для распределения признака X имеет место «правило трех сигм». Это так же является свидетельством того, что генеральная совокупность распределена по нормальному закону.

При уровне значимости $\alpha = 0,05$ выдвинем и проверим гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности признака X с функцией плотности

$$f(x)=\frac{1}{0{,}98\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-25{,}49)^2}{1{,}92}}, \text{ где } a=\overline{x}_B=25{,}49 \text{ и } \sigma(X)=\sigma_B=0{,}98.$$

Для проверки гипотезы воспользуемся критерием Пирсона. Найдем теоретические частоты m'_k.

$$m'_k=n\cdot P_k=100\cdot P\left(a_k<X<a_{k+1}\right)=100\left(\Phi\left(\frac{a_{k+1}-\overline{x}_B}{\sigma_B}\right)-\Phi\left(\frac{a_k-\overline{x}_B}{\sigma_B}\right)\right).$$

Значения функции Лапласа $\Phi(x)$ возьмем из приложения 2. Составим вспомогательную таблицу:

a_k	$\frac{a_k-\overline{x}_B}{\sigma_B}$	$\Phi\left(\frac{a_k-\overline{x}_B}{\sigma_B}\right)$	$\Phi\left(\frac{a_{k+1}-\overline{x}_B}{\sigma_B}\right)-\Phi\left(\frac{a_k-\overline{x}_B}{\sigma_B}\right)$
23,12	-2,41	-0,4921	P_1=0,0243
23,68	-1,85	-0,4678	P_2=0,0681
24,24	-1,28	-0,3997	P_3=0,1417
24,80	-0,70	-0,2580	P_4=0,2063
25,36	-0,13	-0,0517	P_5=0,2217
25,92	0,44	0,1700	P_6=0,1738
26,48	1,01	0,3438	P_7=0,0991
27,04	1,58	0,4429	P_8=0,041
27,60	2,15	0,4839	P_9=0,0128
28,16	2,72	0,4967	$\sum$ =0,9888

Вычислим статистику $\chi^2=\sum_k\frac{(m_k-m'_k)^2}{m'_k}$, при этом интервалы, имеющие частоты, меньшие пяти, объединяются с соседними.

№	x_k	P_k	m_k	$m'_k=100P_k$	$(m_k-m'_k)^2$	$\frac{(m_k-m'_k)^2}{m'_k}$
1	23,40	0,0243	2 } 13	2,43 } 9,24	14,1376	1,5300
2	23,96	0,0681	11	6,81		
3	24,52	0,1417	14	14,17	0,0289	0,0020
4	25,08	0,2063	14	20,63	43,9569	2,1307
5	25,64	0,2217	23	22,17	0,6889	0,0311

№	x_k	P_k	m_k	$m'_k = 100P_k$	$(m_k - m'_k)^2$	$\frac{(m_k - m'_k)^2}{m'_k}$
6	26,20	0,1738	20	17,38	6,8644	0,3950
7	26,76	0,0991	12	9,91		
8	27,32	0,041	3 } 16	4,1 } 15,29	0,5041	0,0330
9	27,88	0,0128	1	1,28		
$\sum$		0,9888	100	98,88		$\chi^2_{набл} \approx 4{,}1218$

Определим число степеней свободы $\nu = k - r - 1$, где k=6 – число интервалов с учетом их объединения, r=2 – число параметров распределения (для нормального распределения это a и σ). Следовательно, $\nu = 3$. По таблице критических точек распределения χ^2 (см. приложение 5) при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ найдем $\chi^2_{крит}$:

$$\chi^2_{крит}(\nu,\ \alpha) = \chi^2_{крит}(3,\ 0{,}05) = 7{,}815\,.$$

Так как $\chi^2_{набл} = 4{,}1218 < \chi^2_{крит}$, то гипотеза H_0 о нормальном распределении генеральной совокупности не противоречит исходным данным.

Плотность нормального распределения задается формулой

$$f(x) = \frac{1}{0{,}98\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-25{,}49)^2}{1{,}92}} = 0{,}41\exp\left(-0{,}52\cdot(x-25{,}49)^2\right).$$

Если СВ X распределена нормально, то с надежностью $\gamma = 0{,}95$ можно утверждать, что математическое ожидание a СВ X покрывается доверительным интервалом

$$\left(\overline{x} - \delta;\ \overline{x} + \delta\right),$$

где

$$\delta = \frac{s}{\sqrt{n}} t_\gamma \text{ – точность оценки.}$$

Из предыдущих вычислений $n = 100$, $s = 0{,}98$. Значение t_γ найдем по таблице приложения 3: $t_\gamma = t(\gamma, n) = t(0{,}95;100) = 1{,}984$.

