

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
“БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ”

КАФЕДРА СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

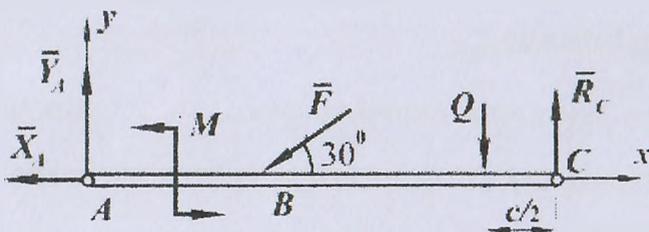
ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению расчетно-графических и контрольных работ

по технической механике

для студентов специальности

1-27 01 01 – «Экономика и организация производства»



Брест 2015

Методические указания содержат индивидуальные задания, исходные данные и примеры решения задач статики по расчету реакций связей, определению положения центра тяжести фигуры, расчету статически неопределимых стержневых систем на прочность при осевом растяжении-сжатии, расчету балочных систем на прочность при прямом поперечном изгибе. В указаниях приведены также требования к оформлению расчетно-графических и контрольных работ и краткие теоретические сведения по темам заданий.

Основная цель методических указаний – оказание помощи студентам при изучении основных разделов технической механики, активизация самостоятельной работы.

Составители: А.И. Веремейчик, доцент;
В.В. Батрак, ст. преподаватель;
С.Р. Онысько, доцент;
И.Г. Томашев, ассистент;
В.В. Гарбачевский, ассистент

СОДЕРЖАНИЕ

Общие положения.....	3
Требования к оформлению расчетно-графических и контрольных работ	3
1. Теоретическая механика	4
1.1. Краткие теоретические сведения	4
1.2. Примеры решения задач	7
1.3. Задание для выполнения расчетно-графической (контрольной) работы № 1	12
2. Сопротивление материалов	18
2.1. Краткие теоретические сведения	18
2.2. Примеры решения задач	22
2.3. Задание для выполнения расчетно-графической (контрольной) работы № 2	28
Список литературы.....	35

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В своей трудовой деятельности квалифицированный инженер должен обладать элементами фундаментальных знаний по общетехническим дисциплинам. К таким дисциплинам относится техническая механика. Умение построить модели силовых нагрузжений, определить реактивные силы опорных устройств элементов конструкций, а также оценить их прочность и жесткость приобретается студентами после изучения основных разделов технической механики: теоретической механики и сопротивления материалов.

Типовым планом для подготовки инженеров-экономистов предусмотрено небольшое количество учебного времени, в течение которого можно рассмотреть только основные разделы технической механики.

В процессе изучения дисциплины студенты дневной формы обучения должны выполнить две расчетно-графические работы, заочной формы обучения – две контрольные работы. Выполнение заданий позволит студентам научиться самостоятельно определять реакции опорных устройств (связей), находить положение центра тяжести плоских однородных тел, производить элементарные прочностные и жесткостные расчеты статически определимых и неопределимых систем на растяжение, сжатие и плоский поперечный изгиб.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Расчетно-графическая и контрольная работы выполняются на отдельных листах формата А4.
2. Порядок оформления: титульный лист; задание с указанием исходных данных и схем конструкций; текст расчетов с необходимыми пояснениями и схемами; выводы; перечень литературы.
3. Чертежи и схемы выполняются с соблюдением правил графики и масштабов согласно стандарту УО «БрГТУ».

4. Текстовая часть выполняется в соответствии с требованиями к оформлению текстовых документов. Страницы нумеруются. Расчеты выполняются в общем виде, подставляются значения величин, записывается числовой результат с указанием размерности полученной величины. Все вычисления производятся в десятичных дробях с точностью до сотых долей.
5. Эпюры необходимо строить на одном листе с расчетной схемой, на эпюрах указывать числовые значения характерных ординат и единицы расчетных величин.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

1.1. Краткие теоретические сведения

Под произвольной плоской системой сил понимают совокупность сил, расположенных в одной плоскости, линии действия которых не пересекаются в одной точке. Произвольную плоскую систему сил можно значительно упростить, приведя силы к одному центру приведения O , в результате чего в этом центре будет приложена сила \bar{R} , называемая главным вектором, и к телу в целом будет приложена пара сил с моментом M_O , называемым главным моментом относительно этого центра.

Главный вектор \bar{R} равен геометрической сумме сил, входящих в данную систему, а главный момент M_O — алгебраической сумме моментов сил относительно центра приведения, включая и алгебраическую сумму моментов пар сил:

$$\bar{R} = \sum \bar{F}_k, \quad M_O = \sum m_O(\bar{F}_k).$$

Численное значение главного вектора определяется по его проекциям на координатные оси:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2},$$

где $R_x = \sum F_{kx}$ и $R_y = \sum F_{ky}$.

Направление главного вектора находят по направляющим косинусам углов:

$$\cos(\bar{R}, \bar{i}) = \frac{R_x}{R}, \quad \cos(\bar{R}, \bar{j}) = \frac{R_y}{R},$$

где \bar{i} , \bar{j} — орты осей Ox и Oy .

Условиями равновесия тела под действием произвольной плоской системы сил являются равенство нулю главного вектора и главного момента относительно любого центра O :

$$\bar{R} = 0 \text{ и } M_O = 0.$$

Эти условия выполняются, если

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0, \\ \sum F_{ky} = 0, \\ \sum m_O(\bar{F}_k) = 0. \end{cases} \quad (1.1)$$

Уравнения (1.1) называются основными уравнениями равновесия. Существуют еще две формы уравнений равновесия:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum m_A (\bar{F}_k) = 0, \\ \sum m_B (\bar{F}_k) = 0, \\ \sum F_{kx} = 0. \end{array} \right. \quad (1.2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum m_A (\bar{F}_k) = 0, \\ \sum m_B (\bar{F}_k) = 0, \\ \sum m_C (\bar{F}_k) = 0. \end{array} \right. \quad (1.3)$$

В системе уравнений (1.2) ось x не должна быть перпендикулярной к прямой, проходящей через центры A и B , а центры A , B и C в системе (1.3) не должны лежать на одной прямой.

Системой тел называется конструкция, состоящая из нескольких твердых тел, взаимодействующих между собой благодаря наличию внутренних связей (шарнирные связи, стержневые связи и т.д.).

Силы, действующие на тела системы, делятся на внешние и внутренние. Внешними называются силы, действующие на тела механической системы со стороны тел, не принадлежащих этой системе. Внутренними называются силы взаимодействия между телами рассматриваемой системы.

При равновесии системы тел каждое тело также находится в равновесии. В связи с этим имеется два способа решения задач, связанных с исследованием равновесия системы тел.

1. Поскольку каждое тело системы находится в равновесии, то составляются уравнения равновесия каждого из тел (тогда уравнения равновесия системы в целом могут быть использованы для проверки правильности решения).

2. Сначала записываются уравнения равновесия системы в целом, а затем уравнения равновесия отдельных тел системы (в этом случае нет необходимости в составлении уравнений равновесия по крайней мере одного из тел системы, но они могут быть применены для проверки).

При составлении уравнений равновесия для всей системы в целом она рассматривается как абсолютно твердое тело, поэтому в эти уравнения не войдут силы взаимодействия между отдельными телами системы. Силы, которыми тела системы действуют друг на друга, в соответствии с аксиомой о действии и противодействии (третий закон Ньютона), равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны. Если внешняя сила приложена к точке контакта исследуемых тел, ее следует прикладывать только к одному из тел системы, либо распределить между контактирующими телами так, чтобы сохранялась величина и направление данной силы.

Вид и направление реактивных силовых факторов соответствуют характеру запрещаемых связью движений.

Центром тяжести тела называется точка приложения его силы тяжести. Для нахождения положения центра тяжести используют следующие способы:

1. Метод симметрии. У однородного тела, имеющего плоскость, ось или центр симметрии, центр тяжести находится соответственно в плоскости, на оси или в центре симметрии.

2. Метод разбиения на части. Если тело имеет сложную форму, его разбивают на части, положения центров тяжести которых известны (формулы для расчета площадей и координат центров тяжести некоторых плоских фигур приведены в таблице 1.1). В таком случае положения центров тяжести тела определяются с использованием следующих выражений.

Координаты центра тяжести объемного тела постоянной плотности находятся по формулам:

$$x_c = \frac{\sum V_k x_k}{\sum V_k}, \quad y_c = \frac{\sum V_k y_k}{\sum V_k}, \quad z_c = \frac{\sum V_k z_k}{\sum V_k},$$

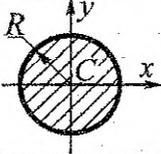
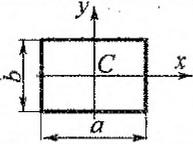
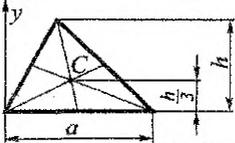
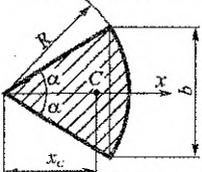
где x_k, y_k, z_k – координаты центров тяжести элементарных частей, V_k – объем k -й части.

Если тело представляет собой однородное тело постоянной толщины, то координаты ее центра тяжести:

$$x_c = \frac{\sum A_k x_k}{\sum A_k}, \quad y_c = \frac{\sum A_k y_k}{\sum A_k}, \quad z_c = \frac{\sum A_k z_k}{\sum A_k},$$

где A_k – площадь k -го элемента.

Таблица 1.1 – Площади и координаты центров тяжести плоских фигур

Название элемента	Схема	Площадь	Координаты центра тяжести
Круг		$A = \pi R^2$	$x_c = 0$ $y_c = 0$
Прямоугольник		$A = ab$	$x_c = 0$ $y_c = 0$
Треугольник		$A = \frac{1}{2} ah$	$y_c = \frac{1}{3} h$
Круговой сектор		$A = \alpha R^2$	$x_c = \frac{2 R \sin \alpha}{3 \alpha} = \frac{R^2 b}{3 A}$

Для стержневых конструкций, образованных стержнями одинаковой плотности и постоянного поперечного сечения, координаты центра тяжести определяются по формулам:

$$x_C = \frac{\sum l_k x_k}{\sum l_k}, \quad y_C = \frac{\sum l_k y_k}{\sum l_k}, \quad z_C = \frac{\sum l_k z_k}{\sum l_k},$$

где l_k – длина элемента линии.

Сумма произведений элементарных площадей, входящих в состав площади фигуры, на алгебраические значения их расстояний до некоторой оси называется статическим моментом площади плоской фигуры относительно этой оси.

3. Метод отрицательных площадей (масс). При нахождении положения центра тяжести тела, имеющего вырезы, полости, отверстия и т.п., используется метод разбиения на части, причем считается, что полости имеют отрицательный вес, т.е. их площади, объемы, массы принимаются отрицательными.

1.2. Примеры решения задач

Пример 1

Составная рама состоит из 2-х жестких частей, соединенных между собой с помощью промежуточного шарнира. С помощью внешних связей рама крепится к неподвижному основанию. Рама нагружена сосредоточенными силами F_1 и F_2 , равномерно распределенной нагрузкой и парой сил с моментом M .

Требуется:

- 1) определить реакции внешних и внутренних связей рамы.
- 2) проверить правильность решения, оценить погрешность расчета.

Дано: $F_1 = 30$ кН, $F_2 = 30$ кН, $\alpha_1 = 60^\circ$, $\alpha_2 = 30^\circ$, $M = 30$ кН·м, $q = 20$ кН/м.

