МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
"БРЕСТКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"

КАФЕДРА ТЕХНОЛОГИИ БЕТОНА И СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторной работы

"Построение модели процесса помола зернистого материала в шаровой мельнице"

по дисциплине

"Процессы и аппараты в технологии строительных материалов"
для студентов специальности 70 01 01

Брест 2008

УДК 691.002.5.04:378.244

Методические указания предназначены для ознакомления студентов с процессами, протекающими в установке при тонком измельчении сырья в шаровой мельнице.

Проведение работы основано на использовании основных принципов системного анализа и методе планирования эксперимента.

Составитель: Н. А. Колесников, доцент, к.т.н.

Рецензент: В.В. Магирко, зам. начальника отдела контроля качества КУП "Брестжилстрой"

ВВЕДЕНИЕ

Измельчение природного и искусственного сырья и разделение его по крупности на фракции является одним из основных процессов технологии строительных материалов. В зависимости от крупности конечного продукта в промышленности строительных материалов различают крупное измельчение – дробление, и тонкое измельчение – помол.

Помол является важнейшим технологическим процессом при производстве минеральных вяжущих веществ, строительных материалов на основе глинистого сырья, при производстве ячеистых бетонов и других помольных технологий.

В качестве помольных установок для получения тонкодисперсных порошков в промышленности строительных материалов чаще всего используют барабанные, среднеходовые, ударные, вибрационные и струйные мельницы.

При многотоннажном производстве для получения тонкодисперсного продукта чаще всего используют барабанные мельницы непрерывного действия. В зависимости от отношения длины барабана L к его диаметру D они подразделяются на шаровые (L/D до двух) и трубные (L/D = 3 ... 6).

Расчетная производительность мельницы может быть подсчитана по формуле:

$$Q = 6{,}45 \cdot V \cdot \sqrt{D} \cdot \left(\frac{m}{V}\right)^{0{,}8} \cdot q \cdot k_n \cdot k_м, \tag{1}$$

где V – полезный (рабочий) объем барабана мельницы, м^3; D – внутренний диаметр барабана, м; m – масса мелющих тел, т; q – удельная производительность мельницы, т/(кВт·ч) (табл. 1); k_n – поправочный коэффициент на тонкость помола (табл. 2); $k_м$ – коэффициент использования мощности ($k_м$ = 0,9).

Таблица 1

Удельная производительность мельниц q в т/(кВт·ч) полезной мощности

Материал	Способ помола	
	мокрый	сухой
Клинкер вращающихся печей	—	0.036 ... 0.044
Гранулированный доменный шлак	—	0.036 ... 0.040
Песок кварцевый	—	0.024 ... 0.028
Трепел, опока	—	0.05 ... 0.06
Смесь известняка и глины с сопротивлением размолу:		
Высоким	0.05 ... 0.07	0.05 ... 0.06
Средним	0.07 ... 0.09	0.07 ... 0.08
Низким	0.10 ... 0.15	0.08 ... 0.10

Таблица 2 Значения коэффициента k_n

Остаток на сите № 008	2	3	4	5	6	7	8	10	12	14	16	18	20
k_n	0.60	0.65	0.71	0.77	0.82	0.86	0.91	1.00	1.09	1.17	1.25	1.34	1.42

Масса мелющих тел

$$m = V \cdot \varphi \cdot \rho_н, \tag{2}$$

где φ - коэффициент заполнения объема мельницы мелющими телами (для цементных мельниц φ = 0,26 ... 0,32); $\rho_н$ - насыпная плотность мелющих тел, т/м^3.

При небольших объемах производства, особенно при производстве огнеупорной и технической керамики, используют помольные машины периодического действия. Это обусловлено рядом обстоятельств.

1. Высокие степени измельчения легче могут быть достигнуты в периодических машинах за счет соответствующего регулирования длительности помола.

2. В шаровых мельницах периодического действия проще решить задачу сохранения чистоты материала при его помоле для огнеупорной и тонкой керамики путем использования для барабана керамической футеровки и керамических мелющих тел соответствующего состава.

Непрерывно действующие промышленные установки выполняются целиком из металла и для решения подобных задач не могут быть использованы, так как трудно избежать попадания в размалываемый материал металла, образующегося вследствие истирания мелющих тел, бандажей, решеток.

1. СОСТАВЛЕНИЕ СТРУКТУРНОЙ БЛОК- СХЕМЫ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПЕРЕДЕЛА

Тонкость помола материала в шаровой мельнице определяется (см. формулу (1), а также стр. 42-50, 188-190 учебника [1]) следующими характеристиками:

1.1. Свойствами измельчаемого материала: его прочностью, дисперсностью и минералогическим составом, которые и определяют размолоспособность продукта, подвергающегося измельчению.

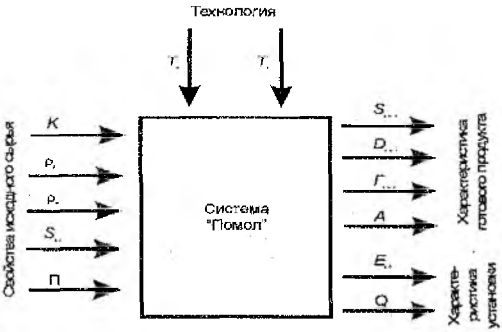
1.2. Типом и конструкцией помольного агрегата, степенью заполнения объема барабана мелющими телами, а также характеристикой мелющих тел: их конфигурацией, материалом, из которого они изготовлены, пустотностью.

1.3. Режимом работы мельницы, который характеризуется временем помола и частотой вращения барабана.

Сам продукт помола при прочих равных условиях характеризуется удельной поверхностью ($S_{вых}$, см^2/г), наибольшей крупностью его ($d_{вых}$, см) и в некоторых случаях зерновым составом (гранулометрией $Г_{вых}$) и степенью химической активации (A) поверхности частиц.

Следует отметить, что активацию частиц в результате механического воздействия можно оценить лишь на последующих стадиях технологического процесса. Поэтому, когда рассматривают только помол, обычно этот выходной параметр опускают.

С учетом сказанного, принципиальная структурная блок – схема процесса помола может быть представлена в виде рис. 1.



K - коэффициент размолоспособности измельчаемого материала; ρ_0 ($\rho_н$), $S_{вх}$, $П$ - соответственно его плотность (насыпная плотность), кг/м^3; удельная поверхность, см^2/г ; и пустотность, % ; $T_п$ - расчетные параметры работы агрегата, зависящие от его конструкции, которыми являются: V – объем барабана, м^3, ω - частота вращения барабана, об/мин; t - время помола, мин; $П_{мт}$ - пустотность мелющих тел, %; $\rho_{мт}$ - их плотность, характеризующая материал мелющих тел, кг/м^3; $ф$ - конфигурация мелющих тел (шары или стержни); φ - коэффициент заполнения объема барабана мелющими телами.

