

4. Горбунов, В. П. Ресурсные испытания технологического оборудования пищевой промышленности / В. П. Горбунов, В. В. Тюшкевич // Новые технологии и материалы, автоматизация производства: Материалы междунар. науч.-техн. конф. / г. Брест, (29–30 сентября 2021 г.) – Брест, 2021. – С.41–45.

5. Горбунов, В. П. Прогнозирования ресурса технологического оборудования в зависимости от скорости изнашивания / В. П. Горбунов, В. В. Тюшкевич / В. П. Горбунов, В. В. Тюшкевич // Новые технологии и материалы, автоматизация производства: Материалы междунар. науч.-техн. конф. / г. Брест, (29–30 сентября 2021 г.) – Брест, 2021. – С.45–49.

УДК 539.3

О ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ТОНКОСТЕННЫХ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ, ПОДВЕРЖЕННЫХ ВНЕШНЕМУ ДАВЛЕНИЮ

Игнатюк В. И.

*Брестский государственный технический университет;
г. Брест, Республика Беларусь*

Тонкостенные цилиндрические элементы, являющиеся по своей работе оболочками, находят широкое применение в элементах машиностроительных конструкций и станков. Учитывая высокую прочность оболочечных элементов, их несущую способность при действии внешнего давления определяет чаще всего способность сохранять исходную форму, то есть их устойчивость. Более высокая устойчивость будет у оболочек, подкрепленных ребрами жесткости. Статическая устойчивость таких оболочек обсуждалась в работе [1]. Такие элементы в машиностроении могут подвергаться и импульсным нагрузкам. Здесь рассматривается нагрузка, быстро возрастающая во времени (треугольный импульс). И в этом случае говорят о динамической устойчивости элементов.

Подкрепленный цилиндрический элемент рассматривается как ребристая круговая тонкостенная цилиндрическая оболочка, которая представляет собой систему, состоящую из тонкой обшивки и жестко с ней соединенных по линиям контакта продольных (стрингеры) и поперечных (шпангоуты) ребер (рисунок 1).

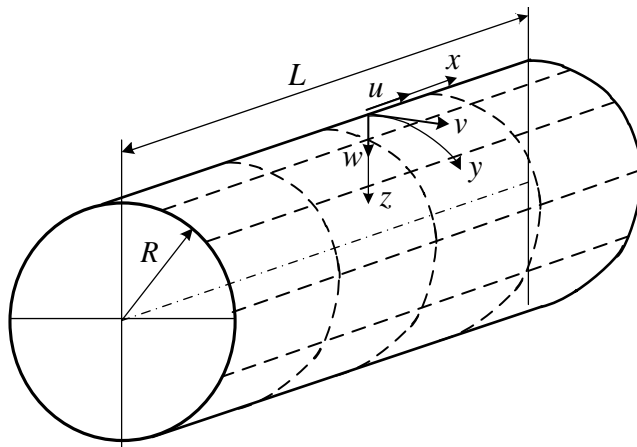


Рисунок 1 – Расчетная схема подкрепленного цилиндрического оболочечного элемента

Элемент нагружается импульсом быстро возрастающего внешнего давления $q = \gamma t$, где γ – скорость возрастания импульса.

Для расчета обшивки используется линейная теория тонких упругих оболочек [1], а для расчета ребер – теория криволинейных стержней. При этом гипотеза прямолинейного недеформируемого элемента принимается справедливой как для обшивки, так и в целом для системы «обшивка-ребро» (в местах наличия ребер). Учитываются дискретность расположения ребер и их несимметричность относительно обшивки.

Уравнение движения системы

При динамическом нагружении для решения задачи необходимо рассмотреть уравнение движения системы, для получения которого используем уравнение Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial \Lambda}{\partial q_s} = 0, \quad (1)$$

где $\Lambda = K - U$ – функция Лагранжа; U – полная потенциальная энергии системы, выражение которой через перемещения срединной поверхности оболочки u , v и w (рисунок 1) представлено в работе [2]; K – кинетическая энергия элемента; q_s , \dot{q}_s – обобщенные координаты и скорости по направлениям деформирования элемента u , v и w .

