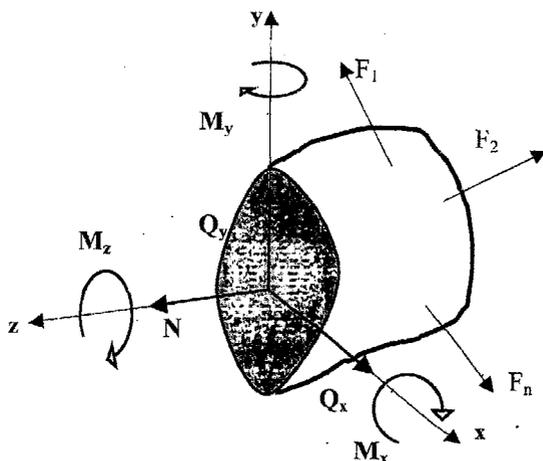


ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению расчетно-проектировочных работ
по курсу “Сопротивление материалов”
(осенний семестр)



Сопротивление материалов является одной из фундаментальных дисциплин при подготовке инженеров строительных специальностей.

Для закрепления материала и приобретения навыков инженерных расчетов студенты выполняют расчетно-проектировочные работы по основным разделам курса.

Настоящие задания и методические указания позволяют индивидуализировать и активизировать самостоятельную работу студентов при изучении курса «Сопротивление материалов».

ВВЕДЕНИЕ.

Задания и методические указания к расчетно-проектировочным работам соответствуют базовым учебным планам специальностей Т19.01.00, Т19.02.00, Т19.03.00 и Т19.06.00 и охватывают наиболее важные разделы курса сопротивления материалов, которые изучаются студентами в осеннем семестре на втором курсе. Методические указания позволяют студентам изучить и применить теоретический материал при решении задач по геометрическим характеристикам плоских сечений, построению эпюр внутренних силовых факторов и по расчетам на растяжение-сжатие элементов строительных конструкций.

УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНЫХ РАБОТ.

1. Необходимые данные к выполнению расчетно-проектировочных работ следует принимать по схемам и таблицам согласно номеру варианта и номеру схемы.
2. Расчетно-проектировочная работа выполняется на стандартных листах формата А4 (210×297 мм) и оформляется в следующем порядке: титульный лист, задание на расчетно-проектировочную работу, текст расчетов, выводы, перечень литературы.
3. Чертежи и схемы следует выполнять на отдельных листах с соблюдением правил графики и масштабов. На эпюрах, чертежах необходимо указывать значение числовых величин, используемых в расчетах.
4. Значения полученных расчетных величин следует округлять до десятых или сотых с указанием размерностей и подчеркивать в конце каждого расчета.
5. Для проверки правильности выполненных расчетов по геометрическим характеристикам, эпюрам внутренних силовых факторов необходимо воспользоваться пакетом программ в вычислительном центре кафедры вычислительной техники и прикладной математики.

1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ.

1.1. Площадь сечения.

При оценке прочности, жесткости и устойчивости элементов строительных конструкций необходимо знать не только механические свойства материалов, но и располагать значениями ряда геометрических характеристик их поперечных сечений.

Площадь A является простейшей геометрической характеристикой поперечного сечения брусьев, которая в обобщенном варианте может быть представлена как

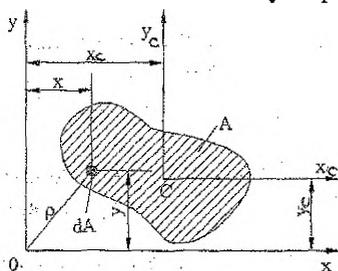
$$A = \int_A dA, \quad (\text{м}^2, \text{см}^2), \quad (1.1)$$

где индекс A у знака интеграла указывает на то, что интегрирование ведётся по всей площади сечения. Для вычисления площадей простейших фигур: прямоугольник, треугольник, круг и т.д. формулы хорошо известны, а любое сложное сечение может быть разбито на ряд простейших фигур, тогда площадь всего сечения определяется простым алгебраическим суммированием площадей этих фигур. С использованием интегрального исчисления (1.1) определяются площади сечений, ограниченных криволинейным контуром, вид которого определяется уравнением.

1.2. Статические моменты поперечных сечений.

Статические моменты поперечного сечения используются при определении положения его центра тяжести.

Рассмотрим сечение произвольной формы площадью A в осях координат x , y и выделим вокруг произвольной точки сечения с координатами x и y элементарную площадку dA (рис.1.1), тогда статические моменты S_x и S_y относительно осей x и y определяются:



$$S_x = \int_A y dA, (\text{м}^3); \quad (1.2)$$

$$S_y = \int_A x dA, (\text{м}^3) \quad (1.3)$$

Рис. 1.1.

Статическим моментом сечения относительно какой-либо оси называется сумма произведений элементарной площадки dA на расстояние её до рассматриваемой оси, взятая по всей площади сечения A . Размерность статических моментов – $\text{м}^3, \text{см}^3$. Координаты элементарных площадок dA могут быть положительными, отрицательными или равными нулю. Следовательно, статический момент сечения может быть положительным, отрицательным или равным нулю. Если статический момент относительно некоторой оси равен нулю, то эта ось проходит через центр тяжести сечения и называется центральной осью.

Руководствуясь теоретической механикой (статика), и используя установленную аналогию, заключаем, что выражения (1.2), (1.3) можно представить в виде:

$$S_x = y_c A; \quad (1.4)$$

$$S_y = x_c A; \quad (1.5)$$

где x_c, y_c координаты центра тяжести C площади A (рис. 1.1).

Формулы (1.4) и (1.5) позволяют определить координаты центра тяжести сечения, т.е.

$$x_c = \frac{S_y}{A}; \quad (1.6)$$

$$y_c = \frac{S_x}{A} \quad (1.7)$$

Для сложных или составных сечений координаты центра тяжести определяются:

$$x_c = \frac{\sum S_{y_i}}{\sum A_i} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i}; \quad (1.8)$$

$$y_c = \frac{\sum S_{x_i}}{\sum A_i} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} \quad (1.9)$$

1.3. Моменты инерции поперечных сечений.

Рассмотрим сечение А (рис.1.1), отнесённое к осям координат x, y , лежащим в плоскости сечения и имеющим начало в точке О.

Осевым моментом инерции сечения (рис. 1.1) относительно какой-либо оси называется сумма произведений элементарной площадки dA на квадрат расстояния её до соответствующей оси, взятая по всей площади А. Осевой момент инерции обозначается буквой I с индексом, указывающим, относительно какой оси он вычисляется.

Момент инерции сечения А относительно оси x

$$I_x = \int_A y^2 dA, \quad (m^4) \quad (1.10)$$

Момент инерции сечения А относительно оси y

$$I_y = \int_A x^2 dA, \quad (m^4) \quad (1.11)$$

Осевые моменты инерции сечения (квадрат координаты, умноженный на площадь) всегда положительны. Размерность моментов инерции метр или сантиметр в четвёртой степени.

Полярным моментом инерции сечения называется сумма произведений элементарной площадки dA на квадрат соответствующего ей полярного радиуса относительно избранного полюса, взятая по всей площади А. Полярный момент инерции сечения А (рис. 1.1) относительно начала координат (полюса) О равен:

$$I_p = \int_A \rho^2 dA, \quad (m^4) \quad (1.12)$$

Из рис. 1.1 следует, что полярный момент инерции сечения А относительно начала координат равен сумме моментов инерции этого же сечения относительно осей x и y .

$$I_p = \int_A \rho^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA = I_x + I_y = \text{const} \quad (1.13)$$

Выражение (1.13) показывает, что сумма осевых моментов инерции является величиной постоянной и не зависит от угла поворота координатных

осей x, y относительно своего начала координат, т.е. при повороте осей x, y относительно своего начала O каждый момент инерции изменяется, но сумма их остаётся неизменной.

Иногда в расчетных формулах вводятся вспомогательные величины i_x, i_y , называемые радиусами инерции, размерность которых — единица длины, метр или сантиметр.

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}; \quad (1.14)$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}. \quad (1.15)$$

Центробежным моментом инерции сечения (рис. 1.1) относительно осей координат x, y называется сумма произведений элементарной площадки dA на обе соответствующие ей координаты x, y , взятая по всей площади A . Центробежный момент инерции площади обозначается буквой I с двумя индексами x, y , указывающими, относительно каких осей он вычисляется, измеряется в метрах или сантиметрах в четвёртой степени:

$$I_{xy} = \int_A xy dA, \quad (M^4) \quad (1.16)$$

Центробежный момент инерции может быть положительным, отрицательным и равным нулю в зависимости от расположения сечения и осей координат x, y . В частности, центробежный момент инерции равен нулю относительно осей, из которых одна или обе являются осями симметрии сечения. Оси, относительно которых центробежный момент инерции равен нулю, называются главными осями инерции. Следовательно, оси координат, если хотя бы одна из которых является осью симметрии сечения, будут главными осями инерции.

Оказывается, что через любую точку сечения можно провести две взаимно перпендикулярные оси, относительно которых центробежный момент инерции равен нулю, т.е. две главные оси. Главные оси, проходящие через центр тяжести сечения, называются главными центральными осями инерции сечения (U, V).

Осевые моменты инерции относительно главных или главных центральных осей называются главными или главными центральными осевыми моментами инерции (I_U, I_V).

Центробежный момент инерции может быть вычислен путём непосредственного интегрирования выражения (1.16). Знак центробежного момента некоторых сечений легко устанавливается, если известно расположение главных осей инерции. Так, центробежный момент инерции положителен, если ось с максимальным моментом инерции проходит через 2-ю и 4-ю четверти, отрицателен, если эта ось проходит через 1-ю и 3-ю четверти. Для иллюстрации указанного правила знаков на рис. 1.2 показано

четыре варианта расположения равнобокого уголка с указанием знака центробежного момента инерции:

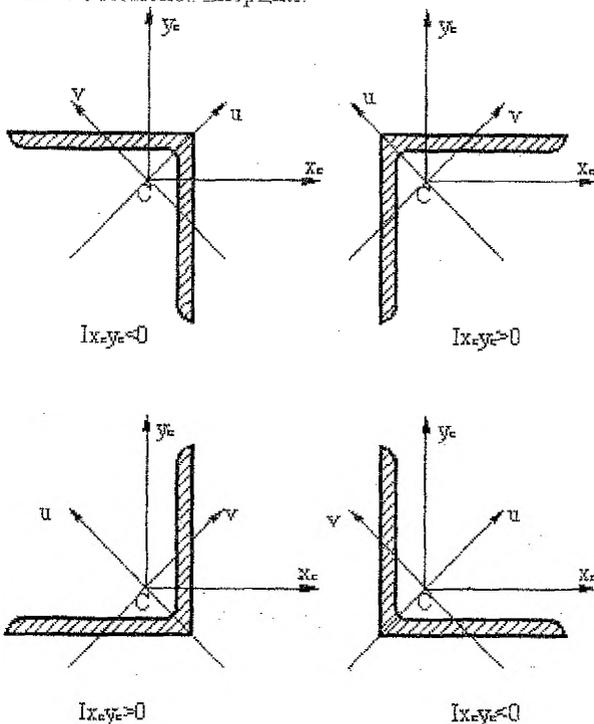


Рис. 1.2.

Указанное правило знаков центробежного момента относится и к другим видам сечений, в том числе и составным. Величина центробежного момента инерции для уголка относительно центральных осей (x_c, y_c) определяется по следующим формулам:

$$I_{x_c y_c} = \pm \frac{I_u - I_v}{2} \sin 2\alpha; \quad (1.17)$$

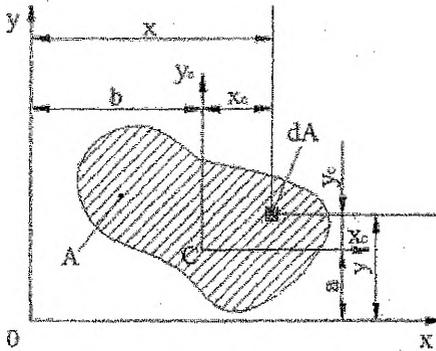
$$I_{x_c y_c} = \pm \sqrt{(I_{x_c} - I_v)(I_{y_c} - I_v)}; \quad (1.18)$$

$$I_{x_c y_c} = \pm \sqrt{(I_u - I_{x_c})(I_u - I_{y_c})},$$

где I_u, I_v , - главные центральные моменты инерции уголка; α - угол между осями x_c, y_c и U, V .

1.4. Зависимость между моментами инерции поперечных сечений относительно параллельных осей.

Рассмотрим сечение площадью A с центральными осями x_c, y_c (рис. 1.3). Пусть моменты инерции относительно центральных осей известны:



$$I_{x_c} = \int_A y_c^2 dA;$$

$$I_{y_c} = \int_A x_c^2 dA;$$

$$I_{x_c y_c} = \int_A x_c y_c dA.$$

Рис. 1.3.

Пусть требуется определить моменты инерции рассматриваемого сечения относительно осей x, y , параллельных заданным центральным осям x_c, y_c , с координатами центра тяжести C в новых осях (a, b) . Используя определения моментов инерции, составим следующие выражения:

$$I_x = \int_A y^2 dA; \quad I_y = \int_A x^2 dA; \quad I_{xy} = \int_A xy dA;$$

С учетом рис. 1.3 запишем: $x = x_c + b$; $y = y_c + a$.

Тогда:

$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_A (y_c + a)^2 dA = \int_A y_c^2 dA + 2a \int_A y_c dA + a^2 \int_A dA = I_{x_c} + 2aS_{x_c} + a^2 A$$

Поскольку ось x_c является центральной, то $S_{x_c} = 0$. Окончательно получим:

$$I_x = I_{x_c} + a^2 A; \quad (1.19)$$

Поступая аналогично получим:

$$I_y = I_{y_c} + b^2 A; \quad (1.20)$$

$$I_{xy} = I_{x_c y_c} + abA. \quad (1.21)$$

Сравнивая моменты инерции сечения для ряда параллельных осей нетрудно установить, что относительно центральной оси будет наименьшее значение, то есть, удаляя ось от центра тяжести, будет увеличиваться значение момента инерции.

1.5. Моменты инерции простых сечений.

Для ряда простейших по форме поперечных сечений определим моменты инерции.

1) Прямоугольник (рис. 1.4, а).

Определим момент инерции прямоугольника $(b \times h)$ относительно оси x , проходящей через его основание b . Воспользуемся определением осевого момента инерции (1.10) и выделим на расстоянии y от оси x элементарную полоску шириной b и высотой dy , т.е. $dA = bdy$

$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_0^h y^2 b dy = \frac{bh^3}{3}. \quad (1.22)$$

Выражение (1.22) можно применить и для определения момента инерции относительно оси x для параллелограмма (рис. 1.4, б), т.к. осевой момент инерции не изменится, если каждый элемент площадки $dA = bdy$ переместить параллельно оси x , относительно которой вычисляется момент инерции.

Для определения момента инерции относительно центральной оси x_c , параллельной основанию прямоугольника b , воспользуемся выражением (1.19)

$$I_{x_c} = I_x - a^2 A = \frac{bh^3}{3} - \left(\frac{h}{2}\right)^2 bh = \frac{bh^3}{12}. \quad (1.23)$$

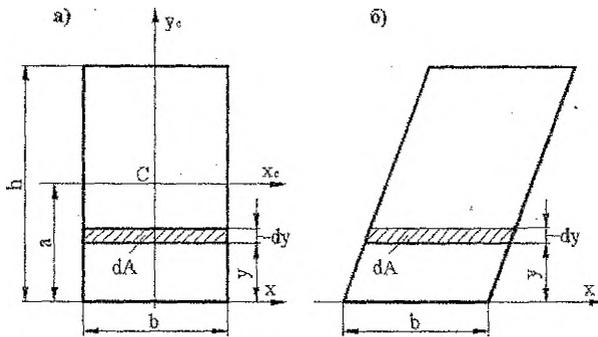


Рис. 1.4

Момент инерции прямоугольника относительно центральной оси y_c (рис. 1.4, а), параллельной стороне h , по аналогии с (1.22) запишем:

$$I_{y_c} = \frac{hb^3}{12}. \quad (1.23)$$

2) Треугольник (рис. 1.5).

Вычислим момент инерции треугольника относительно центральной оси x_c , параллельной основанию b :

$$I_{x_c} = \int_A y_c^2 dA = \int_{-h/3}^{2h/3} y_c^2 (x_c dy_c), \quad (1.24)$$

где x_c ширина элементарной полоски dA (рис. 1.5) легко определяется из подобия треугольников:

$$x_c = \frac{b}{h} \left(\frac{2}{3} h - y_c \right).$$

Тогда

$$I_{x_c} = \int_{-b/3}^{2b/3} y_c^2 \frac{b}{h} \left(\frac{2}{3}h - y_c \right) dy_c = \frac{bh^3}{36}; \quad I_{x_c} = \frac{bh^3}{36} \quad (1.25)$$

Поступая аналогично получим:

$$I_{y_c} = \frac{hb^3}{48} \quad (1.25a)$$

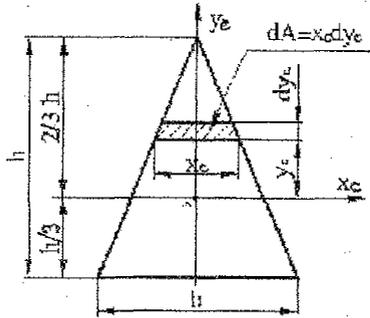


Рис. 1.5.

1) Круг (рис. 1.6).

