$$1 = G_0 \subseteq G_1 \subseteq G_2 \subseteq \ldots \subseteq G_m = G, \quad (1)$$

факторы которого являются либо разрешимыми π-группами, либо π'-группами. Данный ряд будем называть (π', π)-рядом группы G.

Очевидно, что всякая π-разрешимая группа G обладает нормальным (π', π)-рядом, у которого все π-факторы нильпотентны. Наименьшее число нильпотентных π-факторов среди всех таких нормальных рядов группы G называется нильпотентной π-длиной и обозначается через $l_\pi^n(G)$. Кроме того, всякая π-разрешимая группа G обладает субнормальным рядом, факторы которого являются либо π'-группами, либо абелевыми π-группами для всех i. Наименьшее число абелевых π-факторов среди всех таких субнормальных рядов группы G называется производной π-длиной π-разрешимой группы G и обозначается через $l_\pi^a(G)$.

Напомним, что подгруппа H группы G называется 2-максимальной подгруппой группы G, если H является максимальной подгруппой в некоторой максимальной подгруппе M группы G.

В работах Судзуки [1] и Янко [2] содержится описание конечных неразрешимых групп, в которых все 2-максимальные подгруппы нильпотентны. Описание разрешимых групп, в которых все 2-максимальные подгруппы являются нильпотентными, было получено В.А. Белоноговым в работе [3].

Теорема. Пусть G – π-разрешимая группа, G_π – π-холлова подгруппа и M – 2-максимальная подгруппа в G_π. Если подгруппа M нильпотентна, то $l_\pi^n(G) \le 1 + \max_{r\in\pi} l_r(G)$ и $l_\pi^a(G) \le \max_{r\in\pi} d(G_r)(1 + \max_{r\in\pi} l_r(G))$.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (грант № Ф17М-063).

Список цитированных источников

1. Suzuki, M. The nonexistence of a certain type of simple groups of odd order / M. Suzuki // Proc. Amer. Math. Soc. – 1957. – Vol. 8, № 4. – P. 686–695.

2. Janko, Z. Endliche Gruppen mit lauter nilpotent zweitmaximalen Untergruppen / Z. Janko // Math. Z. – 1962. – Vol. 79. – P. 422–424

3. Белоногов, В.А. Конечные разрешимые группы с нильпотентными 2-максимальными подгруппами / В.А. Белоногов // Матем. заметки. – 1968. – Т. 3, № 1. – С. 21–32.

УДК 621.396.96

ИЗМЕРЕНИЕ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ В РАЗНОСТНО-ДАЛЬНОМЕРНЫХ КОМПЛЕКСАХ ПАССИВНОЙ ЛОКАЦИИ

Дмитренко А.А., Седышев С.Ю.

Военная академия Республики Беларусь, г. Минск

Определение пространственных коодинат источниокв радиоизлучения (ИРИ) в разностно-дальномерных компексах пассивной локации (РД КПЛ) осуществляется в два этапа. На первом этапе получают оценки значений разностей времени запаздывания сигналов ИРИ относительно разнесенных в пространстве приемных пунктов (ПП) КПЛ.

Алгоритм оптимальной оценки разностей времени запаздывания согласно критерию максимума отношения правдоподобия при простой функции стоимости состоит в оценке значений относительных временных задержек сигналов, при которых взаимнокорреляционные функции входных реализаций для всех пар приемных пунктов максимальны [1, 2]:

$$Z_{ik}(\delta\tau_{ik}) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} f_i(t-\tau_i) f_k^*(t-\tau_k)\,dt \right|^2 \to \max(\delta\tau_{ik}) \qquad (1)$$

где *i*, *k* – номера приемных пунктов.