Решение:

Действующие на раму распределенные нагрузки интенсивностью q заменим равнодействующими \bar{Q} и \bar{Q}_1 , модули которых соответственно равны:

$$\bar{Q} = q \cdot 4 = 20 \cdot 4 = 80 \text{ кН}; \quad \bar{Q}_1 = q \cdot 3 = 20 \cdot 3 = 60 \text{ кН}.$$

Рама находится в равновесии под действием произвольной плоской системы сил, для которой можно составить три уравнения равновесия, в то время как определению подлежат четыре неизвестные реакции.

Расчленим раму на части и рассмотрим равновесие каждой из них. При этом действие частей рамы друг на друга заменим составляющими реакции внутренней связи в шарнире C : \bar{X}_C, \bar{Y}_C . По аксиоме равенства действия и противодействия реакции, приложенные к двум частям, противоположно направлены и равны по модулю:

$$\bar{X}_C = -\bar{X}'_C, \quad \bar{Y}_C = -\bar{Y}'_C.$$

Запишем уравнения равновесия стержня CD :

$$\sum F_{ix}^{CD} = 0; \quad X_C - X_D + F_1 \cos \alpha_1 = 0; \quad (1.4)$$

$$\sum F_{iy}^{CD} = 0; \quad Y_C + Y_D - \bar{Q} - F_1 \sin \alpha_1 = 0; \quad (1.5)$$

$$\sum m_C^{CD} = 0; \quad -M + F_1 \cos \alpha_1 \cdot 2 + \bar{Q} \cdot \frac{4}{2} + X_C \cdot 2 - Y_C \cdot 4 = 0. \quad (1.6)$$

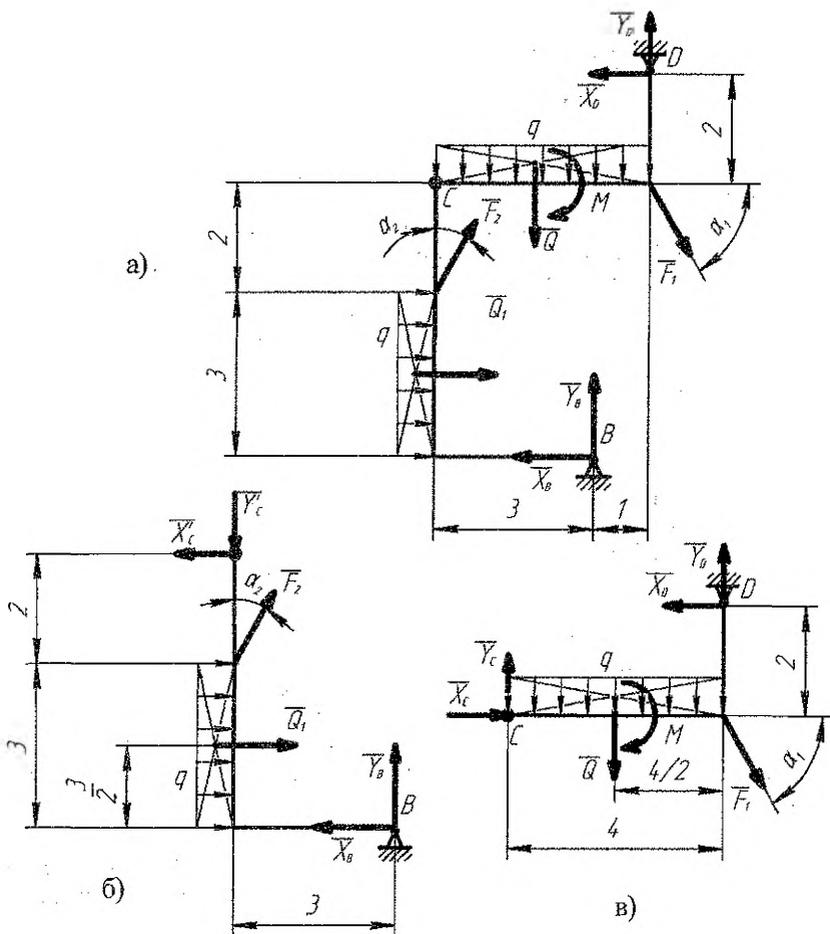


Рисунок 1.1 – Расчетная схема составной рамы (а) и её частей (б, в)

Запишем уравнение равновесия стержня BC:

$$\sum F_{ix}^{CB} = 0; -X_C - X_B + Q_1 + F_2 \cdot \sin \alpha_2 = 0; \quad (1.7)$$

$$\sum F_{iy}^{CB} = 0; Y_B - Y_C + F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 0; \quad (1.8)$$

$$\sum m_B^{CB} = 0; X_C \cdot 5 + Y_C \cdot 3 - F_2 \cdot \sin \alpha_2 \cdot 3 - F_2 \cdot \cos \alpha_2 \cdot 3 - Q_1 \cdot \frac{3}{2} = 0. \quad (1.9)$$

Выразим X_C и X'_C из уравнений (1.6) и (1.9):

$$X_C = \frac{M}{2} - Q + Y_C \cdot 2 - F_1 \cos \alpha_1;$$

$$X'_C = F_2 \frac{3 \cdot \cos \alpha_2}{5} + F_2 \frac{3 \cdot \sin \alpha_2}{5} + \frac{3 \cdot Q_1}{10} - \frac{3 \cdot Y_C}{5};$$

приравняв полученные выражения, выразим Y_C :

$$Y_C = \frac{5 \cdot Q}{13} - \frac{5 \cdot M}{26} + \frac{3 \cdot Q_1}{26} + \frac{5 \cdot F_1 \cdot \cos \alpha_1}{13} + \frac{3 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha_2}{13} + \frac{3 \cdot F_2 \cdot \sin \alpha_2}{13} =$$

$$= \frac{5 \cdot 80}{13} - \frac{5 \cdot 30}{26} + \frac{3 \cdot 60}{26} + \frac{5 \cdot 30 \cdot \cos 60^\circ}{13} + \frac{3 \cdot 30 \cdot \cos 30^\circ}{13} + \frac{3 \cdot 30 \cdot \sin 30^\circ}{13} = 47,149 \text{ кН.}$$

Подставив найденное значение, из уравнения (1.6) получим:

$$X_C = \frac{30}{2} - 80 + 47,149 \cdot 2 - 30 \cos 60^\circ = 14,298 \text{ кН.}$$

Выразим реакции X_D и Y_D , X_B и Y_B из уравнений (1.4), (1.5), (1.8) и (1.9) и, подставив найденные значения, получим:

$$X_D = X_C + F_1 \cos \alpha_1 = 14,298 + 30 \cdot \cos 60^\circ = 29,298 \text{ кН.}$$

$$Y_D = Q - Y_C + F_1 \sin \alpha_1 = 80 - 47,149 + 30 \cdot \sin 60^\circ = 58,832 \text{ кН.}$$

$$X_B = Q_1 - X_C + F_2 \sin \alpha_2 = 60 - 14,298 + 30 \cdot \sin 30^\circ = 60,702 \text{ кН.}$$

$$Y_B = Y_C - F_2 \cos \alpha_2 = 47,149 - 30 \cdot \cos 30^\circ = 21,168 \text{ кН.}$$

Составим проверочное уравнение для всей системы относительно точки С:

$$\sum m_C = 0; -Q \frac{4}{2} - M - F_1 \cdot \sin \alpha_1 \cdot 4 - X_B \cdot 5 + Y_B \cdot 3 + F_2 \cdot \sin \alpha_2 \cdot 2 + Q_1 \cdot \left(2 + \frac{3}{2}\right) +$$

$$+ X_D \cdot 2 + Y_D \cdot 4 = -80 \frac{4}{2} - 30 - 30 \cdot \sin 60^\circ \cdot 4 - 60,702 \cdot 5 + 21,168 \cdot 3 +$$

$$+ 30 \cdot \sin 30^\circ \cdot 2 + 60 \cdot \left(2 + \frac{3}{2}\right) + 29,298 \cdot 2 + 58,832 \cdot 4 =$$

$$= -160 - 30 - 13,923 - 303,51 + 63,504 + 30 + 210 + 58,596 + 235,328 =$$

$$= -597,433 + 597,428 = -0,005 \approx 0.$$

Относительная погрешность:

$$\varepsilon = \left| \frac{\sum M_C}{\sum M_{\min}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{-0,005}{597,428} \right| \cdot 100\% = 0,001\%$$

Пример 2

Определить координаты центра тяжести составного сечения, приведенного на рисунке 1.2.

Решение:

1. Для решения задачи используем методы разбиения на части и отрицательных масс. Разбиваем фигуру на пять простых элементов: прямоугольник 1 размерами $4a \times 2a$; полукруг 2 радиуса $R_2 = 0,5a$; треугольник 3 (вырез); полукруг 4 радиуса $R_4 = a$ (вырез); треугольник 5. Вводим систему координат xu с началом в точке O .

2. Определяем площади A_k и координаты $x_k; y_k$ центров тяжести $C_1; C_2; C_3; C_4; C_5$ составных элементов.

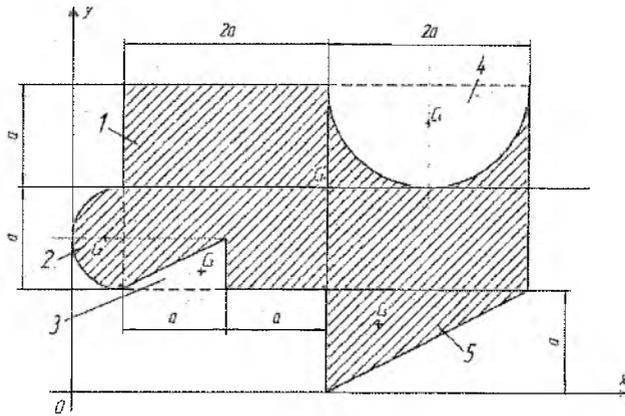


Рисунок 1.2 – Схема составного сечения

Прямоугольник 1:

$$A_1 = 4a \cdot 2a = 8a^2;$$

$$x_1 = 2,5a;$$

$$y_1 = 2a.$$

Треугольник 3:

$$A_3 = \frac{1}{2}a \cdot 0,5a = 0,25a^2;$$

$$x_3 = 1,5a - \frac{1}{3}a = 1,17a;$$

$$y_3 = a + \frac{1}{3} \cdot 0,5a = 1,17a.$$

Треугольник 5:

$$A_5 = \frac{1}{2}a \cdot 2a = a^2;$$

$$x_5 = 2,5a + \frac{1}{3} \cdot 2a = 3,17a;$$

$$y_5 = \frac{2}{3}a = 0,67a.$$

3. Находим статические моменты сечения относительно осей x, y :

$$S_x = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4 + A_5 y_5 = 8a^2 \cdot 2a + 0,39a^2 \cdot 1,5a + (-0,25a^2) \times \\ \times 1,17a + (-1,57a^2) \cdot 2,58a + a^2 \cdot 0,67a = 12,91a^3;$$

$$S_y = A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + A_4 x_4 + A_5 x_5 = 8a^2 \cdot 2,5a + 0,39a^2 \cdot 0,79a + (-0,25a^2) \times \\ \times 1,17a + (-1,57a^2) \cdot 3,5a + a^2 \cdot 3,17a = 17,69a^3.$$

Полукруг 2:

$$A_2 = \frac{\pi R_2^2}{2} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2}{2} = 0,39a^2;$$

$$x_2 = a - \frac{4}{3} \frac{1}{\pi} a = 0,79a;$$

$$y_2 = a + 0,5a = 1,5a.$$

Полукруг 4:

$$A_4 = \frac{\pi R_4^2}{2} = \frac{\pi \cdot (a)^2}{2} = -1,57a^2;$$

$$x_4 = 3,5a;$$

$$y_4 = 3a - \frac{4}{3} \frac{a}{\pi} = 2,58a.$$

Площадь сечения:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 8a^2 + 0,39a^2 + (-0,25a^2) + (-1,57a^2) + a^2 = 7,57a^2.$$

4. Находим координаты центра тяжести:

$$x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{17,69a^3}{7,57a^2} = 2,34a;$$

$$y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{12,91a^3}{7,57a^2} = 1,71a.$$

Наносим центр тяжести на чертеж (рисунок 1.3).