Сначала определим полярный момент инерции круга относительно его центра С:

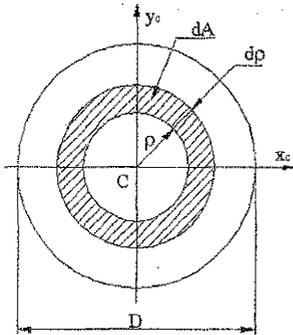


Рис. 1.6.

$$I_p = \int_A \rho^2 dA.$$

В качестве элементарной площадки dA выберем кольцевую полоску радиусом ρ и толщиной $d\rho$. Тогда:

$$dA = 2\pi\rho d\rho,$$

$$I_p = \int_A \rho^2 dA = \int_0^{D/2} 2\pi\rho^3 d\rho = \frac{\pi D^4}{32} \approx 0,1D^4. \quad (1.26)$$

Для кольца с внешним диаметром D и внутренним диаметром d полярный момент инерции относительно его центра равен:

$$I_p = \int_{d/2}^{D/2} 2\pi\rho^3 d\rho = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) \approx 0,1(D^4 - d^4). \quad (1.27)$$

Для круга любые взаимно перпендикулярные центральные оси являются главными с учетом условия симметрии, а осевые моменты инерции круга относительно любых центральных осей равны между собой, т.е. $I_{x_c} = I_{y_c}$.

С учетом (1.13) и (1.26) получим:

$$I_p = I_{x_c} + I_{y_c} = \frac{\pi D^4}{32}.$$

Тогда осевые моменты инерции относительно центральных осей будут равны:

$$I_{x_c} = I_{y_c} = \frac{\pi D^4}{64} \quad \text{или} \quad I_{x_c} = I_{y_c} = \frac{\pi R^4}{4}. \quad (1.28)$$

Аналогичным образом для трубчатого сечения получим:

$$I_{x_c} = I_{y_c} = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) \approx 0,05(D^4 - d^4). \quad (1.29)$$

Формулы для определения моментов инерции сечений простейшей формы приведены в таблице 1.1. Геометрические характеристики стандартных профилей (двутавр, швеллер и др.) приведены в соответствующих таблицах ГОСТ или справочниках.

1.6. Зависимости между моментами инерции сечения при повороте осей координат.

Допустим, что моменты инерции сечения (рис. 1.7) относительно координатных осей x и y известны:

$$I_x = \int_A y^2 dA; \quad I_y = \int_A x^2 dA; \quad I_{xy} = \int_A xy dA,$$

а требуется определить моменты инерции сечения относительно осей x_1 и y_1 , которые повернуты на угол α по отношению к осям x и y . Из геометрических построений (рис. 1.7) следует, что:

$$x_1 = x \cos \alpha + y \sin \alpha; \quad y_1 = y \cos \alpha - x \sin \alpha;$$

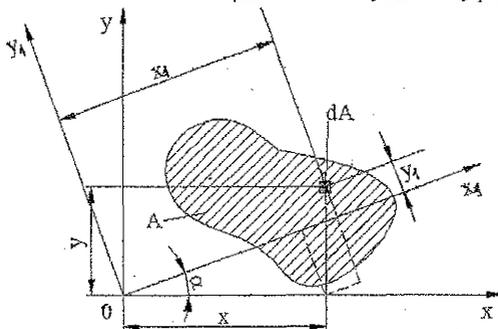
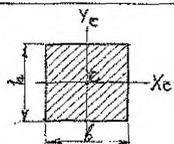
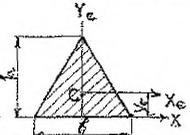
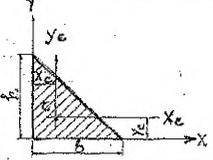
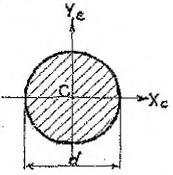
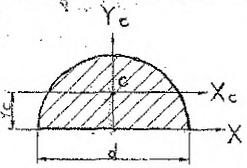
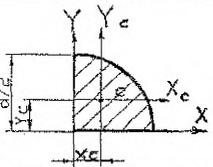
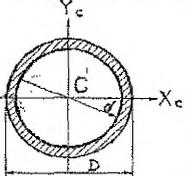


Рис. 1.7.

Таблица 1.1

1 Форма сечения	2 Площадь сечения	3 Осевые моменты инерции	4 Центробежный момент инерции
	$A = b \cdot h$	$I_{x_c} = \frac{bh^3}{12}$ $I_{y_c} = \frac{hb^3}{12}$	$I_{x_c y_c} = 0$
	$A = \frac{1}{2} b \cdot h$	$I_{x_c} = \frac{bh^3}{36}$ $I_{y_c} = \frac{hb^3}{48}$	$I_{x_c y_c} = 0$
	$A = \frac{1}{2} b \cdot h$	$I_{x_c} = \frac{bh^3}{36}$ $I_{y_c} = \frac{hb^3}{36}$	$I_{x_c y_c} = -\frac{b^2 h^2}{72}$ $I_{xy} = \frac{b^2 h^2}{24}$
	$A = \frac{\pi d^2}{4}$	$I_x = I_{y_c} = \frac{\pi d^4}{64}$ $I_{x_c} = 0,007 d^4$	$I_{x_c y_c} = 0$
	$A = \frac{\pi d^2}{8}$	$I_{x_c} = I_{y_c} = \frac{\pi d^4}{128}$ $I_p = 0,007 d^4$	$I_{x_c y_c} = 0$
	$A = \frac{\pi d^2}{16}$	$I_{x_c} = I_{y_c} = 0,0035 d^4$	$I_{x_c y_c} = -0,0013 d^4$ $I_{xy} = \frac{d^4}{128}$
	$A = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}$	$I_{x_c} = I_{y_c} = \frac{\pi d^4}{64} (1 - \alpha^4)$ $\alpha = \frac{d}{D}$ $I_p = \frac{\pi d^4}{32} (1 - \alpha^4)$	$I_{x_c y_c} = 0$

В соответствии с определением моментов инерции или формул (1.10), 1.11, 1.16) имеем:

$$I_{x_1} = \int_A y_1^2 dA; \quad I_{y_1} = \int_A x_1^2 dA; \quad I_{x_1 y_1} = \int_A x_1 y_1 dA.$$

Подставив в подынтегральные выражения значения x_1 и y_1 и сделав преобразования получим формулы изменения осевых и центробежного моментов инерции при повороте осей координат:

$$I_{x_1} = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha; \quad (1.30)$$

$$I_{y_1} = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha; \quad (1.31)$$

$$I_{x_1 y_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha. \quad (1.32)$$

Просуммировав формулы (1.30) и (1.31) получим подтверждение формулы (1.13), т.е.

$$I_{x_1} + I_{y_1} = I_x + I_y = I_p = \text{const.}$$

Из этого следует, что при повороте осей координат, каждый из моментов инерции в отдельности (I_{x_1} и I_{y_1}) меняют свою величину, в то время как их сумма остается постоянной.

1.7. Главные оси и главные осевые моменты инерции сечения.

Главными осями называются оси, относительно которых моменты инерции достигают экстремальных значений или оси, относительно которых центробежный момент инерции равен нулю. Поэтому для определения положения главных осей необходимо приравнять к нулю производную от осевого момента инерции, например, I_{x_1} (1.30) по углу α или в формуле (1.32) приравнять к нулю значение центробежного момента инерции, т.е. $I_{x_1 y_1} = 0$. Тогда получим с учетом преобразований:

$$\text{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}. \quad (1.33)$$

Положительный угол α_0 отсчитывается против хода часовой стрелки от осей x, y , а отрицательный угол - по ходу часовой стрелки. При этом главная максимальная ось инерции составляет угол α_0 с осью x или y , относительно которой осевой момент инерции имеет большее значение.

Подставив значение α_0 в формулы (1.30)...(1.32) и сделав преобразования, получим формулу для определения величины главных моментов инерции.

$$\left. \begin{matrix} I_u \\ I_v \end{matrix} \right\} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}. \quad (1.34)$$

Знак «+» перед корнем в формуле (1.34) определяет величину максимального момента инерции (I_u), а знак «-» величину минимального (I_v).

1.8. Эллипс инерции сечения.

Изменение осевых моментов инерции сечения при повороте осей можно исследовать графоаналитическим методом. Для этого на главных осях инерции строят эллипс инерции сечения, предварительно определив радиусы инерции i_u , i_v по формулам (1.14) и (1.15). При этом радиус i_u следует откладывать на оси V , а радиус i_v – на оси U (рис 1.8).

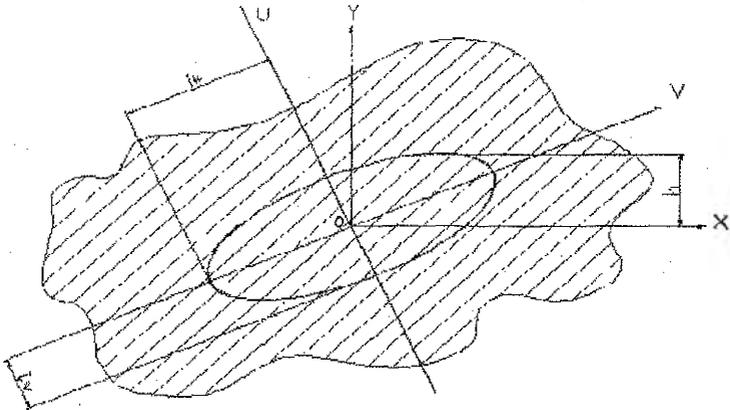


Рис. 1.8.

Построив эллипс инерции, можно графически определить момент инерции относительно любой оси сечения, например, оси X , проходящей через центр тяжести сечения. Для этого проводят к эллипсу касательную параллельную оси X и измеряют, с учетом масштаба, расстояние h между касательной и осью X . Тогда осевой момент инерции относительно центральной оси X будет равен $I_x = h^2 A$

1.9. Пример определения положения главных центральных осей и величины главных центральных моментов инерции плоских сечений.

Для сечения (рис. 1.9), составленного из двух швеллеров [№12 , определить:

- 1) Положение центра тяжести составного сечения;
- 2) Моменты инерции сечения относительно центральных осей;
- 3) Положение главных центральных осей;
- 4) Главные центральные моменты инерции;
- 5) Главные радиусы инерции;

Решение.

1. Определение положения центра тяжести сечения.

На отдельной странице покажем составное сечение (рис.1.9) и выберем вспомогательные оси координат x, y . Рассматривая простые сечения, выпишем из таблицы сортамента прокатных профилей значения площадей, размеров, моментов инерции и определим координаты центров тяжести в осях x, y .

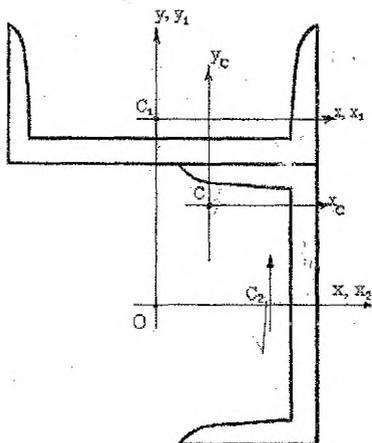


Рис 1.9

а) Для первого сечения

The diagram shows the top flange section with height h_1 and width b_1 . The centroid is C_1 . The coordinate system (x_1, y_1) is centered on the flange, with y_1 pointing upwards and x_1 pointing to the right. The distance from the bottom edge of the flange to the centroid is $Z_{0,1}$.

$h_1=12\text{см}; b_1=5,2\text{ см}; Z_{0,1}=1,54\text{см};$
 $A_1=13,3\text{см}^2; I_{x_1}=31,2\text{см}^4; I_{y_1}=304$
 $\text{см}^4;$
 $x_1=0; y_1=h_1/2+Z_{0,1}=6+1,54=7,54\text{см};$

б) Для второго сечения

The diagram shows the web section with height h_2 and width b_2 . The centroid is C_2 . The coordinate system (x_2, y_2) is centered on the web, with y_2 pointing upwards and x_2 pointing to the right. The distance from the top edge of the web to the centroid is $Z_{0,2}$.

$h_2=12\text{см}; b_2=5,2\text{ см}; Z_{0,2}=1,54\text{см};$
 $A_2=13,3\text{см}^2; I_{x_2}=304\text{см}^4; I_{y_2}=31,2\text{ см}^4;$
 $x_2=h_1/2 - Z_{0,2}=6-1,54=4,46\text{см}; y_2=0;$

Определим статические моменты сечения относительно осей x, y .

$$S_x = S_x^1 + S_x^2 = y_1 A_1 + y_2 A_2 = 7,54 \cdot 13,3 + 0 = 100,3 \text{ см}^3;$$

$$S_y = S_y^1 + S_y^2 = x_1 A_1 + x_2 A_2 = 0 + 4,46 \cdot 13,3 = 59,3 \text{ см}^3.$$

Общая площадь

$$A = A_1 + A_2 = 13,3 + 13,3 = 26,6 \text{ см}^2$$

Координаты центра тяжести составного сечения

$$y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{100,3}{26,6} = 3,77 \text{ см};$$

$$x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{59,3}{26,6} = 2,23 \text{ см}.$$

Изобразим на схеме составного сечения центральные оси x_c, y_c с учетом полученных значений координат центра тяжести (т.С).

2. Определение моментов инерции сечения относительно центральных осей.

Определим координаты центров тяжести простых сечений относительно центральных осей x_c, y_c

$$x_{c_1} = x_1 - x_c = 0 - 2,23 = -2,23 \text{ см};$$

$$y_{c_1} = y_1 - y_c = 7,54 - 3,77 = 3,77 \text{ см};$$

$$x_{c_2} = x_2 - x_c = 4,46 - 2,23 = 2,23 \text{ см};$$

$$y_{c_2} = y_2 - y_c = 0 - 3,77 = -3,77 \text{ см};$$

Пользуясь формулами для моментов инерции относительно параллельных осей (1.19)...(1.21), определим осевые и центробежный моменты инерции составного сечения относительно центральных осей x_c, y_c .

$$\begin{aligned} I_{x_c} &= I_{x_c}^1 + I_{x_c}^2 = I_{x_1} + y_{c_1}^2 A_1 + I_{x_2} + y_{c_2}^2 A_2 = \\ &= 31,2 + 3,77^2 \cdot 13,3 + 304 + 3,77^2 \cdot 13,3 = 713,1 \text{ см}^4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{y_c} &= I_{y_c}^1 + I_{y_c}^2 = I_{y_1} + x_{c_1}^2 A_1 + I_{y_2} + x_{c_2}^2 A_2 = \\ &= 304 + 2,23^2 \cdot 13,3 + 31,2 + 2,23^2 \cdot 13,3 = 467 \text{ см}^4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{x_c y_c} &= I_{x_c y_c}^1 + I_{x_c y_c}^2 = I_{x_1 y_1} + x_{c_1} y_{c_1} A_1 + I_{x_2 y_2} + x_{c_2} y_{c_2} A_2 = \\ &= 0 - 2,23 \cdot 3,77 \cdot 13,3 + 0 - 2,23 \cdot 3,77 \cdot 13,3 = -223 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

3. Определение положения главных центральных осей.

Угол поворота главных центральных осей инерции относительно центральных определяется по формуле:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{x_c y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}} = -\frac{2 \cdot 223}{713 - 467} = 1,82.$$

По тангенсу находим: $2\alpha_0 = 60^\circ 30'$ или $\alpha_0 = 30^\circ 15'$.

Угол α_0 отсчитывается от оси X_c в направлении, противоположном движению часовой стрелки.

На (рис.1.10) показано положение главных центральных осей U и V рассматриваемого сечения.

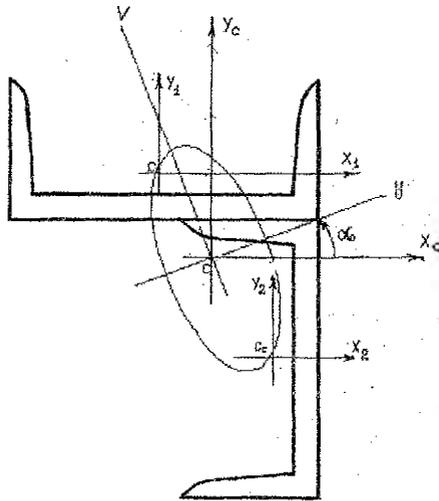


Рис 1.10

1. Определение главных центральных моментов инерции.
Вспользуемся следующей формулой:

$$\left. \begin{array}{l} I_u \\ I_v \end{array} \right\} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2};$$

$$\left. \begin{array}{l} I_u \\ I_v \end{array} \right\} = \frac{713 + 467}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(713 - 467)^2 + 4 \cdot 223^2} = 590 \pm \frac{1}{2} \sqrt{246^2 + 4 \cdot 223^2} =$$

$$= 590 \pm 255;$$

$$I_u = 590 + 255 = 845 \text{ см}^4;$$

$$I_v = 590 - 255 = 335 \text{ см}^4;$$

Проверка:

$$I_u + I_v = I_{x_c} + I_{y_c};$$

$$845 + 335 = 713 + 467;$$

$$1180 = 1180 \text{ см}^4;$$

2. Определение главных радиусов инерции.

$$I_u = \sqrt{\frac{I_u}{A}} = \sqrt{\frac{845}{26,6}} = 5,6 \text{ см}; \quad I_v = \sqrt{\frac{I_v}{A}} = \sqrt{\frac{335}{26,6}} = 3,5 \text{ см}.$$

Зная величину главных радиусов инерции можно построить эллипс

инерции для графического определения моментов инерции относительно других центральных осей.

1.10. Вопросы для самопроверки.

