МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
"БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"

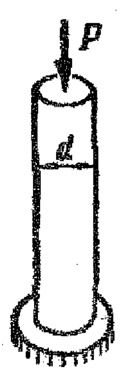
Кафедра прикладной механики

ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению расчетно-графической работы № 1 по сопротивлению материалов

для студентов специальности

1–70 04 02 – «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна»



Брест 2017

УДК 531.8

Сопротивление материалов является одной из общепрофессиональных дисциплин при подготовке инженеров. Для приобретения навыков инженерных расчётов студентами выполняются расчетно-графические работы по основным разделам курса.

В данных методических указаниях кратко излагается теоретический материал по разделам «Осевое растяжение-сжатие» и «Определение внутренних силовых факторов при изгибе» курса сопротивления материалов, даны примеры расчётов и приведены задания для выполнения расчетно-графической работы № 1.

Составители: В. В. Гарбачевский, ст. преподаватель
А. И. Веремейчик, доцент
С.Р. Онысько, ст. преподаватель
И. Г. Томашев, ст. преподаватель

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Задания и методические указания к расчетно-графическим работам соответствуют типовым учебным планам специальности 1–70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна» и охватывают наиболее важные разделы курса сопротивления материалов. Методические указания позволяют студентам изучить и применить теоретический материал для решения задач на примерах расчета статически определимого ступенчатого бруса, расчета статически неопределимой стержневой системы, а также определения внутренних силовых факторов в балках.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

1. Расчетно-графическая и контрольная работа выполняется на отдельных листах формата А4.
2. Порядок оформления: титульный лист; задание с указанием исходных данных и схем конструкций; текст расчетов с необходимыми пояснениями и схемами; выводы; перечень литературы.
3. Чертежи и схемы выполняются с соблюдением правил графики и масштабов согласно стандарту УО «БрГТУ».
4. Текстовая часть выполняется в соответствии с требованиями к оформлению текстовых документов. Страницы нумеруются. Расчеты выполняются в общем виде, подставляются значения величин, записывается числовой результат с указанием размерности полученной величины. Все вычисления производятся в десятичных дробях с точностью до сотых долей.
5. Эпюры необходимо строить на одном листе с расчетной схемой, на эпюрах указывать числовые значения характерных ординат и единицы расчетных величин.

1. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОГО ПРЯМОГО СТУПЕНЧАТОГО БРУСА

При растяжении (сжатии) прямого бруса (стержня) в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор - продольная сила N, которая определяется методом сечений и численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, приложенных к одной из отсечённых частей бруса: $\sum Z = 0$; $F - N = 0$; $N = F$.

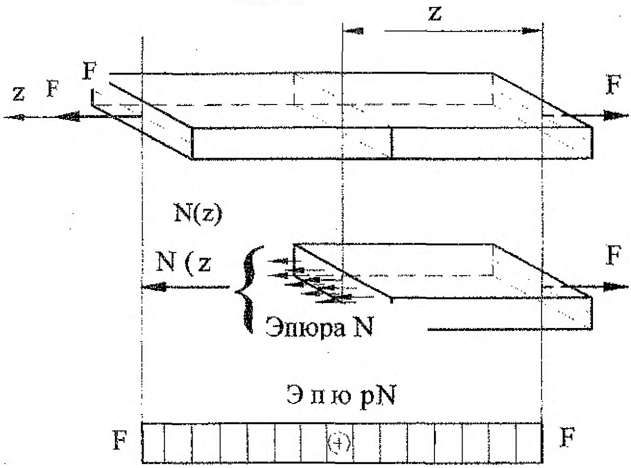


Рисунок 1.1 – Определение продольной силы N

В общем случае действия нескольких сил $N = \Sigma F_i$. Растягивающая (т. е. действующая от сечения) сила N считается положительной, сжимающая – отрицательной.

Закон изменения продольной силы по длине бруса удобно представить графически в виде эпюры продольных сил N. При действии на брус распределённых осевых сил интенсивностью q для проверки правильного построения эпюры N можно использовать дифференциальную зависимость $q = \frac{dN}{dz}$. В случаях, когда продольные силы в различных поперечных сечениях бруса не одинаковы, эпюра позволяет найти наибольшее значение продольной силы и положение сечения, в котором она возникает.

При растяжении (сжатии) бруса в его поперечных сечениях возникают только нормальные напряжения. Чтобы определить их при известном значении продольной силы, необходимо знать закон распределения нормальных напряжений по поперечному сечению бруса. Задача решается на основе гипотезы плоских сечений (гипотезы Я. Бернулли): сечения бруса, плоские и нормальные к оси до деформации, остаются плоскими и нормальными к оси и при деформации. Эта гипотеза позволяет предположить, что все волокна в продольном направлении деформируются одинаково. Поэтому считаем, что при растяжении (сжатии) бруса нормальные напряжения распределены по его поперечному сечению равномерно. Учитывая, что σ по всей площади A сечения постоянны, получаем

$$N = \int_A \sigma dA = \sigma \int_A dA = \sigma \cdot A, \qquad \sigma = \frac{N}{A}. \tag{1.1}$$

При растяжении напряжение считают положительным, при сжатии – отрицательным.

В тех случаях, когда нормальные напряжения в различных поперечных сечениях бруса неодинаковы, целесообразно показывать закон их изменения по длине бруса графически в виде эпюры нормальных напряжений.

Для всех точек рассчитываемого элемента должно соблюдаться условие прочности

$$\sigma \le [\sigma], \tag{1.2}$$

где σ – расчетное напряжение, которое возникает в элементе конструкции под действием приложенных к нему нагрузок; $[\sigma]$ – допускаемое напряжение, которое можно допустить в рассчитываемой конструкции из условий ее безопасной, надежной и долговечной работы.

Условие прочности при растяжении (сжатии) имеет вид:

$$\sigma = \frac{N}{A} \le [\sigma], \tag{1.3}$$

где A – площадь опасного поперечного сечения; N – продольная сила в указанном сечении.

Деформации и перемещения. Расчет на жесткость

Умение вычислять деформации и перемещения необходимо для расчетов на жесткость, а также для определения сил в статически неопределимых системах.

Рассмотрим продольную деформацию бруса.