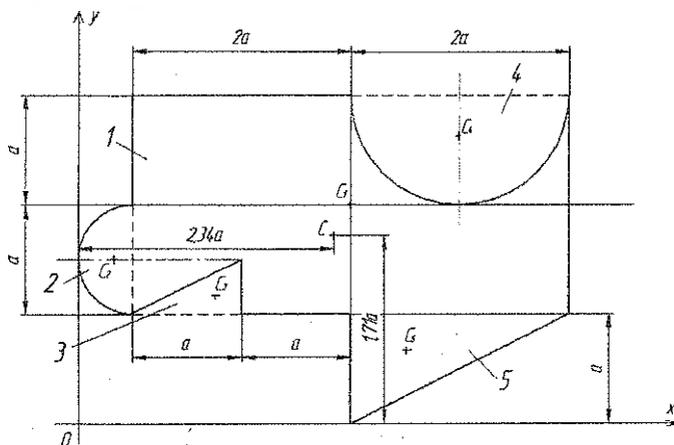


Рисунок 1.3 – Схема сечения с указанием центра тяжести

Для проверки результатов расчетов необходимо воспользоваться условием равенства нулю статических моментов сечения относительно центральных осей:

$$\begin{aligned} S_{x_c} &= A_1 y_{c1} + A_2 y_{c2} + A_3 y_{c3} + A_4 y_{c4} + A_5 y_{c5} = \\ &= A_1 \cdot (y_1 - y_c) + A_2 \cdot (y_2 - y_c) + A_3 \cdot (y_3 - y_c) + A_4 \cdot (y_4 - y_c) + A_5 \cdot (y_5 - y_c) = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{y_c} &= A_1 x_{c1} + A_2 x_{c2} + A_3 x_{c3} + A_4 x_{c4} + A_5 x_{c5} = \\ &= A_1 \cdot (x_1 - x_c) + A_2 \cdot (x_2 - x_c) + A_3 \cdot (x_3 - x_c) + A_4 \cdot (x_4 - x_c) + A_5 \cdot (x_5 - x_c) = 0. \end{aligned}$$

Выполним проверку:

$$\begin{aligned} S_{x_c} &= 8a^2 \cdot (2a - 1,71a) + 0,39a^2 \cdot (1,5a - 1,71a) + (-0,25a^2) \cdot (1,17a - 1,71a) + \\ &+ (-1,57a^2) \cdot (2,58a - 1,71a) + a^2 \cdot (0,67a - 1,71a) = -0,033a^3 \approx 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{y_c} &= 8a^2 \cdot (2,5a - 2,34a) + 0,39a^2 \cdot (0,79a - 2,34a) + (-0,25a^2) \cdot (1,17a - 2,34a) + \\ &+ (-1,57a^2) \cdot (3,5a - 2,34a) + a^2 \cdot (3,17a - 2,34a) = -0,023a^3 \approx 0, \end{aligned}$$

что подтверждает правильность выполненных расчетов.

1.3. Задания для выполнения расчетно-графической работы (контрольной работы) № 1

Расчетно-графическая (контрольная) работа № 1 (по теоретической механике) включает задания 1.1 и 1.2. Номер варианта по рисункам и таблицам определяется у студентов дневной формы обучения порядковым номером в журнале, у заочников – по двум последним цифрам шифра.

ЗАДАНИЕ 1.1

Составная рама состоит из 2-х жестких частей, шарнирно соединенных между собой. С помощью внешних связей (шарнирно-неподвижной, шарнирно-подвижной опор или жесткой заделки) рама крепится к неподвижному основанию. Рама нагружена сосредоточенными силами \bar{P}_1 и \bar{P}_2 , равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q и парой сил с моментом M .

Требуется:

- 1) определить реакции внешних связей рамы;
- 2) определить давление в промежуточном шарнире;
- 3) проверить правильность решений.

Исходные данные для расчета принять согласно схемам (рис. 1.4) и табл. 1.2.

Таблица 1.2 – Числовые данные к расчету составных рам

№	P_1 , кН	P_2 , кН	q , кН/м	M , кН·м
1	10	15	7	8
2	20	14	12	5
3	25	20	6	11
4	12	2	4	15
5	15	13	2	3
6	11	5	23	5
7	5	23	6	12
8	25	12	21	15
9	8	10	3	20
10	11	20	10	5
11	20	6	2	9
12	32	5	17	15
13	40	14	21	10
14	10	13	23	5
15	9	15	2	2

№	P_1 , кН	P_2 , кН	q , кН/м	M , кН·м
16	14	25	10	15
17	10	18	3	11
18	8	35	5	5
19	20	40	12	6
20	5	12	8	15
21	8	4	2	8
22	6	30	14	5
23	10	27	6	14
24	9	20	18	15
25	15	12	11	7
26	5	34	14	5
27	12	10	3	6
28	7	5	15	15
29	20	3	3	8
30	11	10	12	5

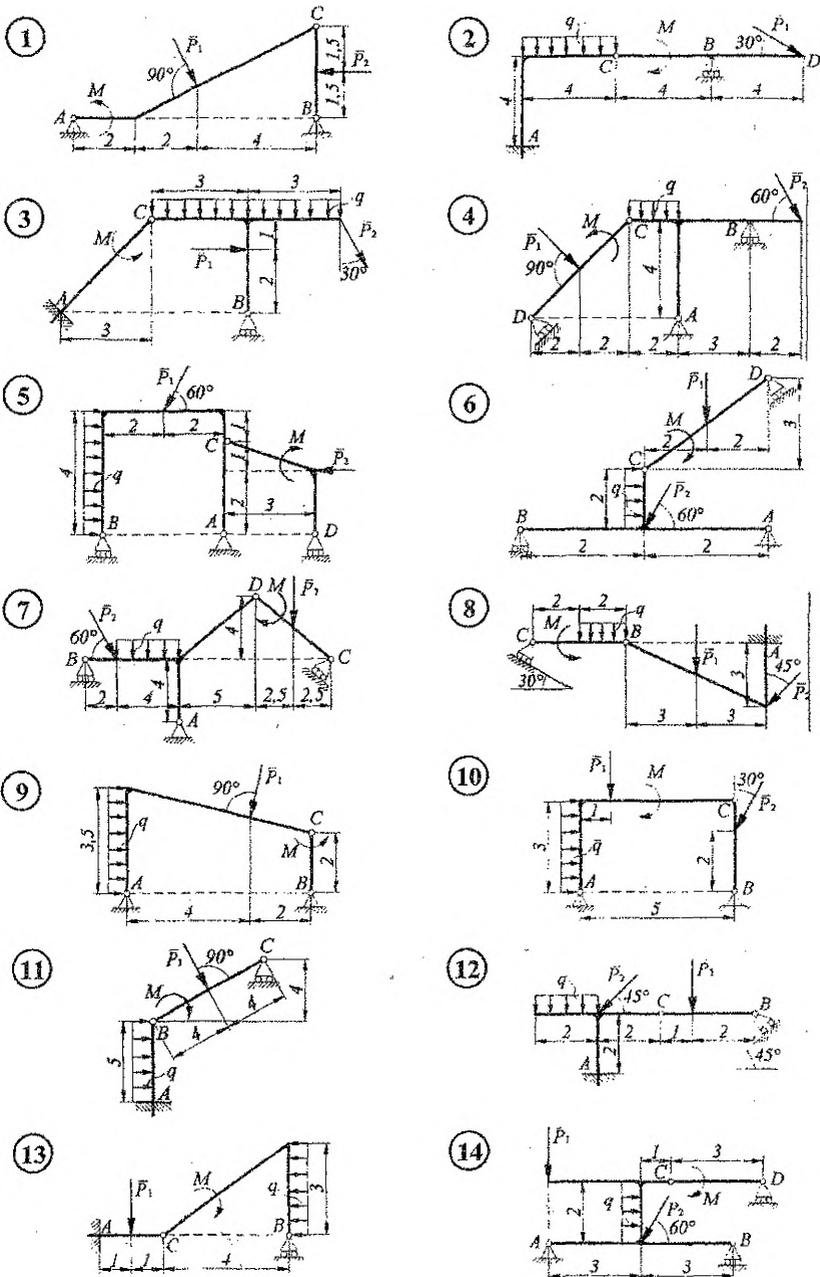
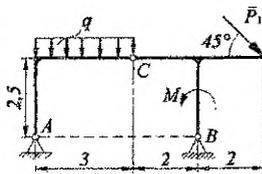
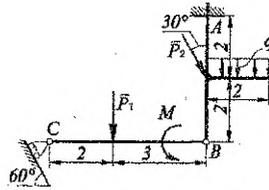


Рисунок 1.4 – Схемы составных конструкций

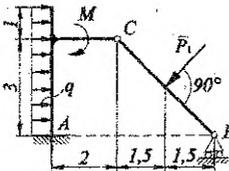
15



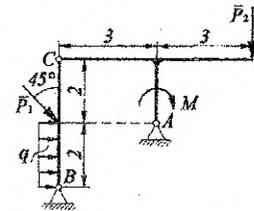
16



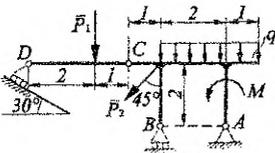
17



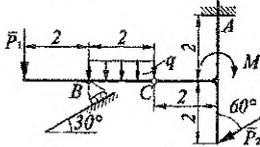
18



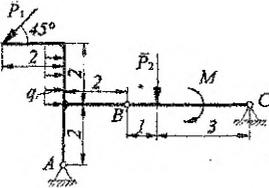
19



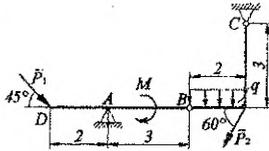
20



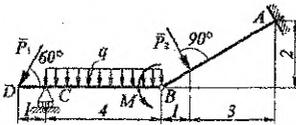
21



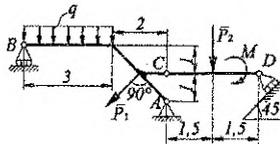
22



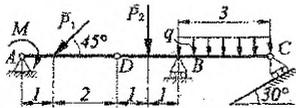
23



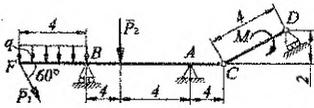
24



25



26



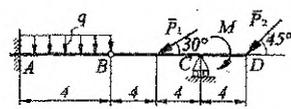
27



28



29



30

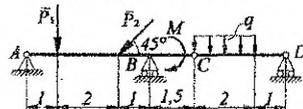


Рисунок 1.4 – Схемы составных конструкций (продолжение)

ЗАДАНИЕ 1.2

Определение координат центра тяжести плоского сечения

На рис. 1.5 изображены плоские сечения. Вычертить сечение в масштабе (на миллиметровой бумаге). Определить координаты его центра тяжести. Показать на чертеже центр тяжести сечения. Числовые данные приведены в таблице 1.3.

Примечание Сечения могут иметь дополнительные отверстия. Формы отверстий выбираются по рисунку 1.6, номер схемы выбирается в соответствии с последней цифрой номера группы. Привязка к сечению проводится по точке А, указанной на рисунках. Размеры b, s, d, h необходимо принять согласно указанию преподавателя.