Тогда:

$$\delta = \frac{0{,}98}{10}\cdot 1{,}984 \approx 0{,}1944 \approx 0{,}19.$$

Следовательно:

$$\left(\overline{x} - \delta;\ \overline{x} + \delta\right) = \left(25{,}49 - 0{,}19;\ 25{,}49 + 0{,}19\right) = \left(25{,}30;\ 25{,}68\right).$$

Таким образом, доверительный интервал для математического ожидания $a \in (25{,}30;\ 25{,}68)$, причем $P(25{,}30 < a < 25{,}68) = 0{,}95$.

Доверительный интервал, покрывающий среднее квадратическое отклонение σ с надежностью $\gamma = 0{,}95$ находят по формуле:

$$s(1-q) < \sigma < s(1+q),$$

или

$$s - \delta < \sigma < s + \delta,$$

где $\delta = s \cdot q$ – точность оценки, значение $q = q(\gamma, n)$ найдем по таблице приложения 4: $q = q(\gamma, n) = q(0{,}95;\,100) = 0{,}143$.

Точность оценки δ равна: $\delta = s \cdot q = 0{,}93 \cdot 0{,}143 = 0{,}13299 \approx 0{,}13$.

Запишем доверительный интервал для среднего квадратического отклонения:

$$\left(s - \delta;\, s + \delta\right) = \left(0{,}98 - 0{,}13;\, 0{,}98 + 0{,}13\right) = \left(0{,}85;\, 1{,}11\right);$$

Таким образом, $\sigma \in (0{,}85; 1{,}11)$, причем $P(0{,}85 < \sigma < 1{,}11) = 0{,}95$.

Задание 7

В результате наблюдений за признаками *X* и *Y*, получена корреляционная таблица. С целью изучения линейной связи между этими признаками требуется:

1) найти выборочный коэффициент корреляции $r_в$ и оценить его надежность с уровнем значимости $\alpha = 0{,}01$;

2) если найденный коэффициент корреляции значим, составить выборочные уравнения прямых регрессии *Y* на *X* и *X* на *Y*;

3) изобразить в системе координат графики функций $\overline{y}_x$ и $\overline{x}_y$.

X \ Y	10	20	30	40	50	60	m_x
2	2	4					6
8		3	7				10
14		1	48	10	2		61
20			2	7	5		14
26				1	2	2	5
32					2	2	4
m_y	2	8	57	18	11	4	n = 100

Решение

Предварительные вычисления вносим в «расширенную» таблицу.

Сначала подсчитываются частоты составляющих признаков m_x и m_y суммированием совместных частот по строкам и столбцам соответственно.

$X \backslash У$	10	20	30	40	50	60	m_x	xm_x	x^2m_x
2	2	4					6	12	24
8		3	7				10	80	640
14		1	48	10	2		61	854	11956
20			2	7	5		14	280	5600
26				1	2	2	5	130	3380
32					2	2	4	128	4096
m_y	2	8	57	18	11	4	*n=100*	1484	25696
ym_y	20	160	1710	720	550	240	3400		
y^2m_y	200	3200	51300	28800	27500	14400	125400		

Числа в столбцах m_x, xm_x, x^2m_x, стоящие под двойной чертой, и строках m_y, ym_y, y^2m_y, стоящие справа от двойной черты, получены суммированием и равны *n*, $\sum xm_x$, $\sum x^2m_x$ и соответственно *n*, $\sum ym_y$, $\sum y^2m_y$. Находим числовые характеристики составляющих признаков *X* и *У*:

$$\overline{x} = \frac{\sum xm_x}{n} = \frac{1484}{100} = 14{,}84;$$

$$D_x = \frac{\sum x^2m_x}{n} - \overline{x}^2 = \frac{25696}{100} - 14{,}84^2 \approx 36{,}73; \quad \sigma_x = \sqrt{36{,}73} \approx 6{,}06;$$

$$\overline{y} = \frac{\sum ym_y}{n} = \frac{3400}{100} = 34;$$

$$D_y = \frac{\sum y^2m_y}{n} - \overline{y}^2 = \frac{125400}{100} - 34^2 = 98, \quad \sigma_y = \sqrt{98} \approx 9{,}90.$$