Кинетическая энергия элемента, состоящего из обшивки и ребер, при учете только сил инерции, действующих в радиальных направлениях, и с учетом равенства радиальных перемещений обшивки и ребер, имеет вид

$$K = \frac{\rho_o h}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy + \frac{\rho_c A_c}{2} \sum_{i=1}^k \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \Big|_{y=y_i} dx + \frac{\rho_u A_u}{2} \sum_{j=1}^{k_1} \int_0^{2\pi R} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \Big|_{x=x_j} dy, \quad (2)$$

где k , k_1 – число стрингеров и шпангоутов; A_c , A_u и ρ_c , ρ_u – площади поперечных сечений и плотности материалов стрингеров и шпангоутов.

Учитывая, что полная потенциальная энергии не зависит от скоростей, а кинетическая энергия (2) от координат, уравнение Лагранжа второго рода (1) может быть записано в виде

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial U}{\partial q_s} = 0. \quad (3)$$

Расположив начало координат в торце элемента на оси одного из стрингеров, примем выражения для аппроксимирующих функций перемещений, описывающих деформированное состояние ребристого цилиндрического оболочечного элемента и удовлетворяющих граничным условиям шарнирного опирания, в виде

$$\begin{aligned} u &= \cos \frac{\pi mx}{L} \left[a_1 \cos \frac{ny}{R} + a_2 \sin \frac{ny}{R} \right]; \\ v &= \sin \frac{\pi mx}{L} \left[b_1 \sin \frac{ny}{R} + b_2 \cos \frac{ny}{R} \right]; \\ w &= \sin \frac{\pi mx}{L} \left[c_1 \cos \frac{ny}{R} + c_2 \sin \frac{ny}{R} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

где m – число полуволн вдоль образующей обшивки (вдоль оси x); n – число полуволн вдоль окружности обшивки; a_i, b_i, c_i – неизвестные параметры перемещений, соответствующие симметричному и кососимметричному деформированию.

Взяв производные от кинетической и полной потенциальной энергий согласно уравнению Лагранжа второго рода (3) с учетом аппроксимации (4), получим две независимые системы уравнений относительно постоянных аппроксимации a_1, b_1, c_1 , и a_2, b_2, c_2 вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{11}a_1 + A_{12}b_1 + A_{13}c_1 = 0; \\ A_{21}a_1 + A_{22}b_1 + A_{23}c_1 = 0; \\ A_{30} \frac{d^2c_1}{dt^2} + A_{31}a_1 + A_{32}b_1 + A_{33}c_1 = 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} B_{11}a_2 + B_{12}b_2 + B_{13}c_2 = 0; \\ B_{21}a_2 + B_{22}b_2 + B_{23}c_2 = 0; \\ B_{30} \frac{d^2c_2}{dt^2} + B_{31}a_2 + B_{32}b_2 + B_{33}c_2 = 0. \end{array} \right. \quad (5)$$

Первая из них описывает симметричное, а вторая кососимметричное деформирование подкрепленной оболочки. Ввиду полной идентичности обеих систем уравнений и получения одной из другой путем замены B на A либо A на B , дальнейшие преобразования будем выполнять для одного типа деформирования, например, симметричного.

Выразив a_i, b_i через параметр c_i , соответствующий прогибам в нормальном к срединной поверхности обшивки направлении и, подставив эти выражения в дифференциальное уравнение, приведем каждую из систем уравнений к одному дифференциальному уравнению движения оболочки вида

$$\frac{d^2c_i}{dt^2} + \omega_{mn}^2 \left(1 - \frac{\sigma_y}{\sigma_{mny}} \right) c_i = 0, \quad (6)$$

где ω_{mn}^2 – частота свободных колебаний, отвечающая рассматриваемой форме деформирования оболочки; σ_{mny} – соответствующие этой форме деформации статические критические напряжения внешнего давления.