Таблица 1.3 – Числовые данные к заданию 1.2

№ варианта	а, см	б, см	с, см	№ варианта	а, см	б, см	с, см
1	18	35	12	16	10	22	8
2	8	32	20	17	14	18	10
3	12	35	15	18	5	17	12
4	11	28	17	19	6	25	8
5	10	32	12	20	10	22	14
6	6	30	12	21	16	34	10
7	17	42	14	22	14	22	15
8	12	36	8	23	10	26	14
9	5	18	10	24	18	10	32
10	10	15	28	25	8	15	12
11	22	10	12	26	12	34	15
12	12	47	15	27	10	26	15
13	10	32	6	28	8	20	10
14	6	15	20	29	20	16	10
15	5	32	15	30	12	18	20

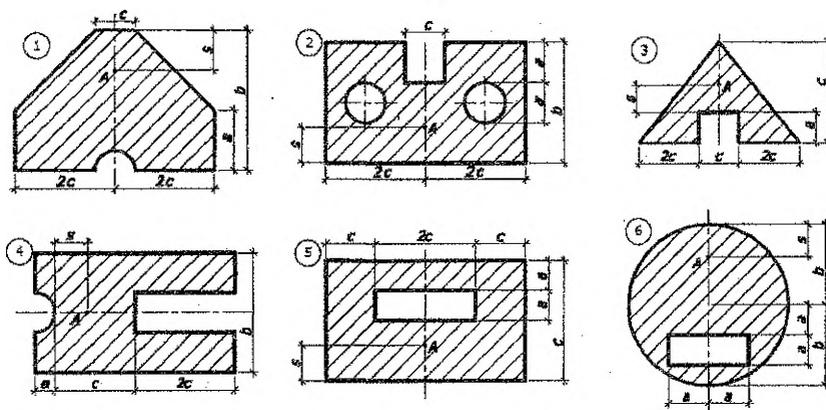


Рисунок 1.5 – Схемы сечений к заданию 1.2

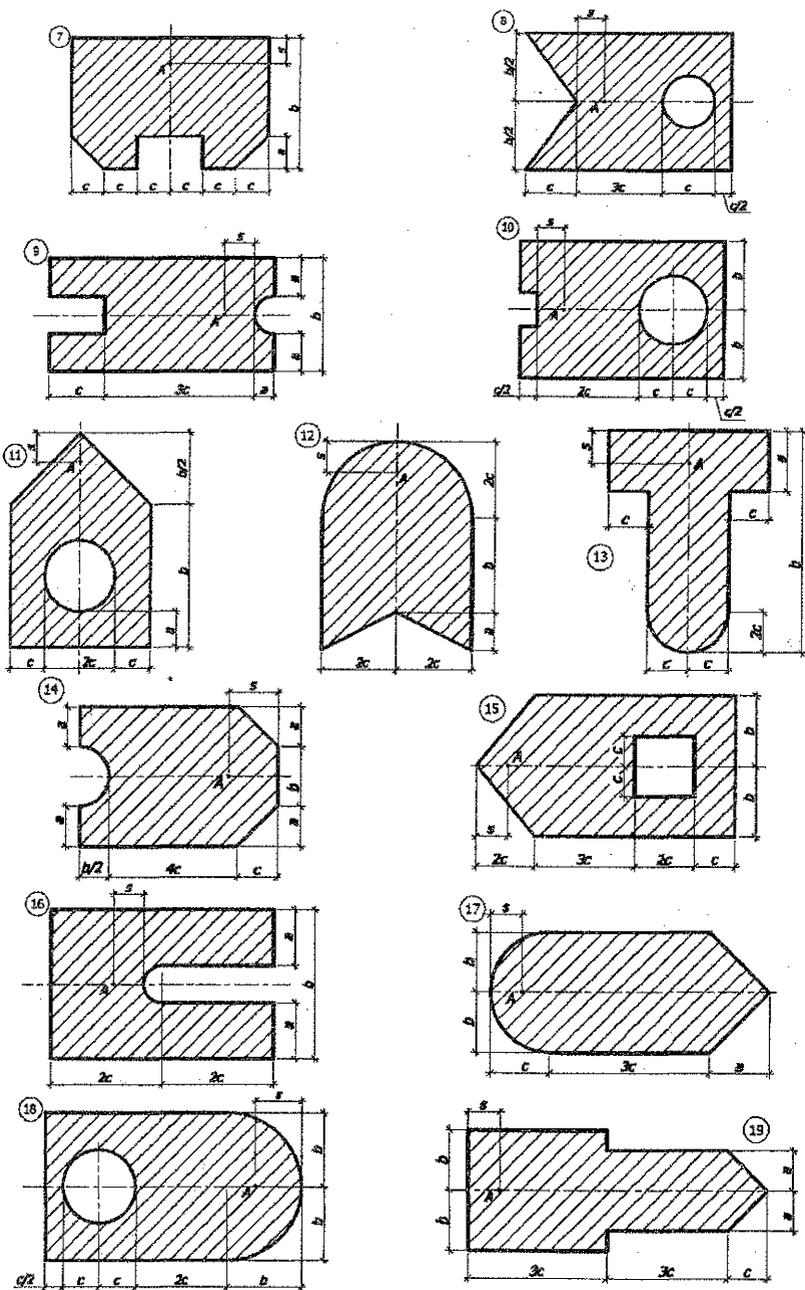


Рисунок 1.5 – Схемы сечений к заданию 1.2 (продолжение)

2. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

2.1. Краткие теоретические сведения

Внутренние силы при осевом растяжении-сжатии. Напряжения. Расчет на прочность

При растяжении (сжатии) прямого бруса (стержня) в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор – продольная сила N , которая определяется методом сечений и численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, приложенных к одной из отсечённых частей бруса: $\sum Z = 0$; $F - N = 0$; $N = F$.

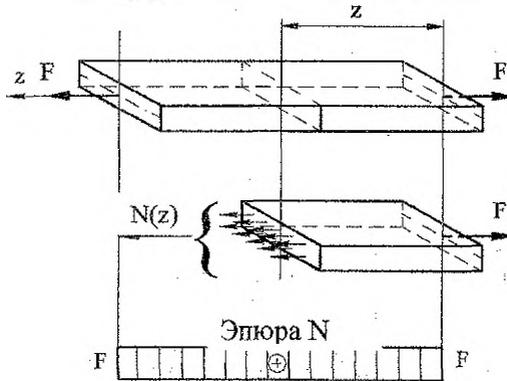


Рисунок 2.1 – Определение продольной силы N

В общем случае действия нескольких сил $N = \sum F_i$. Растягивающая (т.е. действующая от сечения) сила N считается положительной, сжимающая – отрицательной.

Закон изменения продольной силы по длине бруса удобно представить графически в виде эпюры продольных сил N . При действии на брус распределённых осевых сил интенсивностью q для проверки правильного построения эпюры N можно использовать дифференциальную зависимость $q = \frac{dN}{dz}$. В случаях,

когда продольные силы в различных поперечных сечениях бруса не одинаковы, эпюра позволяет найти наибольшее значение продольной силы и положение сечения, в котором она возникает.

При растяжении (сжатии) бруса в его поперечных сечениях возникают только нормальные напряжения. Чтобы определить их при известном значении продольной силы, необходимо знать закон распределения нормальных напряжений по поперечному сечению бруса. Задача решается на основе гипотезы плоских сечений (гипотезы Я. Бернулли): сечения бруса, плоские и нормальные к оси до деформации, остаются плоскими и нормальными к оси и при деформации. Эта гипотеза позволяет предположить, что все волокна в продольном направлении деформируются одинаково. Поэтому считаем, что при растяжении

(сжатии) бруса нормальные напряжения распределены по его поперечному сечению равномерно. Учитывая, что σ по всей площади A сечения постоянны, получаем

$$N = \int_A \sigma dA = \sigma \int_A dA = \sigma \cdot A, \quad \sigma = \frac{N}{A}. \quad (2.1)$$

При растяжении напряжение считают положительным, при сжатии – отрицательным.

В тех случаях, когда нормальные напряжения в различных поперечных сечениях бруса неодинаковы, целесообразно показывать закон их изменения по длине бруса графически в виде эпюры нормальных напряжений.

Для всех точек рассчитываемого элемента должно соблюдаться условие прочности

$$\sigma \leq [\sigma], \quad (2.2)$$

где σ – расчетное напряжение, которое возникает в элементе конструкции под действием приложенных к нему нагрузок; $[\sigma]$ – допускаемое напряжение, которое можно допустить в рассчитываемой конструкции из условий ее безопасной, надежной и долговечной работы.

Условие прочности при растяжении (сжатии) имеет вид:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma], \quad (2.3)$$

где A – площадь опасного поперечного сечения; N – продольная сила в указанном сечении.

Деформации и перемещения. Расчет на жесткость

Умение вычислять деформации и перемещения необходимо для расчетов на жесткость, а также для определения сил в статически неопределимых системах.

Рассмотрим продольную деформацию бруса.

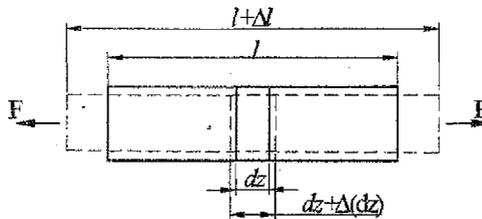


Рисунок 2.2 – Продольная деформация бруса

Выделим из бруса (рис. 2.2) бесконечно малый элемент длиной dz . Приращение длины элемента в результате деформации обозначим $\Delta(dz)$. Отношение приращения длины элемента к его первоначальной длине называется относительным удлинением или продольной деформацией:

$$\varepsilon = \frac{\Delta(dz)}{dz}. \quad (2.4)$$

Экспериментально установлено, что для большинства материалов в пределах упругой работы между продольной деформацией и действующим в ее направлении нормальным напряжением существует прямо пропорциональная зависимость. Это положение носит название закона Гука и записывается в виде: $\sigma = E\varepsilon$, где E – модуль продольной упругости (или модуль Юнга) – физическая константа материала, характеризующая его жесткость (измеряется в Па или МПа).

Для растяжения (сжатия) элемента бесконечно малой длины dz закон Гука имеет вид

$$\Delta(dz) = \frac{Ndz}{EA},$$

где EA – величина, называемая жесткостью бруса при растяжении (сжатии).

Изменение длины бруса (или одного участка):

$$\Delta l = \int \frac{Ndz}{EA}. \quad (2.5)$$

Если жесткость бруса и продольная сила постоянны по всей длине бруса, из (2.5) получаем

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA}. \quad (2.6)$$

В общем случае, если законы изменения N , E или A различны для отдельных участков бруса, интегрирование выражения (2.5) производят в пределах каждого из участков и результаты алгебраически суммируют:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{Ndz}{EA}. \quad (2.7)$$

Перемещение произвольного сечения бруса равно изменению длины участка, заключенного между этим сечением и заделкой. Взаимное перемещение двух сечений равно изменению длины части бруса, заключенной между этими сечениями.

Функция $\delta = f(z)$, показывающая перемещение δ поперечных сечений в функции их расстояния z от неподвижного конца бруса (или сечения, условно принятого за неподвижное), графически изображается эпюрой перемещений, которая проверяется по дифференциальной зависимости $\delta = \frac{d\sigma}{dz}$.

Расчет бруса на жесткость должен обеспечить выполнение условия жесткости:

$$\delta \leq [\delta], \quad (2.8)$$

где $\delta = \sum_{i=1}^n \Delta l_i$ – изменение длины бруса (абсолютная деформация),

$[\delta]$ – допускаемая величина перемещения (обычно задается как некоторая часть полной длины бруса).