Находим $\sum xym_{xy}$.

$$\sum xym_{xy} = 2(10\cdot 2 + 20\cdot 4) + 8(20\cdot 3 + 30\cdot 7) +$$
$$+14(20\cdot 1 + 30\cdot 48 + 40\cdot 10 + 50\cdot 2) + 20(30\cdot 2 + 40\cdot 7 + 50\cdot 5) +$$
$$+26(40\cdot 1 + 50\cdot 2 + 60\cdot 2) + 32(50\cdot 2 + 60\cdot 3) = 55400.$$

Находим выборочный коэффициент корреляции по формуле:

$$r_в = \frac{\sum xym_{xy} - n\cdot\overline{x}\cdot\overline{y}}{n\cdot\sigma_x\sigma_y} = \frac{55400 - 100\cdot 14{,}84\cdot 34}{100\cdot 6{,}06\cdot 9{,}9} \approx 0{,}824.$$

Близость $r_в$ к единице говорит о достаточно тесной связи признаков X и $У$. Для оценки существенности этой связи на уровне значимости α, равном 0,01 вычислим статистику $t_{набл.} = \frac{|\ r_в\ |}{\sigma_r}$, где среднеквадратическая ошибка коэффициента корреляции равна:

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,824^2}{100-2}} = 0,057.$$

Отсюда

$$t_{набл.} = \frac{0,824}{0,057} \approx 14,46.$$

Принимая уровень значимости $\alpha = 0,01$, при числе степеней свободы $\nu = n-2 = 100-2 = 98$ по таблице распределения Стьюдента (приложение 5) находим $t_{крит.} = 2,626$. Так как $t_{набл.} > t_{крит.}$, то с 99%-ой уверенностью можно говорить о существенности тесной связи между признаками Y и X.

Теперь находим уравнения прямых регрессий по формулам:

$$\overline{y}_x - \overline{y} = r_{â} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}\left(x - \overline{x}\right),$$

и

$$\overline{x}_y - \overline{x} = r_{â} \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y}\left(y - \overline{y}\right).$$

Подставляя данные в формулы, получим:

$$\overline{y}_x - 34 = 0,824 \cdot \frac{9,9}{6,06}\left(x - 14,84\right),$$

и

$$\overline{x}_y - 14,84 = 0,824 \cdot \frac{6,06}{9,9}\left(y - 34\right).$$

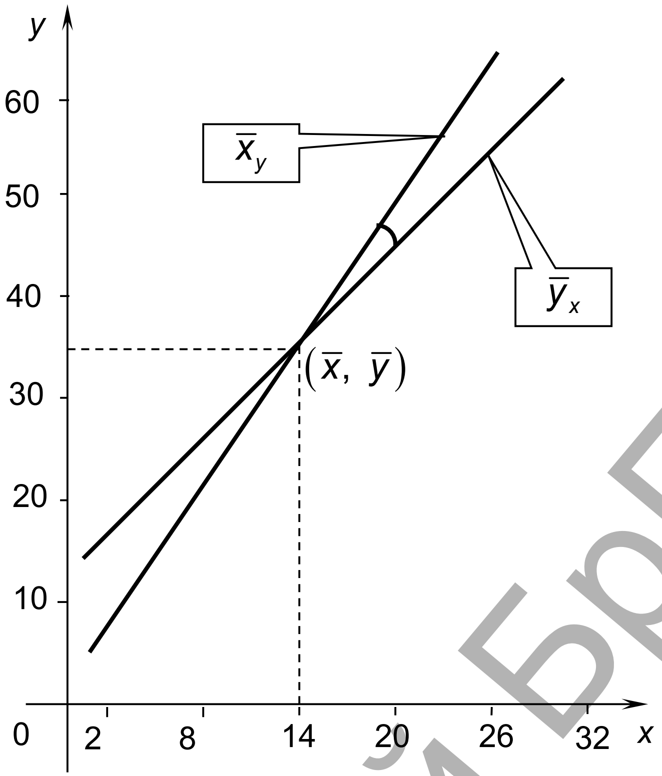
После преобразований имеем:

$$\overline{y}_x = 1,35x + 13,97,$$

и

$$\overline{x}_y = 0,5y - 2,16.$$

Построим графики полученных прямых на одном чертеже. Чем ближе к нулю острый угол между ними (отмечен дугой), тем теснее связь между признаками. Если же этот угол близок к 90º, то это говорит о слабой связи или об отсутствии таковой вообще.



y
60
50
40
30
20
10
0
2
8
14
20
26
32
x
$\overline{x}_y$
$\overline{y}_x$
$(\overline{x},\ \overline{y})$

Статистические таблицы.