1. Что такое осевой, полярный и центробежный моменты инерции? Какова их размерность?
2. Изменяется ли сумма осевых моментов инерции при повороте осей координат?
3. Как определяются координаты центра тяжести плоского сечения?
4. Какие знаки могут иметь моменты инерции?
5. Как изменяются осевые и центробежные моменты инерции?
 - а) при параллельном переносе осей;
 - б) при повороте осей.
6. Какие оси называются главными?
7. Для каких сечений можно без вычисления определить положение главных центральных осей?
8. Каковы главные моменты инерции по сравнению с моментами инерции относительно любой другой пары центральных осей?
9. Какой момент инерции квадратного сечения больше: относительно центральных осей, параллельных сторонам, или относительно центральной оси, проходящей по диагонали?
10. Чему равны главные моменты инерции прямоугольника, треугольника и круга?
11. Как определяется момент инерции сложной фигуры, если ее можно разбить на простые фигуры, моменты инерции которых известны?
12. Что называется радиусом инерции?
13. Какими свойствами обладает эллипс инерции?
14. Для каких сечений центробежный момент инерции равен нулю?
15. Как установить знак центробежного момента инерции уголка?

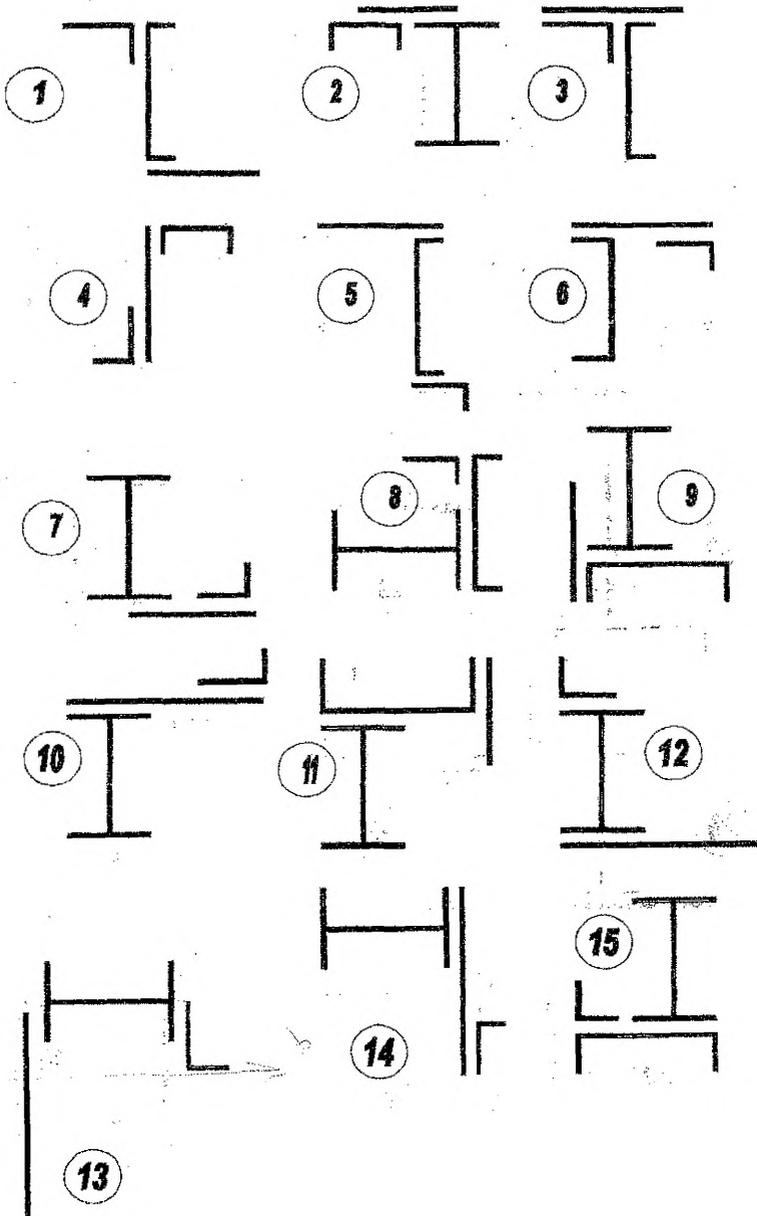
1.11. Задание по расчетно-проектировочной работе №1. “Геометрические характеристики плоских сечений”.

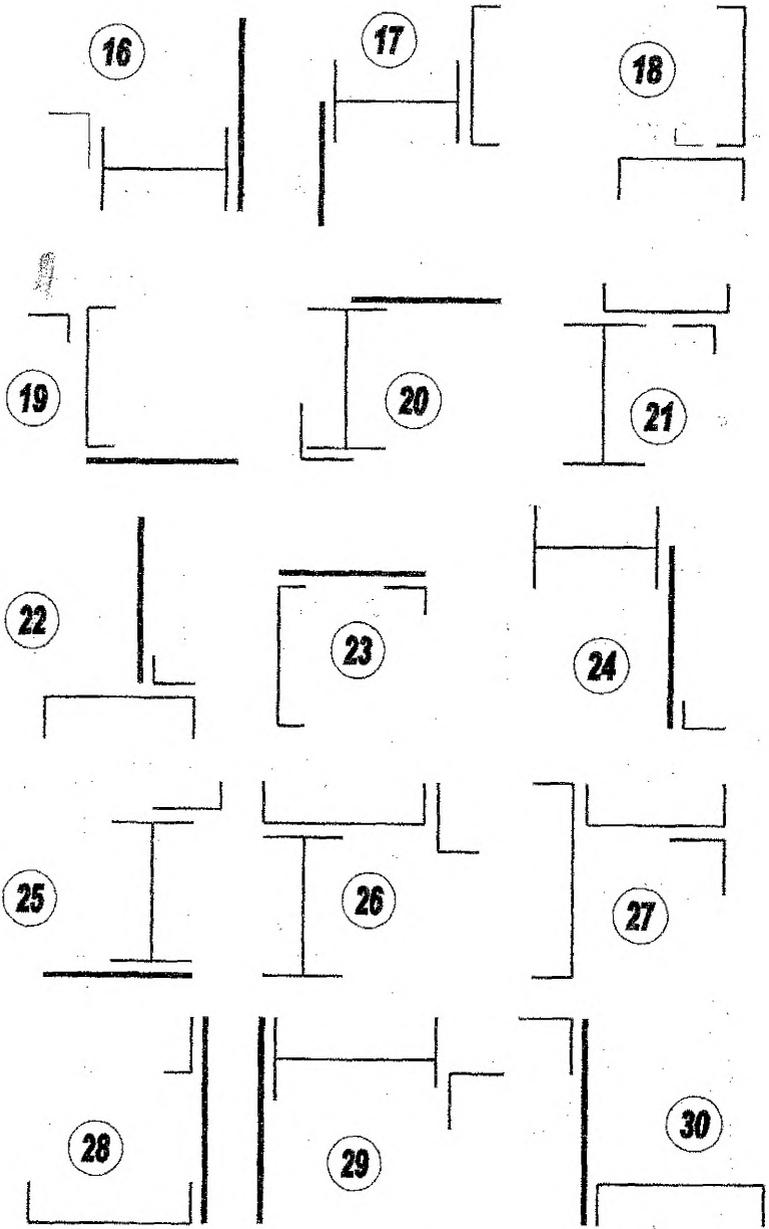
Дано: составное сечение (принять по номеру схемы), состоящее из трех простых элементов определенных геометрических размеров (числовые параметры принять по номеру варианта).

Требуется определить:

1. Положение центра тяжести составного сечения.
2. Моменты инерции сечения относительно центральных осей
3. Положение главных центральных осей инерции.
4. Главные центральные моменты инерции.
5. Главные радиусы инерции.
6. Построить эллипс инерции.
7. Приложить распечатку машинного расчета к работе.

1.12. Схемы составных сечений.





1.13. Числовые параметры к составным сечениям.

Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий, мм	Уголок неравнобокий, мм	Лист	
					h, см	b, см
1	24	18а		125x80x12	18	2.2
2	27	14а	80x80x8		20	1.8
3	30	24а		100x63x64	26	1.8
4	16	16а	100x100x16		22	2.4
5	22	20а		110x70x7	24	2.0
6	20	18а	90x90x9		18	2.6
7	30	16		160x100x10	19	1.8
8	27а	22а	110x110x8		20	2.0
9	22а	18		100x63x10	22	2.6
10	30а	24	100x100x16		24	1.8
11	24а	20		160x100x12	20	2.6
12	27а	27	80x80x7		20	2.0
13	33	33		125x80x10	26	1.4
14	36	40	10x100x14		24	2.0
15	40	22		140x90x8	25	1.8
16	22	24а	140x140x10		18	2.4
17	20	22а		110x70x6,5	24	1.6
18	20а	20а	140x140x9		18	2.0
19	24	24		125x80x8	24	2.6
20	20а	30	90x90x8		21	2.8
21	24а	16		180x110x10	22	2.0
22	27а	16а	125x125x16		23	2.0
23	30	18а		180x110x12	24	1.8
24	30а	24а	140x140x12		22	1.8
25	36	24		200x125x11	24	2.2
26	40	30	160x160x10		28	2.0
27	45	33		200x125x14	30	1.4
28	50	27	160x160x12		34	2.2
29	27	22		200x125x16	24	2.6
30	22	18	160x160x16		22	2.2
31	20	22		140x90x10	18	2.2
32	24	24	80x80x6		18	1.8
33	24	14		125x80x10	20	2.0
34	20	24	80x80x6		18	2.0
35	22	20		110x70x8	22	1.8
36	18	18	90x90x6		18	2.4
37	24	16		100x63x8	19	1.8
38	18	22	110x110x8		18	2.0
39	22	18		100x63x10	20	2.6
40	22а	24	100x100x10		24	2.2
41	14	20		160x100x10	18	2.6
42	20а	16	125x125x9		24	2.0
43	20	18		125x80x8	22	2.6
44	30а	24	140x140x12		20	1.8
45	18	20		140x90x10	24	2.4
46	40	20	160x160x10		28	2.0
47	20	18		180x110x10	30	1.2
48	50	22	160x160x12		28	2.2
49	27	24		110x70x8	24	2.6
50	16	18	140x140x12		26	2.0

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ.

2.1. Внешние силы.

Под внешними силами понимают силы, передающиеся от одного конструктивного элемента к другому путём контакта или приложенные непосредственно к конструкции. Внешние силы характеризуют взаимодействие конструкции с другими конструкциями или с внешней средой, например, взаимодействия конструкции с жидкостью или потоком воздуха и др.

Внешние силы подразделяют на поверхностные и объёмные. Поверхностные силы, передающиеся через малые участки по сравнению с размерами конструкции, называют сосредоточенными силами. С целью упрощения расчётов считают, что сосредоточенные силы (F) приложены в точке (рис. 2.1).

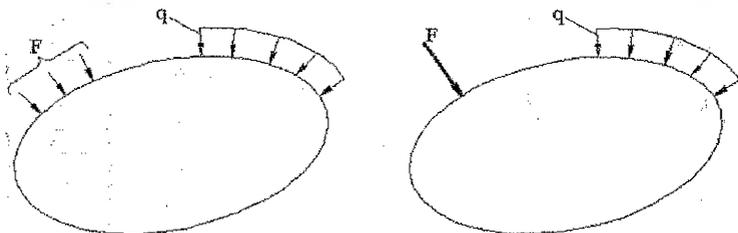


Рис. 2.1.

Поверхностные силы, передающиеся через конечные участки поверхности, которые соизмеримы с элементами конструкции, называются распределёнными силами (например, q на рис. 2.1). Распределённые силы характеризуются интенсивностью (q) их распределения по площади ($\text{кН}/\text{м}^2$) или по длине ($\text{кН}/\text{м}$) - погонная нагрузка.

Объёмные силы распределены по объёму элементов конструкции. К ним относят силы тяжести (γ , $\text{кН}/\text{м}^3$), магнитного притяжения, силы инерции при ускоренном движении элементов конструкции и др.

К числу внешних сил относятся не только заданные силы, которые часто считают как первопричину возможного разрушения конструкций, но также и реакции связей (R , кН).

2.2. Внутренние силы. Метод сечений.

Под внутренними силами понимают силы взаимодействия между частями рассматриваемых элементов конструкции при их нагружении. Внутренние силы в элементах инженерных конструкций легко можно представить, если мысленно рассечь их на две части. Такой прием выявления внутренних сил в сопротивлении материалов носит название метода сечений, который основан на следующем принципе: если элементы конструкции под действием внешних сил находятся в равновесии, то и любая их отсеченная часть находится в равновесии. Такой прием позволяет установить связь между внутренними и внешними силами.

Рассмотрим конструктивный элемент, показанный на рис. 2.2а, который находится в равновесии. В общем случае для такой системы внешних сил главный вектор R и главный момент M равны нулю:

$$R = 0, M = 0. \quad (2.1)$$

Предположим, что требуется выявить и определить величину и направление внутренних сил в поперечном сечении 1-1, рассматриваемого элемента (рис. 2.2 а). Для этого мысленно рассекаем элемент плоскостью 1-1 по поперечному сечению на две части. Так как связи между двумя частями элемента устранены, то необходимо действие правой части на левую и левой на правую заменить системой внутренних сил. При этом любая из отсеченных частей элемента в отдельности под действием внешних и внутренних сил находится в равновесии.

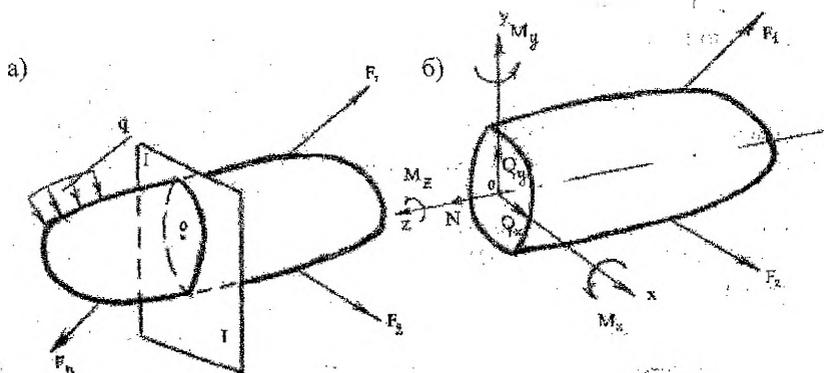


Рис. 2.2.

Через центр тяжести поперечного сечения для правой отсеченной части элемента проводим оси координат X, Y, Z (рис. 2.2 б) и покажем в сечении 1-1 возможные составляющие внутренних сил: $N, Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_z$, которые будем в дальнейшем называть внутренними силовыми факторами. Для определения величины и направления последних составляют соответствующие уравнения статического равновесия:

$$\begin{aligned} \sum Z = 0; N &= \sum Z(F_n) \text{ отс. ч.}; \\ \sum X = 0; Q_x &= \sum X(F_n) \text{ отс. ч.}; \\ \sum Y = 0; Q_y &= \sum Y(F_n) \text{ отс. ч.}; \\ \sum m_x = 0; M_x &= \sum m_x(F_n) \text{ отс. ч.}; \\ \sum m_y = 0; M_y &= \sum m_y(F_n) \text{ отс. ч.}; \\ \sum m_z = 0; M_z &= \sum m_z(F_n) \text{ отс. ч.}; \end{aligned} \quad (2.2)$$

где (F_n) отс. ч. — внешние силы, действующие на рассматриваемую отсеченную часть конструктивного элемента.

Решая уравнения (2.2) определяют все внутренние силовые факторы, которые представляют собой проекции главного вектора и главного момента внутренних сил, действующих в рассматриваемом поперечном сечении конструктивного элемента, которые могут быть как положительными, так и отрицательными или равными нулю. В сопротивлении материалов принято следующее название внутренних силовых факторов:

N – нормальная (осевая) сила, действующая перпендикулярно к поперечному сечению;

Q_x, Q_y – поперечные силы, действующие в плоскости поперечного сечения;

M_x, M_y – изгибающие моменты, вызывающие повороты поперечных сечений относительно осей X, Y соответственно;

$M_z = T$ – крутящий момент, вызывает поворот поперечных сечений относительно продольной оси элемента.

2.3. Построение эпюр внутренних силовых факторов.

При расчетах элементов конструкции на прочность необходимо знать экстремальные значения внутренних силовых факторов и положения сечений, в которых они действуют. С этой целью строят эпюры внутренних силовых факторов. Под эпюрой понимают график, наглядно показывающий закон изменения внутренних сил по длине элементов конструкции. Закон изменения внутренних силовых факторов получают с помощью метода сечений и условных правил знаков для внутренних сил (см. табл. 2.1).

Табл. 2.1

Силовые факторы	(+)	(-)
N		
T		
Q_x Q_y		
M_x M_y		

Порядок построения эпюр внутренних силовых факторов следующий:

1. Определение опорных реакций.
2. Составление аналитических выражений внутренних силовых факторов для каждого силового участка с использованием метода сечений (2.2).
3. Вычисление значений N , Q , M , T для характерных сечений элементов конструкций (границы силовых участков и др. сечений).
4. Построение в масштабе эпюр (графиков) внутренних сил с учётом полученных значений N , Q , M , T .
5. Проверка правильности построения эпюр с использованием следующих дифференциальных зависимостей соответственно:

$$q = \frac{dN}{dz}; q = \frac{dQ}{dz}; Q = \frac{dM}{dz}; m = \frac{dT}{dz}.$$

2.4. Примеры построения эпюр.

2.4.1. Растяжение-сжатие.

Дано: брус постоянной жёсткости (рис. 2.3) длиной $2l$, площадью поперечного сечения A , нагружен сосредоточенной силой F , распределённой нагрузкой интенсивностью q и собственным весом γ .

Требуется: построить эпюру N .