Определение внутренних силовых факторов при прямом поперечном изгибе. Расчеты на прочность

Метод сечений позволяет найти поперечные силы и изгибающие моменты в произвольном сечении балки при действии любой нагрузки. В расчетах на прочность требуется знать положение опасных сечений, т.е. сечений, где действуют максимальные по величине внутренние силы или их неблагоприятные сочетания. Поэтому удобно графическое представление закона распределения силовых факторов по длине бруса (эпюры).

Поперечная сила Q и изгибающий момент M вычисляются как алгебраическая сумма проекций внешних сил или моментов внешних сил, действующих на одну из частей бруса (левую или правую).

Правило знаков:

а) поперечная сила Q положительна, если направлена по часовой стрелке относительно сечения, и отрицательна, если действует против часовой стрелки (рисунок 2.3);

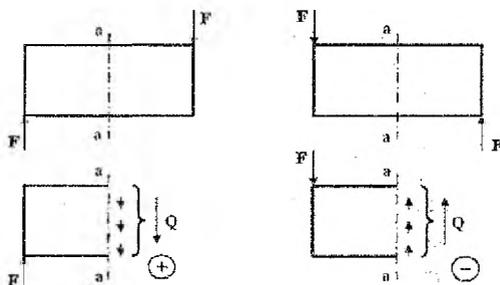


Рисунок 2.3 – Правило знаков для определения поперечной силы

б) изгибающий момент M считается положительным, если элемент бруса изгибается выпуклостью вниз, т.е. растянутые волокна находятся внизу. Отрицательный изгибающий момент изгибает элемент выпуклостью вверх (рис. 2.4).

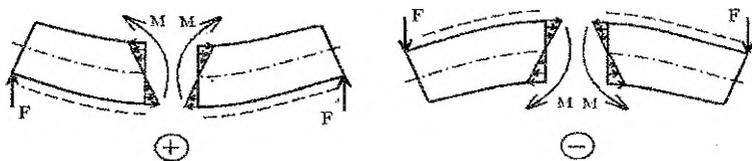


Рисунок 2.4 – Правило знаков для определения изгибающего момента

Положительные значения поперечных сил откладываются сверху от базисной линии. Эпюра изгибающих моментов строится на растянутых волокнах (положительные значения – снизу от базисной линии).

В большинстве случаев расчет балок на прочность ведется по наибольшим нормальным напряжениям, возникающим в опасном поперечном сечении. Условие прочности для балок, материал которых одинаково сопротивляется растяжению и сжатию $[\sigma_p] = [\sigma_c] = [\sigma]$, имеет вид (см. формулу 2.9):

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{\max}|}{W_x} \leq [\sigma], \quad (2.9)$$

где M_{\max} — максимальный по абсолютной величине изгибающий момент в опасном сечении; W_x — осевой момент сопротивления сечения относительно нейтральной оси балки; $[\sigma]$ — допускаемое нормальное напряжение.

Для подбора сечения балки из условия прочности (2.9) определяют необходимую величину осевого момента сопротивления.

$$W_x = \frac{|M_{\max}|}{[\sigma]}. \quad (2.10)$$

По найденному W_x , выбрав форму поперечного сечения (прямоугольник, квадрат, швеллер, двутавр), находят его характерный размер.

Для балок, сильно нагруженных вблизи опор и тонкостенных сечений, где касательные напряжения имеют большую величину, расчет следует производить не только по наибольшим нормальным, но и по наибольшим касательным напряжениям. Условие прочности по касательным напряжениям имеет вид (формула Д.И. Журавского):

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_x^{\text{отс}}}{I_x \cdot b} \leq [\tau], \quad (2.11)$$

где $|Q_{\max}|$ — максимальная поперечная сила (принимается из эпюры поперечных сил); $S_x^{\text{отс}}$ — статический момент относительно нейтральной оси отсеченной части поперечного сечения, расположенной по одну сторону от уровня, на котором определяются касательные напряжения; I_x — момент инерции всего поперечного сечения относительно нейтральной оси; b — ширина сечения балки на том уровне, где определяются касательные напряжения τ ; $[\tau]$ — допускаемое касательное напряжение при изгибе. Обычно для стальных балок принимают $[\tau] = (0,5 \div 0,6)[\sigma]$.

2.2. Примеры решения задач

Пример 3

Для ступенчатого бруса, нагруженного продольными осевыми нагрузками, как показано на рисунке 2.5 а), требуется:

- 1) построить эпюру продольных сил (N);
- 2) построить эпюру нормальных напряжений (σ);
- 3) построить эпюру перемещений (δ);
- 4) произвести проверки прочности и жесткости бруса.

Дано: $a = 1.4$ м; $F_1 = 70$ кН; $F_2 = 55$ кН; $q_1 = 40$ кН/м; $q_2 = 29$ кН/м;

$[\sigma_p] = 130$ МПа; $[\sigma_c] = 160$ МПа; $E = 0,8 \cdot 10^5$ МПа; $A = 2500$ мм²; $k = \frac{1}{1000}$.

Решение:

Вычертим брус в масштабе с указанием необходимых нагрузок и размеров.

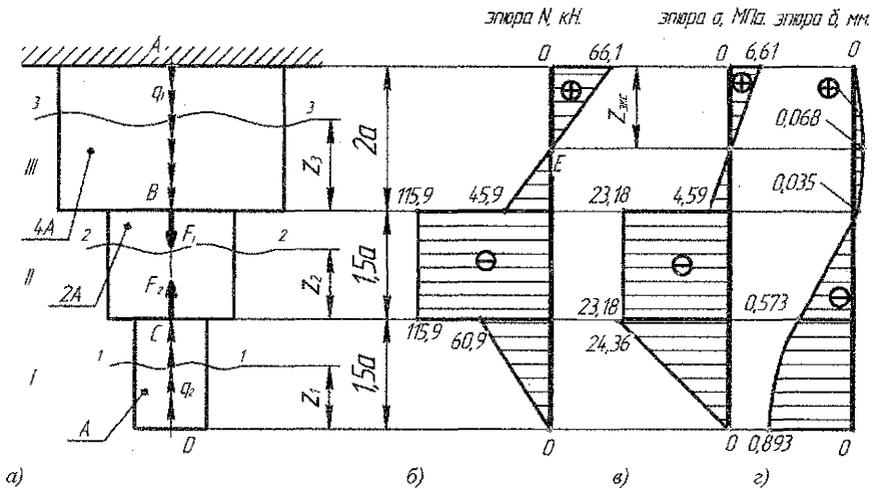


Рисунок 2.5 – Схема ступенчатого бруса (а) и эпоры N (б), σ (в), δ (г)

1. Разбиваем брус на 3 участка, начиная от свободного конца.

Проводим произвольные сечения на участках.

Составим выражения для продольных сил и напряжений на соответствующих участках.

Участок 1, $0 \leq z_1 \leq 1,5a$.

$$N_1 = -q_2 \cdot z_1, \quad \sigma_1 = \frac{N_1}{A_1}, \text{ где } A_1 = A - \text{площадь сечения участка 1.}$$

$$\text{При } z_1 = 0, \quad N_1 = -q_2 \cdot z_1 = -29 \cdot 0 = 0 \text{ кН;}$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = 0 \text{ МПа.}$$

$$\text{При } z_1 = 1,5a, \quad N'_1 = -q_2 \cdot z_1 = -29 \cdot (1,5 \cdot 1,4) = -60,9 \text{ кН;}$$

$$\sigma'_1 = \frac{N'_1}{A} = \frac{-60,9 \cdot 10^3}{2500} = -24,36 \text{ МПа.}$$

Участок 2, $0 \leq z_2 \leq 1,5a$.

$$N_2 = -q_2 \cdot 1,5a - F_2 = -29 \cdot (1,5 \cdot 1,4) - 55 = -115,9 \text{ кН;}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2}, \text{ где } A_2 = 2A - \text{площадь сечения участка 2.}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{2A} = \frac{-115,9 \cdot 10^3}{2 \cdot 2500} = -23,18 \text{ МПа.}$$

Участок 3, $0 \leq z_3 \leq 2a$.

$$N_3 = -q_2 \cdot 1,5a - F_2 + F_1 + q_1 \cdot z_3, \quad \sigma_3 = \frac{N_3}{A_3};$$

где $A_3 = 4A$ – площадь сечения участка 3.

При $z_3 = 0$,

$$N_3 = -q_2 \cdot 1,5a - F_2 + F_1 + q_1 \cdot z_3 = -29 \cdot (1,5 \cdot 1,4) - 55 + 70 + 40 \cdot 0 = -45,9 \text{ кН};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{4A} = \frac{-45,9 \cdot 10^3}{4 \cdot 2500} = -4,59 \text{ МПа};$$

При $z_3 = 2a$,

$$N'_3 = -q_2 \cdot 1,5a - F_2 + F_1 + q_1 \cdot z_3 = \\ = -29 \cdot (1,5 \cdot 1,4) - 55 + 70 + 40 \cdot (2 \cdot 1,4) = 66,1 \text{ кН};$$

$$\sigma'_3 = \frac{N'_3}{4A} = \frac{66,1 \cdot 10^3}{4 \cdot 2500} = 6,61 \text{ МПа}.$$

По данным расчета построены эпюры нормальных сил и напряжений (рис.2.5 б и 2.5 в).

2. Определяем абсолютное изменение длины стержня.

Участок 1

$$\Delta l_1 = \int_0^{1,5a} \frac{N_1}{E \cdot A_1} dz_1 = \int_0^{1,5a} \frac{-q_2 \cdot z_1}{E \cdot A} dz_1 = \frac{1 - q_2 \cdot z_1^2}{2 E \cdot A} \Big|_{z_1=0}^{z_1=1,5a} = \\ = \frac{1 - 29 \cdot 10^3 \cdot (1,5 \cdot 1,4)^2}{2 \cdot 0,8 \cdot 10^{11} \cdot 2500 \cdot 10^{-6}} = -0,32 \cdot 10^{-3} \text{ м (сжатие)}.$$

Участок 2

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot 1,5a}{E \cdot A_2} = \frac{N_2 \cdot 1,5a}{E \cdot 2A} = \frac{-115,9 \cdot 10^3 \cdot (1,5 \cdot 1,4)}{0,8 \cdot 10^{11} \cdot (2 \cdot 2500 \cdot 10^{-6})} = -0,608 \cdot 10^{-3} \text{ м (сжатие)}.$$

Участок 3

$$\Delta l_3 = \int_0^{2a} \frac{N_3}{E \cdot A_3} dz_3 = \int_0^{2a} \frac{-q_2 \cdot 1,5a - F_2 + F_1 + q_1 \cdot z_3}{E \cdot 4A} dz_3 = \\ = \frac{(-q_2 \cdot 1,5a - F_2 + F_1) \cdot z_3 + \frac{q_1 \cdot z_3^2}{2}}{E \cdot 4A} \Big|_{z_3=0}^{z_3=2a} = \\ = \frac{(-29 \cdot 10^3 \cdot (1,5 \cdot 1,4) - 55 \cdot 10^3 + 70 \cdot 10^3) \cdot (2 \cdot 1,4) + \frac{40 \cdot 10^3 \cdot (2 \cdot 1,4)^2}{2}}{0,8 \cdot 10^{11} \cdot 2500 \cdot 10^{-6}} = \\ = 0,035 \cdot 10^{-3} \text{ м (растяжение)}.$$

Абсолютное изменение длины:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = (-0,32) + (-0,608) + 0,035 = -0,893 \text{ мм}.$$

Экстремальное значение деформации на участке III:

$$\Delta l_{\text{max}} = \frac{\omega_N}{E \cdot A_3}, \text{ где } \omega_N \text{ — площадь эпюры } N.$$

Находим положение экстремума на участке III со стороны заделки:

$$z_{\text{экс}} = \frac{N'_3}{q_1} = \frac{66,1 \cdot 10^3}{40 \cdot 10^3} = 1,653 \text{ м.}$$

$$\omega_N = \frac{1}{2} \cdot N'_3 \cdot z_{\text{экс}} = \frac{1}{2} \cdot 66,1 \cdot 10^3 \cdot 1,653 = 54,62 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

$$\Delta l_{3\text{экс}} = \frac{\omega_N}{E \cdot 4A} = \frac{54,62 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^{11} \cdot (4 \cdot 2500 \cdot 10^{-6})} = 0,068 \cdot 10^{-3} \text{ м (растяжение).}$$

Определяем перемещения

Перемещение сечения А: $\delta_A = 0$, т.к. брус жестко заделан.