Структура измерителя для получения разовых оценок разностей времени запаздывания сигналов ИРИ определяется алгоритмом нахождения максимума отношения правдоподобия путем решения системы дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\frac{\partial Z(\boldsymbol{\delta\tau})}{\partial \boldsymbol{\delta\hat{\tau}}} = \begin{cases} \dfrac{\partial Z(\boldsymbol{\delta\tau})}{\partial \delta\tau_{01}} = 0; \\ \quad \ldots \\ \dfrac{\partial Z(\boldsymbol{\delta\tau})}{\partial \delta\tau_{ik}} = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta\hat{\tau}_{01} = \arg\max\left[Z_{01}(\delta\tau_{01})\right]; \\ \quad \ldots \\ \delta\hat{\tau}_{ik} = \arg\max\left[Z_{ik}(\delta\tau_{ik})\right], \end{cases} \text{при } \boldsymbol{\delta\tau} = \boldsymbol{\delta\hat{\tau}} \qquad (2)$$

На втором этапе определения местоположения ИРИ осуществляется объединение оценок разностей времени запаздывания (вектора наблюдаемых параметров) и формирование оценки вектора состояния (пространственных координат ИРИ) в общей системе координат КПЛ.

Вектор состояния ИРИ **a** и вектор наблюдаемых параметров **λ** принятых сигналов связаны функциональной зависимостью [3]:

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{F}(\mathbf{a}), \qquad (3)$$

определяемой геометрией комплекса пассивной локации.

При определении местоположения ИРИ в декартовой системе координат вектор состояния:

$$\mathbf{a}^{\mathrm{T}} = (x, y, z), \qquad (4)$$

где *x*, *y*, *z* – пространственные координаты ИРИ.

В РД КПЛ число оценок разностей времени запаздывания должно быть не меньше числа оцениваемых пространственных координат ИРИ. Избыточность полученных на первом этапе данных может быть использована для повышения точности [3]. В системе без избыточности вектор наблюдаемых параметров:

$$\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}} = (\delta\tau_{01}, \delta\tau_{02}, \delta\tau_{03}), \qquad (5)$$

должен иметь ту же размерность ($n = 3$). При этом оптимальные оценки вектора наблюдаемых параметров дают оптимальную по тому же критерию оценку вектора состояния.

Простейший алгоритм вычисления пространственных координат ИРИ представляет собой прямое решение обратного уравнения (обращение функционала зависимости вектора состояния от вектора наблюдаемых параметров):

$$\mathbf{a}^{\mathrm{T}} = \mathbf{F}^{-1}(\delta\tau_{01}, \delta\tau_{02}, \delta\tau_{03}). \qquad (6)$$

Однако в большинстве практических случаев прямое решение уравнения 6 затруднительно. Поэтому для его решения используют численные методы. Так как функциональная зависимость нелинейна, то для вычисления значений элементов вектора состояния обычно используют либо метод линеаризации функционала зависимости, который позволяет получить решение в явном виде, либо метод итераций (последовательных приближений), либо их сочетание [3].

В РД КПЛ пространственные координаты ИРИ определяются как результат решения системы нелинейных уравнений, в которой известными значениями являются координаты ПП КПЛ и измеренные значения разности хода сигналов ИРИ относительно соответствующих пар ПП:

$$\delta r_{ik} = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} - \sqrt{(x_k - x)^2 + (y_k - y)^2 + (z_k - z)^2}, \qquad (7)$$

где δr_{ik} – измеренные значения разности хода; i, k – номера ПП; x_i, y_i, z_i – известные координат ПП; x, y, z – искомые координаты ИРИ.

Геометрически местоположение ИРИ определяется как точка пересечения соответствующих линий положения (на плоскости) или поверхностей положения (в пространстве). В РД КПЛ линиями положения являются гиперболы, а поверхностями положения – гиперболоиды вращения с фокусами в точках расположения приемных пунктов. Параметрами, определяющими указанные поверхности, являются оценки значений разностей времени запаздывания сигналов.

При использовании таких численных методов решения, как метод последовательных итераций, метод Ньютона, метод градиента по результатам расчетов были выявлены определенные ограничения их применения. Поэтому в качестве метода решения был выбран алгоритм Левенберга-Марквардта. Данный метод также не свободен от недостатков, однако их влияние на возможности практического применения и точность результатов менее выражено.

