УДК 519.6+517.983

АПРИОРНЫЙ ВЫБОР ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ В МЕТОДЕ ИТЕРАЦИЙ НЕЯВНОГО ТИПА РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ

Басина С.И.

Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест

Научный руководитель: Матысик О.В., к. физ.-мат. н., доцент

В гильбертовом пространстве *H* решается уравнение I рода

$$Ax = y, \tag{1}$$

где *A* – ограниченный положительный самосопряженный оператор. Предполагается, что нуль принадлежит спектру оператора *A*, но не является его собственным значением [1].

Будем искать решение уравнения (1), используя неявную схему метода итераций, которая при приближенной правой части уравнения (1) y_δ, $\|y - y_\delta\| \le \delta$ имеет вид

$$x_{n+1,\delta} = x_{n,\delta} - \alpha\left(Ax_{n+1,\delta} - y_\delta\right), \quad x_{0,\delta} = 0. \tag{2}$$

Метод итераций (2) сходится при условии $\alpha > 0$, если число итераций *n* выбирать в зависимости от δ так, чтобы $n\delta \to 0,\ n \to \infty,\ \delta \to 0$. Также получена оценка погрешности в предположении, что решение является истокообразно представимым с некоторым показателем $s > 0$ ($x = A^s z,\ z \in H$).

Доказаны теоремы.

Теорема 1. *Если решение x уравнения* (1) *истокообразно представимо, то при условии* $\alpha > 0$ *для метода* (2) *справедлива оценка погрешности*

$$\left\|x - x_{n,\delta}\right\| \le s^s (2n\alpha)^{-s} \|z\| + n\alpha\delta. \tag{3}$$

Оптимизируем по *n* оценку (3), т. е. при заданном δ найдем такое значение числа итераций *n*, при котором оценка (3) становится минимальной. Получим

$$n_{\text{опт}} = s\alpha^{-1} 2^{-s/(s+1)} \|z\|^{1/(s+1)} \delta^{-1/(s+1)}. \tag{4}$$

Теорема 2. *Оптимальная оценка погрешности для метода итераций* (2) *имеет вид*

$$\left\|x - x_{n,\delta}\right\|_{\text{опт}} \le (1+s) 2^{-s/(s+1)} \delta^{s/(s+1)} \|z\|^{1/(s+1)}$$

и получается при $n_{опт}$ *из* (4).

Список цитированных источников

1. Матысик, О.В. Итерационная регуляризация некорректных задач / О.В. Матысик. – Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. – 188 с.