Рисунок 1 - Структурная блок – схема системы «Помол»

Коэффициент заполнения объема барабана мелющими телами определяется из формулы (2). Так как объем барабана мельницы равен

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot L ,$$

где R , L – соответственно внутренний радиус барабана и его длина, м,
то формула для определения φ получит вид:

$$\varphi = \frac{m}{V \cdot \rho_н} = \frac{m}{\pi \cdot R^2 \cdot L \cdot \rho_н} , \qquad (2, а)$$

Таким образом, входные параметры определяются тремя группами факторов: свойствами измельчаемого материала (K, ρ_0, $\rho_н$, $S_{вх}$), типом (конструкцией) помольного агрегата ($T_а$) и параметрами его работы ($T_п$).

Так как помол является очень энергоемкой стадией технологического процесса, то наряду с технологическими требованиями к готовому продукту ($S_{вых}$, $d_{вых}$, $Г_{вых}$, A) при организации процесса должны учитываться и технико–экономические показатели, такие как удельный расход энергии ($E_{уд}$, кВт · ч/т) и требуемая производительность установки по готовой продукции (Q, т), удовлетворяющая всем перечисленным выше технологическим требованиям.

При оптимизации процесса помола критерием оптимизации обычно служит $E_{уд}$, при поиске $E_{уд} \to min$ остальные выходы считают ограничениями, т. е. условиями, которые необходимо соблюдать, независимо от их влияния на величину критерия оптимизации (стр. 249 [1]). При этом $d_{вых}$ регламентируется не только по максимальному размеру выходящего продукта, но и по количественному содержанию мелких фракций, которые обычно характеризуются остатком на сите определенного размера.

При локальной оптимизации, например, только по технологическим критериям, за критерий оптимизации обычно принимают $S_{вых}$ или остаток на сите определенного размера (косвенно характеризуемый $d_{вых}$).

2. ПОСТРОЕНИЕ УПРОЩЕННОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ПОМОЛА И ЕЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ

При учете всех входных факторов математическая модель окажется достаточно сложной, что для учебных целей нежелательно. Для определения всех коэффициентов такой модели потребуется постановка большого числа опытов и, соответственно, увеличится многократно время выполнения лабораторной работы. Учитывая ограниченность учебных часов, предусмотренных на этот вид учебных занятий, необходимо уменьшить число факторов, т. е. упростить математическую модель.

Для построения упрощенной модели процесса необходимо отобрать наиболее значимые параметры процесса, которые могут быть установлены из формулировки цели работы. Целью работы являются:

2.1. Изучение процесса помола материала в шаровой мельнице;

2.2. Установление зависимости степени измельчения материала ($S_{вых}$) от параметра процесса (t) и коэффициента загрузки мельницы (φ).

2.3. Нахождение значений φ и t, обеспечивающих получение наибольшей степени измельчения (наибольшей удельной поверхности $S_{вых}$) материала.

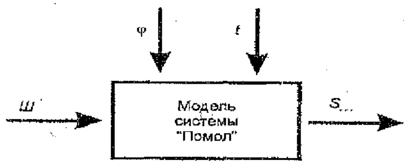
При учете перечисленных конкретных задач работы часть параметров, представленных на рис. 1, можно исключить. Обоснованием этой операции могут служить следующие соображения.

Так как все подгруппы студентов будут работать на одной и той же установке - шаровой мельнице - параметры, характеризующие тип помольного агрегата ($T_п$), можно не учитывать.

Для корректного сравнения результатов работы установки по п. 2.2 сформулированной цели необходимо, чтобы входные параметры исходного продукта (сырья) были одинаковыми. Другими словами, материал, поступающий в мельницу, должен быть один и тот же и с одинаковой начальной дисперсностью. Поэтому входные параметры, характеризующие свойства материала (K, $S_{вх}$), также можно исключить.

Поскольку целью работы не является задача определения зависимости выходных параметров от свойств мелющих тел, то их характеристику можно оставить постоянной. Следовательно, и входные параметры $П_{мт}$, $\rho_{мт}$ и ϕ в схеме модели можно не учитывать.

Выходным параметром, согласно п. 2.2 сформулированной цели, является удельная поверхность готового продукта $S_{вых}$. При учете только оставшихся входных параметров структурная блок-схема упрощенной модели процесса измельчения будет иметь вид, показанный на рис. 2.



Ш - характеризует тип агрегата (шаровая мельница) и является ограничением;
φ - коэффициент заполнения объема барабана мелющими телами; t - время помола, мин.

Рисунок 2 - Упрощенная модель процесса помола

Факторы φ, t - контролируемые и регулируемые, и являются управлениями (стр. 19...21 [1]), характеризующими параметры процесса (продолжительность измельчения t) и агрегата (степень заполнения объема барабана мелющими телами φ).

$S_{вых}$ - выходной параметр, характер изменения которого от управлений надо установить по результатам опытов.

3. ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для решения поставленной задачи будем использовать линейную математическую модель объекта исследования. В качестве математической модели примем отрезок степенного ряда (полином), не содержащий переменных во второй и выше степени. Такая полиномиальная модель процесса помола в виде неполного квадратичного уравнения с учетом эффектов взаимодействия факторов для натуральных переменных имеет вид [2]:

$$S_{вых} = b_0 + b_1 \cdot \varphi + b_2 \cdot t + b_{12} \cdot \varphi \cdot t \qquad (3)$$

Каждый фактор может принимать в опыте одно из нескольких значений. Такие значения будем называть **уровнями**. Последнее слагаемое в уравнении (3) учитывает один из часто встречающихся видов нелинейности, связанный с тем, что эффект одного фактора зависит от уровня, на котором находится другой фактор. В этом случае говорят, что имеет место эффект взаимодействия двух факторов.

В связи с наличием неконтролируемых факторов, влияние которых на технологическую систему носит случайный характер (стр. 19...22 [1]), *выходы системы* являются величинами не *детерминированными*, а *случайными*.

Если мы установили связь между зависимой *случайной* величиной **Y**($S_{вых}$) и величиной $X(\varphi, t)$, которая является переменной, но не является случайной переменной, то уравнение **Y** относительно **X** обычно называют уравнением *регрессии*. Поэтому в дальнейшем уравнение (3) будем называть уравнением регрессии.

Введем следующие обозначения для входных и выходного параметров модели процесса, показанной на рис. 2:

$$X_1 = \varphi; \qquad X_2 = t; \qquad Y = S_{вых}.$$

При экспериментально – статистическом моделировании целесообразно переходить от натуральных переменных (именованных величин с размерностью) к безразмерным нормализованным (кодированным) переменным с помощью преобразования:

$$x_i = \frac{X_i - X_{0i}}{\Delta X_i}, \qquad (4)$$

где x_i — нормализованное (кодированное) значение фактора;

X_i — натуральное значение фактора;

X_{0i} — натуральное значение основного (нулевого) уровня фактора;

ΔX_i — интервал варьирования фактора.