Приложение 1. Таблица значений функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$.

x	С о т ы е д о л и									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2331	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001	0001

При $x \geq 4$ функция принимает значения $\varphi(x) = 0$.

Приложение 2. Таблица значений функции Лапласа

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2}\, dt.$$

x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)
0,00	0,0000	0,45	0,1736	0,90	0,3159	1,35	0,4115	1,80	0,4641	2,50	0,4938
0,01	0,0040	0,46	0,1772	0,91	0,3186	1,36	0,4131	1,81	0,4649	2,52	0,4941
0,02	0,0080	0,47	0,1808	0,92	0,3212	1,37	0,4147	1,82	0,4656	2,54	0,4945
0,03	0,0120	0,48	0,1844	0,93	0,3238	1,38	0,4162	1,83	0,4664	2,56	0,4948
0,04	0,0160	0,49	0,1879	0,94	0,3264	1,39	0,4177	1,84	0,4671	2,58	0,4951
0,05	0,0199	0,50	0,1915	0,95	0,3289	1,40	0,4192	1,85	0,4678	2,60	0,4953
0,06	0,0239	0,51	0,1950	0,96	0,3315	1,41	0,4207	1,86	0,4686	2,62	0,4956
0,07	0,0279	0,52	0,1985	0,97	0,3340	1,42	0,4222	1,87	0,4693	2,64	0,4959
0,08	0,0319	0,53	0,2019	0,98	0,3365	1,43	0,4236	1,88	0,4699	2,66	0,4961
0,09	0,0359	0,54	0,2054	0,99	0,3389	1,44	0,4251	1,89	0,4706	2,68	0,4963
0,10	0,0398	0,55	0,2088	1,00	0,3413	1,45	0,4265	1,90	0,4713	2,70	0,4965
0,11	0,0438	0,56	0,2123	1,01	0,3438	1,46	0,4279	1,91	0,4719	2,72	0,4967
0,12	0,0478	0,57	0,2157	1,02	0,3461	1,47	0,4292	1,92	0,4726	2,74	0,4969
0,13	0,0517	0,58	0,2190	1,03	0,3485	1,48	0,4306	1,93	0,4732	2,76	0,4971
0,14	0,0557	0,59	0,2224	1,04	0,3508	1,49	0,4319	1,94	0,4738	2,78	0,4973
0,15	0,0596	0,60	0,2257	1,05	0,3531	1,50	0,4332	1,95	0,4744	2,80	0,4974
0,16	0,0636	0,61	0,2291	1,06	0,3554	1,51	0,4345	1,96	0,4750	2,82	0,4976
0,17	0,0675	0,62	0,2324	1,07	0,3577	1,52	0,4357	1,97	0,4756	2,84	0,4977
0,18	0,0714	0,63	0,2357	1,08	0,3599	1,53	0,4370	1,98	0,4761	2,86	0,4979
0,19	0,0753	0,64	0,2389	1,09	0,3621	1,54	0,4382	1,99	0,4767	2,88	0,4980
0,20	0,0793	0,65	0,2422	1,10	0,3643	1,55	0,4394	2,00	0,4772	2,90	0,4981
0,21	0,0832	0,66	0,2454	1,11	0,3665	1,56	0,4406	2,02	0,4783	2,92	0,4982
0,22	0,0871	0,67	0,2486	1,12	0,3686	1,57	0,4418	2,04	0,4793	2,94	0,4984
0,23	0,0910	0,68	0,2517	1,13	0,3708	1,58	0,4429	2,06	0,4803	2,96	0,4985
0,24	0,0948	0,69	0,2549	1,14	0,3729	1,59	0,4441	2,08	0,4812	2,98	0,4986
0,25	0,0987	0,70	0,2580	1,15	0,3749	1,60	0,4452	2,10	0,4821	3,00	0,4987
0,26	0,1026	0,71	0,2611	1,16	0,3770	1,61	0,4463	2,12	0,4830	3,20	0,4993
0,27	0,1064	0,72	0,2642	1,17	0,3790	1,62	0,4474	2,14	0,4838	3,40	0,4997
0,28	0,1103	0,73	0,2673	1,18	0,3810	1,63	0,4484	2,16	0,4846	3,60	0,4998
0,29	0,1141	0,74	0,2703	1,19	0,3830	1,64	0,4495	2,18	0,4854	3,80	0,4999
0,30	0,1179	0,75	0,2734	1,20	0,3849	1,65	0,4515	2,20	0,4861	4,00	0,4999
0,31	0,1217	0,76	0,2764	1,21	0,3869	1,66	0,4505	2,22	0,4868	4,50	0,5000
0,32	0,1255	0,77	0,2794	1,22	0,3883	1,67	0,4525	2,24	0,4875	5,00	0,5000
0,33	0,1293	0,78	0,2823	1,23	0,3907	1,68	0,4535	2,26	0,4881		
0,34	0,1331	0,79	0,2852	1,24	0,3925	1,69	0,4545	2,28	0,4887	↓	↓
0,35	0,1368	0,80	0,2881	1,25	0,3944	1,70	0,4554	2,30	0,4893	$+\infty$	0,5
0,36	0,1406	0,81	0,2910	1,26	0,3962	1,71	0,4564	2,32	0,4898		
0,37	0,1443	0,82	0,2939	1,27	0,3980	1,72	0,4573	2,34	0,4904		
0,38	0,1480	0,83	0,2967	1,28	0,3997	1,73	0,4582	2,36	0,4909		
0,39	0,1517	0,84	0,2995	1,29	0,4015	1,74	0,4591	2,38	0,4913		
0,40	0,1554	0,85	0,3023	1,30	0,4032	1,75	0,4599	2,40	0,4918		
0,41	0,1591	0,86	0,3051	1,31	0,4049	1,76	0,4608	2,42	0,4922		
0,42	0,1628	0,87	0,3078	1,32	0,4066	1,77	0,4616	2,44	0,4927		
0,43	0,1654	0,88	0,3106	1,33	0,4082	1,78	0,4625	2,46	0,4931		
0,44	0,1700	0,89	0,3133	1,34	0,4099	1,79	0,4633	2,48	0,4934		