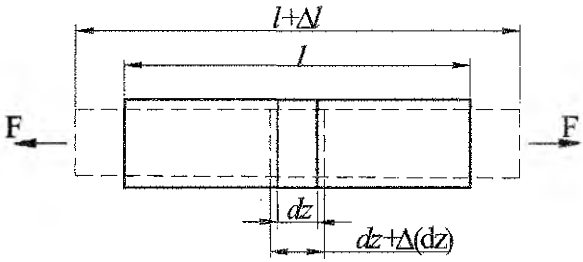


Рисунок 1.2 – Продольная деформация бруса

Выделим из бруса (рисунок 1.2) бесконечно малый элемент длиной dz. Приращение длины элемента в результате деформации обозначим $\Delta(dz)$. Отношение приращения длины элемента к его первоначальной длине называется относительным удлинением или продольной деформацией:

$$\varepsilon = \frac{\Delta(dz)}{dz}. \tag{1.4}$$

Экспериментально установлено, что для большинства материалов в пределах упругой работы между продольной деформацией и действующим в ее направлении нормальным напряжением существует прямо пропорциональная зависимость. Это положение носит название закона Гука и записывается в виде: $\sigma = E\varepsilon$, где E – модуль продольной упругости (или модуль Юнга) - физическая константа материала, характеризующая его жесткость (измеряется в Па или МПа).

Для растяжения (сжатия) элемента бесконечно малой длины dz закон Гука имеет вид:

$$\Delta(dz) = \frac{Ndz}{EA},$$

где EA – величина, называемая жесткостью бруса при растяжении (сжатии).

Изменение длины бруса (или одного участка):

$$\Delta l = \int_l \frac{Ndz}{EA}. \tag{1.5}$$

Если жесткость бруса и продольная сила постоянны по всей длине бруса, из (1.5) получаем

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA}. \tag{1.6}$$

В общем случае, если законы изменения N, E или A различны для отдельных участков бруса, интегрирование выражения (1.5) производят в пределах каждого из участков и результаты алгебраически суммируют:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{n} \int_{l_i} \frac{Ndz}{EA}. \tag{1.7}$$

Перемещение произвольного сечения бруса равно изменению длины участка, заключенного между этим сечением и заделкой. Взаимное перемещение двух сечений равно изменению длины части бруса, заключенной между этими сечениями.

Функция $\delta = f(z)$, показывающая перемещение δ поперечных сечений в функции их расстояния z от неподвижного конца бруса (или сечения, условно принятого за неподвижное), графически изображается эпюрой перемещений, которая проверяется по дифференциальной зависимости $\delta = \dfrac{d\sigma}{dz}$.

Расчет бруса на жесткость должен обеспечить выполнение условия жесткости:

$$\delta \le [\delta], \tag{1.8}$$

где $\delta = \sum_{i=1}^{n} \Delta l_i$ - изменение длины бруса (абсолютная деформация), $[\delta]$ - допускаемая величина перемещения (обычно задается как некоторая часть полной длины бруса).

Пример расчёта статически определимого ступенчатого бруса

Для ступенчатого бруса, загруженного продольными осевыми нагрузками как показано на рисунке 1.3, а).

Требуется:

1) построить эпюру продольных сил N;
2) построить эпюру нормальных напряжений σ;
3) построить эпюру перемещений δ;
4) произвести проверку прочности и жёсткости бруса.

Дано: a = 1.4 м; F_1 = 70 кН; F_2 = 55 кН; q_1 = 40 кН/м; q_2 = 29 кН/м; $[\sigma_P]$ = 130 МПа; $[\sigma_C]$ = 160 МПа; $E = 0{,}8 \cdot 10^5$ МПа; A = 2500 мм^2; $k = \frac{1}{1000}$.

Основой для расчёта является правильно выполненная расчётная схема. Поэтому предлагается последовательность её составления и только потом следует приступать к расчёту:

1) расчётная схема изображается в масштабе на миллиметровке;
2) на ней проставляются в числовом выражении размеры длин участков, площадей, величина приложенных сил;
3) брус разбивается на участки (1, 2, 3), границы которых отмечаются прописными буквами (A, B, C, D, E…);
4) для выделенного сечения на участке записывается аналитическое выражение для нормальной силы N, используя метод сечений;
5) вычисляются значения N на границах участка;
6) строится эпюра N с указанием масштаба и в характерных сечениях проставляются значения внутренних продольных сил;
7) затем строятся эпюры напряжения σ и перемещения δ

Решение:

Вычертим брус в масштабе с указанием необходимых нагрузок и размеров.

1.Разбиваем брус на 3 участка, начиная от свободного конца.

Проводим произвольные сечения на участках.

Составляем выражения для продольных сил и напряжений на соответствующих участках.

Участок 1, $0 \le z_1 \le 1{,}5a$.

$$N_1 = -q_2 \cdot z_1, \quad \sigma_1 = \frac{N_1}{A_1},$$

где $A_1 = A$ – площадь сечения участка 1.

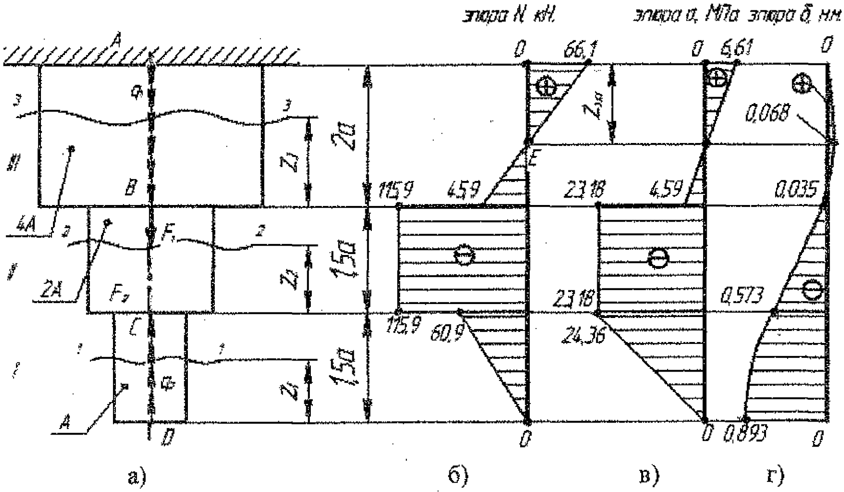


Рисунок 1.3 – Схема ступенчатого бруса (а) и эпюры N (б), σ (в), δ (г)

При $z_1 = 0$, $\quad N_1 = -q_2 \cdot z_1 = -29 \cdot 0 = 0$кН;

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = 0 \text{ МПа.}$$

При $z_1 = 1{,}5a$, $\quad N'_1 = -q_2 \cdot z_1 = -29 \cdot (1{,}5 \cdot 1{,}4) = -60{,}9$кН;

$$\sigma'_1 = \frac{N'_1}{A} = \frac{-60{,}9 \cdot 10^3}{2500} = -24{,}36 \text{ МПа.}$$

Участок 2, $0 \le z_2 \le 1{,}5a$.

