УДК 621.81.001.63
***Балюк А. В.***
***Научный руководитель: доцент, к.т.н. Санюкевич Ф. М.***

# ПЛАНЕТАРНЫЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ, КИНЕМАТИКА И СИЛОВОЙ РАСЧЕТ

Передаточное отношение планетарной зубчатой передачи обозначают буквой *i*с индексами, например $i_{13}^{(H)}$. Нижние индексы при *i*показывают ведущее и ведомое звено, т. е. направление передачи движения. Верхний индекс, заключённый в скобках, указывает неподвижное звено, относительно которого рассматривается движение.

Для определения передаточного отношения рассмотрим дифференциальную планетарную передачу, у которой три основные звена имеют положительные угловые скорости $\omega_1$, $\omega_3$, $\omega_H$. Сообщим мысленно дифференциальной передаче вращение в обратном направлении с угловой скоростью водила $\omega_H$. Тогда основные звенья будут иметь скорости $\omega_1 - \omega_H$; $\omega_3 - \omega_H$; $\omega_H - \omega_H = 0$. *Водило Н оказалось неподвижным.* Такой метод мысленной остановки водила дифференциальной планетарной передачи называется методом Виллиса.

В результате мысленной остановки водила Н вместо дифференциальной планетарной передачи получили обычную простую не планетарную передачу, в которой сателлиты 2 становятся паразитными зубчатыми колёсами, не влияющими на её передаточное отношение. Такую передачу называют обращённым механизмом. Для этого механизма при ведущем центральном зубчатом колесе 1, ведомом центральном колесе 3 и мысленно остановленном водиле Н передаточное отношение в соответствии с формулой Виллиса имеет вид:

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1-\omega_H}{\omega_3-\omega_H} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(\frac{z_3}{z_2}\right) = -\frac{z_3}{z_1}, \qquad (1)$$

где через *z* обозначены числа зубьев соответствующих зубчатых колёс.

Передаточное отношение $(-\frac{z_2}{z_1})$ имеет знак минус для внешнего зацепления (разное направление угловых скоростей $\omega_1$и$\omega_2$), а передаточное отношение $(\frac{z_3}{z_2})$ имеет знак плюс для внутреннего зацепления (одинаковое направление угловых скоростей $\omega_2$ и $\omega_3$).

Таким образом, по формуле (1) вычисляют передаточное отношение планетарной зубчатой передачи, у которой неподвижно водило Н ($\omega_H = 0$), центральное зубчатое колесо 1 является ведущим, а центральное зубчатое колесо 3 – ведомым.

Формула (1), записанная в виде

$$\frac{\omega_1-\omega_H}{\omega_3-\omega_H} = -\frac{z_3}{z_1},$$

широко используется [1-5] для определения передаточного отношения планетарной зубчатой передачи при любом остановленном основном звене и любом направлении передачи движения.

Учитывая, что планетарная зубчатая передача с одновенцовыми сателлитами, выполненная по схеме 2К – Н, получила наибольшее распространение, запишем в окончательном виде формулы передаточного отношения *i* этой передачи для всех возможных вариантов её работы в режиме, когда одно звено является ведущим, другое – ведомым, а третье звено неподвижно, т. е. заторможено:

$$i_{13}^{(H)} = -\frac{z_3}{z_1};$$

$$i_{13}^{(H)} = -\frac{Z_3}{Z_1};$$

$$i_{31}^{(H)} = \frac{1}{i_{13}^{(H)}} = -\frac{z_1}{z_3}; \qquad (2)$$

$$i_{1H}^{(3)} = 1 - i_{13}^{(H)} = 1 + \frac{z_3}{z_1}; \quad (3)$$

$$i_{H1}^{(3)} = \frac{1}{i_{1H}^{(3)}} = \frac{z_1}{z_1 + z_3}; \quad (4)$$

$$i_{3H}^{(1)} = 1 - i_{31}^{(H)} = 1 + \frac{z_1}{z_3}; \quad (5)$$

$$i_{H3}^{(1)} = \frac{1}{i_{3H}^{(1)}} = \frac{z_3}{z_1 + z_3}. \quad (6)$$

В качестве дифференциальной планетарной зубчатой передачи, называемой дифференциалом, как правило, служат планетарные передачи, также выполненные по схеме 2К – Н. Звенья дифференциальной планетарной передачи подвижны и вращаются вокруг основной оси, двигаясь параллельно некоторой неподвижной плоскости. Для этих звеньев справедливы равенства:

$$\left.\begin{aligned} \omega_3 &= i_{31}^{(H)}\omega_1 + i_{3H}^{(1)}\omega_H; \\ \omega_1 &= i_{13}^{(H)}\omega_3 + i_{1H}^{(3)}\omega_H; \\ \omega_H &= i_{H1}^{(3)}\omega_1 + i_{H3}^{(1)}\omega_3; \\ \omega_2 &= i_{21}^{(H)}\omega_1 + i_{2H}^{(1)}\omega_H. \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Уравнения (7) используют для определения угловых скоростей звеньев дифференциала.