Если фактор изменяется в диапазоне от $X_{i,min}$ до $X_{i,max}$, т. е.:

$$X_{i,min} \le X_i \le X_{i,max},$$

то этот диапазон называется размахом варьирования фактора, половина размаха носит название интервала варьирования ΔX_i, а середина диапазона варьирования X_{0i} — основного уровня фактора (ГОСТ 24026-80):

$$\Delta X_i = 0.5\,(X_{i,min} - X_{i,max});$$

$$X_{0i} = 0.5\,(X_{i,min} + X_{i,max}).$$

Из выражения (4) следуют три важных для практики моделирования соотношения:

$$\text{если } X_i = X_{i,min}, \quad \text{то } x_i = -1,$$

$$\text{если } X_i = X_{0i}, \quad \text{то } x_i = 0,$$

$$\text{если } X_i = X_{i,max}, \quad \text{то } x_i = +1.$$

Для установления уровней факторов необходимо, таким образом, определить нулевой (основной) уровень X_{0i} и интервал варьирования ΔX_i. Тогда верхний (+1) и нижний (–1) уровни получаем прибавлением или вычитанием интервала варьирования к нулевому уровню. Следует отметить, что часто для простоты записи единицы опускают, оставляя лишь (+) и (–).

Для каждого фактора, исследуемого в данном эксперименте, выбирается условный нулевой уровень, то есть такие значения переменных, в области которых начинается изучение процесса с целью получить направление от выбранного условного нулевого уровня ("центра" эксперимента) к оптимальным значениям факторов. Если выбор нулевого уровня не диктуется какими-либо теоретическими или практическими соображениями, то он может быть совершенно произвольным.

Выбор интервала варьирования – задача трудная, так как она связана с неформализованным этапом планирования эксперимента. Если для каких-либо факторов выбраны слишком малые интервалы варьирования, то можно получить эффект данных факторов незначимым не потому, что они не оказывают влияния на процесс, а потому, что этот эффект будет ниже ошибки метода измерения выхода.

С другой стороны, при выборе слишком больших интервалов варьирования возникает опасность, что исследуемая поверхность отклика (выхода) не может быть описана уравнением, не содержащим членов второй, третьей и выше степени, т. е. линейной моделью. В каждом конкретном случае интервалы варьирования задаются, исходя из опыта и интуиции исследователя.

Из уже накопленного опыта выполнения подобных исследований, с учетом имеющейся в распоряжении экспериментатора массы мелющих тел, примем уровни и интервалы варьирования факторов, приведенные в табл. 3.

Таблица 3

Уровни и интервалы варьирования факторов для шаровой мельницы

№	Управления	Уровни управлений			Интервал варьирования
		+	0	–	
1	Коэффициент загрузки мельницы φ	0,06	0,04	0,02	0,02
2	Время помола t, мин	30	20	10	10

Для определения коэффициентов b_0, b_1, b_2 и b_{12} в уравнении (3) примем полный факторный эксперимент, то есть эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов.

Число опытов (N) такого эксперимента составит:

$$N = 2^K, \qquad (5)$$

где 2 — число уровней; K — число факторов.

В рассматриваемом случае $K = 2$, поэтому $N = 4$. Опыты должны быть поставлены по строгому плану. Матрица планирования (план) такого эксперимента приведена в табл. 4.

Таблица 4

Матрица планирования эксперимента 2^2

№ опыта	Уровни факторов				Выходной параметр
	нормализованных		натуральных		
	X_1	x_2	$X_1 = \varphi$	$X_2 = t$	$Y_i = S_{вых}$
1	–	–	0,02	10	Y_1
2	+	–	0,06	10	Y_2
3	–	+	0,02	30	Y_3
4	+	+	0,06	30	Y_4
5	0	0	0,04	20	Y_5

При планировании эксперимента не безразлично, какими свойствами обладает объект исследования. Укажем два основных требования, с которыми приходится считаться. Прежде всего, существенно, ***воспроизводятся ли на объекте результаты эксперимента***. Для выяснения этого эксперимент повторяют несколько раз при одинаковых значениях уровней факторов. Постановка повторных (или параллельных) опытов не дает полностью совпадающих результатов, потому что всегда существует ошибка опытов (ошибка воспроизводимости).

Эту ошибку определяют по величине дисперсии выходного параметра или, что то же самое, дисперсии воспроизводимости эксперимента. Если ошибка не превышает некоторой заранее заданной величины (наших требований к точности эксперимента), то объект удовлетворяет требованию воспроизводимости результатов, а если превышает, то не удовлетворяет этому требованию. Для оценки дисперсии воспроизводимости необходимо каждый опыт повторить хотя бы дважды.

Второе требование к объекту исследования заключается в том, что ***он должен быть управляемым***. То есть должна иметься возможность выбора в каждом опыте тех уровней факторов, которые представляют интерес.

Как видно из таблицы 4, к стандартному плану 2^2, содержащему 4 опыта, добавлен еще один опыт (с номером 5) в "центре" плана (при нулевых значениях факторов). Его результат потребуется для оценки значимости суммы коэффициентов при неучтенных нами в уравнении (3) квадратичных членах.

Матрица планирования составляется по определенным правилам. Она может иметь другой вид, чем представленный в табл. 4. Однако для любой из них должны соблюдаться следующие основные свойства.

Первое - **симметричность относительно центра эксперимента** – формулируется следующим образом: алгебраическая сумма элементов вектор-столбца каждого фактора равна нулю:

$\sum_{i}^{N} x_{ji} = 0$, где i=1, 2, ..., N; N – число опытов; j – номер фактора; j = 1, 2, ..., k.

Второе свойство – так называемое **условие нормировки** – формулируется следующим образом: сумма квадратов элементов каждого столбца равна числу опытов:

$$\sum_{i}^{N} x_{ji}^2 = N.$$

Третье свойство – свойство **ортогональности матрицы планирования** – формулируется следующим образом: сумма почленных произведений любых двух вектор-столбцов матрицы равна нулю:

$$\sum_{i}^{N} x_{ji} \cdot x_{ui} = 0, \qquad \text{где} \qquad j \neq u; \qquad j,\, u = 1, 2, \ldots, k.$$

Исполнителям предоставляется право самим убедиться в том, что для матрицы, приведенной в табл. 4, выполняются все три свойства.

Последнее, четвертое свойство называется ***ротатабельностью***. То есть точки в матрице планирования подбираются так, что точность предсказания значений выходного параметра одинакова на равных расстояниях от центра эксперимента и не зависит от направления. Это свойство выполняется при соблюдении трех предыдущих.

Математическая модель (уравнение (3)) процесса помола для двухуровневого двухфакторного эксперимента в закодированных (нормализованных) переменных имеет вид:

$$Y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 \qquad (6)$$

4. ПРОВЕДЕНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫХ РАСЧЕТОВ

Перед проведением эксперимента рассчитываются:

- масса шаров, загружаемых в мельницу;
- масса навески для помола;
- исходная удельная поверхность измельчаемого материала.