Приложение 3. Таблица значений $t_{\gamma} = t(\gamma, n)$.

n \ γ	0,95	0,99	0,999	n \ γ	0,95	0,99	0,999
5	2,78	4,60	8,61	20	2,093	2,861	3,883
6	2,57	4,03	6,86	25	2,064	2,797	3,745
7	2,45	3,71	5,96	30	2,045	2,756	3,659
8	2,37	3,50	5,41	35	2,032	2,720	3,600
9	2,31	3,36	5,04	40	2,023	2,708	3,558
10	2,26	3,25	4,78	45	2,016	2,692	3,527
11	2,23	3,17	4,59	50	2,009	2,679	3,502
12	2,20	3,11	4,44	60	2,001	2,662	3,464
13	2,18	3,06	4,32	70	1,996	2,649	3,439
14	2,16	3,01	4,22	80	1,991	2,640	3,418
15	2,15	2,98	4,14	90	1,987	2,633	3,403
16	2,13	2,95	4,07	100	1,984	2,627	3,392
17	2,12	2,92	4,02	120	1,980	2,617	3,374
18	2,11	2,90	3,97	∞	1,960	2,576	3,291
19	2,10	2,88	3,92				

Приложение 4. Таблица значений $q_{\gamma} = q(\gamma, n)$.

n \ γ	0,95	0,99	0,999	n \ γ	0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64	20	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	25	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	30	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	35	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	40	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	45	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	50	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	60	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	70	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	80	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	90	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	100	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	1500	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	200	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,60	0,92	250	0,089	0,120	0,162

Приложение 5. Критические точки распределения χ^2.