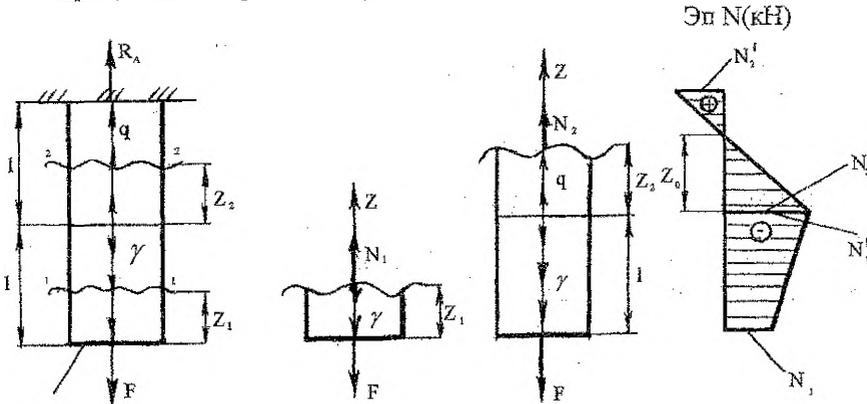


Рис. 2.3. Расчётная схема бруса, нагрузки, эпюра N .

Решение.

1. Определение опорных реакций.

Составим сумму проекций всех сил на продольную ось бруса Z :

$$\sum Z = 0; R_A + q \cdot l - \gamma \cdot A \cdot l - F = 0; R_A = F + \gamma \cdot A \cdot l - q \cdot l.$$

2. Установление силовых участков.

Изучив действие внешних нагрузок F , γ , q на брус, нетрудно установить, что имеется два силовых участка:

- первый участок, $0 < z_1 < l$, на котором N зависит от F и γ ;
- второй участок, $0 < z_2 < l$, на внутреннюю силу N оказывают влияние F , γ , q .

3. Составление аналитических выражений для нормальной силы N .

С учётом метода сечений брус рассекаем на две части, отбрасываем верхние отсечённые части, заменяя их действие силами N_1 , N_2 . Целесообразно силы N_1 и N_2 направить по внешней нормали к сечению, то есть предполагать, что они вызывают растяжение.

$$\sum Z = 0; N_1 - \gamma \cdot A \cdot z_1 - F = 0;$$

$$N_1 = \gamma \cdot A \cdot z_1 + F; 0 \leq z_1 \leq l;$$

$$\sum Z = 0; N_2 - \gamma \cdot A \cdot l - F + q \cdot z_2 = 0;$$

$$N_2 = \gamma \cdot A \cdot l + F - q \cdot z_2; 0 \leq z_2 \leq l.$$

4. Вычисление значений N в характерных сечениях бруса.

Вычислим значения N на границах силовых участков:

- при $z_1 = 0$, $N_1 = F$;
- при $z_1 = l$, $N_1^l = F + \gamma \cdot A \cdot l$.
- при $z_2 = 0$, $N_2 = F + \gamma \cdot A \cdot l$;
- при $z_2 = l$, $N_2^l = F + \gamma \cdot A \cdot l - q \cdot l$; $N_2^l = R_A$.
- при $z_2 = z_0$, $N_2 = F + \gamma \cdot A \cdot l - q \cdot z_0 = 0$;

$$z_0 = \frac{F + \gamma \cdot A \cdot l}{q}.$$

По полученным результатам расчёта строим эпюру N с учётом масштаба (рис. 2.3).

Для проверки правильности построения эпюры N нужно воспользоваться следующими дифференциальными зависимостями:

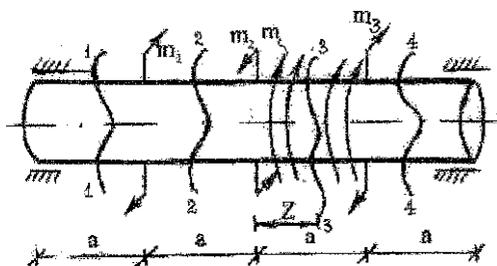
$$\gamma = \frac{dN}{dz} = tg \alpha; \text{ или } q = \frac{dN}{dz} = tg \alpha.$$

2.4.2. Кручение круглых валов.

Дано: вал круглого поперечного сечения передаёт вращающие моменты:

$$m_1 = 10 \text{ кНм}; m_2 = 30 \text{ кНм}; m_3 = 10 \text{ кНм}; m = 5 \text{ кНм} \text{ (рис. 2.4)}.$$

Требуется: построить эпюру крутящих моментов.



Эп. T (кНм)

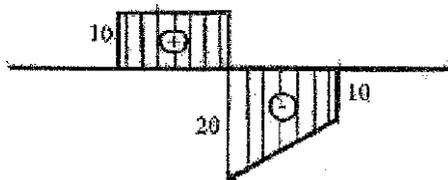


Рис.2.4. Расчетная схема бруса, нагрузки, эпюра T .

Решение.

Используя метод сечений и правило знаков (см. табл. 2.1), вычислим значения крутящих моментов в поперечных сечениях вала для каждого силового участка:

$$T_1 = 0;$$

$$T_2 = m_1 = 10 \text{ кНм};$$

$$T_3 = m_1 - m_2 + mz; 0 \leq z \leq a;$$

$$\text{при } z = 0, T_3 = m_1 - m_2 = 10 - 30 = -20 \text{ кНм};$$

$$\text{при } z = a, T_3 = m_1 - m_2 + m \cdot a = 10 - 30 + 10 = -10 \text{ кНм};$$

$$T_4 = m_1 - m_2 + m \cdot a + m_3 = 10 - 30 + 10 + 10 = 0 \text{ кНм},$$

Эпора крутящих моментов построена по результатам расчёта и с учётом масштаба (см. рис. 2.4). Для проверки правильности построения эпюры T используем дифференциальную зависимость:

$$m = \frac{dT}{dz} = \operatorname{tg} \alpha .$$

2.4.3. Плоский поперечный изгиб.

Дано: балка постоянной жёсткости (рис. 2.5) длиной $2l$ закреплена одним концом и нагружена сосредоточенной силой F , моментом m и равномерно распределённой нагрузкой интенсивностью q .

Требуется: построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Решение.

1. Определение опорных реакций.

Используя уравнения статического равновесия, получим:

$$\sum m_A = 0; \quad m + 2Fl - 2ql^2 - m_A = 0;$$

$$m_A = m + 2Fl - 2ql^2 = ql^2 + 2ql^2 - 2ql^2 = ql^2;$$

$$\sum Y = 0; \quad F - 2ql + R_A = 0;$$

$$R_A = 2ql - F = 2ql - ql = ql.$$

2. Составление аналитических выражений для Q , M .

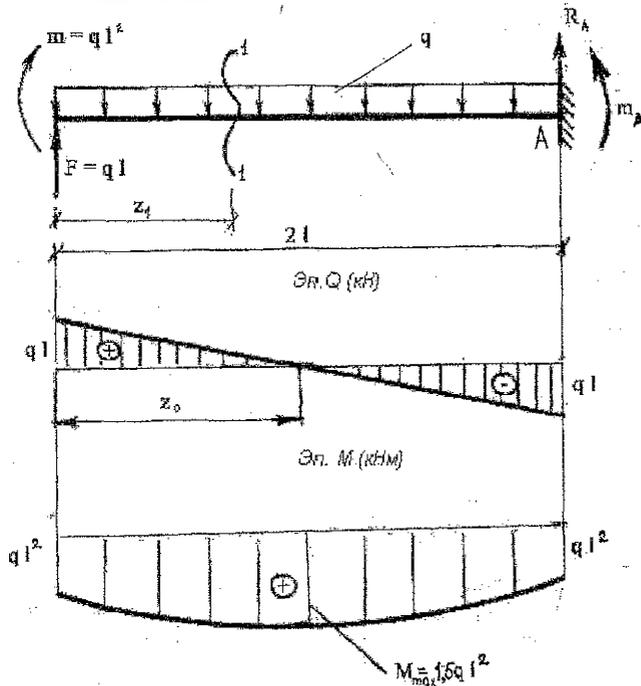


Рис.2.5. Расчётная схема балки, нагрузки, эпюры Q , M .

Используя метод сечений и правило знаков для Q , M , проводим сечение 1-1 на расстоянии z_1 от свободного конца балки, т.к. только один силовой участок.

$$Q_1 = F - q z_1; \quad 0 \leq z_1 \leq 2l;$$

$$M_1 = m + F z_1 - q z_1^2 / 2; \quad 0 \leq z_1 \leq 2l;$$

3. Вычисление значений Q, M в характерных сечениях балки.

$$Q_1 = q l - q z_1; \quad 0 \leq z_1 \leq 2 l;$$

$$\text{При } z_1 = 0, Q_1 = q l.$$

$$\text{При } z_1 = 2l, Q_1 = ql - 2ql = -ql.$$

Найдём положение сечения, в котором $Q_1 = 0$, т.к. поперечная сила меняет знак с "+" на "-":

$$Q_1 = Q_0 = ql - qz_0 = 0; \quad z_0 = l$$

$$M_1 = ql^2 + qlz_1 - qz_1^2/2; \quad 0 \leq z_1 \leq l;$$

$$\text{При } z_1 = 0, M_1 = ql^2$$

$$\text{При } z_1 = z_0 = l, M_1 = M_{\max} = ql^2 + ql^2 - ql^2/2 = 1.5ql^2$$

$$\text{При } z_1 = 2l, M_1 = ql^2 + 2ql^2 - 2ql^2 = ql^2$$

По результатам расчёта строим эпюры Q, M (см. рис.2.5). Для проверки правильности построения эпюр Q, M необходимо использовать дифференциальные зависимости:

$$q = dQ/dz = \text{tg } \alpha; \quad Q = dM/dz = \text{tg } \beta.$$

2.5. Вопросы для самопроверки.

1. Что понимают под внешними силами?
2. Назовите виды внешних сил, приведите примеры.
3. Что понимают под внутренними силами?
4. Как определяется величина и направления внутренних сил?
5. Перечислите внутренние силовые факторы и приведите их определения.
6. Что понимается под эпюрой внутренних силовых факторов?
7. Приведите правила знаков внутренних силовых факторов.
8. Запишите дифференциальные зависимости, которые используются для проверки правильности построения эпюр.
9. Что такое метод сечений? Назначение метода сечений.

2.6. Задание по расчётно-проектировочной работе N2.

“Построение эпюр внутренних силовых факторов”.

Задача 2.1. Построение эпюры нормальных сил.

Дано: ступенчатый брус (согласно номеру схемы) определённых размеров загружен внешней нагрузкой (с учётом № варианта).

Требуется:

1. Определить величину и направление опорной реакции.
2. Составить аналитические выражения нормальной силы N для каждого силового участка.
3. Вычислить значения нормальной силы N в характерных сечениях бруса.
4. Построить эпюру нормальных сил по полученным значениям N , используя масштаб.

5. Выполнить проверку правильности построения эпюры N по дифференциальной зависимости $q = dN/dz = \text{tg } \alpha$.

Задача 2.2. Построение эпюры крутящих моментов.

Дано: вал круглого поперечного сечения определённых размеров (с учётом номера варианта) загружен внешней вращающей нагрузкой (числовые значения принять по номеру варианта).

Требуется:

1. Определить реактивный момент или "X".
2. Записать общий вид аналитических выражений крутящих моментов T для каждого силового участка.
3. Вычислить значения крутящих моментов T в характерных сечениях.
4. Построить с учётом вычислений эпюру T .
5. Выполнить проверку правильности построения эпюры T , используя $m = dT/dz = \text{tg } \alpha$.

Задача 2.3. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.

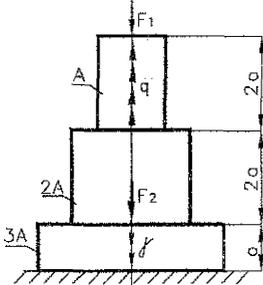
Дано: балки № 1-6, различным образом закреплённые (с учётом номеров схем), определённых размеров, загруженные внешней нагрузкой (согласно номеру варианта).

Требуется:

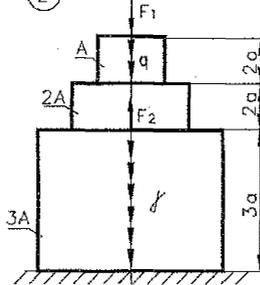
1. Определить опорные реакции.
2. Составить аналитические выражения Q , M для каждого силового участка балок.
3. Вычислить значения Q , M в характерных сечениях балок.
4. Построить эпюры Q , M с учетом полученных расчетных величин и масштаба.
5. Выполнить проверку правильности построения эпюр Q, M по дифференциальным зависимостям: $q = dQ/dz = \text{tg } \alpha$, $Q = dM/dz = \text{tg } \beta$.
6. Приложить не менее двух распечаток эпюр Q, M на ПЭВМ.

2.7. Схемы ступенчатых брусьев.