$N_2 = -q_2 \cdot 1{,}5a - F_2 = -29 \cdot (1{,}5 \cdot 1{,}4) - 55 = -115{,}9$ кН;

$\sigma_2 = \dfrac{N_2}{A_2}$, где $A_2 = 2A$ – площадь сечения участка 2.

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{2A} = \frac{-115{,}9 \cdot 10^3}{2 \cdot 2500} = -23{,}18 \text{ МПа.}$$

Участок 3, $0 \le z_3 \le 2a$.

$$N_3 = -q_2 \cdot 1{,}5a - F_2 + F_1 + q_1 \cdot z_3, \quad \sigma_3 = \frac{N_3}{A_3};$$

где $A_3 = 4A$ – площадь сечения участка 3.

При $z_3 = 0$,

$$N_3 = -q_2 \cdot 1{,}5a - F_2 + F_1 + q_1 \cdot z_3 = -29 \cdot (1{,}5 \cdot 1{,}4) - 55 + 70 + 40 \cdot 0 = -45{,}9 \text{кН;}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{4A} = \frac{-45{,}9 \cdot 10^3}{4 \cdot 2500} = -4{,}59 \text{ МПа;}$$

При $z_3 = 2a$,

$$N'_3 = -q_2 \cdot 1{,}5a - F_2 + F_1 + q_1 \cdot z_3 =$$
$$= -29 \cdot (1{,}5 \cdot 1{,}4) - 55 + 70 + 40 \cdot (2 \cdot 1{,}4) = 66{,}1 \text{кН};$$
$$\sigma'_3 = \frac{N'_3}{4A} = \frac{66{,}1 \cdot 10^3}{4 \cdot 2500} = 6{,}61 \text{ МПа}.$$

По данным расчета построены эпюры нормальных сил и напряжений (рисунки 1.3, б и 1.3, в).

2.Определяем абсолютное изменение длины стержня.

Участок 1

$$\Delta l_1 = \int_0^{l_1} \frac{N_1}{E \cdot A_1} dz_1 = \int_0^{1.5a} \frac{-q_2 \cdot z_1}{E \cdot A} dz_1 = \frac{1}{2} \frac{-q_2 \cdot z_1^2}{E \cdot A} \Bigg|_{z_1 = 0}^{z_1 = 1.5a} =$$
$$= \frac{1}{2} \frac{-29 \cdot 10^3 \cdot (1{,}5 \cdot 1{,}4)^2}{0{,}8 \cdot 10^{11} \cdot 2500 \cdot 10^{-6}} = -0{,}32 \cdot 10^{-3} \text{ м (сжатие)}.$$

Участок 2

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot 1{,}5a}{E \cdot A_2} = \frac{N_2 \cdot 1{,}5a}{E \cdot 2A} = \frac{-115{,}9 \cdot 10^3 \cdot (1{,}5 \cdot 1{,}4)}{0{,}8 \cdot 10^{11} \cdot (2 \cdot 2500 \cdot 10^{-6})} = -0{,}608 \cdot 10^{-3} \text{ м (сжатие)}.$$

Участок 3

$$\Delta l_3 = \int_0^{l_3} \frac{N_3}{E \cdot A_3} dz_3 = \int_0^{2a} \frac{-q_2 \cdot 1{,}5a - F_2 + F_1 + q_1 \cdot z_3}{E \cdot 4A} dz_3 =$$
$$= \frac{(-q_2 \cdot 1{,}5a - F_2 + F_1) \cdot z_3 + \dfrac{q_1 \cdot z_3^2}{2}}{E \cdot 4A} \Bigg|_{z_3 = 0}^{z_3 = 2a} =$$
$$= \frac{(-29 \cdot 10^3 \cdot (1{,}5 \cdot 1{,}4) - 55 \cdot 10^3 + 70 \cdot 10^3) \cdot (2 \cdot 1{,}4) + \dfrac{40 \cdot 10^3 \cdot (2 \cdot 1{,}4)^2}{2}}{0{,}8 \cdot 10^{11} \cdot 2500 \cdot 10^{-6}} =$$
$$= 0{,}035 \cdot 10^{-3} \text{ м (растяжение)}.$$

Абсолютное изменение длины:

$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = (-0{,}32) + (-0{,}608) + 0{,}035 = -0{,}893$ мм.

Экстремальное значение деформации на участке III:

$\Delta l_{3экс} = \dfrac{\omega_N}{E \cdot A_3}$, где ω_N – площадь эпюры N.

Находим положение экстремума на участке III со стороны заделки:

$$z_{экс} = \frac{N'_3}{q_1} = \frac{66{,}1 \cdot 10^3}{40 \cdot 10^3} = 1{,}653 \text{ м},$$
$$\omega_N = \frac{1}{2} \cdot N'_3 \cdot z_{экс} = \frac{1}{2} \cdot 66{,}1 \cdot 10^3 \cdot 1{,}653 = 54{,}62 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$\Delta l_{3экс} = \frac{\omega_N}{E \cdot 4A} = \frac{54,62 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^{11} \cdot \left(4 \cdot 2500 \cdot 10^{-6}\right)} = 0,068 \cdot 10^{-3} \text{ м (растяжение)}.$$

Определяем перемещения:

Перемещение сечения А:

$\delta_A = 0$, т. к. брус жестко заделан;

перемещение сечения Е:

$\delta_E = \Delta l_{3\,экс} = 0,068$ мм;

$\delta_B = \Delta l_3 = 0,035$ мм;

$\delta_C = \Delta l_3 + \Delta l_2 = 0,035 + (-0,608) = -0,573$ мм;

$\delta_D = \Delta l_3 + \Delta l_2 + \Delta l_1 = 0,035 + (-0,608) + (-0,32) = -0,893$ мм.