Также в настоящее время также активно разрабатываются алгоритмы определения декартовых координат ИРИ в многопозиционных системах на основе векторно-алгебраического подхода.

Структурная схема устройства обнаружения-измерения, реализующая алгоритмы обнаружения стохастических сигналов, оценки их параметров и вычисления пространственных координат источников радиоизлучения представлена на рисунке 1.

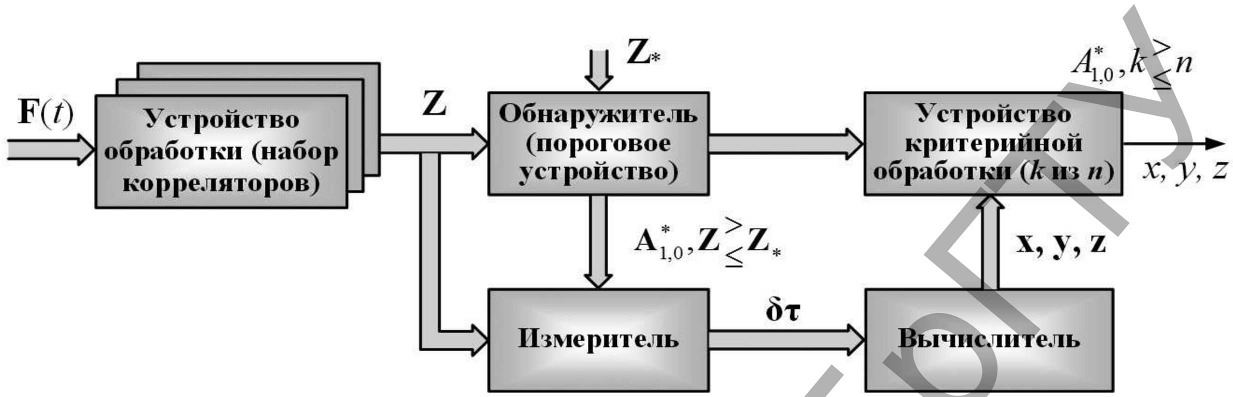

Рисунок 1 – Устройство обнаружения-измерения сигналов источников радиоизлучения в разностно-дальномерных комплексах пассивной локации

Список цитированных источников

1. Охрименко, А.Е. Основы обработки и передачи информации / А.Е. Охрименко. – Минск: МВИЗРУ ПВО, 1990. – 181 с.
2. Черняк, В.С. Многопозиционная радиолокация / В. С. Черняк. – Москва: Радио и связь,1993. – 416 с.
3. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник / Я. Д. Ширман [и др.]; под ред. Я.Д. Ширмана. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радиотехника, 2007. – 512 с.

УДК 517.925

РЕКУРРЕНТНОЕ СООТНОШЕНИЕ НА РЕЗОНАНСНЫЙ МНОГОЧЛЕН УРАВНЕНИЙ ОБОБЩЕННОЙ ИЕРАРХИИ УРАВНЕНИЯ РИККАТИ

Кузьмина Е.В.
Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест
Научный руководитель: Грицук Е.В., к. физ.-мат. н.

Уравнения Пенлеве-типа возникают при сведении с помощью автомодальных редукций уравнений в частных производных, описывающих физический процесс, к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Установление наличия свойства Пенлеве [1] позволяет применить к задачам с уравнениями в частных производных метода обратной задачи рассеяния. Существует способ построения дифференциальных уравнений высших порядков посредством воздействия специальных операторов на уравнения Пенлеве-типа с целью получить уравнения того же свойства. Получаемые уравнения сохраняют некоторые свойства исходных уравнений, но требуют исследований на свойство Пенлеве. Одной из таких последовательностей уравнений является обобщенная иерархия уравнения Риккати.

Обобщенную иерархию уравнения Риккати можно записать в виде