МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

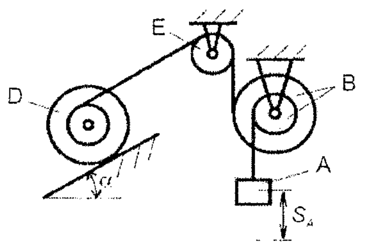
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ОБ ИЗМЕНЕНИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ К ИЗУЧЕНИЮ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Задания и методические указания

к выполнению расчетно-графической работы
по теоретической механике
для студентов технических специальностей



Брест 2016

УДК 539.3: 624.04

Теоретическая механика является одной из основных общетехнических дисциплин, составляющих фундамент для изучения специальных дисциплин и подготовки квалифицированных инженеров технических специальностей. Для приобретения навыков инженерных расчетов студенты выполняют расчетно-графические работы по основным разделам курса.

Настоящие методические указания содержат краткий теоретический материал по разделу «Теорема об изменении кинетической энергии», соответствующий программе курса, и условие задания для выполнения расчетно-графической работы по этому разделу.

Составители: В.В. Батрак, ст. преподаватель
А.И. Веремейчик, доцент
А.Е. Желткович, доцент, к.т.н.
В.М. Хвисевич, доцент, к.т.н.
Б.Г. Холодарь, доцент, к.т.н.

Рецензент: директор филиала РУП «Институт БелНИИС»- «Научно-

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Задания и методические указания соответствуют базовым учебным планам технических специальностей и включают в себя краткие теоретические сведения, условия задания для выполнения расчетно-графической работы и примеры расчетов. При защите расчетно-графической работы необходимо ответить на вопросы, связанные с ее выполнением, и решить контрольные задачи по ее тематике.

УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

1. Расчетно-графические работы выполняются на стандартных листах формата А4 (210 x 297мм) со штампом 15 мм и указанием нумерации страниц.

2. Порядок оформления: титульный лист с указанием варианта; задание с указанием исходных данных и схем конструкций; текст решения с необходимыми пояснениями и схемами; выводы; перечень литературы.

3. Чертежи и схемы выполняются с соблюдением правил графики и масштабов Стандарта УО «БрГТУ».

4. Текстовая часть выполняется в соответствии с требованиями к оформлению текстовых документов. Расчеты выполняются в общем виде, в полученные выражения подставляются значения входящих в них величин, записывается числовой результат с указанием размерности ответа. Все вы-числения производятся в десятичных дробях с точностью до трех-четырех значащих цифр.

5. Для наглядности и удобства схемы и графики можно выполнять на миллиметровой бумаге соответствующего формата.

6. Все рисунки (схемы, графики и т. д.) должны быть пронумерованы, обозначены, упомянуты в тексте.

1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Кинетическая энергия – скалярная мера механического движения.

Кинетическая энергия материальной точки – скалярная положительная величина, равная половине произведения массы точки на квадрат ее скорости, т. е. $\frac{mV^2}{2}$.

Кинетическая энергия механической системы – сумма кинетических энергий всех материальных точек этой системы:

$$T = \frac{m_1 V_1^{\,2}}{2} + \frac{m_2 V_2^{\,2}}{2} + \ldots + \frac{m_n V_n^{\,2}}{2} = \sum_{k=1}^{n} \frac{m_k V_k^{\,2}}{2}. \tag{1}$$

Кинетическая энергия системы, состоящей из n связанных между собой тел, равна сумме кинетических энергий всех тел этой системы:

$$T = T_1 + T_2 + \ldots + T_n = \sum_{k=1}^{n} T_k. \tag{2}$$

Кинетическая энергия твердого тела при различных видах движения твердого тела:

1. Поступательное движение.

При поступательном движении тела:

$$T = \frac{MV^2}{2}. \tag{3}$$

2. ***Вращение тела вокруг неподвижной оси:***

$$T = \frac{I_z \omega^2}{2}. \tag{4}$$

где $I_z = \sum m_k r_k^2$ — момент инерции тела относительно оси вращения.

3. ***При плоскопараллельном движении*** тела кинетическая энергия складывается из кинетической энергии поступательного движения тела со скоростью центра масс $\frac{MV_C^2}{2}$ и кинетической энергии вращательного движения вокруг оси, проходящей через центр масс $\frac{I_{zC}\omega^2}{2}$:

$$T = \frac{MV_C^2}{2} + \frac{I_{zC}\omega^2}{2}. \tag{5}$$

Теорема об изменении кинетической энергии механической системы

1. Теорема в дифференциальной форме.

Дифференциал от кинетической энергии механической системы равен сумме элементарных работ внешних и внутренних сил, действующих на систему.

$$dT = dA^e + dA^i. \tag{6}$$

Разделим (6) на dt:

$$\frac{dT}{dt}=\frac{dA^e}{dt}+\frac{dA^i}{dt}, \qquad (7)$$

где $\frac{dA^e}{dt}=N^e$ — мощность внешних сил; $\frac{dA^i}{dt}=N^i$ — мощность внутренних сил.

Тогда

$$\frac{dT}{dt}=N^e+N^i, \qquad (8)$$

или

$$\frac{dT}{dt}=N^e. \qquad (9)$$

2. Теорема в интегральной (конечной) форме.

Изменение кинетической энергии механической системы на некотором перемещении равно сумме работ внешних и внутренних сил, приложенных к системе, на соответствующих перемещениях точек их приложения:

$$T_к-T_н=\sum A(\bar{F}_к^e), \qquad (10)$$

где $T_к$ – кинетическая энергия системы в конечном положении (при $S=S_к$),

$T_н$ - кинетическая энергия системы в начальном положении (при $S=S_н$).