4.1. Исходные данные для расчета

- измельчаемый материал — шамот, плотностью (истинной) $\rho_м$ = 2,5 г/см³ и насыпной плотностью $\rho_м^н$ = 1,2 г/см³. При получении новой или другой партии сырья истинную ($\rho_м$) и насыпную ($\rho_м^н$) плотность измельчаемого материала необходимо определять самостоятельно.
- шамот предварительно необходимо рассеять через сита 1,25; 0,63; 0,315 и 0,16; при помоле используется смесь фракций 0,63 ... 0,16 мм, взятых в равных количествах. Например, если по расчету требуется навеска 120 г, то для помола применяется смесь, состоящая из 120 : 3 = 40 г шамота каждой фракции — 0,63; 0,315; 0,16 мм.
- шары металлические, насыпной плотностью $\rho_{мт}^н$ = 4,68 г/см³ при пустотности $П$ = 40 %. Эти значения характеристик мелющих тел необходимо уточнить до постановки опытов.
- объем барабана (V) шаровой мельницы 5000 см³ (уточнить!).

4.1.1. Определение массы мелющих тел

Масса шаров, загружаемых в мельницу, рассчитывается по формуле (2), обозначение параметров которой, во избежание путаницы в дальнейшем, снабдим дополнительными индексами:

$$m_{мт} = \varphi \cdot V \cdot \rho_{мт}^н,$$

где $m_{мт}$ — масса загружаемых мелющих тел, г; V — объем барабана, см³; $\rho_{мт}^н$ — насыпная плотность мелющих тел, г/см³.

Значения φ принимаются для каждого опыта в соответствии с планом эксперимента, представленным в таблице 4.

4.1.2. Определение массы навески материала для помола

Масса навески измельчаемого материала рассчитывается по формуле:

$$m_н = \frac{m_{мт} \cdot П \cdot \rho_м^н}{100 \cdot \rho_{мт}^н}, \qquad (7)$$

где $m_{мт}$ — масса шаров, г; $П$, $\rho_{мт}^н$, $\rho_м^н$ — соответственно пустотность мелющих тел (%)

и насыпная плотность шаров и шамота (г/см^3).

Количество исходного продукта (материала) каждой фракции, как уже отмечалось, подсчитывается по формуле:

$$m_м^ф = \frac{m_н}{n^ф},$$

где $n^ф$ — количество фракций (в данном случае $n^ф = 3$).

4.1.3. Определение исходной удельной поверхности измельчаемого материала

Среднее значение исходной удельной поверхности навески материала, составленной в рассматриваемом случае из 3 -х фракций, взятых в равных количествах, рассчитывается по формуле:

$$\bar{S}_{вх} = \frac{1}{3}\cdot\sum_1^3 S_{вх}^ф = \frac{1}{3}\cdot\sum_1^3 \frac{6}{\rho_м \cdot d_{ср}}, \quad см^2/г, \tag{8}$$

где $S_{вх}^ф$ — удельная поверхность каждой отдельной фракции, см^2/г ; $d_{ср}$ — средний диаметр фракции, см; $\rho_м$ — истинная плотность измельчаемого материала, г/см^3.

Средний диаметр фракции рассчитывается как среднее гармоническое (стр. 70 [1]) из наибольшего (d_1, см) и наименьшего (d_2, см) диаметров по формуле:

$$d_{ср} = 0{,}1\cdot\frac{2\cdot d_1\cdot d_2}{d_1+d_2},$$

где d_1 — размер сита, через которое прошла данная фракция, мм; d_2 — размер сита, на котором осталась данная фракция, мм; 0,1 — переводной коэффициент из мм в см.

Например, средний диаметр и удельная поверхность фракции 0,63 равны:

$$d_{ср}^{0,63} = 0{,}1\cdot\frac{2\cdot 1{,}25\cdot 0{,}63}{1{,}25+0{,}63} = 0{,}0838\,см; \qquad S_{вх}^{0,63} = \frac{6}{0{,}0838\cdot 2{,}5} = 28{,}6\ см^2/г.$$

Для остальных фракций эти характеристики составят:

$$d_{ср}^{0,315} = 0{,}1\cdot\frac{2\cdot 0{,}63\cdot 0{,}315}{0{,}63+0{,}315} = 0{,}042\,см; \qquad S_{вх}^{0,315} = \frac{6}{0{,}042\cdot 2{,}5} = 57{,}14\ см^2/г.$$

$$d_{ср}^{0,16} = 0{,}1\cdot\frac{2\cdot 0{,}315\cdot 0{,}16}{0{,}315+0{,}16} = 0{,}0212\,см; \qquad S_{вх}^{0,1} = \frac{6}{0{,}0212\cdot 2{,}5} = 113{,}2\ см^2/г.$$

Среднее значение удельной поверхности навески материала:

$$\bar{S}_{вх} = \frac{28{,}6+57{,}14+113{,}2}{3} = 66{,}3\ см^2/г$$

Следует иметь в виду, что при отличии в исходных данных из-за их разброса для различных партий материала и возможном изменении конфигурации мелющих тел, в работе необходимо использовать фактические данные по $\rho_м$, $\rho_м^н$, $\rho_{мт}$ и т. д., а не указанные в методичке.

Результаты предварительных расчетов по разделу 4 сводят в табл. 5.

Таблица 5 Результаты предварительных расчетов

Коэффициент загрузки φ	Масса шаров $m_{мт}$, г	Масса навески $m_н$, г	Размер сит, d, мм	Средний диаметр фракции $d_{ср}$, см	Удельная поверхность фракции $S_{вх}^ф$, см^2/г	Средняя удельная поверхность всех фракций $\bar{S}_{вх}$, см^2/г
0,06 (+)			0,63			
0,04 (0)			0,315			
0,02 (-)			0,16			

5. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Рекомендуемая последовательность проведения эксперимента:

5.1. Взвесить требуемое для данного опыта количество мелющих тел (табл. 3, столбец 2) и навески (табл. 5, столбец 3), загрузить их в барабан, плотно закрыть его и установить на приводные ролики.

5.2. Произвести помол в течение времени, указанного в матрице планирования (табл. 4, столб. 5).

5.3. Готовый продукт аккуратно без потерь высыпать на верхнее сито (0,63 мм) предварительного собранного комплекта сит и произвести рассев. Продолжительность рассева для всех номеров опытов принять равной 5 мин.

5.4. Взвесить остаток на каждом сите и на поддоне с точностью до 1 г. Если потери навески при помоле и рассеве превысят 5%, опыт нужно переделать. При потерях, не превышающих 5%, следует произвести перерасчет остатков на ситах, исходя из пропорциональности потерь каждой фракции. Например, если частный остаток на сите 0,315 составляет 40 г, а суммарный выход продуктов рассева 400 г вместо 420 г исходных, то расчетный выход на этом сите составит:

$$\frac{420 \cdot 40}{400} = 42 \text{ г.}$$

После перерасчетов сумма частных остатков на всех ситах и поддоне должна быть равна общей массе навески, взятой для помола.