Перемещение сечения Е: $\delta_E = \Delta l_{3\text{экс}} = 0,068 \text{ мм};$

$\delta_B = \Delta l_3 = 0,035 \text{ мм};$

$\delta_C = \Delta l_3 + \Delta l_2 = 0,035 + (-0,608) = -0,573 \text{ мм};$

$\delta_D = \Delta l_3 + \Delta l_2 + \Delta l_1 = 0,035 + (-0,608) + (-0,32) = -0,893 \text{ мм.}$

По данным расчета построена эпюра перемещений поперечных сечений (рис. 1 г).

3. Проверка прочности бруса.

Анализ эпюры σ показывает, что опасными сечениями являются сечение в т. С (в сжатой области бруса) и сечение в т. А (в растянутой области бруса):

$$\sigma^C = |\sigma'_1| = 24,36 \text{ МПа} < [\sigma_c] = 160 \text{ МПа,}$$

$$\sigma^A = \sigma'_3 = 6,61 \text{ МПа} < [\sigma_p] = 130 \text{ МПа.}$$

Оба условия прочности выполняются.

4. Проверка жесткости бруса.

Условие жесткости: $\delta \leq [\delta]$

$$\frac{|\delta_D|}{1,5a + 1,5a + 2a} = \frac{|-0,893 \cdot 10^{-3}|}{1,5 \cdot 1,4 + 1,5 \cdot 1,4 + 2 \cdot 1,4} = 0,128 \cdot 10^{-3} < k = 1 \cdot 10^{-3}.$$

Условие жесткости выполняется.

Пример 4

Двухопорная балка нагружена внешними нагрузками. Требуется:

- 1) построить эпюры поперечных сил (Q) и изгибающих моментов (M);
- 2) указать положение опасного сечения балки.
- 3) для двутавровой балки подобрать номер прокатного профиля из условия прочности, а также произвести проверку прочности по касательным напряжениям. При расчетах принять для стали: $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$, $[\tau] = 100 \text{ МПа}$.

Дано: $a = 2 \text{ м}$, $b = 2 \text{ м}$, $c = 2 \text{ м}$, $F = 26 \text{ кН}$, $q = 30 \text{ кН/м}$, $M = 38 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Решение:

Составляем уравнение моментов относительно опоры А:

$$\sum m_A(\vec{F}_k) = 0, \quad -q \cdot b \cdot \left(a + \frac{b}{2}\right) - M + R_B \cdot (a + b + c) - F \cdot a = 0;$$

и находим реакцию опоры R_B :

$$R_B = \frac{M + F \cdot a + q \cdot b \cdot \left(a + \frac{b}{2}\right)}{a + b + c} = \frac{38 + 26 \cdot 2 + 30 \cdot 2 \cdot \left(2 + \frac{2}{2}\right)}{2 + 2 + 2} = 45 \text{ кН.}$$

Составляем уравнение моментов относительно опоры В:

$$\sum m_B(\bar{F}_k) = 0, \quad q \cdot b \cdot \left(c + \frac{b}{2}\right) - M - R_A \cdot (a + b + c) + F \cdot (b + c) = 0$$

и находим реакцию опоры R_A :

$$R_A = \frac{F \cdot (b + c) - M + q \cdot b \cdot \left(c + \frac{b}{2}\right)}{a + b + c} = \frac{26 \cdot (2 + 2) - 38 + 30 \cdot 2 \cdot \left(2 + \frac{2}{2}\right)}{2 + 2 + 2} = 41 \text{ кН.}$$

Проверка:

$$\sum F_{ky} = 0, \quad -q \cdot b - F + R_A + R_B = -30 \cdot 2 - 26 + 41 + 45 = 0, \quad 0 = 0.$$

Разбиваем балку на 3 силовых участка.

Проводим произвольное сечение на каждом из участков на расстоянии z и рассматриваем условие равновесия отсеченной части:

Участок I, $0 \leq z_1 \leq a$.

$$Q_1 = R_A = 41 \text{ кН,}$$

$$M_1 = R_A \cdot z_1;$$

$$\text{При } z_1 = 0,$$

$$M_1 = R_A \cdot z_1 = 41 \cdot 0 = 0.$$

$$\text{При } z_1 = a = 2 \text{ м,}$$

$$M'_1 = R_A \cdot z_1 = 41 \cdot 2 = 82 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Участок II, $0 \leq z_2 \leq b$.

$$Q_2 = R_A - F - q \cdot z_2, \quad M_2 = R_A \cdot (a + z_2) - F \cdot z_2 - q \cdot \frac{z_2^2}{2};$$

$$\text{При } z_2 = 0,$$

$$Q_2 = R_A - F - q \cdot z_2 = 41 - 26 - 30 \cdot 0 = 15 \text{ кН,}$$

$$M_2 = R_A \cdot (a + z_2) - F \cdot z_2 - q \cdot \frac{z_2^2}{2} = 41 \cdot (2 + 0) - 26 \cdot 0 - 30 \cdot \frac{0^2}{2} = 82 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\text{При } z_2 = b = 2 \text{ м,}$$

$$Q'_2 = R_A - F - q \cdot z_2 = 41 - 26 - 30 \cdot 2 = -45 \text{ кН,}$$

$$M'_2 = R_A \cdot (a + z_2) - F \cdot z_2 - q \cdot \frac{z_2^2}{2} = 41 \cdot (2 + 2) - 26 \cdot 2 - 30 \cdot \frac{2^2}{2} = 52 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

$Q_2 > 0$, $Q'_2 < 0$, следовательно на участке 2-экстремум. Находим его положение:

$$z_2 = \frac{Q_2}{q} = \frac{15}{30} = 0,5 \text{ м.}$$

Находим значение экстремального момента:

$$M_2 = R_A \cdot (a + z_2) - F \cdot z_2 - q \cdot \frac{z_2^2}{2} = 41 \cdot (2 + 0,5) - 26 \cdot 0,5 - 30 \cdot \frac{0,5^2}{2} = 85,75 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Участок III, $0 \leq z_3 \leq c$.

$$Q_3 = R_B = -45 \text{ кН,}$$

$$M_3 = R_B \cdot z_3;$$

$$\text{При } z_3 = 0,$$

$$M_3 = R_B \cdot z_3 = 45 \cdot 0 = 0.$$

$$\text{При } z_3 = c = 2 \text{ м,}$$

$$M'_3 = R_B \cdot z_3 = 45 \cdot 2 = 90 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

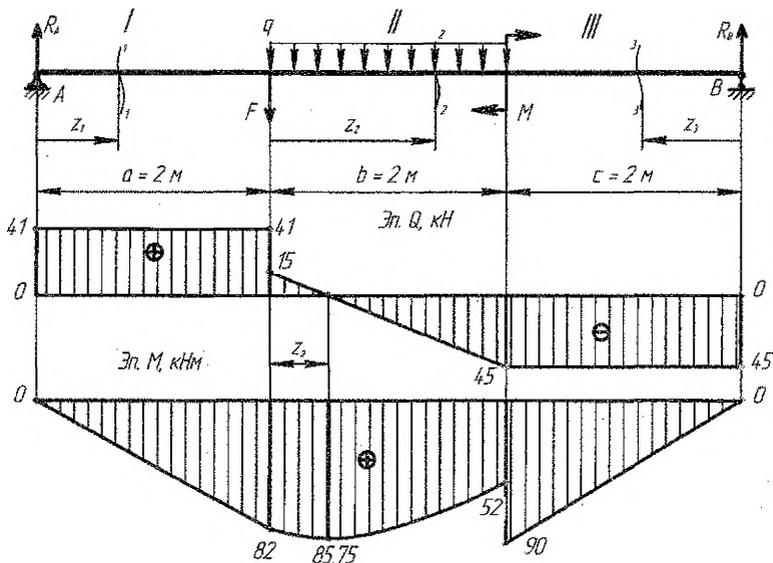


Рисунок 2.6 – Схема двухопорной балки и эпюры внутренних силовых факторов

Опасное сечение: участок 3 при $z_3 = 2$ м.

$$M_{\max} = |M'_3| = 90 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Находим требуемый момент сопротивления:

$$W_0 = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{90 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 562,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 562,5 \text{ см}^3.$$

По сортаменту прокатной стали подбираем двутавр с ближайшим большим моментом сопротивления $W_x = 597 \text{ см}^3$ (№33).

Т.к. принятое $W_x = 597 \text{ см}^3$ больше требуемого $562,3 \text{ см}^3$, проверку прочности по нормальным напряжениям не выполняем.

Касательные напряжения при изгибе определяются по формуле Журавского:

$$\tau = \frac{Q \cdot S_x^{\text{отс}}}{I_x \cdot b(y)},$$

где Q – поперечная сила в рассматриваемом сечении; $S_x^{\text{отс}}$ – статический момент отсеченной части поперечного сечения; I_x – момент инерции всего сечения относительно нейтральной оси; b – ширина поперечного сечения балки на том уровне, на котором определяются касательные напряжения.

Найдем τ_{\max} :

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_{x \max}^{\text{отс}}}{I_x \cdot b_{\min}}.$$

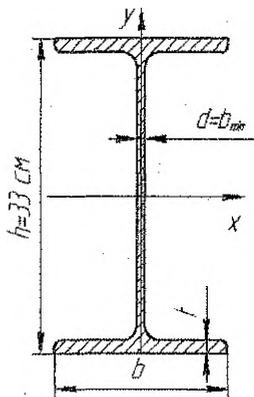


Рисунок 2.7 – Сечение двутавровой балки

Статический момент отсеченной части поперечного сечения максимален для полусечения и по сортаменту для двутавра №33 равен $S_{x\max}^{отс} = 339 \text{ см}^3$. При этом ширина сечения на этом уровне минимальна и равна $b_{\min} = d = 0,7 \text{ см}$. Момент инерции двутаврового сечения относительно нейтральной оси $I_x = 9840 \text{ см}^4$. Максимальная поперечная сила действует на участке 3: $Q_{\max} = |Q_3| = 45 \text{ кН}$.

Тогда

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_{x\max}^{отс}}{I_x \cdot d} = \frac{45 \cdot 10^3 \cdot 339 \cdot 10^{-6}}{9840 \cdot 10^{-8} \cdot 0,7 \cdot 10^{-2}} = 22,147 \cdot 10^6 \text{ Па} < [\tau] = 100 \text{ МПа}.$$

Условие прочности по касательным напряжениям выполняется.

2.3. Задания для выполнения расчетно-графической (контрольной) работы № 2

Расчетно-графическая (контрольная) работа № 2 (по сопротивлению материалов) включает задания 2.1 и 2.2. Номер варианта определяется для студентов дневной формы обучения порядковым номером в журнале, для заочников – по двум последним цифрам шифра.