2. ЗАДАНИЕ К РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЕ

На приведенных ниже схемах даны варианты механических систем. Тела систем могут двигаться в вертикальной плоскости под действием сил веса, сил упругости пружин, сил трения (скольжения и качения) и заданных активных сил. Нити считаются невесомыми и нерастяжимыми, их наклон одинаков с наклоном соответствующих опорных плоскостей. Качение тел происходит без проскальзывания. Все схемы необходимо дополнить пружиной заданной жесткости c, один конец которой закреплен на теле *1*, а второй крепится к неподвижной поверхности, расположенной на некотором расстоянии перед этим телом.

Состояние системы при $t<0$ является состоянием статического равновесия. Оно обеспечивается действием сил веса, трения и силой упругости пружины. При t = 0 телу 1 придается начальная скорость V_0 (так как нити нерастяжимы, то соответствующие начальные скорости получают и другие тела системы).

Активная сила F^a приложена к телу *1* при $t\geq 0$, и ее направление действия совпадает с указанным на схемах направлением перемещения этого тела

$S_н\leq S\leq S_к$, а величина силы зависит от достигнутого перемещения (S - промежуточное положение тела 1 на траектории движения; $S_н$ – начальное положение тела 1 при t=0; $S_к$ – конечное положение тела 1).

По имеющимся данным требуется определить закон изменения скорости тела 1 в зависимости от его перемещения и величину усилия в нити, связывающей тела 1 и 2. Определить также числовое значение указанных величин в момент времени, когда тело 1 пройдет заданный путь $S_к$.

Пояснения к обозначениям и числовым данным:

m_1, m_2, m_3, m_4 – массы тел 1-4, выражаемые через некую массу m,

R, r – радиусы окружностей колес (индексы указывают на соответствующее тело),

i_2, i_3 – радиусы инерции относительно осей вращения тел, проходящих через их центры масс (если радиусы инерции тела не заданы, то оно считается однородным диском),

α и β – углы наклона плоскостей,

f и δ – коэффициенты трения скольжения и качения соответственно.

Массы заданы в килограммах, линейные размеры – в метрах, углы – в радианах.

Массы тел принимаются по формулам:

$m_1=K_{m1}\cdot m$, $m_2=K_{m2}\cdot m$, $m_3=K_{m3}\cdot m$, $m_4=K_{m4}\cdot m$.

Радиусы колес $R_2=0.30$ *м*, $R_3=0.20$ *м* (если нет указания на схеме),

Радиусы инерции $i_2=0.20$ *м*, $i_3=0.15$ *м*.

Коэффициент трения скольжения $f=0.2$, коэффициент трения качения $\delta=0.25\cdot 10^{-2}$ *м*.

Углы $\alpha=K_\alpha\cdot\pi/12$ и $\beta=K_\beta\cdot\pi/12$.

Жесткость пружины принять по формуле $c=K_c\cdot m_1\ g/L$, где $g=9.81 м/с^2$, $L=1.0м$.

Начальная скорость $V_O=K_V\cdot 1$ (*м/сек*).

Все числовые коэффициенты ($K_{m1},\ldots, K_V$) и зависимость $F^a(S)$ указываются преподавателем при выдаче задания в группах, например, как указано в таблице.

Таблица исходных данных по группам

№ группы	1	2	3	4	5
K_{m1}	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0
K_{m2}	1.0	2.0	3.0	1.0	2.0
K_{m3}	3.0	2.0	1.0	2.0	3.0
K_{m4}	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
K_α	4.0	3.0	2.0	4.0	3.0
K_β	2.0	3.0	4.0	2.0	3.0
K_c	1.0	2.0	3.0	1.0	2.0
K_V	0.0	1.0	2.0	1.0	0.0
$F^a(S)$	$Mg\cdot(1\text{-}Cos(\pi S/S_k))$	$Mg\cdot Sin(\pi S/2S_k)$	$Mg\cdot S/S_k$	$Mg\cdot(S/S_k)^2$	$Mg\cdot(exp(S/S_k\text{-}1)$
M	$3.0\cdot m$	$3.0\cdot m$	$3.0\cdot m$	$3.0\cdot m$	$3.0\cdot m$
S_k	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5

Схемы механизмов показаны в положении статического равновесия (см. по вариантам).