5.5. По пересчитанным по п. 5.4 остаткам на ситах рассчитать среднюю удельную поверхность продукта в помоле по формуле:

$$\bar{S}_{вых} = \frac{\sum_{1}^{3} m_м^{кф} \cdot S_{вых}^{кф} + m_м^{мф} \cdot S_{вых}^{мф}}{m_н}, \tag{9}$$

где $\sum m_м^{кф} \cdot S_{вых}^{кф}$ — общая поверхность крупных (0,63; 0,315; 0,16) фракций, см^2, равная сумме произведений частных остатков на соответствующих ситах ($m_м^{кф}$, г) на удельные поверхности этих фракций ($S_{вых}^{кф}$, см^2/г), подсчитанные в столбце 6 табл. 5;

$m_м^{мф} \cdot S_{вых}^{мф}$ — общая поверхность мелкой фракции, см^2, равная произведению частного остатка на поддоне ($m_м^{мф}$, г) на удельную поверхность этой фракции ($S_{вых}^{мф}$, см^2/г), для определения которой используется прибор;

$m_н$ — общая масса навески (столбец 3, табл. 5), г.

Следовательно, в развернутом виде формула (9) получит вид:

$$\bar{S}_{вых} = \frac{m_м^{0,63} \cdot S_{вых}^{0,63} + m_м^{0,315} \cdot S_{вых}^{0,315} + m_м^{0,16} \cdot S_{вых}^{0,16} + m_м^{мф} \cdot S_{вых}^{мф}}{m_н}, \text{ см}^2/\text{г},$$

где числовые индексы при $m_м$ и $S_{вых}$ указывают, на каком сите нужно брать значения соответствующих величин сомножителей.

Результаты, определенные по п. п. 5,3; 5,4; 5,5; сводятся в табл. 6.

Таблица 6 Удельная поверхность продуктов помола

№ опыта	Масса, г		Частные результаты по ситам				$\bar{S}_{вых}$ = Y, см^2/г
	Навески	продукта	$m_м^{0,63} \cdot S_{вых}^{0,63}$	$m_м^{0,315} \cdot S_{вых}^{0,315}$	$m_м^{0,16} \cdot S_{вых}^{0,16}$	$m_м^{мф} \cdot S_{вых}^{мф}$	
1							
2							
3							
4							
5							

6. ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Пусть, например, результаты постановки запланированных экспериментов характеризуются значениями $y = S_{вых}$, приведенными в 4...6 столбцах таблицы 7.

Таблица 7

Номер опыта	Входные параметры		Выход, см²/г		
	X_1	X_2	Y^I	Y^{II}	$\bar{Y}$
1	–	–	80	60	70
2	+	–	130	150	140
3	–	+	170	170	170
4	+	+	260	270	265
5	0	0	100	110	105

Здесь Y^I, Y^{II} – результаты повторных (параллельных) опытов; $\bar{Y}$ - их среднее значение. Как видно из таблицы, принято минимальное число повторных опытов: $n = 2$.

Обработку полученных результатов проведем по схеме с равномерным дублированием опытов в следующей последовательности.

6.1. Оценка дисперсий среднего арифметического в каждой строке матрицы (каждого опыта)

Дисперсией называется среднее значение квадрата отклонений величины от ее среднего значения:

$$\bar{S}_i^2 = \frac{\sum_1^n (y_{iq} - \bar{y}_i)^2}{n \cdot (n-1)}, \tag{10}$$

где y_{iq} - результат отдельного опыта; n – число повторных опытов; $(n-1) = f$ – число степеней свободы, равное количеству опытов минус единица (одна степень свободы использована для вычисления среднего); $i = 1, 2, ..., N$; $q = 1, 2, ..., n$.

Значение дисперсии первого опыта (см. табл. 7):

$$\bar{S}_1^2 = \frac{(80-70)^2 + (60-70)^2}{2 \cdot (2-1)} = 100.$$

Для остальных опытов (с учетом опыта в центре плана) соответственно получим:

$$\bar{S}_2^2 = 100; \qquad \bar{S}_3^2 = 0; \qquad \bar{S}_4^2 = 25; \qquad \bar{S}_5^2 = 25.$$

6.2. Проверка однородности дисперсий с помощью критерия Кохрена

Критерий Кохрена – это отношение максимальной дисперсии к сумме всех дисперсий:

$$G = \frac{\bar{S}_{max}^2}{\sum_1^N \bar{S}_i^2}. \tag{11}$$

С этим критерием связаны числа степеней свободы $f_1 = n - 1$ и $f_2 = N$ (см. Приложение 1). Так как нами был учтен и опыт в центре плана, то в данном случае $N = 5$.

Экспериментальное значение критерия Кохрена составит:

$$G_{экспл} = \frac{100}{100 + 100 + 0 + 25 + 25} = \frac{100}{250} = 0,40.$$

Табличное значение критерия Кохрена для 5 разных опытов и одной степени свободы ($n - 1 = 2 - 1 = 1$) равно 0,84 (см. Приложение 3).

Гипотеза об однородности дисперсий подтверждается, если экспериментальное значение критерия Кохрена не превышает табличного значения. Так как в нашем случае

$$G_{эксп} = 0{,}40 \triangleleft G_{табл} = 0{,}84\,,$$

то дисперсии можно считать однородными.

В случае неоднородности дисперсий часто оказывается полезным изменение масштаба для выходного параметра. При этом вводится некоторая математическая функция от этого параметра, например, квадратный корень или логарифм. В данной лабораторной работе результат неоднородности дисперсий не рассматривается.

6.3. Так как дисперсии однородны, то проводим расчет оценки дисперсии воспроизводимости по формуле:

$$S^2_{\{\bar{y}\}} = \frac{\sum_1^N \sum_1^n (y_{iq} - \bar{y}_i)^2}{N \cdot n \cdot (n-1)}\,, \qquad (12)$$

где $f_{\{y\}} = N \cdot (n-1) = 5 \cdot (2-1) = 5$ - число степеней свободы этой дисперсии.

С учетом того, что дисперсии среднего арифметического каждого опыта уже определены, получим:

$$S^2_{\{\bar{y}\}} = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{S}_i^2}{N} = \frac{250}{5} = 50\,.$$

Корень квадратный из дисперсии, взятый с положительным знаком, называется средним квадратическим отклонением, стандартом или квадратичной ошибкой. Ошибка нашего эксперимента составит:

$$S_{\{\bar{y}\}} = \sqrt{S^2_{\{\bar{y}\}}} = \sqrt{50} = 7{,}071.$$

Стандарт имеет размерность той величины, для которой он вычислен. Дисперсия и стандарт – это меры рассеяния, изменчивости. Чем больше дисперсия и стандарт, тем больше рассеяны значения повторных опытов около среднего значения.

6.4. Определение коэффициентов регрессии

Вычисление свободного члена b_0, коэффициентов уравнения регрессии b_j при основных факторах и коэффициентов b_{uj}, соответствующих эффектам взаимодействия, производится по формулам:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{y}_i}{N}, \qquad b_j = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{y}_i \cdot x_{ji}}{N}, \qquad b_{uj} = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{y}_i \cdot x_{ui} \cdot x_{ji}}{N}, \qquad (13)$$

где $j \neq u, \quad j, u = 1, 2, \ldots, k$.

В приведенных формулах **N** опять соответствует числу основных опытов (см. страницу 10), то есть **четырем**.

Для удобства вычислений составим вспомогательную таблицу 8.