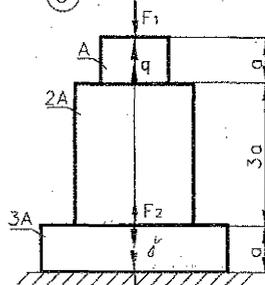
①



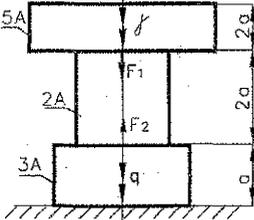
②



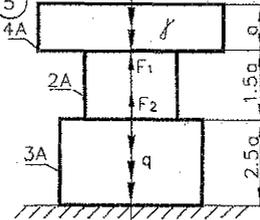
③



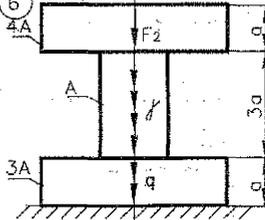
④



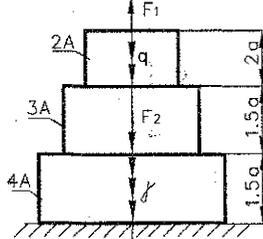
⑤



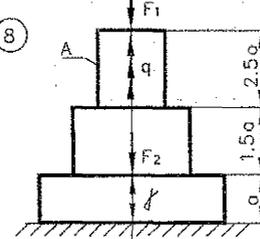
⑥



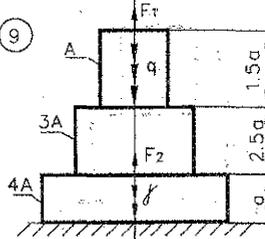
⑦



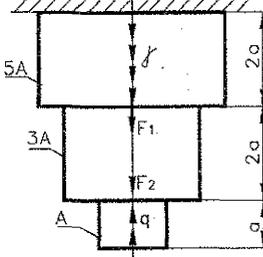
⑧



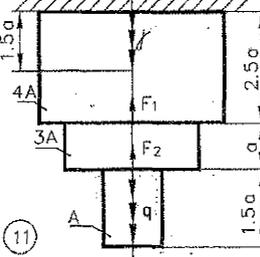
⑨



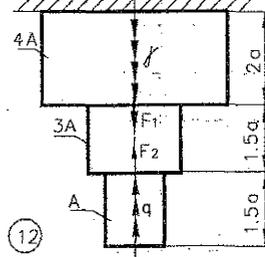
⑩



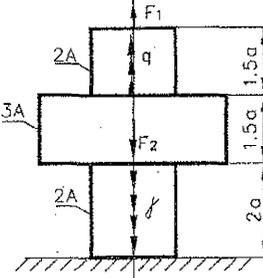
⑪



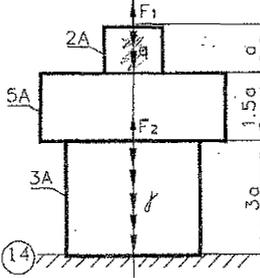
⑫



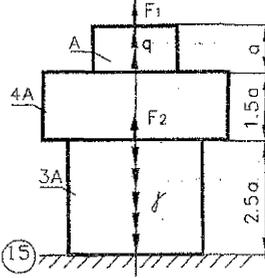
⑬



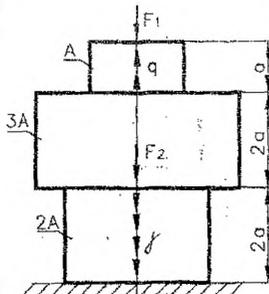
⑭



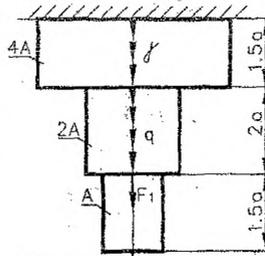
⑮



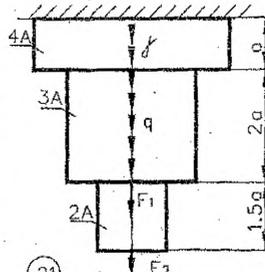
16



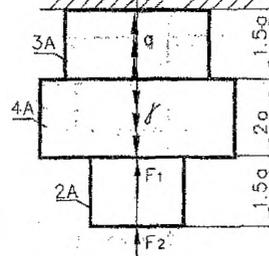
17



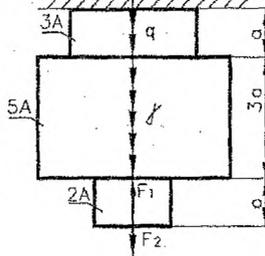
18



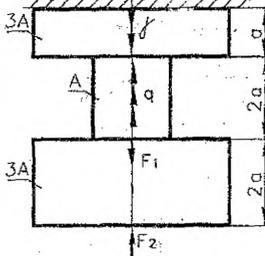
19



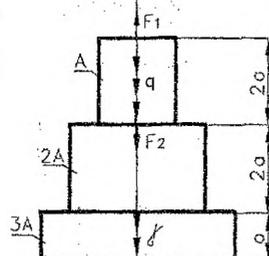
20



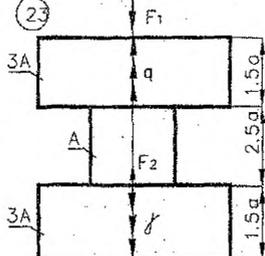
21



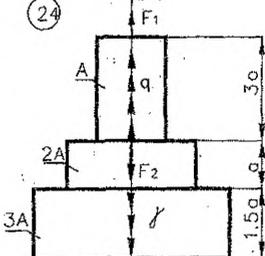
22



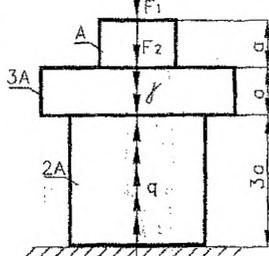
23



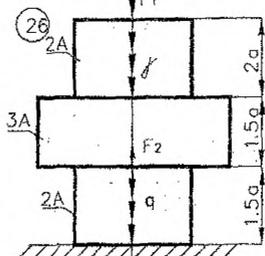
24



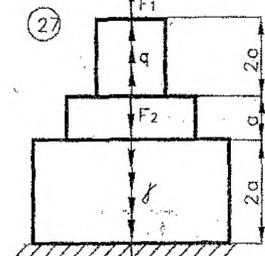
25



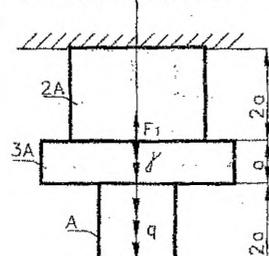
26



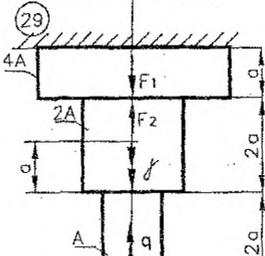
27



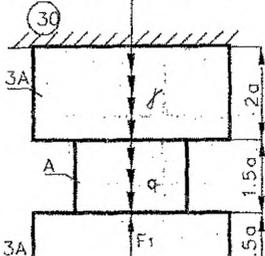
28



29



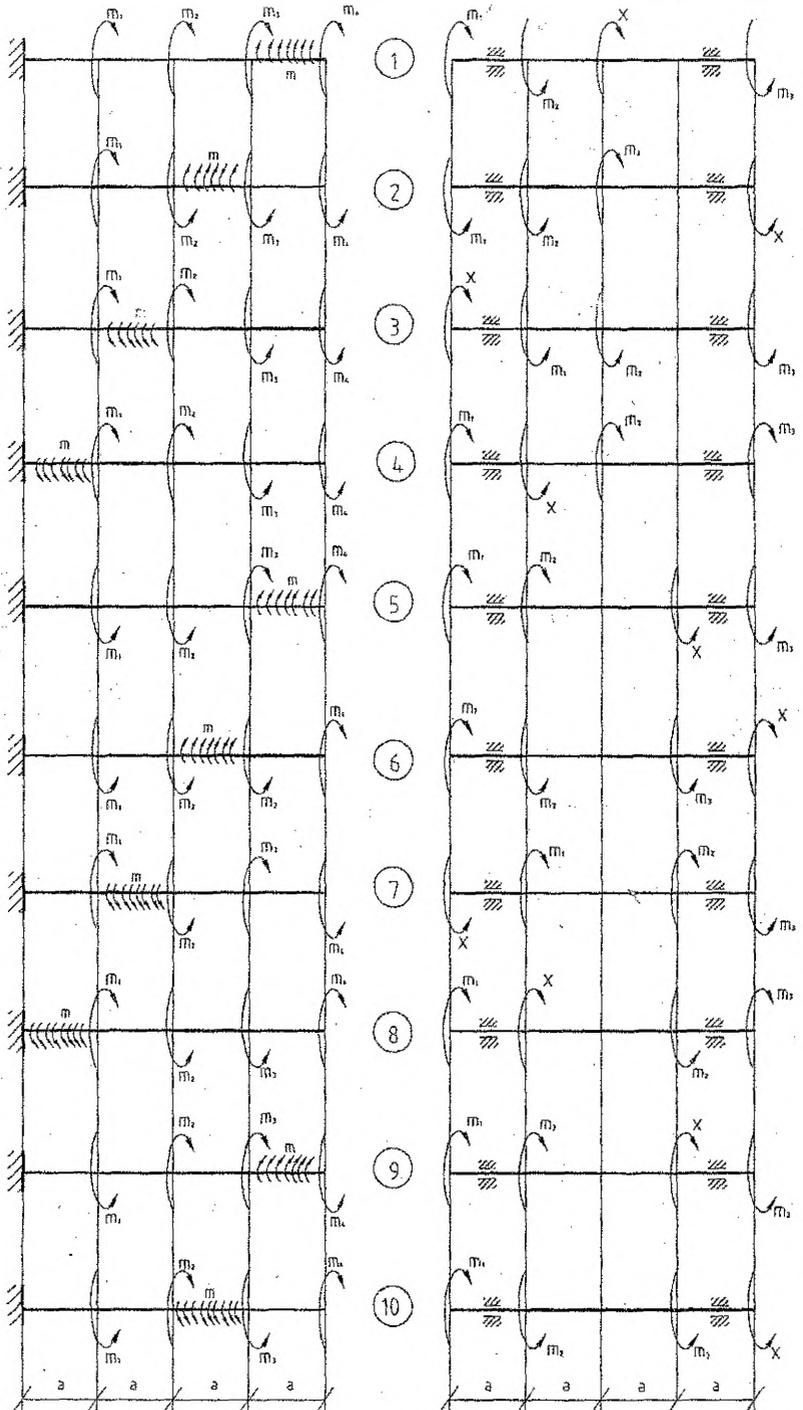
30

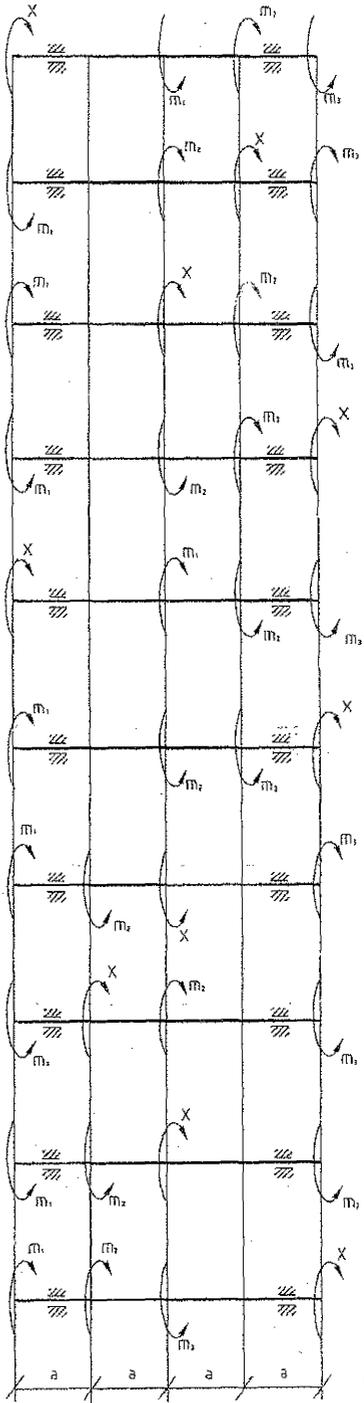
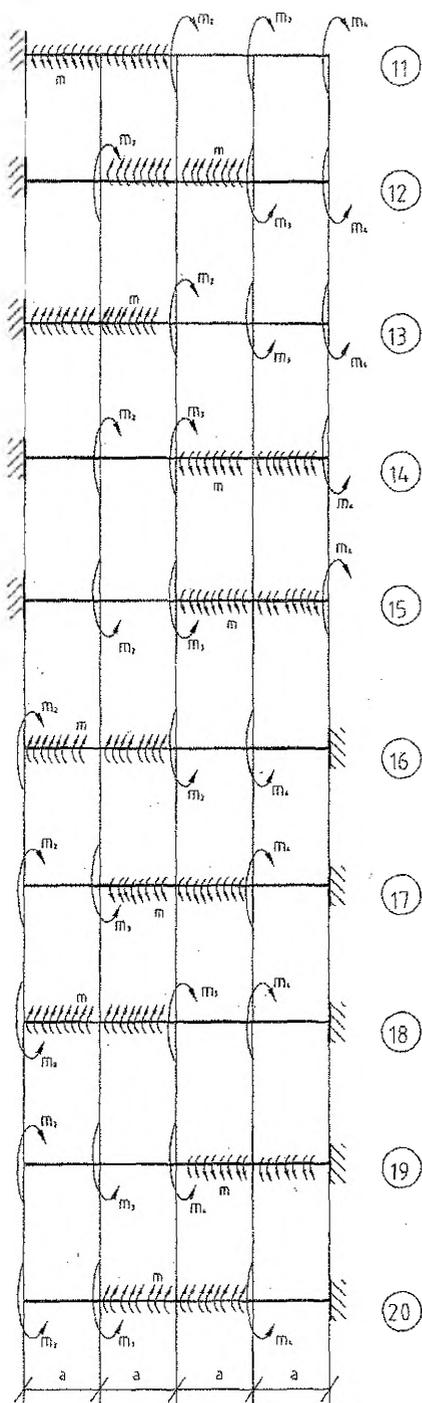


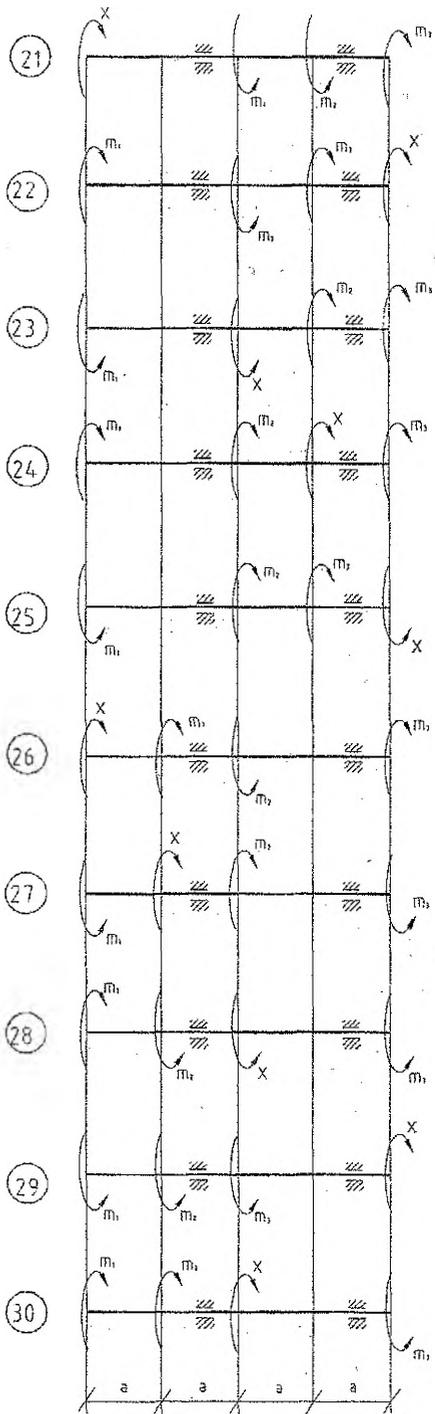
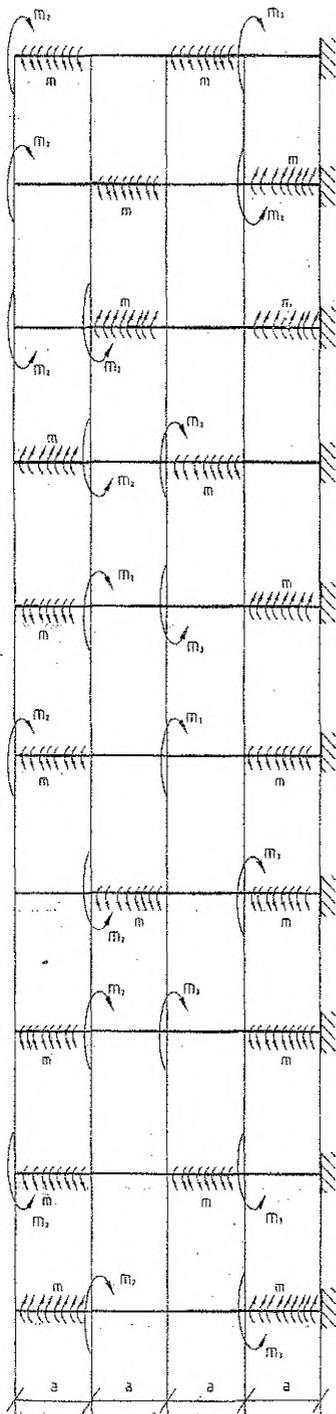
2.8. Числовые параметры к ступенчатым брускам.

Вариант	a	A	F_1	F_2	q	γ
	m	$m^2 \cdot 10^{-4}$	$кН$	$кН$	$кН/м$	$кН/м^3$
1	2.0	130	40	60	20	20
2	2.0	110	60	30	15	25
3	2.5	100	80	80	10	30
4	2.5	140	100	20	10	35
5	3.5	150	90	100	20	40
6	2.6	120	170	180	10	45
7	2.4	150	140	120	5	50
8	2.4	140	200	80	10	55
9	2.8	120	110	80	20	60
10	3.6	150	140	300	20	65
11	2.5	130	190	160	30	70
12	2.6	110	170	210	20	75
13	2.1	130	90	210	40	80
14	2.2	140	120	130	30	80
15	2.1	120	180	150	35	35
16	2.5	130	140	290	25	40
17	2.2	140	120	250	15	45
18	2.5	150	240	230	35	50
19	2.8	155	190	140	40	55
20	2.4	120	70	130	22	60
21	2.8	130	150	110	25	65
22	3.0	140	210	130	30	70
23	2.8	120	150	90	15	75
24	2.6	140	220	150	10	80
25	2.4	140	230	280	5	20
26	2.2	140	130	250	15	25
27	2.0	130	150	180	20	80
28	2.2	130	160	120	35	75
29	2.4	150	170	140	25	70
30	2.4	160	180	90	10	65
31	2.6	110	95	190	5	60
32	2.5	130	210	180	15	55
33	2.6	120	220	270	30	50
34	2.8	140	170	180	35	45
35	3.0	100	220	300	40	40
36	2.8	150	195	220	25	35
37	2.6	160	140	250	10	30
38	2.4	150	210	200	20	25
39	2.5	230	140	310	15	20
40	2.6	140	210	290	30	55
41	2.7	110	80	150	15	45
42	2.8	130	90	160	10	65
43	3.0	140	10	170	30	25
44	2.9	150	110	180	25	35
45	2.8	160	120	190	35	75
46	2.7	170	130	200	40	80
47	2.6	180	135	210	20	20
48	2.5	185	140	215	15	30
49	2.4	190	220	150	30	40
50	2.5	200	230	155	35	60

2.9. Схемы круглых валов, испытывающих кручение.







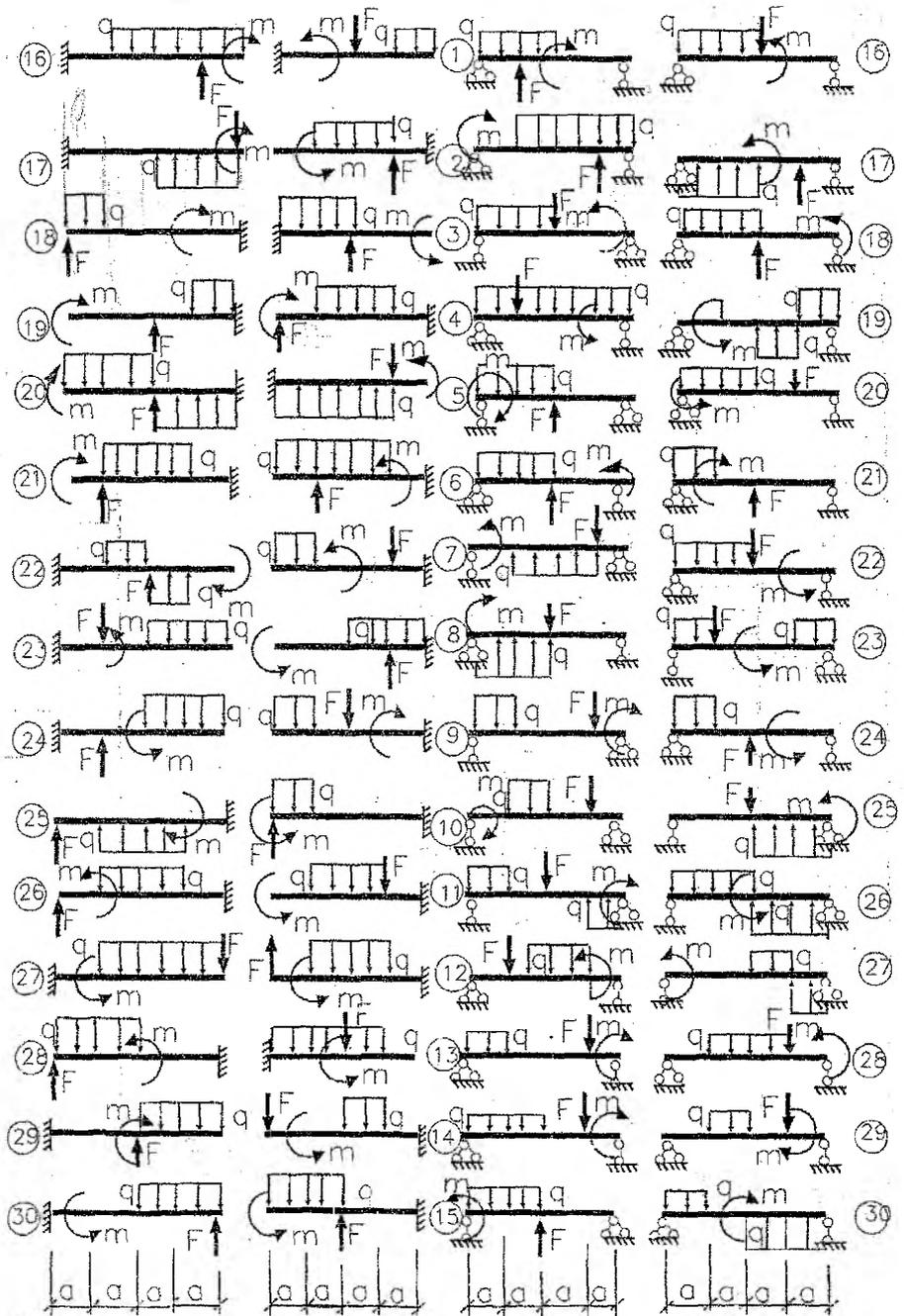
2.10. Числовые данные к круглым валам.