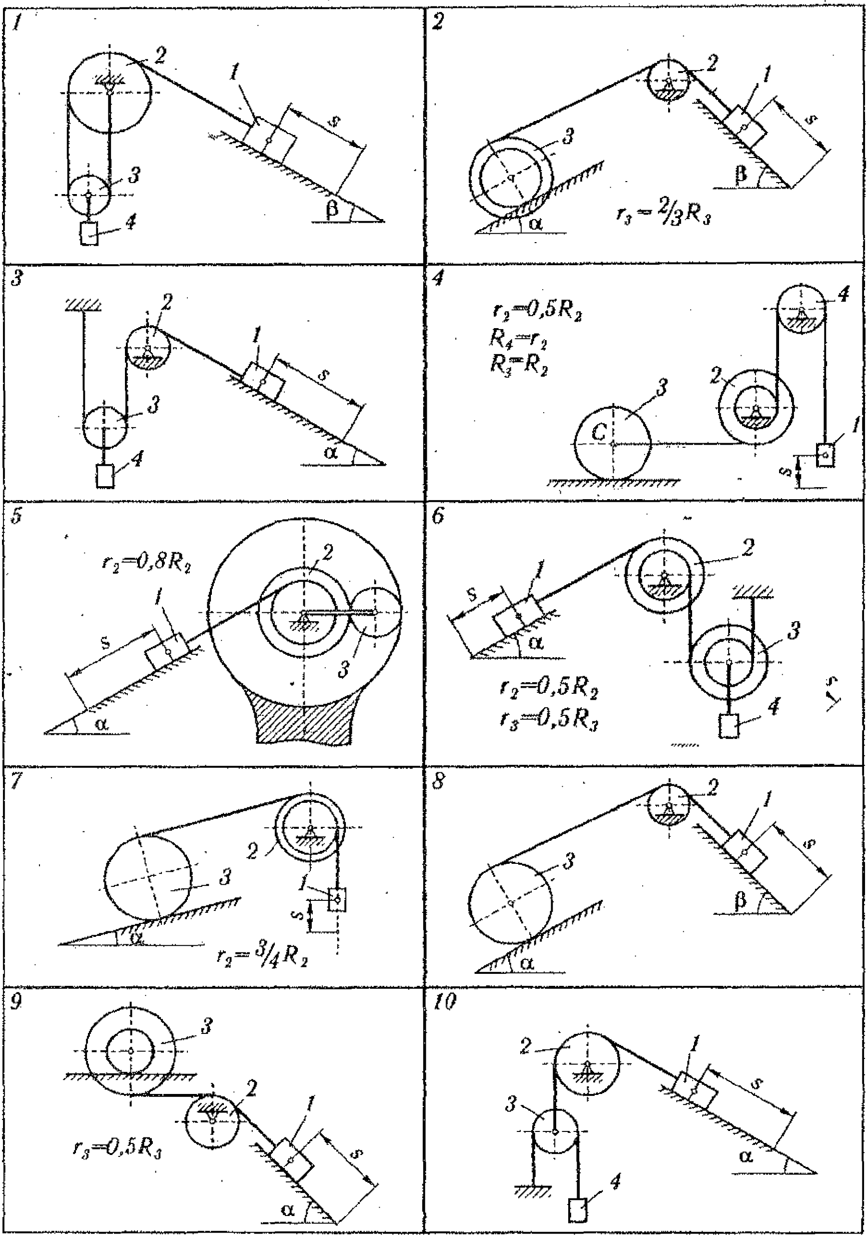
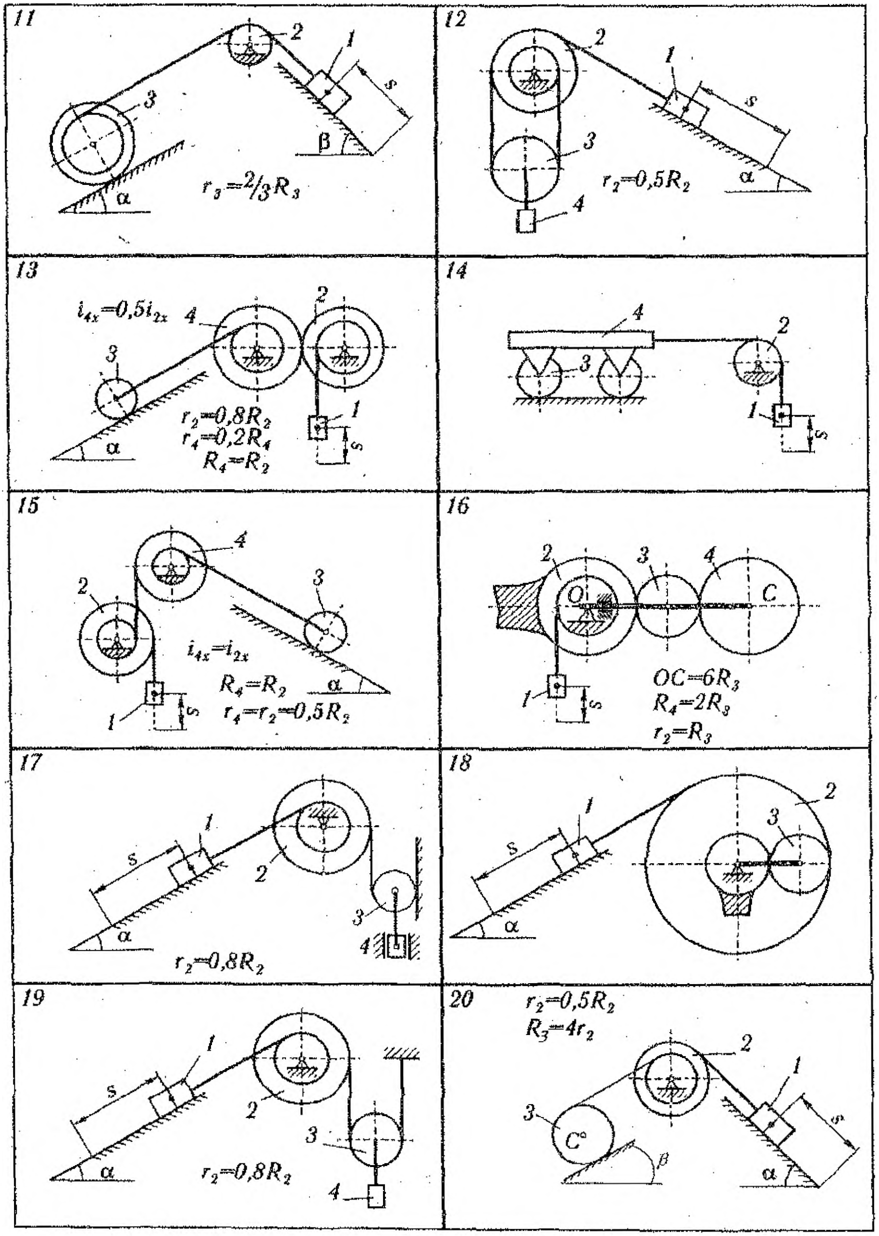