По данным расчета построена эпюра перемещений поперечных сечений (рисунок 1.3, г).

3. Проверка прочности бруса.

Анализ эпюры σ показывает, что опасными сечениями являются сечение в точке С (в сжатой области бруса) и сечение в точке А (в растянутой области бруса).

$$\sigma^C = |\sigma'_1| = 24,36 \text{ МПа} < [\sigma_C] = 160 \text{ МПа},$$

$$\sigma^A = \sigma'_3 = 6,61 \text{ МПа} < [\sigma_P] = 130 \text{ МПа}.$$

Оба условия прочности выполняются.

4. Проверка жесткости бруса.

Условие жесткости: $\delta \le [\delta]$:

$$\frac{|\delta_D|}{1,5a + 1,5a + 2a} = \frac{|-0,893 \cdot 10^{-3}|}{1,5 \cdot 1,4 + 1,5 \cdot 1,4 + 2 \cdot 1,4} = 0,128 \cdot 10^{-3} < k = 1 \cdot 10^{-3}.$$

Условие жесткости выполняется.

2. СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ

Стержневая система, в которой количество внутренних силовых факторов превышает количество уравнений статики для твердого тела, называется статически неопределимой.

Для определения неизвестных усилий составляются дополнительные уравнения деформаций стержневой системы. Решая совместно уравнения статики и уравнения деформаций, раскрываем статическую неопределимость и находим все неизвестные усилия в стержнях.

Пример расчета статически неопределимой стержневой системы

Абсолютно жесткий стержень, опирающийся на шарнирную опору, удерживается дополнительно стержнями, шарнирно прикрепленными к брусу и опорам.

Требуется:

1) определить усилия и напряжения в стержнях при заданных значениях нагрузки и площадях сечений стержней;
2) исходя из условий прочности наиболее нагруженного стержня, определить предельную нагрузку.

Дано: F =100 кН; A_1 = 10 см^2; A_2 = 15 см^2; l_1 = 1м; l_2 = 3м; a = 3м; b = 1м; $c = 0{,}5$ м; $\alpha_1 = 90°$; $\alpha_2 = 60°$; $E = 2{\cdot}10^5$ МПа; $R = 210$ МПа.

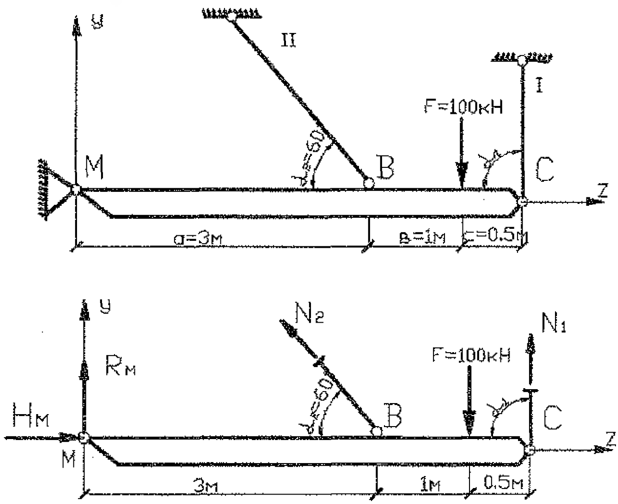


Рисунок 2.1– Расчётная схема статически неопределимой стержневой системы

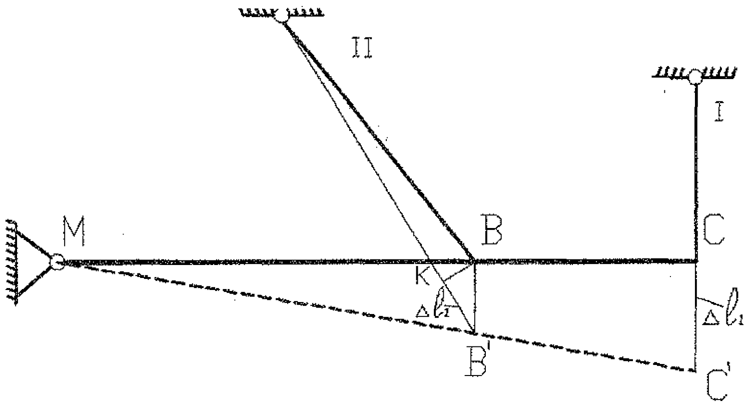


Рисунок 2.2 – Схема деформирования статически неопределимой стержневой системы

Решение:

Для определения неизвестных опорных реакций (рисунок 2.1) записываем уравнения статики:

$$\begin{cases} \sum Z = H_M - N_2 \cdot 0{,}5 = 0; \\ \sum Y = R_M - F + N_1 + N_2 \cdot 0{,}866 = 0; \\ \sum M_M = F \cdot 4 - N_1 \cdot 4{,}5 - N_2 \cdot 3 \cdot 0{,}866. \end{cases}$$

В этих уравнениях четыре неизвестных: R_M, H_M, N_1 *и* N_2. Поэтому нужно составить еще одно уравнение деформаций. С этой целью рассмотрим схему деформирования системы (рисунок 2.2), где $\Delta l_2 = KB'$; $\Delta l_1 = CC'$.

Из треугольника КВВ' находим: $\overline{BB'} = \dfrac{\overline{KB'}}{\sin 60°} = \dfrac{\Delta l_2}{\sin 60°}$.

Из подобия треугольников МСС' и МВВ' следует зависимость между Δl_1 и Δl_2:

$$\frac{\overline{CC'}}{\overline{MC}} = \frac{\overline{BB'}}{\overline{MB}}; \text{ т.е. } \frac{\Delta l_1}{MC} = \frac{\Delta l_2}{\sin 60° \cdot MB}.$$

Учитывая, что $\Delta l_1 = \dfrac{N_1 \cdot l_1}{EA_1}, \Delta l_2 = \dfrac{N_2 \cdot l_2}{EA_2}$, получаем уравнение деформации системы – четвертое уравнение для определения неизвестных опорных реакций.