Таблица 8 Расчетная таблица для вычисления коэффициентов регрессии

№ опыта	Входные параметры		Выход	Вспомогательные расчетные значения		
	x_1	x_2	$\bar{y}$	$\bar{y} \cdot x_1$	$\bar{y} \cdot x_2$	$\bar{y} \cdot x_1 \cdot x_2$
1	–	–	70	–70	–70	+70
2	+	–	140	+140	–140	–140
3	–	+	170	–170	+170	–170
4	+	+	265	+265	+265	+265
Σ			**645**	**165**	**225**	**25**

После чего находим значения коэффициентов:

$$b_0 = \frac{645}{4} = 161{,}25; \quad b_2 = \frac{225}{4} = 56{,}25; \qquad b_{12} = \frac{25}{4} = 6{,}25.$$

С учетом значений коэффициентов уравнение регрессии по $\bar{y}$ получит вид:

$$\bar{y} = 161{,}25 + 41{,}25 \cdot x_1 + 56{,}25 \cdot x_2 + 6{,}25 \cdot x_{12} \qquad (14)$$

Так как b_0 есть результат процесса, когда все факторы (x_1, x_2) находятся на нулевом уровне, то его значение показывает, что $\bar{S}_{вых} = 161{,}25\, см^2/г$ при $x_1 = x_2 = 0$ (или $X_1 = \varphi = 0{,}22$; $X_2 = t = 20$ *мин.* – для натуральных значений факторов).

Остальные коэффициенты полученного уравнения регрессии позволяют сделать следующие выводы:

а) при изменении коэффициента загрузки мельницы от нулевого уровня на величину интервала варьирования $\Delta X_1 = \pm 0{,}11$ величина $\bar{S}_{вых}$ изменится на $\pm 41{,}25 \cdot \Delta X_1$ ($\pm b_1 \cdot \Delta X_1$);

б) при изменении времени помола от нулевого уровня на величину интервала варьирования $\Delta X_2 = \pm 10$ *мин.* величина $\bar{S}_{вых}$ изменится на $\pm 56{,}25 \cdot \Delta X_2$ ($\pm b_2 \cdot \Delta X_2$);

в) наличие коэффициента b_{12} показывает, что влияние одного фактора на результат процесса неодинаково для различных уровней второго и наоборот, то есть что между ними есть взаимодействие.

6.5. Проверка адекватности линейной модели с помощью критерия Фишера

После вычисления коэффициентов модели необходимо убедиться в ее пригодности. Такая проверка называется проверкой адекватности модели. Особенно важно убедиться в возможности описания процесса линейной моделью, то есть без парных взаимодействий. Для этого поступаем следующим образом.

В уравнении (14) отбрасываем слагаемое с парным взаимодействием:

$$y = 161{,}25 + 41{,}25 \cdot x_1 + 56{,}25 \cdot x_2 . \qquad (14,а)$$

По уравнению (14,а) рассчитываем значения выхода для каждого опыта в соответствии с матрицей планирования (табл. 4). Для рассматриваемого примера эти значения будут:

$$y_1 = 161{,}25 + 41{,}25 \cdot (-1) + 56{,}25 \cdot (-1) = 63{,}75;$$

$$y_2 = 161{,}25 + 41{,}25 \cdot (+1) + 56{,}25 \cdot (-1) = 146{,}25;$$

$$y_3 = 161{,}25 + 41{,}25 \cdot (-1) + 56{,}25 \cdot (+1) = 176{,}25;$$

$$y_4 = 161{,}25 + 41{,}25 \cdot (+1) + 56{,}25 \cdot (+1) = 258{,}75.$$

Затем вычисляем дисперсию адекватности по формуле:

$$S^2_{ад} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (\bar{y}_i - y_i)^2}{f_{ад}}, \qquad (15)$$

где $f_{ад} = N - (k+1)$ - число степеней свободы дисперсии адекватности.

Для удобства вычислений составляем таблицу 9.

Таблица 9

Расчетная таблица для определения дисперсии адекватности

№ опыта	$\bar{y}_i$	y_i	$\Delta y_i = \bar{y}_i - y_i$	$\Delta y_i^2 = (\bar{y}_i - y_i)^2$
1	70	63,75	6,25	39,0625
2	140	146,25	-6,25	39,0625
3	170	176,25	-6,25	39,0625
4	265	258,75	6,25	39,0625
Σ				**156,25**

Для степеней свободы дисперсии адекватности $f_{ад} = N-(k+1) = 4-(2+1) = 1$ значение $S^2_{ад}$ составит:

$$S^2_{ад} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \Delta y_i^2}{f_{ад}} = \frac{156,25}{1} = 156,25$$

Для проверки гипотезы об адекватности модели используем критерий Фишера. Критерий Фишера (F – критерий) представляет собою отношение большей дисперсии к меньшей. При $S^2_{ад} > S^2_{[\bar{y}]}$, где $S^2_{[\bar{y}]}$ — дисперсия воспроизводимости выходного параметра (эксперимента), значение которой мы уже нашли (см. выше), получим:

$$F_{эксп} = \frac{S^2_{ад}}{S^2_{[\bar{y}]}} = \frac{156,25}{50} = 3,125. \tag{16}$$

Табличное значение F – критерия находят с учетом уровня значимости (доверительной вероятности) и числа степеней свободы. В технике, чаще всего, 5% – ный уровень значимости и соответственно доверительная вероятность 95% считаются достаточными. По Приложению 2 при числе степеней свободы дисперсии адекватности (большей дисперсии) $f_1 = f_{ад} = 1$ и числе степеней свободы дисперсии воспроизводимости выходного параметра (меньшей дисперсии) $f_2 = f_{[y]} = 5$ находим:

$$F_{табл} = 6,6.$$

Уравнение считается адекватным, если $F_{табл} > F_{эксп}$. В рассматриваемом случае $F_{табл} = 6,6 > F_{эксп} = 3,125$. Следовательно, с вероятностью 95% линейную модель можно считать адекватной.

6.6. Проверка значимости коэффициентов регрессии

Проверка значимости каждого коэффициента проводится независимо. Ее можно осуществлять двумя равноценными способами: проверкой по t – критерию Стьюдента или построением доверительного интервала. При использовании полного факторного эксперимента доверительные интервалы для всех коэффициентов (в том числе и эффектов взаимодействия) равны друг другу.

Прежде всего, надо найти дисперсию $S^2_{[b_j]}$ коэффициента регрессии. В нашем случае она определяется по формуле:

$$S^2_{[b_j]} = \frac{S^2_{[\bar{y}]}}{N} = \frac{50}{4} = 12,5$$

Квадратичная ошибка коэффициента регрессии:

$$S_{[b_j]} = \sqrt{S^2_{[b_j]}} = \sqrt{12,5} = 3,536$$

Табличное значение критерия Стьюдента (t – критерия) при числе степеней свободы, с которыми определялась $S^2_{[\bar{y}]}$ (в рассматриваемом случае равном 5), и 5 % – ном уровне значимости равно (см. Приложение 1):

$$t_{табл} = 2,571.$$

Доверительный интервал (Δb_j):

$$\Delta b_j = \pm t \cdot S_{[b_j]} = \pm 2,571 \cdot 3,536 = \pm 9,09.$$

Коэффициент значим, если его **абсолютная величина** больше доверительного интервала:

$$b_j > \Delta b_j = \pm 9,09.$$

В нашем случае лишь коэффициент при эффекте взаимодействия (b_{12}) оказался не-значим. Действительно:

$$b_{12} = 6{,}25 < 9{,}09.$$

Все остальные коэффициенты являются значимыми, так как их величины больше доверительного интервала.