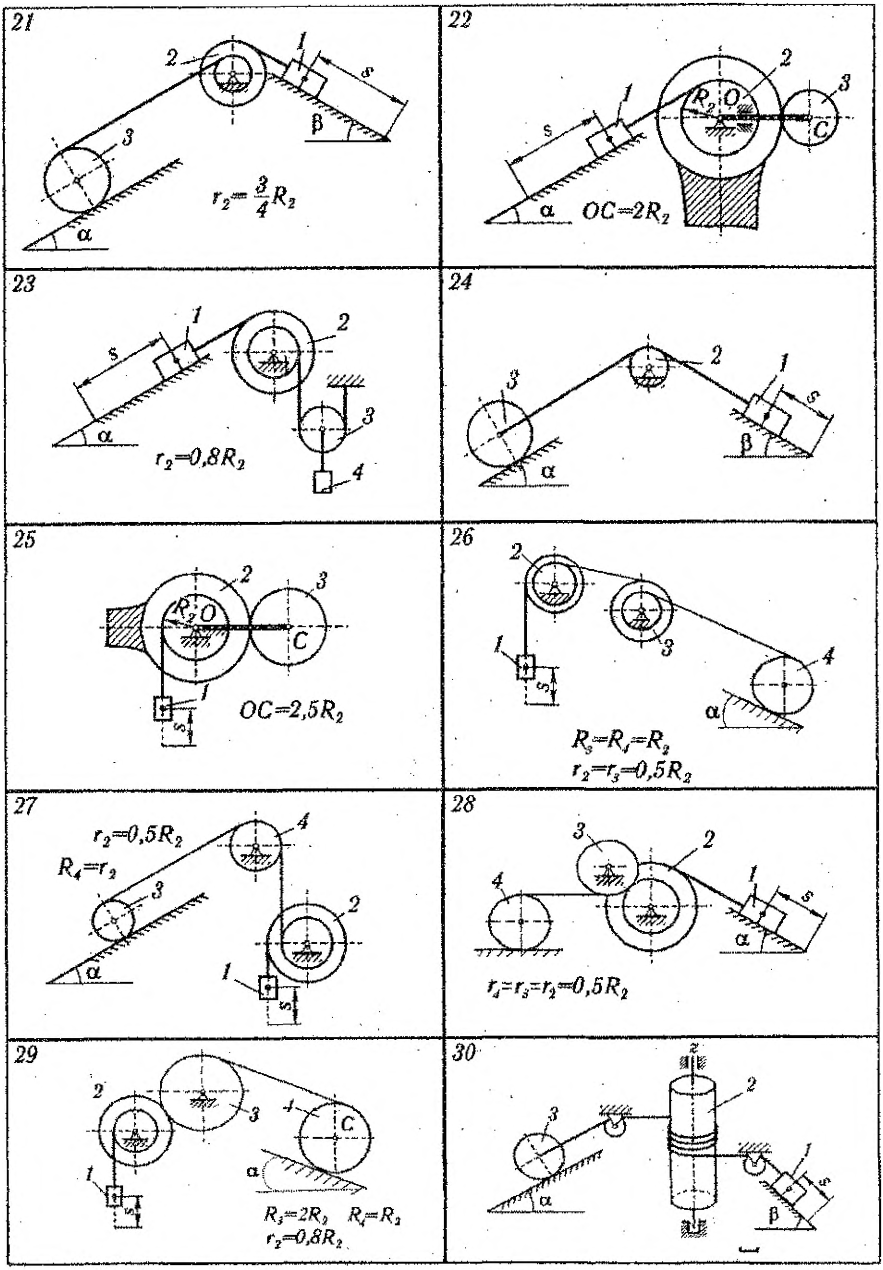