Вариант	a	m_1	m_2	m_3	m_4	m
	M	кНм	кНм	кНм	кНм	кНм/м
1	1.1	40	10	40	20	30
2	1.0	50	30	40	26	40
3	1.3	60	16	40	40	20
4	1.4	70	30	50	30	60
5	1.5	80	20	40	46	60
6	1.6	40	12	50	40	30
7	1.7	30	20	40	48	40
8	1.8	60	40	50	39	50
9	1.9	70	30	40	34	60
10	2.0	50	40	50	47	30
11	2.1	40	20	44	30	30
12	2.2	60	40	40	25	30
13	2.3	50	40	50	45	50
14	2.4	60	30	40	35	20
15	2.5	50	22	30	49	30
16	2.6	50	40	50	32	70
17	2.7	40	30	42	41	60
18	2.8	60	40	60	38	30
19	2.9	30	20	30	50	40
20	3.0	70	30	70	23	20
21	3.1	60	40	40	30	10
22	3.2	50	38	50	42	40
23	3.3	60	15	40	40	30
24	3.4	40	20	60	40	30
25	3.5	30	20	20	43	20
26	3.6	20	40	40	50	40
27	3.0	50	20	30	60	45
28	3.8	40	26	60	60	30
29	3.9	60	24	70	30	30
30	4.0	70	32	20	20	40
31	1.0	60	20	30	40	20
32	1.4	70	30	40	50	25
33	1.6	80	40	50	60	30
34	1.8	20	50	60	70	40
35	2.0	100	60	70	80	35
36	2.2	20	70	80	90	25
37	2.4	30	80	90	100	20
38	2.6	40	80	100	110	20
39	2.8	50	100	110	30	26
40	3.0	60	110	40	40	30
41	1.0	30	20	40	50	20
42	1.4	35	25	45	55	30
43	1.6	40	30	50	60	35
44	1.8	45	20	60	50	40
45	2.0	50	35	55	55	25
46	2.2	55	40	65	40	45
47	2.4	60	45	70	65	15
48	2.6	65	50	75	70	20
49	3.0	70	55	80	75	25
50	3.2	75	60	90	80	10

2.11. Схемы балок.

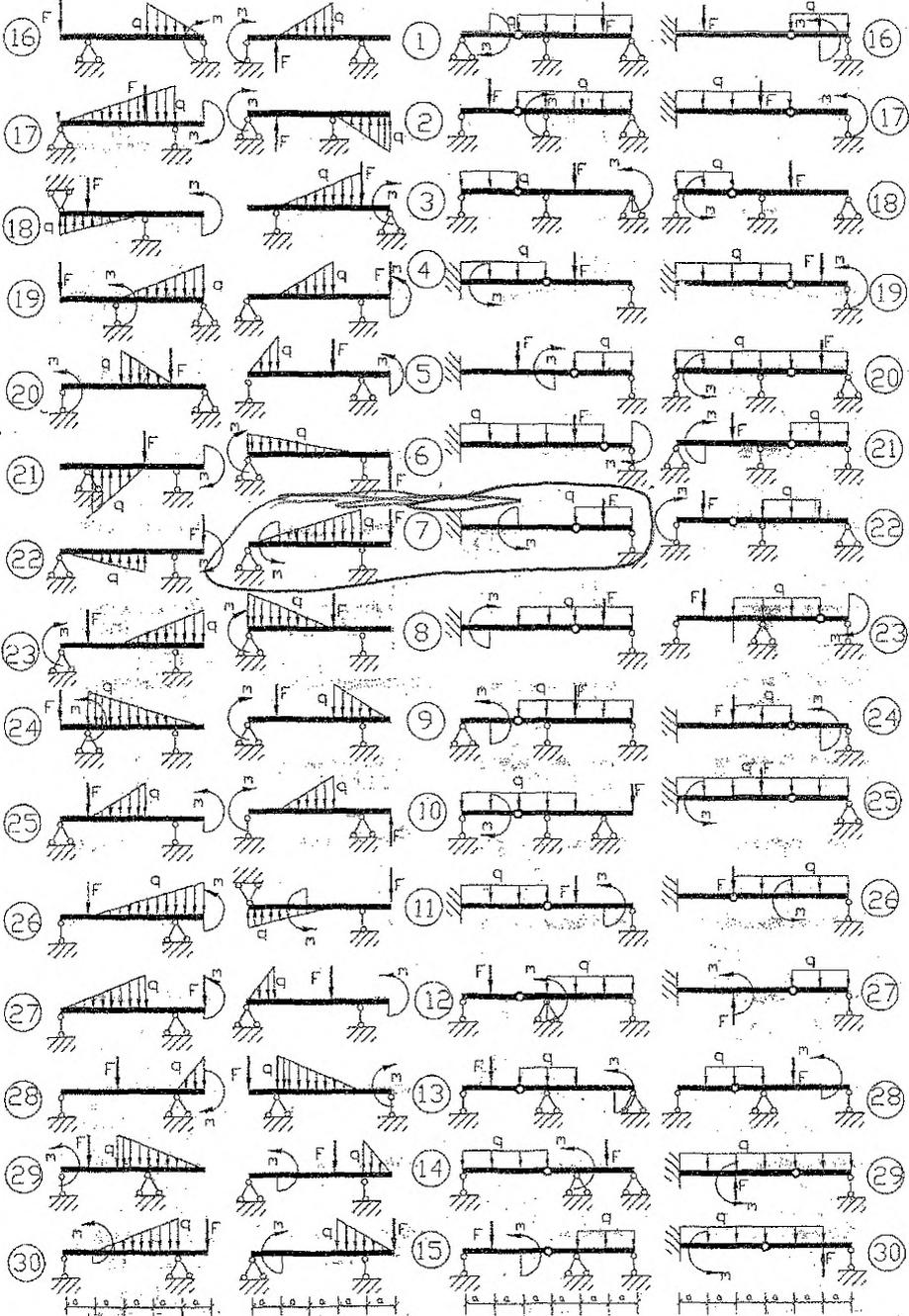
Балка 1

Балка 2



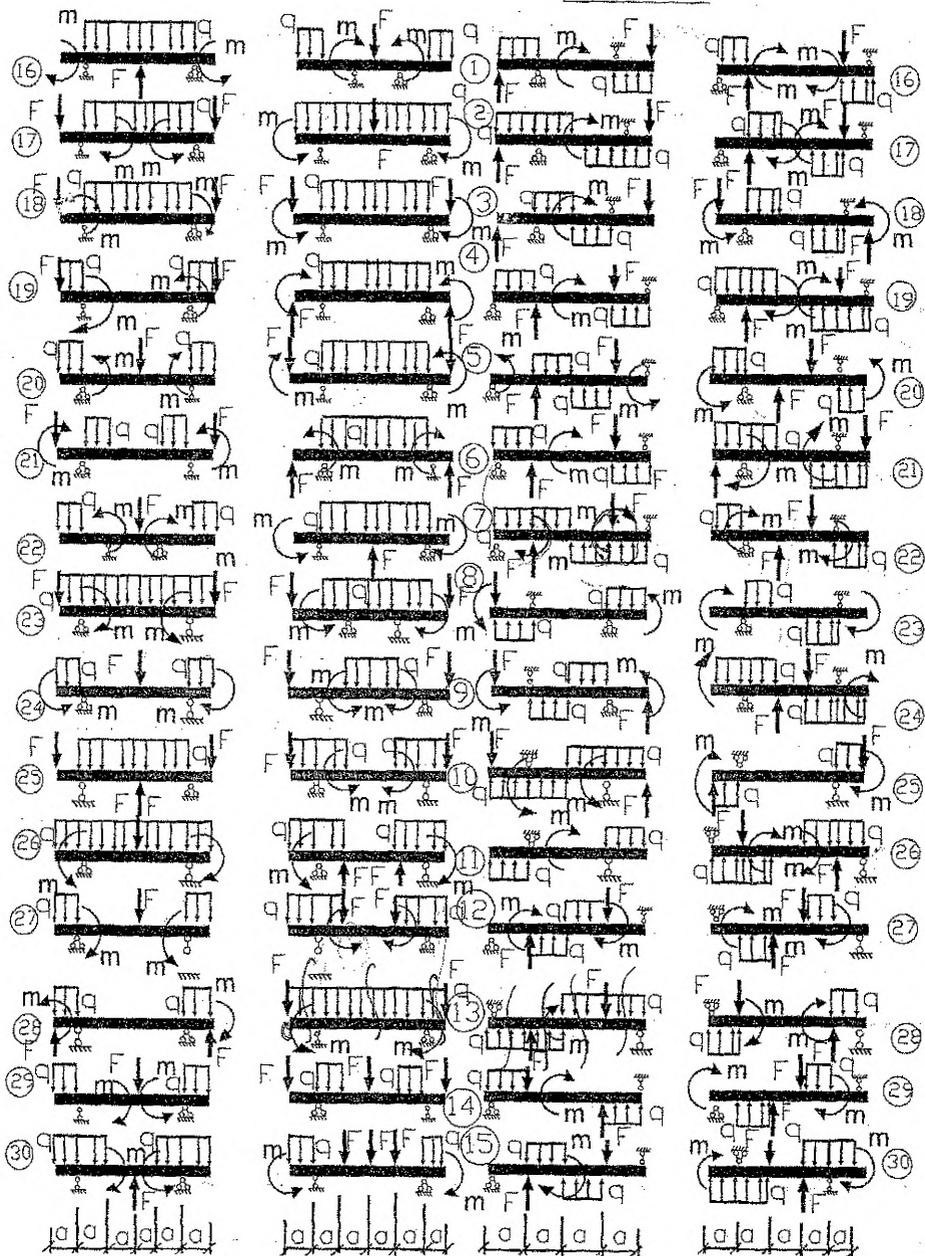
Балка3

Балка4



Балка 5

Балка 6



2.12. Числовые данные к балкам.

Вариант	F	M	q	a
	кН	кНм	кН/м	м
1	35	100	25	1.0
2	40	100	20	1.2
3	30	40	20	1.2
4	40	90	10	1.5
5	70	40	20	1.4
6	80	60	10	1.5
7	70	40	20	1.6
8	60	50	10	1.7
9	50	30	15	1.8
10	60	50	20	1.9
11	50	50	25	2.0
12	40	80	10	2.0
13	50	40	12	2.0
14	70	80	20	1.7
15	60	80	14	1.6
16	50	70	20	1.5
17	40	70	16	2.0
18	40	60	17	1.6
19	80	50	18	1.2
20	40	40	20	1.5
21	80	60	20	2.0
22	80	70	12	1.9
23	70	70	30	1.8
24	60	80	20	1.7
25	50	50	30	1.6
26	40	100	20	1.5
27	30	20	30	1.4
28	80	30	10	2.0
29	70	100	20	1.2
30	80	50	30	1.1
31	50	60	25	1.0
32	40	60	30	1.1
33	60	80	30	1.2
34	40	40	20	1.3
35	30	100	40	1.4
36	50	90	14	2.0
37	70	70	30	2.2
38	60	80	20	1.7
39	80	50	10	1.6
40	70	60	10	2.0
41	30	40	20	2.0
42	40	50	30	1.5
43	50	30	10	1.8
44	60	20	25	1.4
45	70	60	22	2.0
46	80	70	20	1.2
47	90	80	30	1.0
48	100	90	40	1.0
49	110	100	50	1.0
50	20	80	10	2.0

3. РАСЧЕТЫ НА РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ.

3.1. Внутренние силы и напряжения, возникающие в поперечных сечениях брусьев при растяжении-сжатии.

Под растяжением понимается такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях бруса возникают только нормальные (продольные) силы N , а все другие внутренние силовые факторы (Q , T , M) равны нулю. Обычным является растяжение бруса силами (F), приложенными к его концам (расчетная схема показана на рис. 3.1, а). Используя метод сечений нетрудно установить, что во всех поперечных сечениях бруса действуют нормальные силы N , равные внешней силе F (рис. 3.1, б): $N=F$.

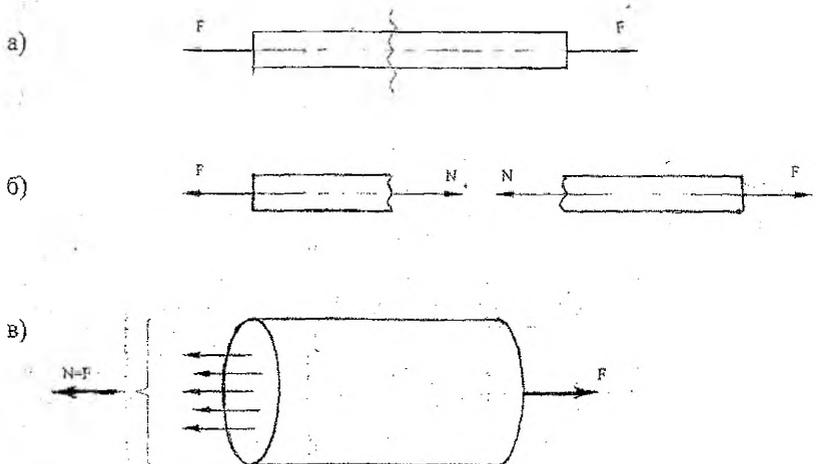


Рис. 3.1.

Сжатие отличается от растяжения формально только знаком нормальной силы N . При растяжении сила N направлена от сечения (положительная), а при сжатии сила N направлена к сечению (отрицательная).

Нормальная сила N представляет равнодействующую внутренних сил в поперечном сечении бруса (рис. 3.1, в). С учетом гипотез о плоских сечениях и пропорциональности сил и деформаций можно предположить, что внутренние силы распределены по поперечному сечению бруса равномерно. Тогда интенсивность распределения внутренних сил по сечению, то есть напряжение во всех точках поперечного сечения будет одним и тем же:

$$\sigma = \frac{N}{A}, \text{ (Па, МПа)} \quad (3.1)$$

где A – площадь поперечного сечения.

3.2. Удлинения бруса. Закон Гука.

Размеры растянутого бруса меняются в зависимости от величины приложенных внешних сил. Предположим, что до нагружения бруса силой F его

длина была равна l , то после нагружения она окажется $l + \Delta l$ (см. рис. 3.2). Изменение длины бруса Δl называют абсолютным удлинением бруса.



Рис. 3.2.

Можно предположить, что если брус нагружен только силой F , то напряженное состояние является однородным и все элементарные участки растянутого бруса находятся в одинаковых условиях, то есть деформация по оси бруса остается постоянной и равной:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad (3.2)$$

где ε — относительное удлинение (укорочение) бруса, является величиной безразмерной.

Для подавляющего большинства материалов в пределах упругих деформаций справедлив закон Гука, который устанавливает прямую пропорциональность между напряжениями и деформациями:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E, \quad (3.3)$$

где E — коэффициент пропорциональности, называется модулем продольной упругости, является физической константой материала, определяется экспериментально, имеет размерность напряжений, то есть МПа или ГПа.

В том случае, когда брус нагружен только сосредоточенной силой, имеет постоянные размеры поперечного сечения и с учетом выражений (3.1) и (3.2) закон Гука получим в следующем виде:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A} \quad (3.4)$$

Наиболее часто встречаются случаи, когда брус имеет несколько силовых участков, то для определения абсолютной деформации необходимо выражение (3.4) использовать для каждого силового участка и полученные величины просуммировать:

$$\Delta l = \sum \Delta l_i = \sum \frac{N_i \cdot l_i}{E_i \cdot A_i} = \sum \frac{\sigma_i \cdot l_i}{E_i} \quad (3.5)$$

Нетрудно заметить, что в выражениях (3.4) и (3.5) числители представляют не что иное, как площади эпюр N или σ на соответствующем силовом участке бруса, то есть:

$$\Delta l = \frac{W_N}{E \cdot A}, \quad \Delta l = \frac{W_\sigma}{E} \quad (3.4.1)$$

$$\Delta l = \sum \Delta l_i = \sum \frac{W_{N_i}}{E_i \cdot A_i} = \sum \frac{W_{\sigma_i}}{E_i}, \quad (3.5.1)$$

где W_{N_i} – площадь эпюры N на i -том силовом участке бруса;

W_{σ_i} – площадь эпюры σ на i -том силовом участке бруса.

3.3. Статически определимые и статически неопределимые системы.

Во всех задачах, рассмотренных выше, нормальные силы в поперечных сечениях брусков определяли при помощи метода сечений и условий равновесия для отсеченной части. Такие задачи относят к статически определимым системам. Но на практике встречаются системы, в которых имеется большое число наложенных связей и для определения внутренних усилий возможных уравнений статики оказывается недостаточно. Такие системы называются статически неопределимыми.