Рассмотрим одноступенчатую дифференциальную планетарную зубчатую передачу с одновенцовыми сателлитами, выполненную по схеме 2К – Н. Этот механизм имеет три основных выходных звена: 1, 3 и Н. Обозначим вращающие моменты на этих звеньях через $T_1$, $T_3$ и $T_H$, а угловые скорости соответственно через $\omega_1$, $\omega_3$ и $\omega_H$.

При установившемся движении планетарная передача, состоящая из трёх основных звеньев 1, 3 и Н, находится в равновесии, и для неё можно написать два очевидных уравнения:

по условию равновесия

$$T_1 + T_3 + T_H = 0; \quad (8)$$

по условию сохранения энергии

$$T_1\omega_1 + T_3\omega_3 + T_H\omega_H = 0. \quad (9)$$

В этих уравнениях вращающим моментам $T$ и их произведениям на угловые скорости $T_\omega$ приписывают знак плюс при совпадении направлений $T$ и $\omega$(ведущие звенья) и знак минус, если они противоположны (ведомые звенья). Кроме того, в формуле (9) пока не учтены потери на трение, учитываемые КПД $\eta$.

Два уравнения (8) и (9) позволяют определить два неизвестных момента $T$ при одном заданном и известных $\omega$. Обычно задан момент на ведущем (входном) или ведомом (выходном) валах передачи.

При $\omega_3 = 0$ (колесо 3 соединено с неподвижным корпусом) имеем:

$$T_1\omega_1 + T_H\omega_H = 0$$

и

$$T_H = -T_1\frac{\omega_1}{\omega_H} = -T_1 i_{1H}^{(3)}, \quad (10)$$

где $i_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{z_3}{z_1}$.

Если учесть потери на трение путём введения КПД = *0,97* при передаче движения от ведущей центральной шестерни 1 к ведомому водиле Н, то получим

$$T_H = -T_1\, i_{1H}^{(3)}\, \eta_{1H}^{(3)}. \quad (11)$$

Согласно уравнения (8) условие равновесия запишем в виде

$$T_1 + T_3 + \left(-T_1 i_{1H}^{(3)}\, \eta_{1H}^{(3)}\right) = 0.$$

Отсюда

$$T_3 = T_1\left(i_{1H}^{(3)}\eta_{1H}^{(3)} - 1\right). \qquad (12)$$

Таким же образом можно получить формулу для определения вращающего момента на центральном колесе 3 при известном вращающем моменте $T_H$ на водиле (на выходном валу планетарной передачи):

$$T_3 = -T_H\left(1 - \frac{1}{i_{1H}^{(3)}\eta_{1H}^{(3)}}\right). \qquad (13)$$

При этом, вращающий момент $T_3$ мало отличается от момента $T_H$ на выходном валу. Например, при $T_H$=-450 Н м, $i_{1H}^{(3)}$= 10 и $\eta_{1H}^{(3)}$ = 0,97 $T_3$=405 Н·м.

*Таким образом, при больших значениях в приближённых расчётах можно* принимать $T_3$= -$T_H$.

Для двухступенчатой планетарной зубчатой передачи с двухвенцовыми сателлитами условие равновесия и условие сохранения энергии имеют вид:

$$T_1 + T_4 + T_H = 0; \qquad (14)$$

$$T_1\omega_1 + T_4\omega_4 + T_H\omega_H = 0. \qquad (15)$$

При $\omega_4$ =0 (колесо 4 соединено с неподвижным корпусом) имеем:

$$T_1\omega_1 + T_H\omega_H = 0$$

и

$$T_H = -T_1\frac{\omega_1}{\omega_H} = -T_1 i_{1H}^{(4)}, \qquad (16)$$

где $i_{1H}^{(4)} = 1 + \frac{z_2}{z_1}\cdot\frac{z_4}{z_3}$.

С учётом потерь на трение ( $\eta_{1H}^{(4)}$ = 0,96)

$$T_H = -T_1\, i_{1H}^{(4)}\eta_{1H}^{(4)} \qquad (17)$$

Далее по аналогии с рассмотренной выше одноступенчатой планетарной передачей с одновенцовыми сателлитами определяется вращающий момент $T_4$ на центральном колесе 4:

$$T_4 = T_1\left(i_{1H}^{(4)}\eta_{1H}^{(4)} - 1\right) \qquad (18)$$

Или

$$T_4 = -T_H\left(1 - \frac{1}{i_{1H}^{(4)}\eta_{1H}^{(4)}}\right). \qquad (19)$$

**Список цитированных источников**

1. Иванов, М.Н. Детали машин / М.Н. Иванов, В.А. Финогенов – М.: Высш. шк., 2010. – 408 с.

2. Курмаз, Л.В. Детали машин. Проектирование / Л.В. Курмаз, А.Т. Скойбеда,– Минск: УП «Технопринт», 2002. – 290 с.

3.Дунаев, П.Ф. Конструирование узлов и деталей машин / П.Ф. Дунаев, О.П. Леликов – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 496 с.

4. Детали машин / Л.А. Андриенко, Б.А.Байков, И.К. Ганулич [и др.]; под ред. О.А. Ряховского. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 520 с.

5.Скойбеда, А.Т. Детали машин и основы конструирования / А.Т. Скойбеда, А.В. Кузьмин, Н.Н. Макейчик,– Мн.: Высш. шк., 2000. – 584 с.