Рисунок 1 – Схемы заданий по вариантам



Продолжение рисунка 1



Продолжение рисунка 1

Работа выполняется в последовательности:

- показать схему механизма, дополненную пружиной;
- показать все действующие в системе внешние силовые факторы;
- составить расчетные схемы и определить статическую деформацию пружины ***;
- показать систему в произвольном положении (при $S_{н}<S<S_{к}$);
- найти кинетическую энергию системы и определить ее начальное значение;
- найти работы приложенных сил;
- найти зависимость $V(S)$ и определить $V(S_{к})$;
- найти ускорение первого тела и усилие в нити между первым и вторым телом (используя основное уравнение динамики точки или принцип Даламбера для точки), провести вычисления для $S=S_{к}$.

*** статическую деформацию пружины допускается определять с помощью принципа возможных перемещений.

Пример:

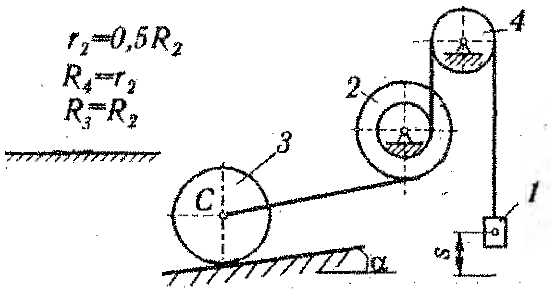


Рисунок 2

<u>*Исходные данные:*</u>

$K_{m1}=3,\ K_{m2}=1,\ K_{m3}=1,\ K_{m4}=2,\ K_{\alpha}=4,\ K_{c}=1,\ K_{V}=1$

$M=3\cdot m,\ \ S_{к}=0,5$

$F^{a}(S)=M\cdot g\cdot e^{\frac{S}{S_{к}}}=3\cdot m\cdot g\cdot e^{\frac{S}{0.5}}=3\cdot g\cdot m\cdot e^{2,0\cdot S}$

<u>Пояснения к обозначениям и числовым данным:</u>

m_1, m_2, m_3, m_4 —массы тел 1-4, выражаемые через некую массу m.

R, r - радиусы окружностей колес (индексы указывают на соответствующее тело).

i_2 - радиус инерции относительно оси вращения.

α - угол наклона плоскости.

δ - коэффицент трения качения.

Массы тел принимаются по формулам:

$$m_1=K_{m1}\cdot m=3\cdot m,\ \ m_2=K_{m2}\cdot m=m,\ \ m_3=K_{m3}\cdot m=m,$$
$$m_4=K_{m4}\cdot m=2m.$$

Радиусы колес $R_2 = 0{,}3$м, ($R_3 = R_2 = 0{,}3$ м).
Радиус инерции $i_2 = 0{,}2$м.
Коэффициент трения качения $\delta = 0{,}5 \cdot 10^{-2}$м.
Угол $\alpha = K_\alpha \cdot \frac{\pi}{12} = 4 \cdot \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$.
Жесткость пружины принять по формуле $c = K_c \cdot m_1 \cdot \frac{g}{l} = 3 \cdot m \cdot \frac{g}{1} = 3 \cdot m \cdot g$.
Начальная скорость $V_0 = K_v \cdot 1 = 1\left(\frac{м}{сек}\right)$.

Решение

Изобразим схему механизма, дополненную пружиной, и покажем все действующие в системе внешние факторы.

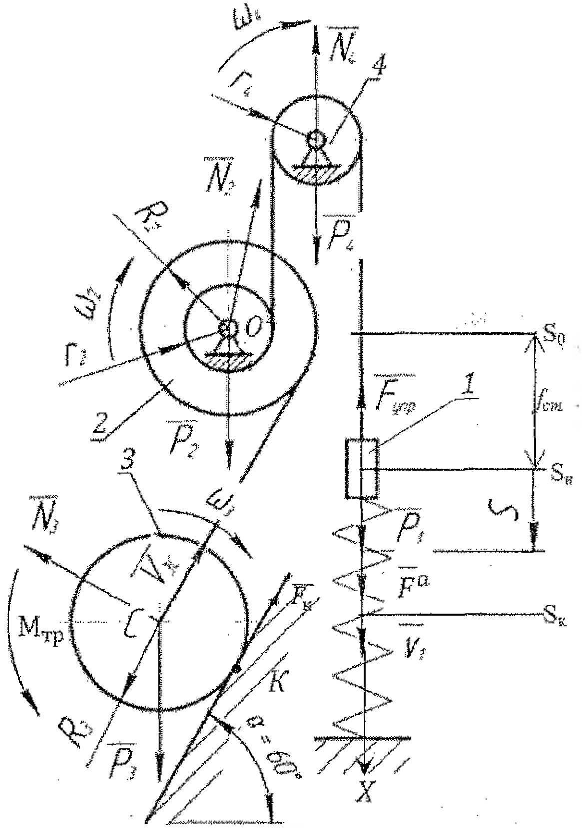


Рисунок 3

S_0 – положение тела 1 при недеформированной пружине, т. е. тело 1 удерживается некоторой внешней силой.

1. Рассмотрим движение механической системы, состоящей из тел 1-4.

Для определения V_1 воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии:

$$T_к - T_н = \sum A_к. \qquad (11)$$

2. Определяем кинетическую энергию T.

$$\mathrm{T} = \mathrm{T}_1 + \mathrm{T}_2 + \mathrm{T}_3 + \mathrm{T}_4. \qquad (12)$$

3. Учитывая, что тело 1 движется поступательно, тела 2 и 4 вращаются вокруг неподвижных осей, тело 3 движется плоскопараллельно, получим:

$$T_1 = \frac{m_1 \cdot V_1^2}{2},\ T_2 = \frac{I_2 \cdot \omega_2^2}{2},\ T_3 = \frac{m_3 \cdot V_{3C}^2}{2} + \frac{I_3 \cdot \omega_3^2}{2},\ T_4 = \frac{I_4 \cdot \omega_4^2}{2}, \qquad (13)$$

где I_2 - момент инерции тел (по условию принято $i_2=0,2$ *м*,

$r_2=0,5 \cdot R_2=0,5 \cdot 0,3=0,15$ *м*, $R_4= r_2=0,15$ *м*, $R_2=R_3=0,3$ *м*).