Однако, если находить лишь продольные силы N_1 и N_2 в ее стержнях, задачу можно упростить. Эти силы определяем из решения следующих уравнений:

$$\begin{cases}\sum M_M = F\cdot 4 - N_1\cdot 4{,}5 - N_2\cdot 3\cdot 0{,}866 = 0;\\ \dfrac{N_1\cdot l_1}{EA_1\cdot MC} = \dfrac{N_2\cdot l_2}{EA_2\cdot MB\cdot \sin 60^\circ}\end{cases}, \text{ или } \begin{cases}4{,}5N_1 + 2{,}6N_2 = 400\\ \dfrac{N_1\cdot 1{,}0}{10\cdot 4{,}5} = \dfrac{N_2\cdot 2{,}0}{15\cdot 3\cdot 0{,}866}\end{cases}$$

$$\begin{cases}4{,}5N_1 + 2{,}6N_2 = 400\\ 38{,}97N_1 = 90N_2\end{cases}$$

Получаем: N_1 = 71,1 кН; N_2 = 30,77 кН.

Находим напряжения в стержнях:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{71{,}1\cdot 10^3}{10\cdot 10^{-4}} = 71{,}1 МПа < \text{R};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{30{,}77\cdot 10^3}{15\cdot 10^{-4}} = 20{,}51 МПа < \text{R}.$$

Определяем предельную нагрузку $F_{пр}$ на стержневую систему. Для этого вычисляем соотношение:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{71{,}1\cdot 10^3}{30{,}77\cdot 10^3} = 2{,}31.$$

Находим предельные продольные силы в стержнях:

$$N_{1(пр)} = R\cdot A_1 = 210\cdot 10^6\cdot 10\cdot 10^{-4} = 210\cdot 10^3 H = 210 \text{ кН}$$

$$N_{2(пр)} = R\cdot A_2 = 210\cdot 10^6\cdot 15\cdot 10^{-4} = 315\cdot 10^3 H = 315 \text{ кН}$$

Принимаем $N_1 = N_{1(пр)}$ = 210 кН.

Тогда: $N_2 = \dfrac{N_1}{2{,}31} = \dfrac{210\cdot 10^3}{2{,}31} = 90{,}91 кН < N_{2(пр)}$.

Значения N_1 и N_2 подставляем в уравнение: $\sum M_M = 0$

$\sum M_M = F\cdot 4 - 210\cdot 10^3\cdot 4{,}5 - 90{,}91\cdot 10^3\cdot 3\cdot 0{,}866 = 0$, решив которое, находим предельную силу, которую можно приложить к стержню. $F_{пр}$ = 295,3 кН.

Следовательно, нагрузку на стержневую систему можно увеличить в

$$n = \frac{F_{пр}}{F} = \frac{295{,}3}{100} = 2{,}95 \text{ раза.}$$

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ ПРИ ПРЯМОМ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ

Метод сечений позволяет найти поперечные силы и изгибающие моменты в произвольном сечении балки при действии любой нагрузки. В расчетах на прочность требуется знать положение опасных сечений, т. е. сечений, где действуют максимальные по величине внутренние силы или их неблагоприятные сочетания. Поэтому удобно графическое представление закона распределения силовых факторов по длине бруса (эпюры).

Поперечная сила Q и изгибающий момент M вычисляются как алгебраическая сумма проекций внешних сил или моментов внешних сил, действующих на одну из частей бруса (левую или правую).

Правило знаков:

а) поперечная сила Q положительна, если направлена по часовой стрелке относительно сечения и отрицательна, если действует против часовой стрелки (рисунок 3.1);

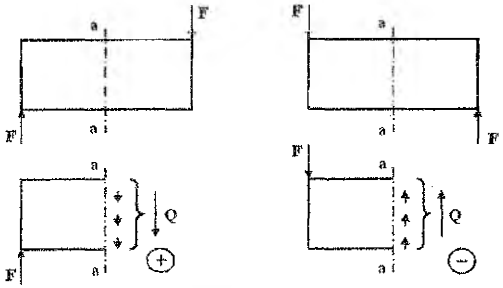


Рисунок 3.1 – Правило знаков для определения поперечной силы

б) изгибающий момент M считается положительным, если элемент бруса изгибается выпуклостью вниз, т. е. растянутые волокна находятся внизу. Отрицательный изгибающий момент изгибает элемент выпуклостью вверх (рисунок 3.2).

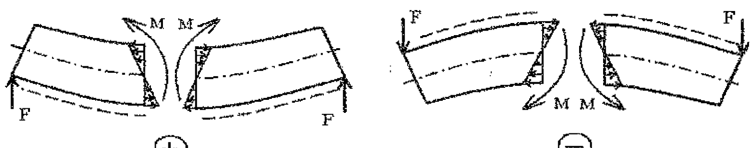


Рисунок 3.2 – Правило знаков для определения изгибающего момента

Положительные значения поперечных сил откладываются сверху от базисной линии. Эпюра изгибающих моментов строится на растянутых волокнах (положительные значения – снизу от базисной линии).

Пример построения эпюр Q и M по аналитическим выражениям функций

Двухопорная балка загружена внешними нагрузками. Требуется построить эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M.

Дано: $a = 2$ м, $b = 2$ м, $c = 2$ м, $F = 26$ кН, $q = 30$ кН/м, $M = 38$ кН·м.

Решение:

Составляем уравнение моментов относительно опоры А:

$$\sum m_A(\overline{F_k}) = 0, \quad -q \cdot b \cdot \left(a + \frac{b}{2}\right) - M + R_B \cdot (a + b + c) - F \cdot a = 0;$$

и находим реакцию опоры R_B:

$$R_B = \frac{M + F \cdot a + q \cdot b \cdot \left(a + \frac{b}{2}\right)}{a + b + c} = \frac{38 + 26 \cdot 2 + 30 \cdot 2 \cdot \left(2 + \frac{2}{2}\right)}{2 + 2 + 2} = 45 \text{ кН}.$$

Составляем уравнение моментов относительно опоры В:

$$\sum m_B(\overline{F_k}) = 0, \quad q \cdot b \cdot \left(c + \frac{b}{2}\right) - M - R_A \cdot (a + b + c) + F \cdot (b + c) = 0;$$

и находим реакцию опоры R_A:

$$R_A = \frac{F \cdot (b + c) - M + q \cdot b \cdot \left(c + \frac{b}{2}\right)}{a + b + c} = \frac{26 \cdot (2 + 2) - 38 + 30 \cdot 2 \cdot \left(2 + \frac{2}{2}\right)}{2 + 2 + 2} = 41 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum F_{ky} = 0, \quad -q \cdot b - F + R_A + R_B = -30 \cdot 2 - 26 + 41 + 45 = 0, \quad 0 = 0.$$

Разбиваем балку на 3 силовых участка.