ЗАДАНИЕ 2.1

Для вертикального или горизонтального стержня, имеющего жесткую заделку на одном из концов, необходимо:

- 1) вычертить схему в произвольном масштабе;
- 2) определить значения нормальной силы на каждом участке стержня;
- 3) построить эпюру нормальной силы;
- 4) построить эпюру перемещений;
- 5) проверить прочность бруса;
- 6) проверить жесткость бруса.

Схемы стержней приведены на рис. 2.8. Длины участков стержня и нагрузки, приложенные к нему, приведены в таблице 2.1, площадь поперечного сечения узкого участка $A = 0,001 \text{ м}^2$, широкого участка $2A$. При расчетах принять: допускаемые напряжения на растяжение $[\sigma_p] = 20 \text{ МПа}$; на сжатие $[\sigma_c] = 80 \text{ МПа}$;

допускаемая деформация $[\delta] = \frac{l}{500}$, модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

ЗАДАНИЕ 2.2

Балки, закрепленные различным образом, загружены внешними нагрузками (сосредоточенной силой, парой сил, распределенной нагрузкой).

Требуется:

- 1) построить эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M ;
- 2) указать положение опасного сечения балок;
- 3) для деревянной балки (а) подобрать размеры квадратного поперечного сечения из условия прочности, если $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$;
- 4) для стальной двутавровой балки (б) подобрать номер прокатного профиля из условия прочности, а также произвести проверку прочности по касательным напряжениям.

При расчетах принять для стали: модуль упругости $E=2 \cdot 10^5$ МПа, $[\sigma]=160$ МПа, $[\tau]=100$ МПа. Исходные данные принять согласно схемам (рисунок 2.9) и таблице 2.2.

Таблица 2.1 – Числовые данные к расчету ступенчатых брусьев

№ варианта	a, м	q ₁ = q ₃ , кН/м	q ₂ , кН/м	F ₁ , кН	F ₂ , кН	F ₃ , кН
1	0,8	20	30	10	35	10
2	1	10	25	15	30	20
3	1,2	15	20	20	25	30
4	1,4	20	15	25	20	40
5	1,6	25	10	30	15	10
6	1,8	30	5	35	10	20
7	2	5	30	40	5	30
8	0,8	10	25	10	35	40
9	1	15	20	15	30	10
10	1,2	20	15	20	25	20
11	1,4	10	25	20	30	30
12	1,6	15	20	25	25	40
13	1,8	20	15	30	20	10
14	2	25	10	35	15	20
15	0,8	30	5	40	10	30
16	1	5	30	10	5	40
17	1,8	20	25	15	35	10
18	2	25	25	25	30	20
19	0,8	30	20	30	20	40
20	1	5	15	35	15	10
21	1,2	10	10	40	10	20
22	1,4	15	5	10	5	30
23	1,6	20	30	15	35	40
24	1,8	10	25	20	30	10
25	2	15	20	20	25	20
26	0,8	20	15	25	30	30
27	1	25	25	40	25	40
28	1,8	30	20	10	20	10
29	2	5	15	15	15	20
30	0,8	20	10	25	10	30

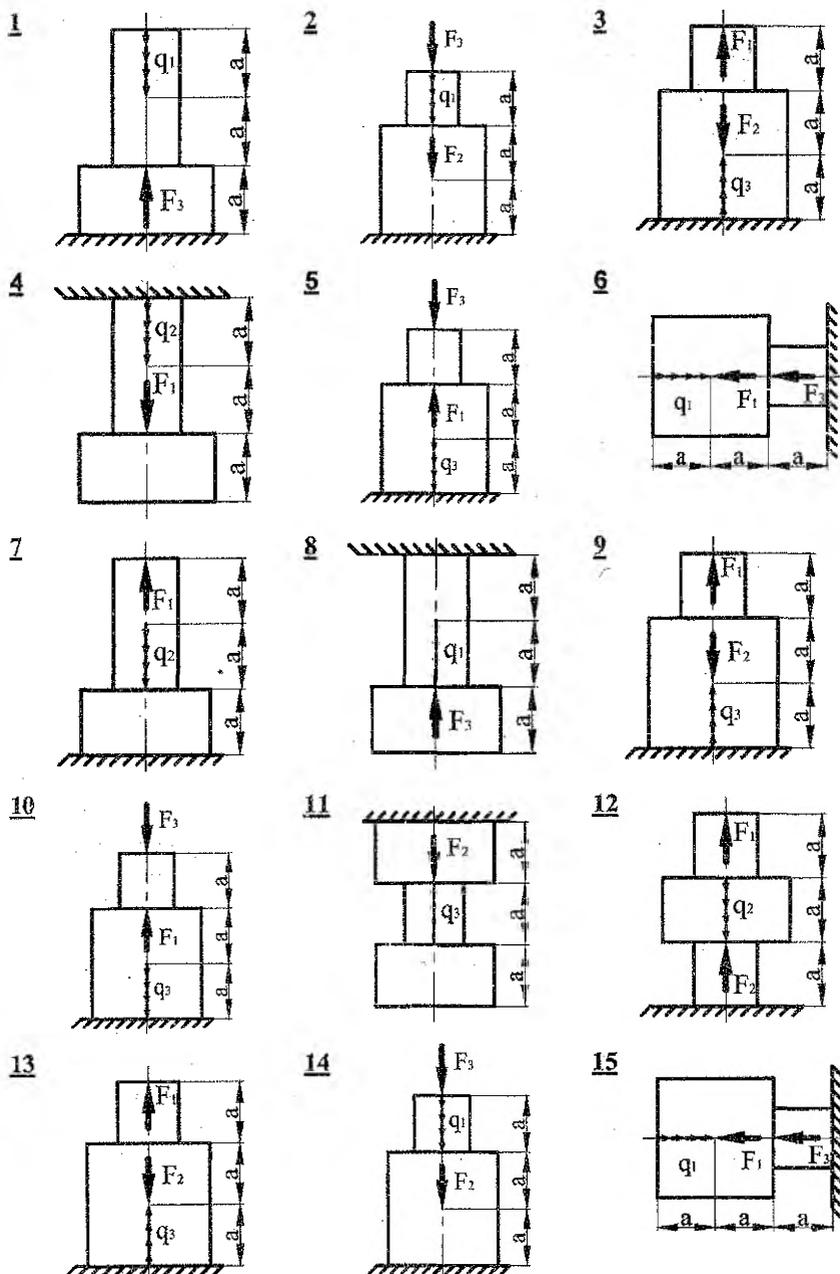
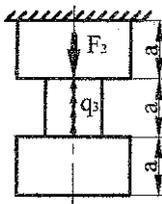
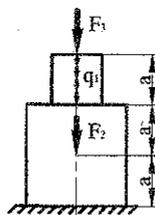


Рисунок 2.8 – Схемы ступенчатых брусьев

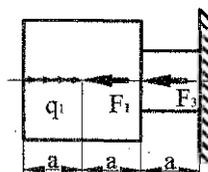
16



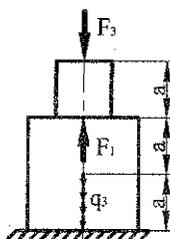
17



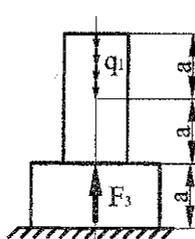
18



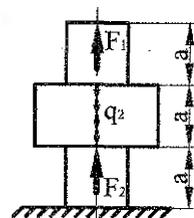
19



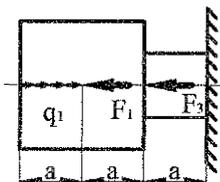
20



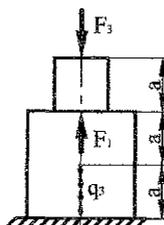
21



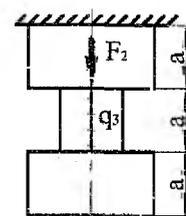
22



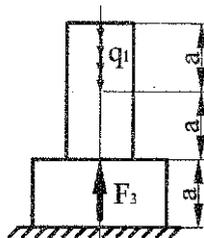
23



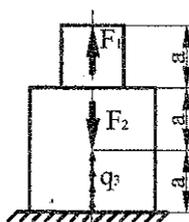
24



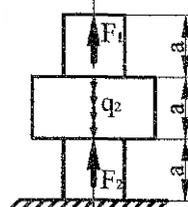
25



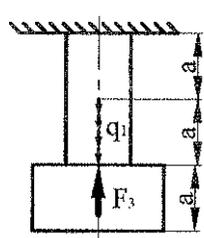
26



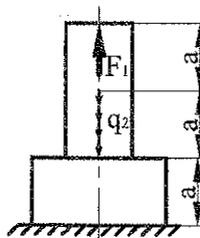
27



28



29



30

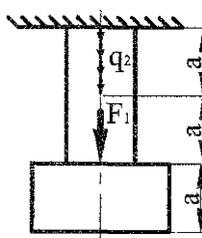


Рисунок 2.8 – Схемы ступенчатых брусьев (продолжение)