Доверительный интервал задается верхней и нижней границами: $b_j + \Delta b_j$ и $b_j - \Delta b_j$.

6.7. Оценка значимости суммы коэффициентов регрессии при квадратичных членах

Оценкой суммы коэффициентов регрессии при квадратичных членах, которые мы при выборе полинома не учли, служит разность между b_0 и значением зависимой переменной (выхода) в центре плана, то есть значением $\bar{y}_0$, в нашем случае равном 105 (см. табл. 7).

Если **абсолютное значение** указанной разности окажется меньше ошибки эксперимента $S_{\{\bar{y}\}}$, то эта разность признается статистически незначимой, а гипотеза о возможности использования уравнения без квадратичных членов – верной.

В нашем случае имеем:

$$\left|\bar{y}_0 - b_0\right| = \left|105 - 161{,}25\right| = 56{,}25.$$

Эта величина значительно превосходит ошибку опыта $S_{\{\bar{y}\}} = 7{,}071$ и поэтому гипотеза о не значимости коэффициентов при квадратичных членах не может быть принята. Наличие квадратичных эффектов указывает на кривизну поверхности отклика (выхода), что приводит к плану второго порядка.

6.7.1. Интерпретация результатов

Адекватная линейная модель, которой мы теперь располагаем, имеет вид полинома первой степени. Коэффициенты полинома являются частными производными функции отклика по соответствующим переменным. Их геометрический смысл – тангенсы углов наклона гиперплоскости к соответствующей оси. Больший по **абсолютной величине** коэффициент соответствует большему углу наклона и, следовательно, более существенному изменению параметра оптимизации (выходу) при изменении данного фактора.

До сих пор мы употребляли абстрактный математический язык. Перевод модели на язык экспериментатора называется **интерпретацией** модели.

Задача интерпретации весьма сложна. Ее решают в несколько этапов. Первый этап состоит в следующем. Устанавливается, в какой мере каждый из факторов влияет на параметр оптимизации.

О степени влияния на выходной параметр любого фактора можно судить по величине коэффициента при нем, так как величина коэффициента регрессии – количественная мера этого влияния. Чем больше коэффициент, тем сильнее влияет фактор. О характере влияния факторов говорят знаки коэффициентов. Знак плюс свидетельствует о том, что с увеличением значения фактора растет величина выходного параметра, а при знаке минус – убывает.

Интерпретация знаков при оптимизации зависит от того, ищем ли мы максимум или минимум функции отклика. Если $y \to \max$, то увеличение значений всех факторов, коэффициенты которых имеют знак плюс, благоприятно, а имеющих знак минус – неблагоприятно. Если же $y \to \min$, то, наоборот, благоприятно увеличение значений тех факторов, знаки коэффициентов которых отрицательны.

Далее выясняется, как расположить совокупность факторов в ряд по силе их влияния на параметр оптимизации. Факторы, коэффициенты которых незначимы, конечно, не интерпретируются. Можно сказать только, что при данных интервалах варьирования и ошибке воспроизводимости они не оказывают существенного влияния на параметр оптимизации.

Интерпретация эффектов взаимодействия двух факторов (первого порядка или парного) не так однозначна, как линейных эффектов. Существует правило: если эффект взаимодействия имеет положительный знак, то для увеличения выходного параметра требуется одновременное увеличение или уменьшение факторов, например сочетания: $X_1 = +1$ и $X_2 = +1$ или $X_1 = -1$ и $X_2 = -1$. Для уменьшения отклика факторы должны одновременно изменяться в разных направлениях, например: $X_1 = +1$ и $X_2 = -1$ или $X_1 = -1$ и $X_2 = +1$.

Если эффект взаимодействия имеет отрицательный знак, то для увеличения целевой функции (выходного параметра) факторы должны одновременно изменяться в разных направлениях, например $X_1 = +1$ и $X_2 = -1$ или $X_1 = -1$ и $X_2 = +1$.

Интерпретация уравнения регрессии важна не только для понимания процесса, но и для принятия решений при оптимизации. Согласно п. 2.3 сформулированной цели работы (см. стр. 7), нам необходимо найти оптимальные значения φ и t, обеспечивающие получение максимальной степени измельчения материала.

6.8. Принятие решений после построения модели процесса. Метод крутого восхождения

В рассматриваемом случае линейная модель адекватна и все коэффициенты значимы. Если область оптимума близка, возможны три решения: окончание исследования, переход к планам второго порядка и движение по градиенту.

Переход к планированию второго порядка дает возможность получить математическое описание области оптимума и найти экстремум. В данной работе мы не рассматриваем вопросы построения планов второго порядка. Следовательно, выбираем движение по градиенту.

Чтобы найти оптимальные значения факторов φ и t, необходимо знать, на сколько надо менять их величину в последующих опытах, чтобы попасть в зону оптимума. Бокс и Уилсон показали, что если поставить серию опытов, в которой в каждом последующем опыте значение φ и t менять пропорционально произведению коэффициента регрессии данного фактора на величину его интервала варьирования, то такое движение по поверхности отклика и будет кратчайшим путем к зоне оптимума.

Изменяя независимые переменные φ и t пропорционально величинам коэффициентов регрессии, мы будем двигаться в направлении градиента функции отклика по самому крутому пути. Поэтому процедура движения к почти стационарной области называется *крутым восхождением.*

Составляющие градиента однозначно получаются умножением коэффициентов регрессии на интервалы варьирования по каждому фактору. Серия опытов в направлении градиента рассчитывается последовательным прибавлением к **основному уровню факторов** величин, **пропорциональных** составляющим градиента.

Для рассматриваемого примера получим:

$$\Delta X_1 = 0{,}11;\quad b_1 = 41{,}25;\quad b_1 \cdot \Delta X_1 = 4{,}54;$$
$$\Delta X_2 = 10{,}0;\quad b_2 = 56{,}25;\quad b_2 \cdot \Delta X_2 = 562{,}5.$$

Выбор шага движения по градиенту – задача не простая, так как это еще один этап, для которого не существует формализованного решения. Небольшой шаг потребует значительного числа опытов при движении к оптимуму, большой шаг увеличивает вероятность проскока области оптимума.

С учетом рекомендаций по его выбору (см. [2]), в качестве шага возьмем 1/100 от $b_i \cdot \Delta X_i$. Для облегчения работы шаги обычно округляют. После округления значение шага по фактору x_1 составит $\Delta_1 = 0{,}05$; по фактору x_2 - $\Delta_2 = 6{,}0$.