В качестве примера на рис 3.3, а показан кронштейн, состоящий из двух стержней, усилия в которых можно легко определить из условия равновесия узла В. Если кронштейн несколько усилить, добавив еще один стержень (рис. 3.3, б), то усилия в стержнях определить с помощью уравнений статики уже

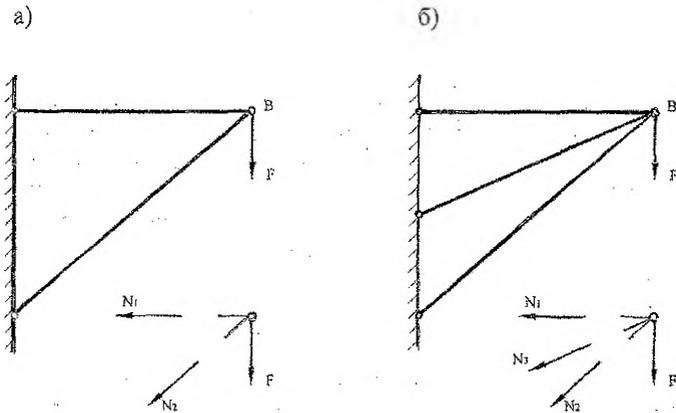


Рис. 3.3.

нельзя, так как для узла В по-прежнему можно составить только два уравнения статики, а число неизвестных усилий равно трем. Следовательно, система один раз статически неопределима. Для определения всех усилий или для раскрытия статической неопределимости необходимо составить дополнительное уравнение, отражающее особенности геометрических связей, наложенных на деформируемую систему. Дополнительные уравнения, число которых соответствует степени статической неопределимости, называются уравнениями перемещений или деформаций. Для системы, показанной на

рис. 3.3, б, уравнение перемещений должно выразить тот факт, что узел В должен быть общим для всех стержней.

3.4. Расчеты на прочность и жесткость.

Расчет на прочность при растяжении-сжатии брусьев сводится к составлению условий прочности для опасных сечений.

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \leq R, \quad (3.6)$$

где R – расчетное сопротивление материала.

В тех случаях, когда материал бруса неодинаково сопротивляется растяжению-сжатию, составляют два условия прочности для опасных сечений в растянутой и сжатой областях:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \leq R_p; \quad (3.6.1)$$

$$\sigma_{\min} = \frac{N}{A} \leq R_c, \quad (3.6.2)$$

где R_p – расчетное сопротивление материала при растяжении; R_c – расчетное сопротивление материала при сжатии.

Используя выражение (3.6) можно решить три типа задач: а) проектная задача; б) определение грузоподъемности системы; в) проверочная задача.

Расчет брусьев на жесткость сводится к составлению условия жесткости в виде:

$$\delta \leq [\delta], \quad [\delta] = \frac{l}{k}, \quad (3.7)$$

где $\delta = \sum \Delta l_i$ – абсолютная деформация бруса;

$[\delta]$ – допускаемая величина деформации; l – длина бруса;

k – коэффициент, устанавливаемый ГОСТом.

3.5. Пример расчета ступенчатого бруса на прочность и жесткость.

Дано: ступенчатый брус (рис. 3.4) загружен сосредоточенными нагрузками F_1, F_2 и собственным весом γ .

Требуется: построить эпюры N, σ, δ и выполнить проверки прочности и жесткости бруса.

Решение.

1. Определение опорной реакции.

$$\sum Z = 0; F_1 - A_1 \cdot l_1 \cdot \gamma - F_2 - A_2 \cdot l_2 \cdot \gamma + R_A = 0;$$

$$R_A = F_2 - F_1 + A_1 \cdot l_1 \cdot \gamma + A_2 \cdot l_2 \cdot \gamma.$$

2. Составление аналитических выражений для нормальной силы N .

Нетрудно установить, что для данного бруса имеем два силовых участка, следовательно, два закона изменения N по длине бруса. Воспользуемся методом сечений на каждом силовом участке.

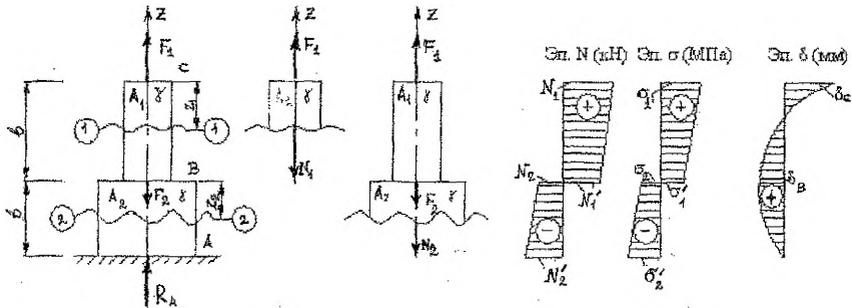


Рис. 3.4. Расчетная схема бруса, опоры N , σ , δ .

1) первый силовой участок

$$\sum Z = 0; F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot z_1 - N_1 = 0;$$

$$N_1 = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot z_1; \quad 0 \leq z_1 \leq l_1;$$

$$\text{при } z_1 = 0; N_1 = F_1;$$

$$\text{при } z_1 = l_1; N_1' = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1$$

2) второй силовой участок

$$\sum Z = 0; F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 - F_2 - \gamma \cdot A_2 \cdot z_2 - N_2 = 0;$$

$$N_2 = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 - F_2 - \gamma \cdot A_2 \cdot z_2; \quad 0 \leq z_2 \leq l_2;$$

$$\text{при } z_2 = 0; N_2 = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 - F_2;$$

$$\text{при } z_2 = l_2; N_2' = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 - F_2 - \gamma \cdot A_2 \cdot l_2 = -R_A.$$

По полученным результатам расчета строится эпюра N с учетом масштаба.

3. Определение напряжений σ в характерных сечениях бруса.

Для определения нормальных напряжений σ воспользуемся формулой (3.1):

$$\sigma = \frac{N}{A}.$$

Тогда

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{F_1}{A_1} - \gamma \cdot z_1; \quad 0 \leq z_1 \leq l_1;$$

или

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1}; \sigma_1^I = \frac{N_1^I}{A_1}; \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2}; \sigma_2^I = \frac{N_2^I}{A_2};$$

где $N_1; N_1^I; N_2; N_2^I$ — принимаем по эпюре N .

По полученным результатам расчета строится эпюра σ .

4. Вычисление абсолютных деформаций силовых участков.

Воспользуемся выражением (3.4.1)

$$\Delta l = \frac{W_N}{E \cdot A} = \frac{W_\sigma}{E};$$

Тогда

$$\Delta l_1 = \frac{(\sigma_1 + \sigma_1^I) \cdot l_1}{2E};$$

$$\Delta l_2 = \frac{(\sigma_2 + \sigma_2^I) \cdot l_2}{2E}.$$

5. Определение перемещений поперечных сечений бруса.

Вычислим перемещения границ силовых участков бруса. Очевидно, перемещение сечения А равно нулю, так как сечение А жестко закреплено, то есть

$$\delta_A = 0.$$

Перемещение сечения В:

$$\delta_B = \Delta l_2.$$

Перемещение сечения С:

$$\delta_C = \Delta l_2 + \Delta l_1.$$

По результатам расчета построена эпюра δ (см. рис 3.4). Правильность построения эпюры δ следует проверить по дифференциальным зависимостям ($\delta = d\sigma/dz = \operatorname{tg} \beta$).

6. Проверка прочности бруса.

Анализ эпюры σ показывает, что опасными сечениями для заданного бруса являются: сечение С — в растянутой зоне и сечение А — в сжатой области бруса. Условия прочности имеют вид (3.6.1; 3.6.2):

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 \leq R_p;$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_2^I \leq R_c.$$

Устанавливаем процент перенапряжения или недонапряжения и делаем вывод.

7. Проверка жесткости бруса.
 Воспользуемся условием жесткости (3.7):

$$\delta \leq [\delta],$$

где

$$\delta = \sum \Delta l_i = \Delta l_1 + \Delta l_2 \text{ или } \delta = \delta_c;$$

$$[\delta] = \frac{1}{k}; k = \sum k_i = k_1 + k_2; k = 500.$$

Тогда

$$\delta_c \leq \frac{1}{500}.$$

Устанавливаем выполняется или нет условие жесткости и делаем вывод.

3.6. Пример расчета статически неопределимой стержневой системы.

Дано: жесткий брус (см. рис. 3.5) загружен сосредоточенной силой F и поддерживается двумя стальными стержнями. Первый стержень имеет площадь поперечного сечения в 1,2 раза большую, чем второй ($n=1,2$).

Требуется: подобрать сечения стержней и определить величину разрушающей нагрузки.

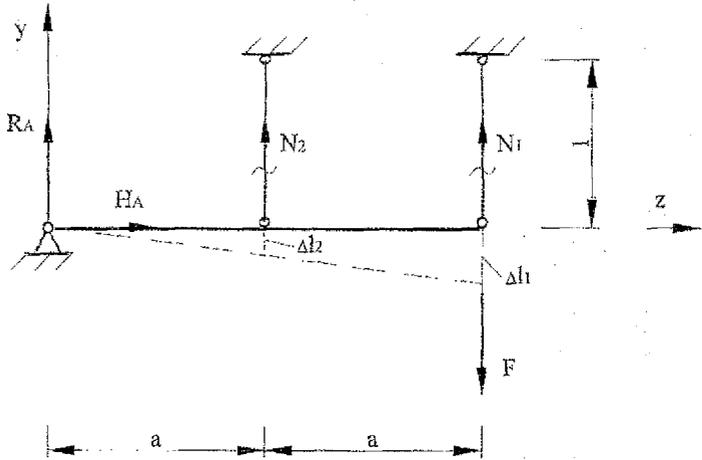


Рис. 3.5. Расчетная схема, план перемещений.

Решение.

1. Определение степени статической неопределимости.

В решаемом примере число неизвестных $n_R = (R_A; H_A; N_1; N_2) = 4$. Для плоской системы произвольно расположенных внешних сил можно составить только $n_{ур} = (\sum m_A = 0; \sum Y = 0; \sum Z = 0) = 3$.

Следовательно, степень статической неопределимости равна:

$$c = n_R - n_{\text{ур}} = 4 - 3 = 1,$$

то есть задача один раз статически неопределима.

2. Определение усилий в стержнях.

Для определения усилий в стержнях нет смысла составлять три уравнения равновесия, а целесообразно воспользоваться только уравнением:

$$\sum m_A = 0; N_2 \cdot a + N_1 \cdot 2a - 2F \cdot a = 0;$$
$$N_2 + 2N_1 - 2F = 0.$$

Для составления дополнительного уравнения покажем деформированное состояние статически неопределимой системы и установим связь между деформациями стержней Δl_1 и Δl_2 (см. рис. 3.5):

$$\frac{\Delta l_2}{a} = \frac{\Delta l_1}{2a}; \Delta l_1 = 2\Delta l_2.$$

С учетом закона Гука получим:

$$\frac{N_1 \cdot l}{E \cdot A_1} = 2 \frac{N_2 \cdot l}{E \cdot A_2}; N_1 = 2N_2 \cdot \frac{A_1}{A_2} = 2,4N_2.$$

Таким образом получаем систему 2-х уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} N_2 + 2N_1 - 2F = 0; \\ N_1 = 2,4N_2; \end{cases}$$

Решая систему из двух уравнений, находим значения усилий N_1 и N_2

3. Определение напряжений в стержнях.

Для определения напряжений воспользуемся выражением (3.1):

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{N_1}{1,2 \cdot A_2}; \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2}.$$

4. Подбор сечений стержней.

Сравнивая значения σ_1 и σ_2 устанавливаем наиболее напряженный стержень. Предположим, что:

$$\sigma_1 > \sigma_2,$$

тогда необходимо составить условие прочности для первого (наиболее напряженного) стержня:

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} \leq R,$$

отсюда

$$A_1 \geq \frac{N_1}{R}, \text{ тогда } A_2 = \frac{A_1}{n} = \frac{A_1}{1,2}.$$

По таблицам сортамента прокатной стали в соответствии с ГОСТ 8509-72 и с учетом полученных значений площадей A_1 и A_2 подбираем один или два, или четыре равнобоких уголка, общая площадь которых наиболее близко совпадает с расчетной величиной A_1, A_2 . После этого вычисляем фактические напряжения, возникающие в стержнях:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1^*}; \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2^*},$$

где A_1^*, A_2^* – площади поперечных сечений принятых уголков соответственно для первого и второго стержней.

Процент перегрузки или недогрузки равен

$$\delta = \frac{\sigma - R}{R} \cdot 100\% .$$

5. Определение величины разрушающей нагрузки.

Внешняя нагрузка F , действующая на нашу систему, достигает $F_{\text{разр}}$ в тот момент, когда напряжения в обоих стержнях достигнут величины равной пределу текучести, то есть:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_Y = 240 \text{ МПа},$$

при этом усилия в стержнях:

$$N_{1, \text{разр}} = \sigma_Y \cdot A_1^*; N_{2, \text{разр}} = \sigma_Y \cdot A_2^* .$$

Тогда для определения величины разрушающей нагрузки $F_{\text{разр}}$ достаточно воспользоваться уравнением статики: $\sum m_A = 0$;

$$N_{2, \text{разр}} \cdot a + 2N_{1, \text{разр}} \cdot a = 2F_{\text{разр}} \cdot a,$$

или

$$F_{\text{разр}} = \frac{N_{2, \text{разр}} + 2N_{1, \text{разр}}}{2} .$$

6. Сравнение величины $F_{\text{разр}}$ с заданной нагрузкой F .

Для сравнения величины разрушающей нагрузки с заданной составим следующее отношение

$$k = \frac{F_{\text{разр}}}{F} .$$

3.7. Вопросы для самопроверки.

1. Что понимается под растяжением-сжатием?
2. Какие внутренние силы возникают в поперечных сечениях при растяжении-сжатии брусев? Приведите определение.
3. С помощью какого метода определяют внутренние силы при растяжении брусев?
4. Какие напряжения возникают в поперечных сечениях брусев?
5. Что понимают под напряжением?

6. Какие используются гипотезы при выводе формулы определения напряжений в поперечных сечениях брусков? Запишите формулу определения напряжений.
7. Сформулируйте закон Гука для растяжения-сжатия? Приведите два выражения закона Гука и примеры их использования.
8. Как выполняются расчеты на прочность и жесткость при растяжении?
9. Какие типы задач можно решить с учетом расчета на прочность?
10. Приведите известные методы расчетов на прочность?
11. Какие системы называются статически определенными и статически неопределимыми?
12. Назовите особенности расчета статически неопределимых систем?
13. Что положено в основу получения дополнительного уравнения?
14. Какими свойствами обладают статически неопределимые конструкции?
15. Как определяется температурная деформация?

3.8. Задание по расчетно-проектировочной работе №3.

“Расчеты на растяжение-сжатие”.

Задача 3.1.

Дано: трехступенчатый брус (принять по номеру схемы) загружен сосредоточенными нагрузками F_1 , F_2 и собственным весом γ (числовые параметры принять по номеру варианта).

Требуется:

1. Построить эпюры N , σ , δ .
2. Выполнить проверки на прочность и жесткость.

Принять:

$$R_p = 5 \text{ МПа}; R_c = 10 \text{ МПа}; \gamma = 25 \text{ кН/м}; E = 3 \cdot 10^{10} \text{ Па}; [\delta] = \frac{l_{\text{общ}}}{1000}$$

Задача 3.2.

Дано: абсолютно жесткий брус, закрепленный шарнирно-неподвижно и с помощью двух стальных стержней (с учетом номера схемы), загружен сосредоточенной нагрузкой F (числовые параметры принять согласно номера варианта).

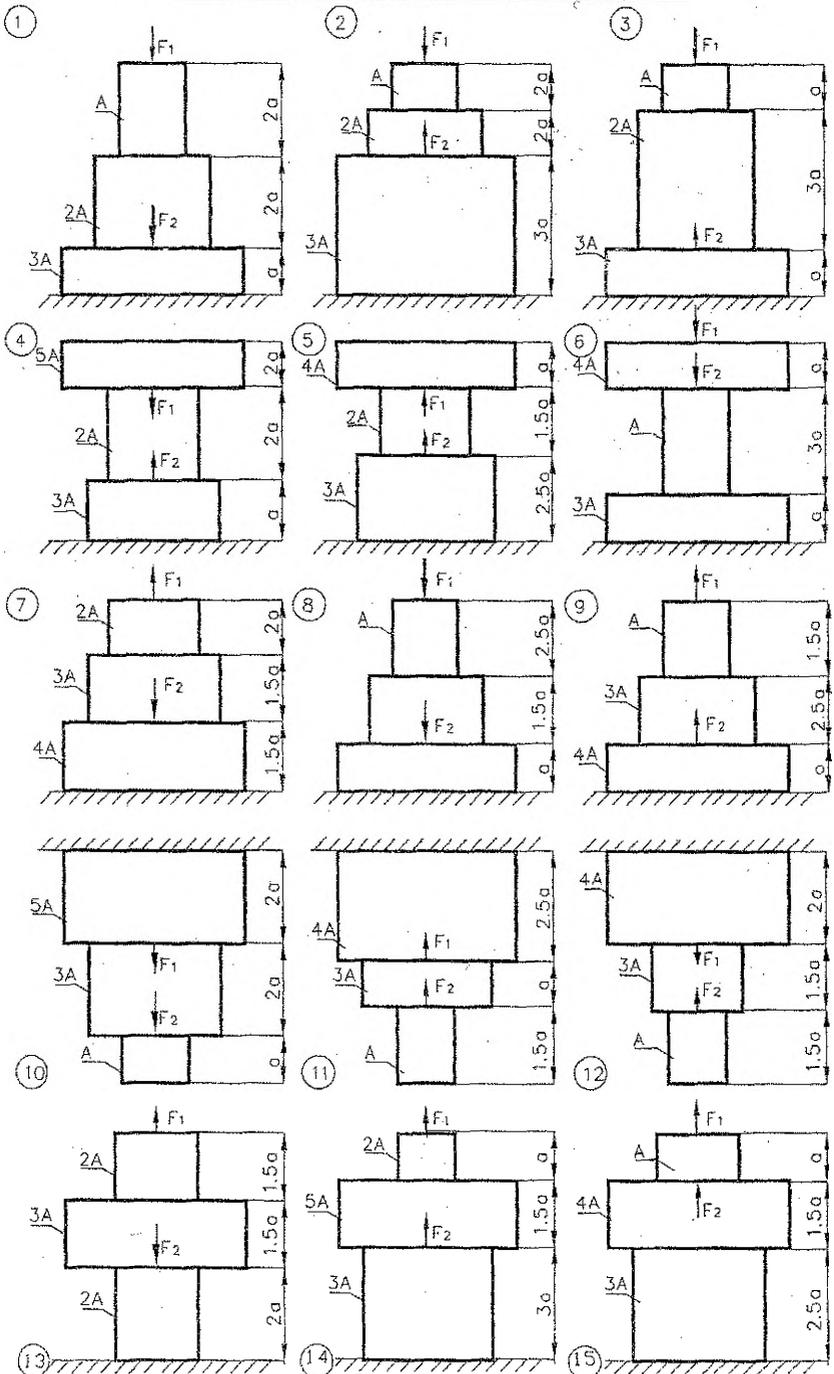
Требуется:

1. Определить степень статической неопределимости.
2. Вычислить значения внутренних усилий в стержнях.
3. Определить напряжения в стержнях.
4. Подобрать сечения стержней из одного или двух, или четырех равнобоких уголков.
5. Определить величину разрушающей нагрузки.
6. Сравнить значение $F_{\text{разр}}$ с заданной нагрузкой F .