Учитывая зависимость между напряжениями и внешним давлением,

$$\sigma_y = k_{Auu} q \frac{R}{h}, \quad \text{где } k_{Auu} = \frac{1}{1 + \frac{A_{uu}}{hl_{uu}}}, \quad (7)$$

уравнение движения оболочки может быть приведено к виду

$$\frac{d^2c_i}{dt^2} + \omega_{mn}^2 \left(1 - \frac{\gamma t}{q_{mn}} \right) c_i = 0. \quad (8)$$

Здесь h – толщина обшивки; l_{uu} – шаг шпангоутов; q_{mn} – величина критической нагрузки, отвечающая рассматриваемой форме деформирования (волно-образования) оболочки.

Решение задачи динамической устойчивости

Для решения задачи устойчивости при динамическом нагружении необходимо определить время действия и соответствующее значение нагрузки, при

которых становится возможным интенсивное развитие прогибов или интенсивное возрастание скорости деформирования (выпучивания). Для определения этих параметров используем критерий, предложенный И. Я. Амиро [1] и позволяющий получить аналитические выражения этих величин.

Введем обозначение $t = \bar{\tau} + \frac{q_{mn}}{\gamma}$, где $\frac{q_{mn}}{\gamma}$ – время, необходимое для достижения статического критического давления для рассматриваемой формы деформирования. Тогда уравнение (8) можно преобразовать к виду

$$\frac{d^2 c_i}{d \bar{\tau}^2} - d_{mn} \bar{\tau} c_i = 0, \quad (9)$$

где $d_{mn} = \frac{\omega_{mn}^2 q_3}{q_{mn}}$; $\bar{\tau} = \frac{\gamma \tau}{q_3}$ – безразмерный параметр времени, прошедшего

после достижения величиной q значения статического критического давления q_{mn} ; q_3 – минимальное значение (эйлерово) критической нагрузки для элемента.

Решение уравнения (9) можно получить [1] в виде степенных рядов по степеням куба $\bar{\tau} \sqrt[3]{d_{mn}}$. А поскольку куб этой величины начинает сильно возрастать после того, когда она достигнет значения, равного единице, то за критерий динамической потери устойчивости, определяющей начало интенсивного развития прогибов, принимается условие:

$$\bar{\tau} \sqrt[3]{d_{mn}} = 1. \quad (10)$$

Применяя этот критерий динамической потери устойчивости, получим критическое время для рассматриваемой формы изгиба

$$t_{kr\ mn} = \frac{q_3}{\gamma \sqrt[3]{d_{mn}}} + \frac{q_{mn}}{\gamma}, \quad (11)$$

величину динамической критической нагрузки

$$q_{\partial mn} = t_{kr\ mn} \gamma = \frac{q_3}{\sqrt[3]{d_{mn}}} + q_{mn}, \quad (12)$$

и соответствующую величину коэффициента динамичности, представляющего собой отношение динамической критической нагрузки для данной формы изгиба к эйлеровой статической критической нагрузке для рассматриваемого оболочечного элемента

$$k_{\partial mn} = \frac{q_{\partial mn}}{q_3} = \frac{1}{\sqrt[3]{d_{mn}}} + \frac{q_{mn}}{q_3}. \quad (13)$$

С учетом введенных ранее обозначений выражение (13) может быть записано в виде

$$k_{\partial mn} = \frac{1}{q_3} \sqrt[3]{\frac{q_{mn} \gamma^2}{\omega_{mn}^2}} + \frac{q_{mn}}{q_3}. \quad (14)$$

Динамическая критическая нагрузка $q_{kr\ mn}$ и отвечающая ей величина коэффициента динамичности k_{∂} , соответствующие потере устойчивости

оболочечного элемента при импульсном нагружении, определяется путем минимизации выражений (12) – (14) по параметрам волнообразования m и n :

$$q_{\delta kr} = \min(q_{\delta mn}); \quad k_{\delta} = \min(k_{\delta mn}). \quad (15)$$

Результаты расчетов. На основе полученных зависимостей выполним расчет изотропного цилиндрического элемента радиусом $R = 120$ мм, длиной $L = 300$ мм и толщиной оболочки $h = 0,3$ мм ($R / h = 400$), изготовленного из материала АМГ ($R = 6,67 \cdot 10^4$ МПа, $\rho_o = 0,26 \cdot 10^3$ кг/м³) и нагруженного быстро возрастающим по линейному закону внешним давлением со скоростью γ от $3 \cdot 10^3$ до $1 \cdot 10^6$ кПа/с. Для подкрепления приняты уголки $\perp 5,0 \times 2,5 \times 0,3$ с присоединением к оболочке большей полкой с внешней стороны.