4. Все входящие сюда скорости выражаем через искомую V_1:

$$\omega_2 = \frac{V_1}{r_2} = \frac{V_1}{R_4} = \frac{V_1}{0,15},$$

$$V_{3C} = \omega_2 \cdot R_2 = \frac{V_1}{0,15} \cdot 0,3 = 2,0 \cdot V_1,$$

$$\omega_3 = \frac{V_{3C}}{R_3} = \frac{2 \cdot V_1}{0,3} = 6,67 \cdot V_1. \qquad (14)$$

Тогда, подставляя выражения (14) и (13), получим:

$$T_1 = \frac{3 \cdot m \cdot V_1^2}{2},$$

$$T_2 = \frac{0,04 \cdot m \cdot \left(\frac{V_1}{0,15}\right)^2}{2} = 0,89 \cdot mV_1^2,$$

$$T_3 = \frac{m \cdot (2 \cdot V_1)^2}{2} + \frac{0,045 \cdot m \cdot (6,67 \cdot V_1)^2}{2} = 3 \cdot mV_1^2,$$

$$T_4 = \frac{0,0225 \cdot m \cdot \left(\frac{V_1}{0,15}\right)^2}{2} = 0,5 \cdot mV_1^2.$$

Тогда выражение (12) запишется как

$$T = \frac{3 \cdot m \cdot V_1^2}{2} + 0,89 \cdot mV_1^2 + 3 \cdot mV_1^2 + 0,5 \cdot mV_1^2. \qquad (15)$$

Данное выражение определяет кинетическую энергию системы в зависимости от скорости 1-го тела.

Определяем начальное значение кинетической энергии системы:

$T_н=T$ (при $V_1=V_0$).

$$T_н=5,89 \cdot m \cdot V_0^2=5,89 \cdot m \cdot 1^2=5,89 \cdot m. \qquad (16)$$

5. Далее найдем сумму работ всех действующих внешних сил на перемещениях, которые будут иметь точки системы, когда груз 1 пройдет путь S. Введем обозначения: $S_1 = S$ – перемещение груза 1

$$\varphi_4 = \frac{S_1}{R_4} = \frac{S}{0{,}15}, \quad \varphi_2 = \frac{S_1}{r_2} = \frac{S}{0{,}15},$$
$$S_{3C} = \varphi_2 \cdot R_2 = \frac{S}{0{,}15} \cdot 0{,}3 = 2 \cdot S,$$
$$\varphi_3 = \frac{S_{3C}}{R_3} = \frac{2 \cdot S}{0{,}3} = 6{,}67 \cdot S. \qquad (17)$$

Соотношения (17) аналогичны (14).

Найдем начальное и конечное удлинение пружины (для этого рассмотрим условие равновесия тела 1 на рисунке 4).

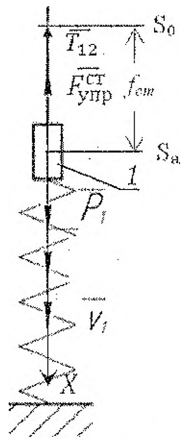


Рисунок 4

Определим состояние деформированной пружины $f_{ст}$:

$$P_1 + T_{12} + F^{ст}_{упр} = 0,$$
$$P_1 - F^{ст}_{упр} - T_{12} = 0, \qquad (18)$$
$$P_1 = m_1 \cdot g = 3 \cdot m \cdot g,$$
$$fст \cdot c = P_1 - T_{12}, \qquad (18')$$
$$F^{ст}_{упр} = fст \cdot c. \qquad (19)$$

Для нахождения $f_{ст}$ найдем T_{12}. Рассмотрим равновесие тела 4 (рисунок 5). Усилие в нити, переброшенной через блок 4, одинаково.

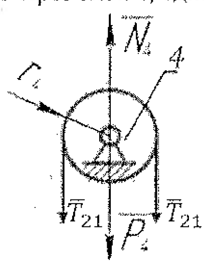


Рисунок 5

Рассмотрим в равновесии тело 2. Заметим, что $T_{12} = T_{21}$ (рисунок 6).

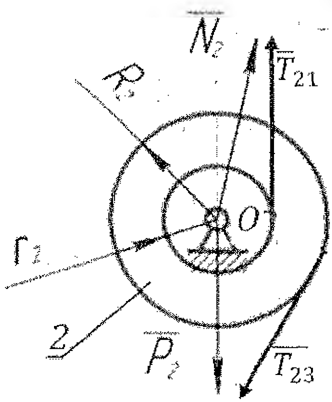


Рисунок 6

$$\sum M_0 = 0; \qquad T_{21} \cdot r_2 - T_{23} \cdot R_2 = 0 \tag{20}$$

$$T_{21} = \frac{T_{23} \cdot R_2}{r_2} \tag{20'}$$

Рассмотрим в равновесии колесо 3 (рисунок 7).
Заметим, что $T_{23} = T_{32}$.
Составим уравнения моментов всех сил относительно точки *К (МЦС)*.

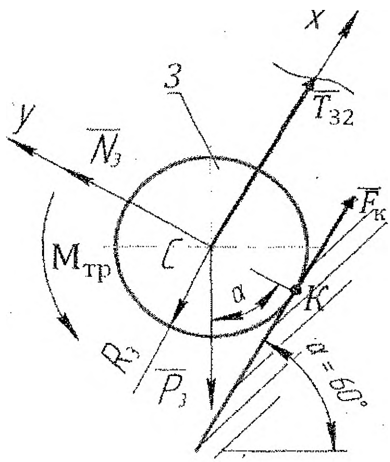


Рисунок 7

$$\sum M_K = 0;\ M_{mp}+P_3\cdot sin\alpha\cdot R_3 - T_{32}\cdot R_3=0 \qquad (21)$$

$$T_{32} = \frac{Mтр+P_3\cdot sin\alpha\cdot R_3}{R_3} \qquad (21')$$

$$M_{mp}= N_3\cdot\delta \qquad (22)$$

$$\sum F_y = 0;\ -P_3\cdot cos\alpha+N_3=0 \qquad (23)$$

$$N_3= P_3\cdot cos\alpha;\quad P_3=m_3.g;$$

$$N_3= m_3\cdot g\cdot cos\alpha \qquad (23')$$

Подставляем (23'), (22), (21'), (20') в (18') и выражая, получим:

$$fст = \frac{3\cdot m\cdot g-\frac{R_2}{r_2}\frac{m\cdot g\cdot cos\alpha\cdot\delta+m\cdot g\cdot sin\alpha\cdot R_3}{R_3}}{c}, \qquad (24)$$

$$fст = \frac{3\cdot m\cdot g-2\cdot\frac{m\cdot g\cdot 0{,}5\cdot 0{,}005+m\cdot g\cdot 0{,}863\cdot 0{,}3}{0{,}3}}{3\cdot m\cdot g}=1-0{,}58=0{,}42\ м.$$