Проводим произвольное сечение на каждом из участков на расстоянии z и рассматриваем условие равновесия отсеченной части:

Участок I, $0 \le z_1 \le a$.

$Q_1 = R_A = 41$ кН, $\qquad M_1 = R_A \cdot z_1;$

При $z_1 = 0$, $\qquad M_1 = R_A \cdot z_1 = 41 \cdot 0 = 0.$

При $z_1 = a = 2$ м, $\qquad M'_1 = R_A \cdot z_1 = 41 \cdot 2 = 82$ кН·м.

Участок II, $0 \le z_2 \le b$.

$Q_2 = R_A - F - q \cdot z_2$, $\qquad M_2 = R_A \cdot (a + z_2) - F \cdot z_2 - q \cdot \frac{z_2^2}{2};$

При $z_2 = 0$, $\qquad Q_2 = R_A - F - q \cdot z_2 = 41 - 26 - 30 \cdot 0 = 15$ кН,

$$M_2 = R_A \cdot (a + z_2) - F \cdot z_2 - q \cdot \frac{z_2^2}{2} = 41 \cdot (2 + 0) - 26 \cdot 0 - 30 \cdot \frac{0^2}{2} = 82 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

При $z_2 = b = 2$ м, $\qquad Q'_2 = R_A - F - q \cdot z_2 = 41 - 26 - 30 \cdot 2 = -45$ кН,

$$M'_2 = R_A \cdot (a + z_2) - F \cdot z_2 - q \cdot \frac{z_2^2}{2} = 41 \cdot (2 + 2) - 26 \cdot 2 - 30 \cdot \frac{2^2}{2} = 52 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$Q_2 > 0$, $Q'_2 < 0$, следовательно на участке 2–экстремум. Находим его положение:

$$z_э = \frac{Q_2}{q} = \frac{15}{30} = 0{,}5 \text{ м}.$$

Находим значение экстремального момента:

$$M_э = R_A \cdot (a + z_э) - F \cdot z_э - q \cdot \frac{z_э^2}{2} = 41 \cdot (2 + 0{,}5) - 26 \cdot 0{,}5 - 30 \cdot \frac{0{,}5^2}{2} =$$

$$= 85{,}75 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок III, $0 \le z_3 \le c$.

$Q_3 = R_B = -45$ кН, $\quad M_3 = R_B \cdot z_3$;

При $z_3 = 0$, $\quad M_3 = R_B \cdot z_3 = 45 \cdot 0 = 0$.

При $z_3 = c = 2$ м, $\quad M'_3 = R_B \cdot z_3 = 45 \cdot 2 = 90$ кН $\cdot$ м.

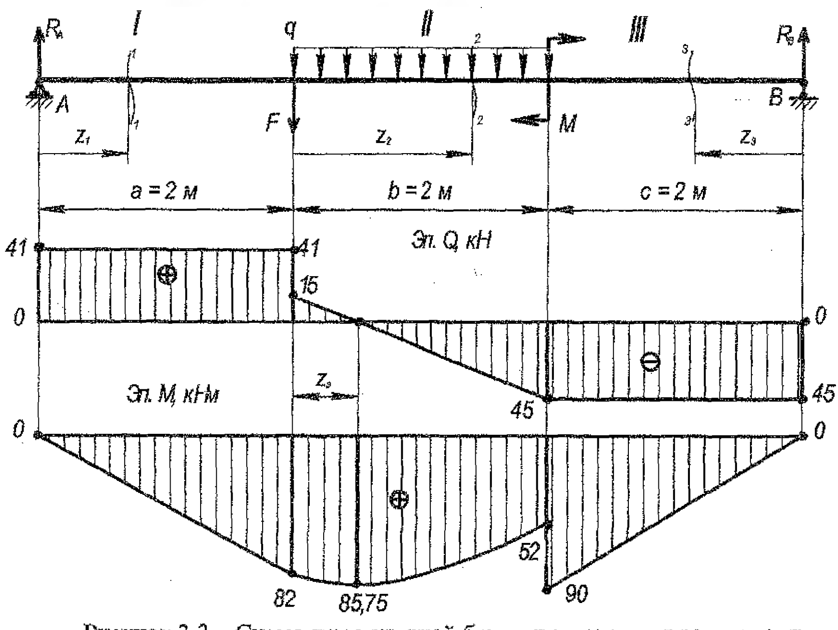


Рисунок 3.3 – Схема двух опорной балки и эпюры внутренних силовых факторов

Опасное сечение на участке 3 при $z_3 = 2$ м,

$M_{max} = |M'_3| = 90$ кН $\cdot$ м.

4. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1

Расчетно-графическая работа № 1 включает задания 1, 2 и 3. Номер варианта определяется порядковым номером студента в журнале.

ЗАДАНИЕ 1

Для вертикального или горизонтального стержня, имеющего жесткую заделку на одном из концов, необходимо:

1) вычертить схему в произвольном масштабе;
2) определить значения нормальной силы на каждом участке стержня;
3) построить эпюру нормальной силы;
4) построить эпюру перемещений;
5) проверить прочность и жесткость бруса.

Схемы стержней приведены на рисунке 4.1. Длины участков стержня и нагрузки, приложенные к нему, приведены в таблице 4.1, площадь поперечного сечения узкого участка A=20 см^2, широкого участка 2A. При расчетах принять: допускаемые напряжения на растяжение $[\sigma_p]$=20 МПа; на сжатие $[\sigma_p]$=80 МПа; допускаемая деформация $[\delta]=\dfrac{l}{500}$, модуль упругости Е=2·10^5 МПа.