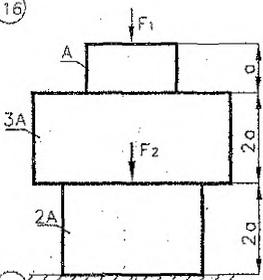
Принять:

$$R = 200 \text{ МПа}; \sigma_{\gamma} = 240 \text{ МПа}$$

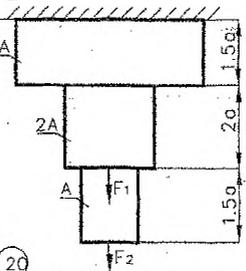
3.9. Схемы трехступенчатых брусьев.



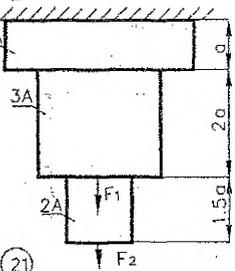
16



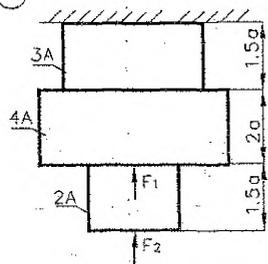
17



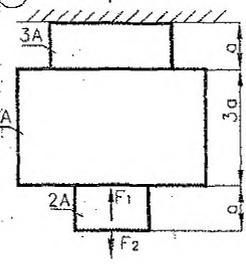
18



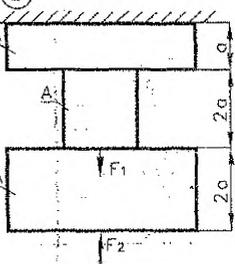
19



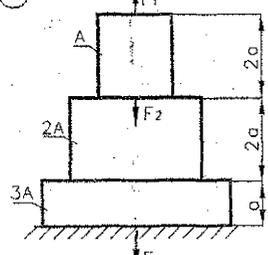
20



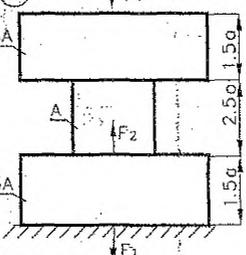
21



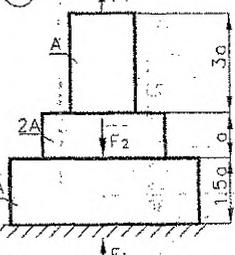
22



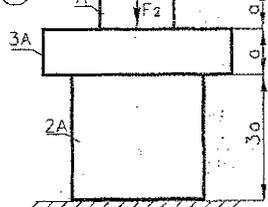
23



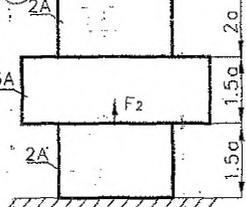
24



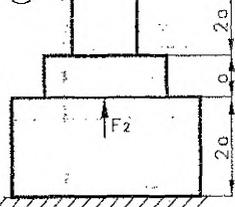
25



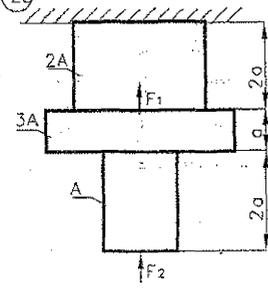
26



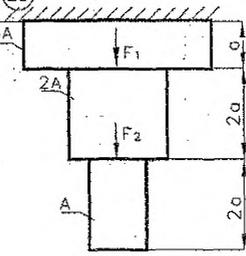
27



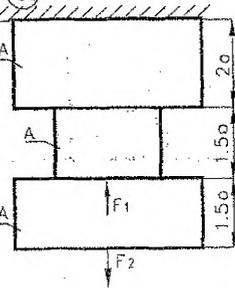
28



29



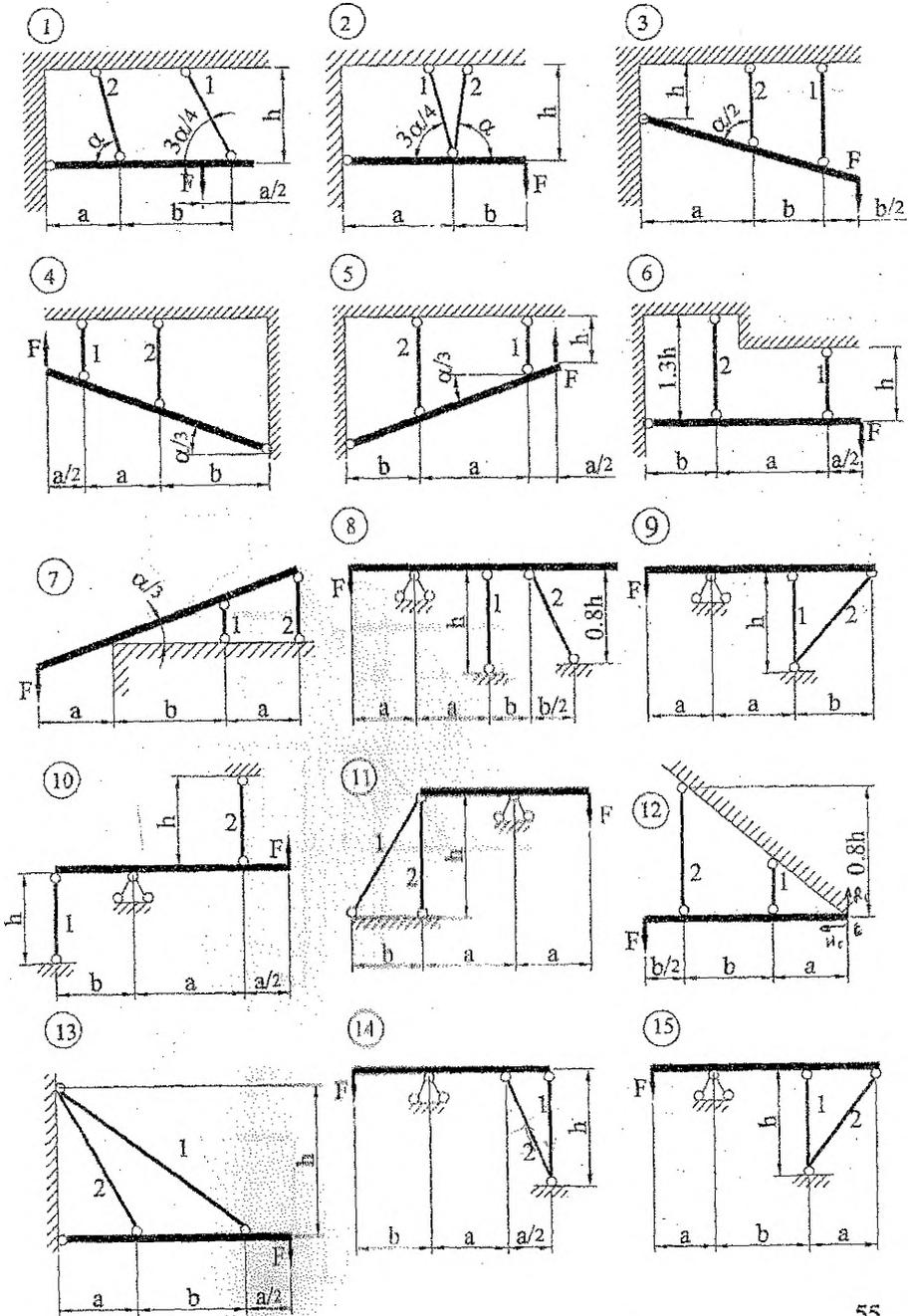
30

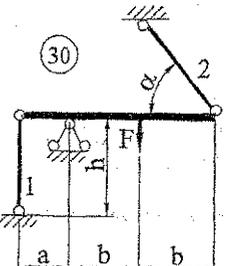
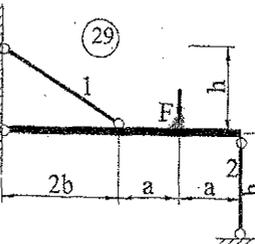
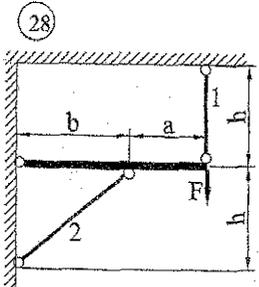
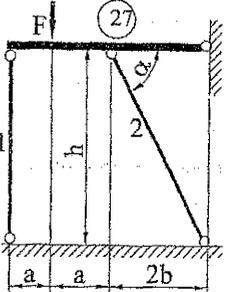
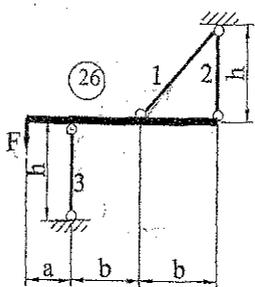
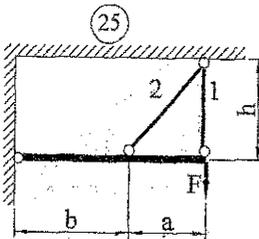
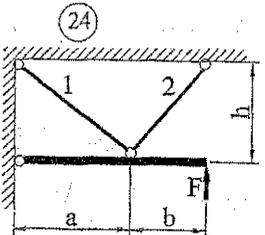
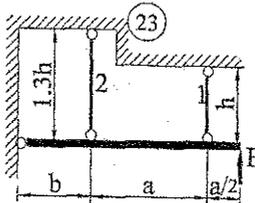
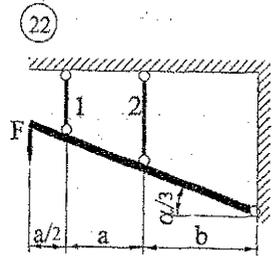
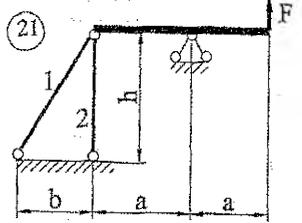
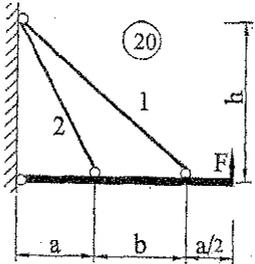
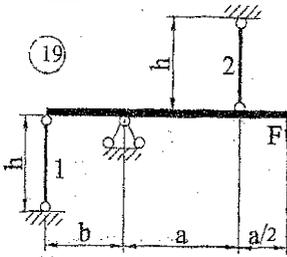
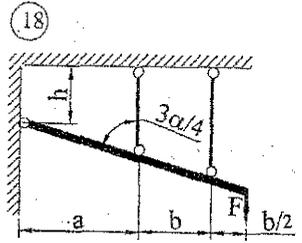
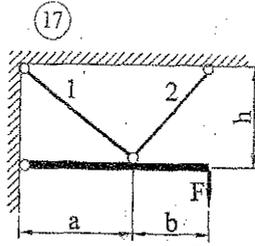
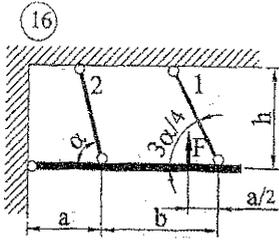


3.10 Числовые параметры к трехступенчатым брусьям.

Вариант	а	A	F ₁	F ₂
	м	см ²	кН	кН
1	1.6	300	300	600
2	2.0	350	200	800
3	1.5	250	290	260
4	2.5	450	200	600
5	2.8	400	550	600
6	2.7	340	370	980
7	2.4	450	340	200
8	1.4	340	330	280
9	1.8	410	240	350
10	1.6	420	280	380
11	1.6	480	290	360
12	1.7	390	440	310
13	2.1	320	390	460
14	2.2	350	250	410
15	1.1	480	400	240
16	2.5	240	230	370
17	2.2	380	400	230
18	1.5	200	330	490
19	2.6	450	280	220
20	1.4	250	390	210
21	1.6	200	200	300
22	1.7	300	300	400
23	1.8	350	350	420
24	1.9	400	250	350
25	2.0	410	280	380
26	1.7	280	250	180
27	1.9	360	240	210
28	1.6	250	220	160
29	1.5	400	310	230
30	1.8	350	340	200
31	1.0	450	210	130
32	1.6	360	320	180
33	1.8	370	330	190
34	1.9	380	340	200
35	1.7	390	350	210
36	0.9	320	360	190
37	1.8	340	270	340
38	1.9	350	380	360
39	0.8	360	290	280
40	0.9	370	300	210
41	1.0	380	400	300
42	2.2	390	210	410
43	2.6	400	310	260
44	2.7	420	340	220
45	2.4	440	350	210
46	1.0	200	400	300
47	1.2	250	450	350
48	1.4	300	400	400
49	1.6	350	350	380
50	1.8	280	360	360

3.11. Схемы статически неопределимых систем.





3.12. Числовые параметры к статически неопределимым системам.

Вариант	a	b	h	α	$\frac{A_1}{A_2}$	F
	м	м	м	град	-	кН
1	2.0	1.4	1.2	60	2.0	48
2	2.2	1.6	1.0	70	1.5	50
3	2.6	1.8	1.8	45	1.2	75
4	2.4	1.6	1.2	60	1.4	90
5	2.2	1.4	2.0	50	1.5	80
6	2.0	1.2	1.2	45	2.0	90
7	2.4	1.2	1.6	80	1.6	95
8	2.6	1.6	1.4	60	2.0	70
9	2.0	1.8	1.6	45	1.8	85
10	2.1	1.6	1.4	60	1.5	60
11	2.2	2.4	2.1	80	1.4	80
12	2.0	2.2	1.4	75	1.8	82
13	1.8	1.8	1.2	50	1.2	92
14	2.0	1.6	1.3	60	2.0	96
15	2.0	2.0	1.5	70	1.5	94
16	0.8	0.6	0.4	30	1.2	36
17	1.0	0.8	0.8	45	1.8	48
18	1.2	1.2	0.8	60	1.5	60
19	1.4	1.2	1.0	70	1.6	62
20	1.5	1.3	1.1	20	1.8	70
21	1.2	1.2	1.0	45	2.0	60
22	1.3	1.3	1.2	30	1.5	50
23	1.4	1.4	1.4	45	1.6	70
24	1.5	1.5	1.5	50	2.0	80
25	1.6	1.6	1.6	60	1.8	90
26	1.8	2.0	1.4	40	2.0	64
27	1.8	1.6	1.6	30	2.2	65
28	2.2	2.0	1.5	60	1.8	98
29	2.1	2.2	1.6	70	2.0	75
30	2.4	1.2	1.8	45	2.1	79
31	2.0	2.4	1.6	60	1.9	65
32	3.0	3.0	2.0	40	2.7	90
33	1.3	2.0	1.9	45	1.4	77
34	1.8	2.2	2.9	55	2.1	98
35	1.7	2.3	1.8	65	1.6	84
36	1.9	1.9	1.4	60	2.0	76
37	1.5	1.4	1.6	55	2.1	70
38	1.4	1.3	1.8	60	1.8	90
39	2.7	1.4	1.9	55	1.9	95
40	2.6	1.2	1.8	60	1.6	60
41	2.4	1.6	1.9	55	1.8	85
42	2.1	1.7	2.0	50	1.9	100
43	2.4	1.5	2.8	45	2.0	90
44	2.5	1.8	2.7	50	1.9	96
45	2.0	1.8	2.6	60	2.2	86
46	1.7	1.7	1.5	70	2.0	100
47	1.8	1.8	1.6	75	2.0	90
48	1.9	1.9	1.7	60	1.8	80
49	2.0	2.0	2.0	45	1.6	85
50	2.1	2.1	2.1	45	1.7	105

Учебное издание

Составители: Соловей Павел Иванович

Хвисевич Виталий Михайлович

Задания и методические указания

к выполнению расчетно-проектировочных работ по курсу «Сопротивление материалов» для студентов специальностей Т19.01.00 – «Промышленное и гражданское строительство», Т19.02.00 – «Производство строительных изделий и конструкций», Т19.03.00 – «Строительство дорог и транспортных объектов», Т19.06.00 – «Водоснабжение, водоотведение, очистка природных и сточных вод».

Ответственный за выпуск: Хвисевич В.М.

Редактор: Строкач Т.В.

Технический редактор: Никитчик А.Д.

Подписано к печати 16.10.01. Формат 60×84 1/16. Бумага писч.№1. Гарнитура Times New Roman. Усл. п.л. 2,3. Уч. изд. л. 2,4. Тираж 350 экз. Заказ № 613.

Отпечатано на ризографе Брестского государственного технического университета. 224017, Брест, ул. Московская, 267.