$f_к = f_{ст} + s_1 = 0{,}42 + S$, т. к. груз 1 перемещается в сторону дальнейшего сжатия пружины.

Работа силы упругости пружины:

$$A(F_{упр}) = -\frac{c}{2}\cdot((f_{ст}+S)^2 - f_{ст}^2) = -\frac{3mg}{2}(S^2+2\cdot S\cdot f_{ст})\,. \qquad (25)$$

Работа активной силы F^a:

$$A(F^a)=\int_0^S F^a(S)dS = \int_0^S 3\cdot m\cdot g\cdot e^{2\cdot S}dS = \int_0^S 3mge^{2S}dS = 3mg\int_0^S e^{2S}dS =$$

$$= 3mg\cdot\left(\frac{e^{2S}}{2}-\frac{e^2}{2}\right)=1{,}5m\,g\,(e^{2\cdot S}-1) \qquad (26)$$

Найдем работы всех остальных активных сил:

$$P_1 = m_1\cdot g = 3mg\,,$$

$$A(P1)=P_1\cdot s_1 = 3\cdot m\cdot g\cdot S\,. \qquad (27)$$

Рассмотрим колесо 3 (см. рис.4):

$$P_3 = m_3\cdot g = m\cdot g\,,$$

$$A(P3) = -P_3\cdot sin(\alpha)\cdot S_{3C} = -2\cdot S\cdot m\cdot g\cdot sin(\alpha)\,, \qquad (28)$$

$$A(Mmp)=(-0{,}005\cdot m\cdot g\cdot cos(\alpha))\cdot 6{,}67\cdot S= -\ 0{,}033\cdot S\cdot m\cdot g\cdot cos(\alpha)\,. \qquad (29)$$

Работа сил $\vec{N}_2$, $\vec{P}_2$, $\vec{N}_4$, $\vec{P}_4$ равна нулю, так как их точки приложения неподвижны, а сила $\vec{N}_3$ перпендикулярна перемещению колеса, поэтому её работа также равна нулю.

Правая часть уравнения (11) с учетом выражений (25)-(29) запишется:

$$\sum A_к = A(F^a) + A(P1) + A(P3) + A(Mmp) + A(F_{упр}) \,, \qquad (30)$$

$$\sum A_к = m \cdot g \cdot (1{,}5 \cdot e^{2 \cdot S} - 1{,}5) + 3 \cdot m \cdot g \cdot S - 2 \cdot S \cdot m \cdot g \cdot \sin(\frac{\pi}{3}) +$$
$$+(-0{,}0333 \cdot S \cdot m \cdot g \cdot (\frac{\pi}{3}) - \frac{3 \cdot m \cdot g}{2} \cdot (S^2 + 2 \cdot S \cdot f_{ст}) \quad ,$$
$$\sum A_к = mg(-0{,}0087 \cdot S + 1{,}5 \cdot e^{2 \cdot S} - 1{,}5 \cdot S^2 \cdot 1{,}5). \qquad (30')$$

6. Определение скорости. Подставляя выражение (30'), (15) и (16) в уравнение (11), придем к равенству:

$$5{,}89 \cdot V_1^2 \cdot m - 5{,}89 \cdot m = (-0{,}0087 \cdot S + 1{,}5e^{2 \cdot S} - 1{,}5 \cdot S^2 - 1{,}5) \cdot mg.$$
$$5{,}89 \cdot V_1^2 - 5{,}89 = -0{,}085 \cdot S + 14{,}715 \cdot e^{2 \cdot S} - 14{,}715 \cdot S^2 - 14{,}715.$$

Откуда

$$V_1 = \sqrt{\frac{S + 14{,}715 \cdot e^{2 \cdot S} - 14{,}715 \cdot S^2 - 14{,}715 + 5{,}889}{5{,}889}} = \sqrt{0{,}014 \cdot S + 2{,}499 \cdot e^{2 \cdot S} - 2{,}499 \cdot S^2 - 1{,}5} \qquad (31)$$

Данное выражение определяет закон изменения скорости 1-го тела в зависимости от его перемещения.

7. Определим зависимость натяжения нити между телами 1 и 2. Для этого необходимо знать ускорение тела 1:

$$a = \frac{d}{dt} V$$

Перейдем к переменной S:

$$a = \frac{d}{dt} V = \frac{d}{dt} V \cdot \frac{dS}{dS} = \left(\frac{d}{dS} V\right) \cdot \left(\frac{d}{dt} S\right) = V \left(\frac{d}{dS} V\right) = \frac{dV^2}{2dS} \,. \qquad (32)$$

Тогда ускорение 1-го тела с учетом (31):

$$a_1 = \frac{d}{dS}\left[\frac{1}{2}(-0{,}014 \cdot S + 2{,}499 \cdot e^{2 \cdot S} - 2{,}499 \cdot S^2 - 1{,}5)\right] =$$
$$a_1 = 2{,}499 \cdot e^{2S} - 2{,}499 \cdot S - 0{,}007 \qquad (33)$$

8. Для определения натяжения в ветви 1-2 мысленно разрежем нить и заменим ее действие на тело 1 реакцией $T_{дин}$ (рисунок 8).

