

При счете используется $\alpha = 0,8$. Для решения задачи сведений об истокообразной представимости точного решения не потребовалось, так как здесь воспользовались правилом останова по малости невязки (3), выбрав $\varepsilon = 1,5\delta$. Итак, при $\delta = 0,001$ для достижения оптимальной точности при счете явным двухшаговым итерационным процессом потребовалось 14 итераций.

УДК 517.958

КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ОДНОМЕРНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ ПОЛИНОМОМ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ

Наумовец С.Н.

*Брестский государственный технический университет, г. Брест
Научный руководитель: Корзюк В.И., академик НАН Беларуси, д. физ.-мат. н., проф.*

В замыкании $\bar{Q} = [0, \infty) \times [0, l]$ области $Q = (0, \infty) \times (0, l)$ двух независимых переменных $x = (x_0, x_1) \in \bar{Q} \subset \mathbb{R}^2$ рассмотрим одномерное волновое уравнение

$$(\partial_{x_0 x_0} - a^2 \partial_{x_1 x_1})u(x) = f(x), \quad (x) \in \bar{Q}, \quad (1)$$

где a^2, l – положительные действительные числа, $\partial_{x_0 x_0} = \partial^2 / \partial x_0^2$, $\partial_{x_1 x_1} = \partial^2 / \partial x_1^2$ – частные производные по x_0 и x_1 второго порядка. К уравнению (1) на границе ∂Q области Q присоединяются условия типа Коши и граничные условия на боковых ее частях

$$u(0, x_1) = \varphi(x_1), \quad \partial_{x_0} u(0, x_1) = \psi(x_1), \quad x_1 \in [0, l], \quad (2)$$

$$(\partial_{x_0}^2 + \beta \partial_{x_0})u(x_0, 0) = \mu^{(1)}(x_0), \quad u(x_0, l) = \mu^{(2)}(x_0), \quad \beta \neq 0, x_0 \in [0, \infty). \quad (3)$$

Здесь $f: \bar{Q} \ni x \rightarrow f(x)$ – заданная функция на \bar{Q} , $\varphi: [0, l] \ni x_1 \rightarrow \varphi(x_1) \in \mathbb{R}$, $\psi: [0, l] \ni x_1 \rightarrow \psi(x_1) \in \mathbb{R}$ – функции на $[0, l]$, $\mu^{(j)}: [0, \infty) \ni x_0 \rightarrow \mu^{(j)}(x_0) \in \mathbb{R}$, заданные функции на $[0, \infty)$, $j = 1, 2$.

В аналитическом виде строится классическое решение задачи (1)-(3) и выписываются необходимые и достаточные условия на заданные функции в условиях приведенной задачи, при выполнении которых существует единственное решение изучаемой задачи.

Список цитированных источников

1. Корзюк, В.И. Классическое решение первой смешанной задачи одномерного волнового уравнения с условиями типа Коши / В.И. Корзюк, И.С. Козловская, С.Н. Наумовец // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2015. – №1. – С. 17-20.
2. Корзюк В.И. Уравнения математической физики: учеб. пособие / В. И. Корзюк. – Минск: БГУ, 2011. – 459 с.

УДК 519.6+517.983

НЕЯВНЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ НЕКОРРЕКТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Сахвон М.Н.

Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест
Научный руководитель: Матысик О.В., к. физ.-мат. н., доцент

1. Постановка задачи. В действительном гильбертовом пространстве H решается линейное уравнение

$$Ax = y, \quad (1)$$

с положительным ограниченным самосопряженным оператором A , для которого нуль не является собственным значением. Причем нуль принадлежит спектру оператора A , поэтому задача (1) неустойчива и, следовательно, некорректна. Для решения уравнения (1) применим неявный итерационный метод с $\alpha > 0$

$$(E + \alpha A)x_{n+1} = (E - \alpha A)x_n + 2\alpha y, \quad x_0 = 0. \quad (2)$$

Однако на практике часто правая часть y уравнения (1) бывает неизвестной, а вместо y известно приближение $y_\delta: \|y - y_\delta\| \leq \delta$, тогда метод (2) примет вид:

$$(E + \alpha A)x_{n+1,\delta} = (E - \alpha A)x_{n,\delta} + 2\alpha y_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0. \quad (3)$$

2. Апостериорный выбор числа итераций. Метод (3) можно сделать эффективным и тогда, когда нет сведений об истокорпредставимости точного решения ($x = A^s z, s > 0$), если воспользоваться правилом останова по невязке. Была обоснована возможность применения правила останова по невязке

$$\begin{cases} \|Ax_{n,\delta} - y_\delta\| > \varepsilon, (n < m), \\ \|Ax_{m,\delta} - y_\delta\| \leq \varepsilon, \varepsilon = b\delta, b > 1. \end{cases} \quad (4)$$

Доказаны теоремы.

Теорема 1. Пусть $A = A^* \geq 0, \|A\| \leq M$ и пусть момент останова $m = m(\delta)$ в методе (3) выбирается по правилу (4), тогда $x_{m,\delta} \rightarrow x$ при $\delta \rightarrow 0$.

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1 и пусть $x = A^s z, s > 0$. Тогда справедливы оценки