План по крутому восхождению в кодированных переменных будет выглядеть так:

№ опыта...	6	7	8	9	10
x_1.........	0_{x_1}	$0+\Delta_1$	$0+2\cdot\Delta_1$	$0+3\cdot\Delta_1$	$0+4\cdot\Delta_1$
x_2.........	0_{x_2}	$0+\Delta_2$	$0+2\cdot\Delta_2$	$0+3\cdot\Delta_2$	$0+4\cdot\Delta_2$

Для натуральных значений уровней факторов получим:

№ опыта...	6	7	8	9	10
x_1.........	0,22	0,22+0,05	0,22+0,10	0,22+0,15	0,22+0,20
x_2.........	20	20+6	20+12	20+18	20+24

Пусть, реализовав эту серию опытов, мы получили, например, следующие значения выхода:

№ опыта...	6	7	8	9	10
Выход ...	165	210	270	270	260

Как видно, начиная с **восьмого** опыта, дальнейшее изменение значений факторов (движение по градиенту) уже не приводит к изменению выхода $(\bar{S}_{вых})$. Результат **десятого** опыта показывает, что мы прошли зону оптимума. Таким образом, можно считать, что оптимальное соотношение факторов составляет: $x_1 = 0,22 + 0,10 = 0,32$; $x_2 = 20 + 12 = 32$ *мин*.

Чтобы уточнить оптимальное соотношение, ставится новый факторный эксперимент в найденной зоне оптимума. Если какой-либо из коэффициентов регрессии при линейных членах окажется значимым (в зоне оптимума коэффициенты регрессии при линейных членах уравнения должны быть незначимыми), то необходимо скорректировать соответственно полученное оптимальное соотношение, наметив последующую программу крутого восхождения по вновь рассчитанному градиенту.

ЛИТЕРАТУРА

1. Еремин Н. Ф. Процессы и аппараты в технологии строительных материалов: Учеб. для вузов по спец. «Производство строит. изделий и конструкций». – М.: Высш. шк., 1986. – 280 с.: ил.
2. Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. – 279 с.: ил.
3. Красовский Г. И., Филаретов Г. Ф. Планирование эксперимента. – Мн.: Изд-во БГУ, 1982. – 302 с., ил.

Приложение 1

Значение t – критерия Стьюдента при 5 % – ном уровне значимости [2]

Число степеней свободы	Значение t – критерия	Число степеней свободы	Значение t – критерия	Число степеней свободы	Значение t – критерия
1	12.71	11	2.201	21	2.080
2	4.303	12	2.179	22	2.074
3	3.182	13	2.160	23	2.069
4	2.776	14	2.145	24	2.064
5	2.571	15	2.131	25	2.060
6	2.447	16	2.120	26	2.056
7	2.365	17	2.110	27	2.052
8	2.306	18	2.101	28	2.048
9	2.262	19	2.093	29	2.045
10	2.228	20	2.086	30	2.042

Приложение 2

Значение F – критерия Фишера при 5 % – ном уровне значимости [2]

f_2^*	$f_1^* = 1$	2	3	4	5	6	12	24
1	164.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	244.9	249.0
2	18.5	19.2	19.2	19.3	19.3	19.3	19.4	19.4
3	10.1	9.6	9.3	9.1	9.0	8.9	8.7	8.6
4	7.7	6.9	6.6	6.4	6.3	6.2	5.9	5.8
5	6.6	5.8	5.4	5.2	5.1	5.0	4.7	4.5
6	6.0	5.1	4.8	4.5	4.4	4.3	4.0	3.8
7	5.5	4.7	4.4	4.1	4.0	3.9	3.6	3.4
8	5.3	4.5	4.1	3.8	3.7	3.6	3.3	3.1
9	5.1	4.3	3.9	3.6	3.5	3.4	3.1	2.9
10	5.0	4.1	3.7	3.5	3.3	3.2	2.9	2.7
11	4.8	4.0	3.6	3.4	3.2	3.1	2.8	2.6
12	4.8	3.9	3.5	3.3	3.1	3.0	2.7	2.5
13	4.7	3.8	3.4	3.2	3.0	2.9	2.6	2.4
14	4.6	3.7	3.3	3.1	3.0	2.9	2.5	2.3
15	4.5	3.7	3.3	3.1	2.9	2.8	2.5	2.3
16	4.5	3.6	3.2	3.0	2.9	2.7	2.4	2.2
17	4.5	3.6	3.2	3.0	2.8	2.7	2.4	2.2
18	4.4	3.6	3.2	2.9	2.8	2.7	2.3	2.1
19	4.4	3.5	3.1	2.9	2.7	2.6	2.3	2.1
20	4.4	3.5	3.1	2.9	2.7	2.6	2.3	2.1
22	4.3	3.4	3.1	2.8	2.7	2.6	2.2	2.0
24	4.3	3.4	3.0	2.8	2.6	2.5	2.2	2.0

Здесь f_1 – число степеней свободы большей дисперсии; f_2 – то же, меньшей.

Приложение 3

G – распределение Кохрена при 5 % – ном уровне значимости [3]

f_2 \ F_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0.9985	0.9750	0.9392	0.9057	0.8772	0.8534	0.8332	0.8159	0.8010	0.7880
3	9669	8709	7977	7457	7071	6771	6530	6333	6167	6025
4	9065	7679	6841	6287	5895	5598	5365	5175	5017	4884
5	0.8412	0.6838	0.5981	0.5440	0.5063	0.4783	0.4564	0.4387	0.4241	0.4118
6	7808	6161	5321	4803	4447	4184	3980	3817	3682	3568
7	7271	5612	4800	4307	3974	3726	3535	3384	3259	3154
8	0.6798	0.5157	0.4377	0.3910	0.3595	0.3362	0.3185	0.3043	0.2926	0.2829
9	6385	4775	4027	3584	3286	3067	2901	2768	2659	2568
10	6020	4450	3733	3311	3029	2823	2666	2541	2439	2353
12	0.5410	0.3924	0.3264	0.2880	0.2624	0.2439	0.2299	0.2187	0.2098	0.2020
15	4709	3346	2758	2419	2195	2034	1911	1815	1736	1671
20	3894	2705	2205	1921	1735	1602	1501	1422	1357	1303
24	0.3434	0.2354	0.1907	0.1656	0.1493	0.1374	0.1286	0.1216	0.1160	0.1113

Учебное издание

Составитель: Колесников Николай Андреевич

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторной работы

“Построение модели процесса помола зернистого материала в шаровой мельнице”

по дисциплине

“Процессы и аппараты в технологии строительных материалов“

для студентов специальности 70 01 01

Ответственный за выпуск: Н.А. Колесников

Редактор: Т.В. Строкач

Компьютерная вёрстка: Е.Л. Кармаш

Корректор: Е.В. Никитчик

Подписано к печати 14.03.2008 г. Формат $60\times84^1/_{16}$. Бумага писчая. Гарнитура Arial Narrow. Усл.п.л. 1,16. Уч.изд.л. 1,25. Тираж 80 экз. Заказ № 248. Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный технический университет».

224017, Брест, ул. Московская, 267