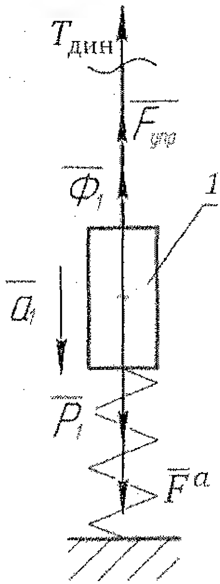


Рисунок 8

$T_{дин}$ – усилие в нити при движении груза 1.

Тогда на основании принципа Даламбера имеем:

$$P_1 + F_a - Ф_1 - F_{упр} - T_{дин} = 0, \qquad (34)$$

где $F_{упр} = c(f_{ст} + S) = 3m \cdot g \cdot (0,42 + S) = 3 \cdot S \cdot m \cdot g + 1,26mg$ – сила упругости.

$Ф_1 = m_1 \cdot a_1 = 3 \cdot m(2,499 \cdot e^{2S} - 2,499 \cdot S - 0,007)$ – сила инерции первого тела.

$F^a = F^a(S) = 3 \cdot m \cdot g \cdot e^{2S}$ – активная сила.

Выражая из (34) $T_{дин}$ получим:

$T_{дин} = P_1 + F_a - Ф_1 - F_{упр} = 3mg + 3mg$
$e^{2S} - 3m(2,499e^{2S} - 2,499 \cdot S + 0,007) - 3Smg - 1,26mg$

$T_{дин} = m(7,496S + 3 \cdot 9,81 - 7,496e^{2S} + 3 \cdot 9,81 \cdot e^{2S} - 3 \cdot S \cdot 9,81 - 0,021 -$
$1,26 \cdot 9,81)$

$$T_{дин} = m(-21,934 \cdot S + 21,934e^{2S} + 17,061). \qquad (35)$$

Данное выражение определяет закон изменения усилия в нити между 1-м и 2-м телом в зависимости от перемещения 1-го тела.

9. Проведем вычисления для $S = S_к$

9.1. Скорость 1-го тела при $S_к = 0{,}5$м из формулы (31):

$V_{1к} = \sqrt{-0{,}014 \cdot S_к + 2{,}499 \cdot e^{2S_к} - 2{,}499 \cdot S_к^2 - 1{,}5}$,

$V_{1к} = \sqrt{-0{,}014 \cdot 0{,}5 + 2{,}499 \cdot e^{2 \cdot 0{,}5} - 1{,}5} = 2{,}16\,[м/с]$.

9.2. Натяжение нити между 1-м и 2-м телом при $S_к = 0{,}5м$ находим из формулы (35).

$T_{дин} = m(21{,}934 \cdot e^{2S} - 21{,}934 \cdot S_k + 17{,}061)$,

$T_{дин} = m(21{,}934 \cdot e^{2 \cdot 0{,}5} - 21{,}934 \cdot 0{,}5 + 17{,}061) = 65{,}65m\,[H]$.

9.3. Ускорение 1-го тела при $S_к = 0{,}5\,м$ из формулы (33).

$a_{1к} = 2{,}499 \cdot e^{2S_к} - 2{,}499 \cdot S_к - 0{,}007$,

$a_{1к} = 2{,}499 \cdot e^{2 \cdot 0{,}5} - 2{,}499 \cdot 0{,}5 - 0{,}007 = 5{,}53\,[\frac{м}{с^2}]$.

Ответ: $V_1(S) = \sqrt{-0{,}014 \cdot S + 2{,}499 \cdot e^{2S} - 2{,}499 \cdot S^2 - 1{,}5}$,

$T_{дин}(S) = m\,(-21{,}934 \cdot S + 21{,}934 \cdot e^{2S} + 17{,}061)$,

$a_1(S) = -2{,}499 \cdot S + 2{,}499 \cdot e^{2S} - 0{,}007$,

$V_1(S_к) = 2{,}16\,[м/с]$,

$T(S_к) = 65{,}65m\,[H]$,

$a_1(S_к) = 5{,}53[м/с^2]$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. Под ред. А.А.Яблонского. М., 2003.

2. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах, ч.1, М., 1975.

3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики, М., 1974.

4. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики, т. 1. М., 1979.

5. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики, ч. I, СПб., 2004.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители:
Батрак Валентин Васильевич
Веремейчик Андрей Иванович
Желткович Андрей Евгеньевич
Хвисевич Виталий Михайлович
Холодарь Борис Григорьевич

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ОБ ИЗМЕНЕНИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ К ИЗУЧЕНИЮ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Задания и методические указания

к выполнению расчетно-графической работы
по теоретической механике
для студентов технических специальностей

Ответственный за выпуск: Желткович А.Е.
Редактор: Боровикова Е.А.
Компьютерная вёрстка: Соколюк А.П.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 24.11.2016 г. Формат 60x84 $^1/_{16}$. Гарнитура «Times New Roman». Бумага «Performer». Усл. п. л. 1,16. Уч. изд. 1,25. Заказ № 1154. Тираж 45 экз. Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный технический университет». 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.