ЗАДАНИЕ 2

Абсолютно жесткий брус, подвешенный на 2-х стальных стержнях и шарнирно неподвижно закрепленный, загружен сосредоточенной силой F.

Требуется:

1. Раскрыть статическую неопределимость системы, для чего:

а) установить степень статической неопределимости;

б) записать необходимые уравнения статического равновесия;

в) составить план деформаций;

г) из плана деформаций составить дополнительное уравнение деформаций;

д) решить совместно уравнение статики с уравнением деформаций и определить усилия в стержнях N_1 и N_2.

2. По ГОСТ 8509-72 подобрать сечения стержней из двух уголков, для чего:

а) определить напряжения в стержнях и установить наиболее напряженный стержень;

б) из условия прочности более напряженного стержня определить необходимую площадь поперечного сечения его и выбрать по ГОСТ номер профиля;

в) проверить процент недогрузки (перегрузки) более напряженного стержня;

г) из соотношения $A_1 / A_2 = n$ найти площадь поперечного сечения менее загруженного стержня и выбрать профиль по ГОСТ 8509-72.

3. Определить величину разрушающей нагрузки $F_{разр}$ и сравнить ее с заданной нагрузкой F.

Исходные данные принять согласно схемам (рисунок 4.2) и таблице 4.2.

ЗАДАНИЕ 3

Балки, закрепленные различным образом, загружены внешними нагрузками (сосредоточенной силой, парой сил, распределенной нагрузкой).

Требуется построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Исходные данные принять согласно схемам (рисунки 4.3 и 4.4) и таблице 4.3.

Таблица 4.1. – Числовые данные к расчету ступенчатых брусьев

Номер варианта	a, м	$q_1=q_3$, кН/м	q_2, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН
1	0,8	20	30	10	35	10
2	1	10	25	15	30	20
3	1,2	15	20	20	25	30
4	1,4	20	15	25	20	40
5	1,6	25	10	30	15	10
6	1,8	30	5	35	10	20
7	2	5	30	40	5	30
8	0,8	10	25	10	35	40
9	1	15	20	15	30	10
10	1,2	20	15	20	25	20
11	1,4	10	25	20	30	30
12	1,6	15	20	25	25	40
13	1,8	20	15	30	20	10
14	2	25	10	35	15	20
15	0,8	30	5	40	10	30
16	1	5	30	10	5	40
17	1,8	20	25	15	35	10
18	2	25	25	25	30	20
19	0,8	30	20	30	20	40
20	1	5	15	35	15	10
21	1,2	10	10	40	10	20
22	1,4	15	5	10	5	30
23	1,6	20	30	15	35	40
24	1,8	10	25	20	30	10
25	2	15	20	20	25	20
26	0,8	20	15	25	30	30
27	1	25	25	40	25	40
28	1,8	30	20	10	20	10
29	2	5	15	15	15	20
30	0,8	20	10	25	10	30