ν *- число степеней свободы,* α *- уровень значимости.*

α / ν	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635	10,827
2	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210	13,815
3	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345	16,266
4	5,989	7,779	9,488	11,668	13,237	18,467
5	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086	20,515
6	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812	22,457
7	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475	24,322
8	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090	26,125
9	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666	27,877
10	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209	29,588
11	14,631	17,275	19,675	22,618	24,795	31,264
12	15,812	18,549	21,026	24,054	24,217	32,909
13	16,985	19,812	22,362	25,472	27,688	34,528
14	18,151	21,064	23,685	26,783	29,141	36,123
15	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578	37,697
16	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000	39,252
17	21,615	24,769	27,587	30,995	32,409	40,790
18	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805	42,312
19	23,900	27,204	30,144	33,678	36,191	43,820
20	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566	45,315
21	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932	46,797
22	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289	48,268
23	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638	49,728
24	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980	51,179
25	30,675	34,382	37,652	41,566	42,314	52,620
26	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642	54,052
27	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963	55,476
28	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278	56,893
29	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588	58,302
30	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892	59,703

Приложение 6. Значения $P_k = \dfrac{a^k}{k!} e^{-a}$ (Распределение Пуассона).

k \ a	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066
1	0,0905	0,1638	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3659
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647
3	0,0002	0,0019	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494
4		0,0001	0,0002	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111
5				0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020
6							0,0001	0,0002	0,0003

k \ a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0000
1	0,3679	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011	0,0005
2	0,1839	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050	0,0023
3	0,0613	0,1804	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150	0,0076
4	0,0153	0,0902	0,1680	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0572	0,0337	0,0189
5	0,0031	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607	0,0378
6	0,0005	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911	0,0631
7	0,0001	0,0037	0,0216	0,0595	0,1044	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171	0,0901
8		0,0009	0,0081	0,0298	0,0653	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318	0,1126
9		0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0688	0,1014	0,1241	0,1318	0,1251
10			0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186	0,1251
11			0,0002	0,0019	0,0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970	0,1137
12			0,0001	0,0006	0,0034	0,0126	0,0263	0,0481	0,0728	0,0948
13				0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504	0,0729
14				0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324	0,0521
15					0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194	0,0347
16						0,0003	0,0014	0,0045	0,0109	0,0217
17						0,0001	0,0006	0,0021	0,0058	0,0128
18							0,0002	0,0009	0,0029	0,0071
19							0,0001	0,0004	0,0014	0,0037
20								0,0002	0,0006	0,0019
21								0,0001	0,0003	0,0009
22									0,0001	0,0004
23										0,0002
24										0,0001

Рекомендуемая литература

1 Белько И.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры и задачи: Учеб. пособие / И.В. Белько, Г.П. Свирид; под ред. К.К. Кузьмича – Мн.:Новое знание, 2002. –250 с.

2 Высшая математика для экономистов: учеб.: в 3-х т. Т.2: теория вероятностей в экономике. Методы оптимизации и экономические модели / И.В. Гайшун и др. – Мн., 2000. – 623с.

3 Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб.пос. – 11-е изд.,перераб. –М.,2008. – 404с. и издания предыдущих лет.

4 Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.пос. – 12-е изд., перераб. – М.,2008. – 479с. и издания предыдущих лет.

5 Крамер, Д. Математическая обработка данных в социальных науках: современные методы: учеб. пос.: пер. с англ. – М., 2007. – 288с.

6 Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / Н.Ш. Кремер. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2009. – 551с.

7 Письменный, Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистики / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2004. – 256с.

8 Рябушко, А.П. Индивидуальные задания по высшей математике: учеб.пос.: в 4-х ч. Ч.4: Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика/ Под общ.ред. А.П. Рябушко. – 2-е изд., испр. – Мн., 2007. – 336с. и издания предыдущих лет.

9 Сборник задач по высшей математике для экономистов: уч. пос. / Под ред. В.И. Ермакова. – 2-е изд. – М., 2008. – 575с.

10 Теория вероятностей и математическая статистика: уч. пос. / Под ред. В.И. Ермакова. – М., 2008. – 287с.

Содержание

Учебное издание

Составители: Гладкий Иван Иванович
Каримова Татьяна Ивановна
Махнист Леонид Петрович
Рубанов Владимир Степанович

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
И
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические рекомендации и варианты контрольной работы по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов экономических специальностей заочной формы обучения (сокращенной)

Ответственный за выпуск: Гладкий И.И.
Редактор: Строкач Т.В.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано в печать 31.03.2010. Формат 60х84 1/16. Бумага «Снегурочка».
Усл. п. л. 3,0. Уч. изд. л.3,25. Заказ №м416. Тираж 150 экз.
Отпечатано на ризографе Учреждения образования
«Брестский государственный технический университет».
224017, г. Брест, ул. Московская, 267