Результаты вычисления динамических критических нагрузок (коэффициентов динамичности) и соответствующих им параметров волнообразования в зависимости от скорости нагружения для неподкрепленной (гладкой) и подкрепленной шестью ($k_1 = 6$) шпангоутами, которые располагаются таким образом, что расстояние между ними в два раза больше, чем расстояние от крайних шпангоутов до краев оболочки, приведены в таблице.

Таблица – Коэффициенты динамичности и параметры волнообразования оболочек в зависимости от скорости нагружения

γ , кПа/с	$3 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^6$
Гладкая оболочка ($q_o = 8,08$ кПа, $n = 8$, $m = 1$)						
k_{δ}	1,292	1,652	2,357	3,903	6,596	11,977
n	8	8	8	10	12	16
m	1	1	1	1	1	1
Элемент, подкрепленный шпангоутами ($q_o = 64,10$ кПа, $n = 5$, $m = 1$)						
k_{δ}	1,053	1,118	1,246	1,486	1,721	2,271
n	5	5	5	20	20	21
m	1	1	1	7	7	7

На основе результатов вычислений можно сделать следующие выводы. Величины динамических критических нагрузок (коэффициентов динамичности) растут с возрастанием скорости нагружения. При этом изменяются также формы волнообразования оболочечных элементов. Для подкрепленных оболочек возможно скачкообразное возрастание числа волн, соответствующее переходу к качественно новым случаям деформации. Так, для рассмотренных подкрепленных шпангоутами элементов при достижении скоростью возрастания внешнего давления величины $\gamma = 1 \cdot 10^5$ кПа/с деформирование изменилось от общего случая с $n = 5$, $m = 1$, когда шпангоуты и изгибаются, и закручивается, к случаю деформации с $n = 20$, $m = 7$, когда шпангоуты только закручивается.

Изложенное свидетельствует о том, что с ростом скоростей нагружения влияние дискретности ребер возрастает.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Амиро, И. Я. Методы расчета оболочек : в 5-ти т. / И. Я. Амиро, В. А. Заруцкий. – К. : Наук. думка, 1980. – Т. 2 : Теория ребристых оболочек. – 368 с.

2. Игнатюк, В. И. К определению рациональных параметров подкрепления тонкостенных цилиндрических элементов, подверженных внешнему давлению / В. И. Игнатюк // Новые технологии и материалы, автоматизация производства : сб. ст. Межд. науч.-техн. конф., посв. 55-летию Брест. гос. техн. ун-та / Брест. гос. техн. ун-т. – Брест : Изд-во БрГТУ, 2021. – С. 111–116.

УДК 621. 81: 621 – 192

РАЗРАБОТКА МЕРОПРИЯТИЙ ПО ОПТИМИЗАЦИИ МАССОГАБАРИТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ МАЧТЫ

Капуста П. П.¹, Мойсейчик А. Н.¹, Шейбут Г. Е.²

1) Белорусский национальный технический университет;

г. Минск, Республика Беларусь

2) ООО «СЕЙСМОТЕХНИКА»; г. Солигорск, Республика Беларусь

Рассматриваемая мачта является не стационарной, а передвижной конструкцией, поэтому при использовании большое значение имеет ее масса (рисунок 1а, рисунок 1б). Для оптимизации исследуемой конструкции (вышки) несущим элементом был выбран равнополочный прокатный уголок 140x140x10 вместо трубы прямоугольного сечения (рисунок 2). Конечно-элементная модель (КЭМ) мачты включает в себя все конструктивные элементы, воспринимающие или передающие нагрузки, а также определяющие жесткостные параметры рассматриваемой конструкции. Модель состоит из телескопической вышки, закрепленной на основании, допускается ее отклонение от оси и поддерживается силовыми тросами.



Рисунок 1а – Исследуемая мачта



Рисунок 1б – Исследуемая мачта