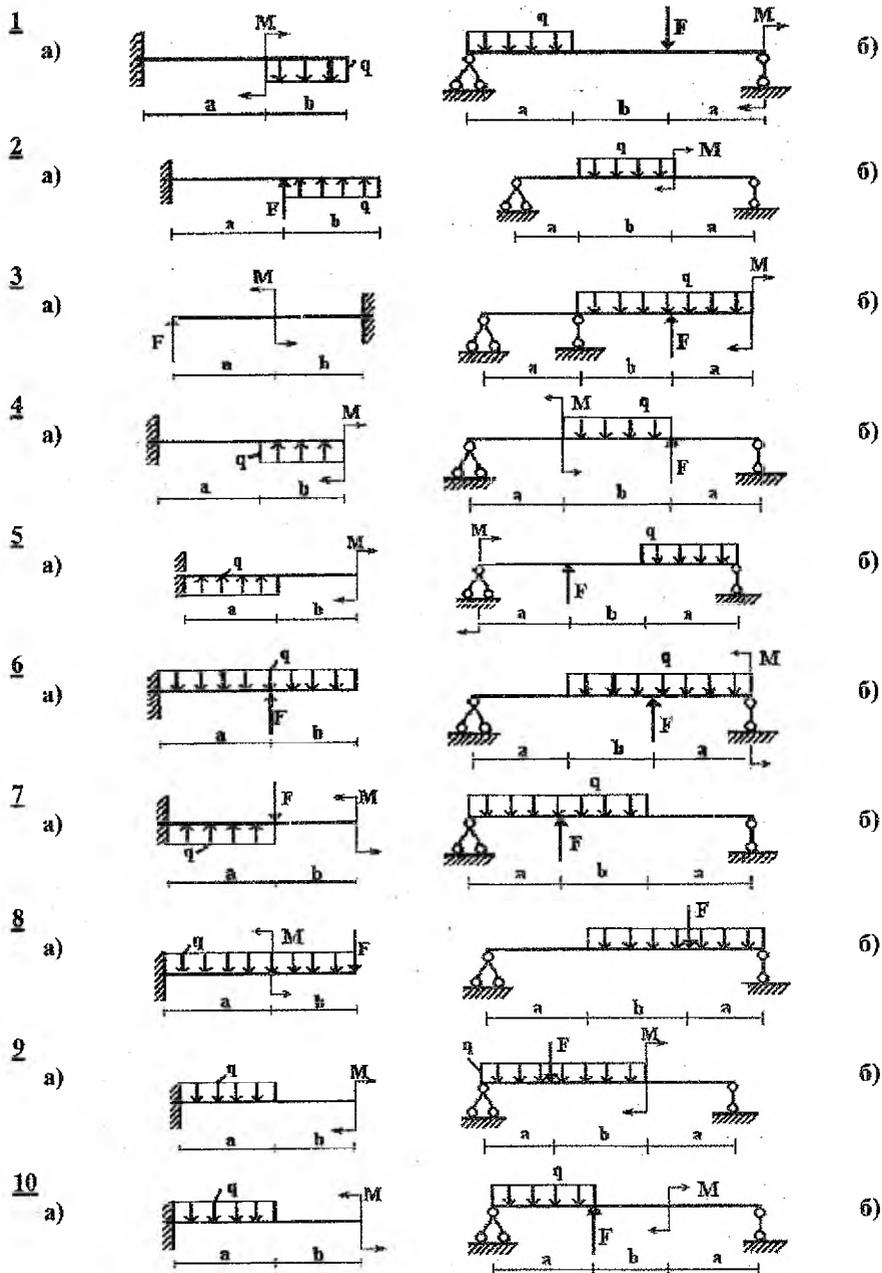


Рисунок 2.9 – Схемы балок

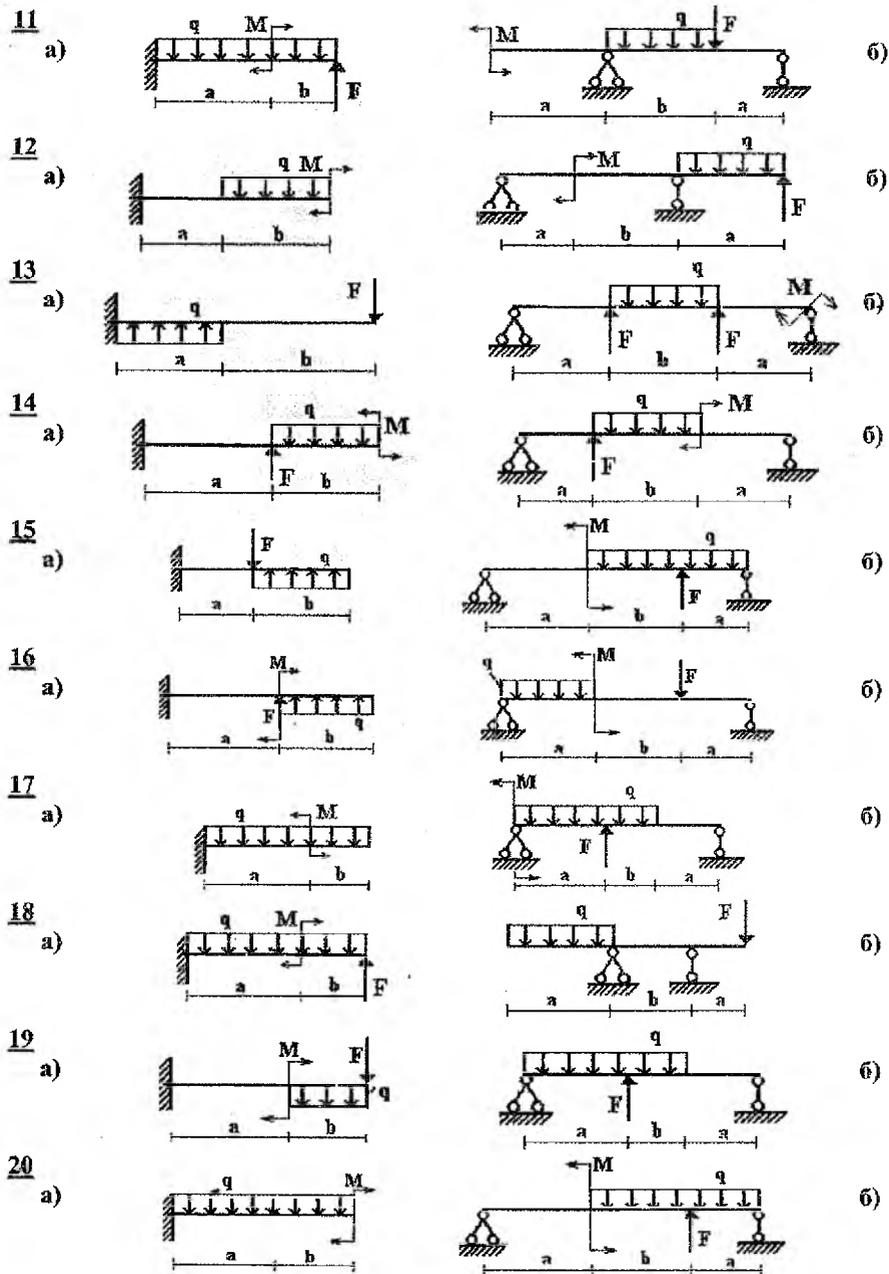


Рисунок 2.9 – Схемы балок (продолжение)

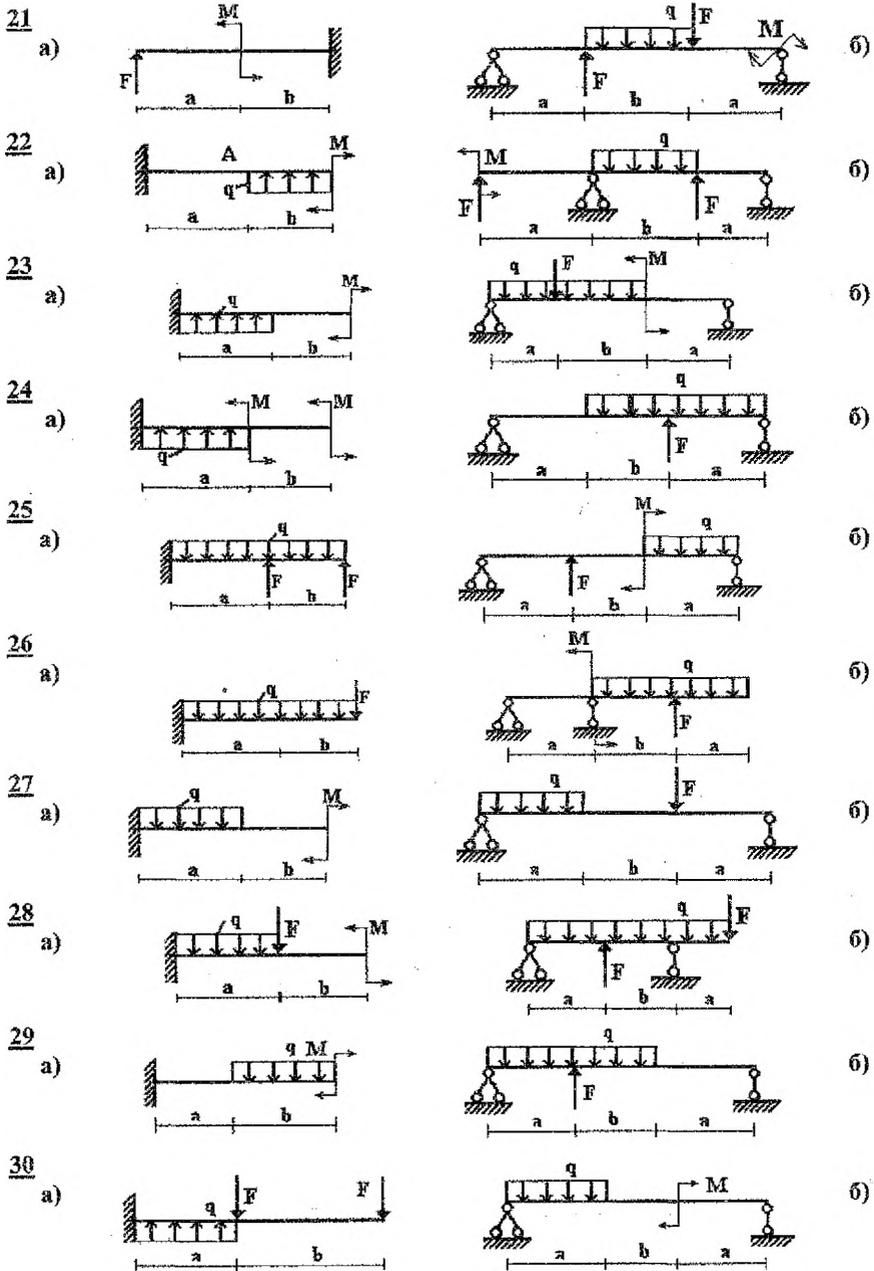


Рисунок 2.9 – Схемы балок (продолжение)

Таблица 2.2 – Числовые данные к расчету балок

№ варианта	F , кН	M , кН·м	q , кН/м	a , м	b , м
1	40	40	10	1	2
2	50	60	15	2	2
3	60	80	20	3	2
4	70	100	25	2	3
5	80	40	10	1	3
6	70	60	15	3	1
7	60	80	20	2	2
8	50	100	25	1	2
9	40	40	10	2	1
10	50	60	15	1	3
11	60	80	20	1	2
12	70	100	25	3	3
13	80	40	10	2	3
14	70	60	15	1	1
15	60	80	20	2	2
16	50	100	25	1	2
17	40	40	10	2	1
18	50	60	15	3	2
19	60	80	20	2	2
20	70	100	25	1	3
21	80	40	10	3	3
22	70	60	15	2	1
23	60	80	20	1	2
24	50	100	25	1	2
25	40	40	10	3	1
26	50	60	15	2	3
27	60	80	20	1	2
28	70	100	25	2	3
29	80	40	10	1	3
30	70	60	15	2	1

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики: учебник для вузов / С.М. Тарг. – 15 изд. стер. – М.: Высшая школа, 2005. – 416 с.
2. Путята, Т.В. Прикладная механика / Т.В. Путята, Н.С. Можаровский [и др.]. – Киев.: Вища школа, 1977. – 536 с.
3. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики / Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р. Меркин. – В 2-х т. – СПб.: Лань, 2002. – 736 с.
4. Мещерский, И.В. Задачи по теоретической механике: учебное пособие. – 38 изд., стереотип. – СПб.: Лань, 2001. – 448 с.
5. Беляев, Н.М. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1976. – 607 с.
6. Фсодосьев, В.И. Сопротивление материалов: учебник для вузов / 9 изд., перераб. – М.: Наука, 1986. – 512 с.
7. Дарков, А.В. Сопротивление материалов: учебник для вузов / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро. – Изд. 4-е. – М.: Высш. школа, 1975.
8. Айзенберг, Т.Б. Руководство к решению задач по теоретической механике / Т.Б. Айзенберг [и др.]. – М.: Наука, 1970. – 416 с.
9. Миролюбов, И.Н. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов / И.Н. Миролюбов [и др.]. – М.: Машиностроение, 1974. – 493 с.
10. Борисов, М.И. Основы технической механики и детали механизмов приборов / М.И. Борисов, Ф.Г. Зуев. – М.: Машиностроение, 1977. – 341 с.
11. Мовнин, М.С. Основы технической механики / М.С. Мовнин [и др.]. – Л.: Судостроение, 1969. – 568 с.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители:

Веремейчик Андрей Иванович

Батрак Валентин Васильевич

Онысько Сергей Романович

Томашев Игорь Геннадьевич

Гарбачевский Виталий Владимирович

ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению расчетно-графических и контрольных работ

по технической механике

для студентов специальности

1-27 01 01 – «Экономика и организация производства»

Ответственный за выпуск: Веремейчик А.И.

Редактор: Боровикова Е.А.

Компьютерная верстка: Карман Е.Л.

Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 19.10.2015 г. Бумага «Снегурочка». Формат 60x84¹/₁₆.
Гарнитура Times New Roman. Усл. печ. л. 2,2. Уч. изд. л. 2,4. Заказ № 1126.

Тираж 43 экз. Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Брестский государственный технический университет».

224017, г. Брест, ул. Московская, 267