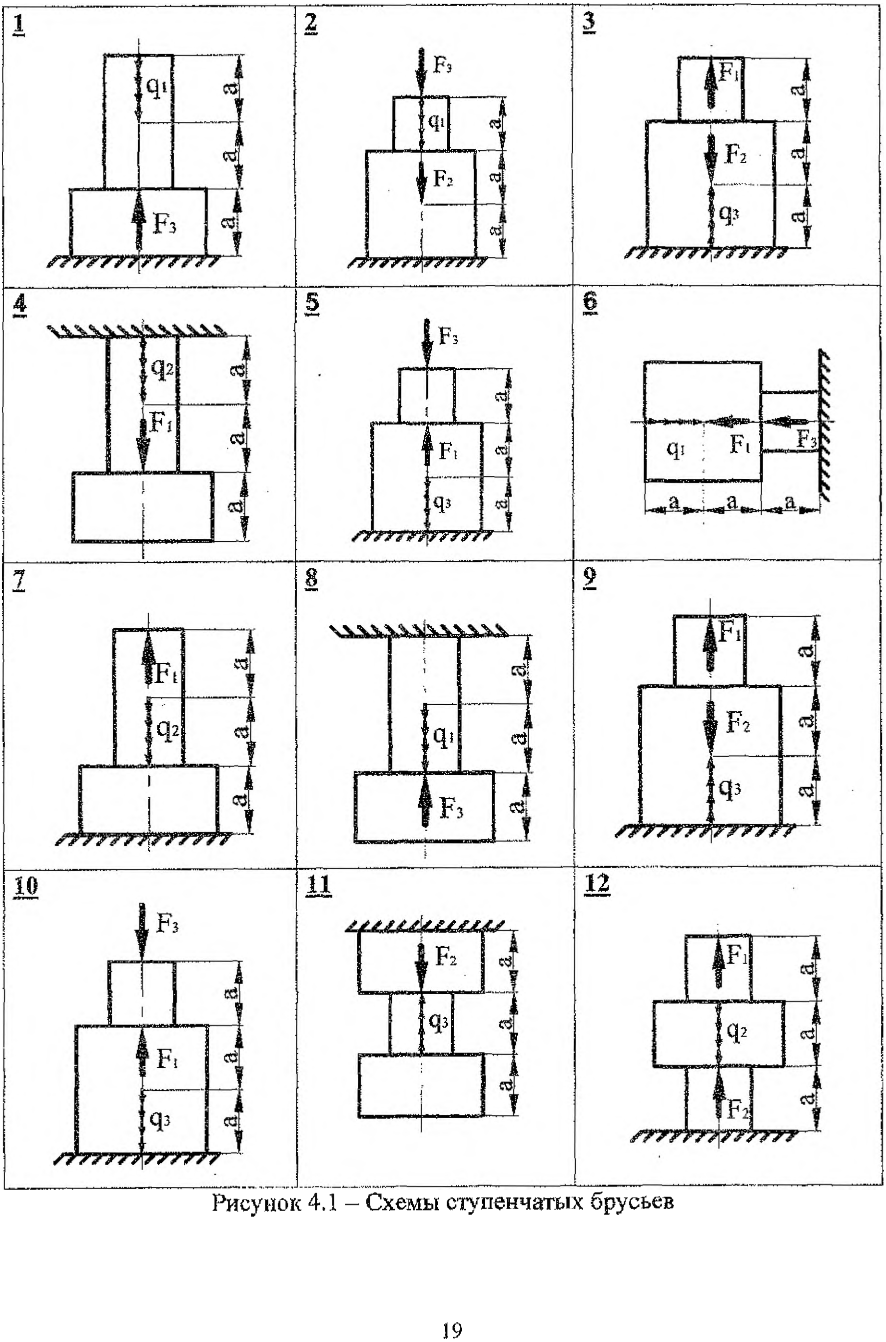
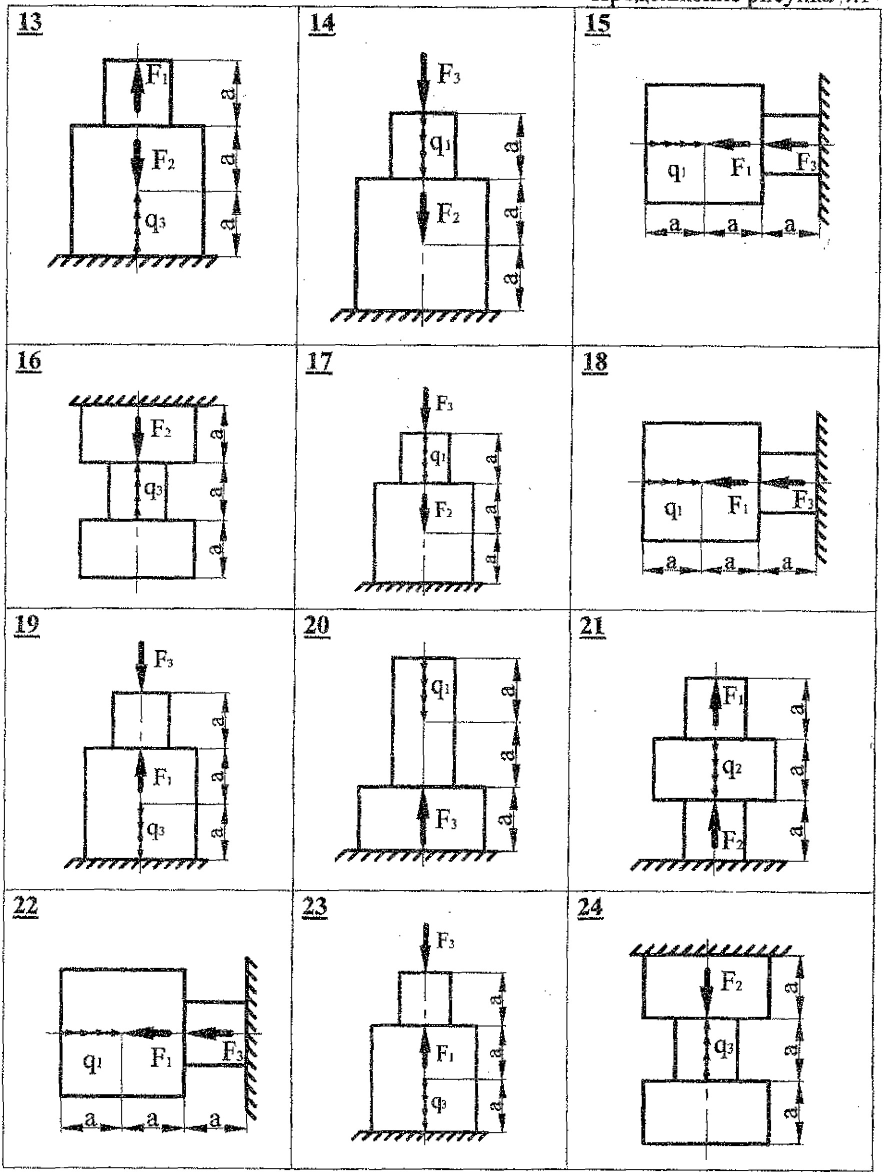


Рисунок 4.1 – Схемы ступенчатых брусьев

Продолжение рисунка 4.1



Продолжение рисунка 4.1

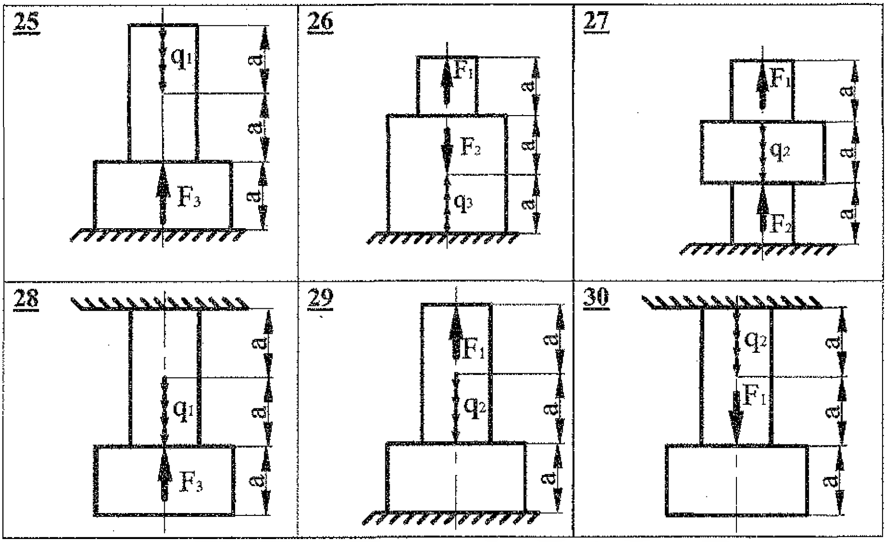


Таблица 4.2 – Числовые данные к расчету стержневых систем

№ варианта	a, м	b, м	h, м	α, град.	A_1/A_2	F, кН
1	2	1,2	1,5	20	2	200
2	2,1	1,4	1	40	4	300
3	2,2	1,6	2	50	1,5	400
4	2,3	1,8	1,5	60	3	500
5	2,4	2,0	1	70	2	600
6	2,5	1,2	2	20	4	200
7	2,6	1,4	1,5	40	1,5	300
8	2,7	1,6	1	50	3	400
9	2,8	1,8	2	60	2	500
10	2,9	2,0	1,5	70	4	600

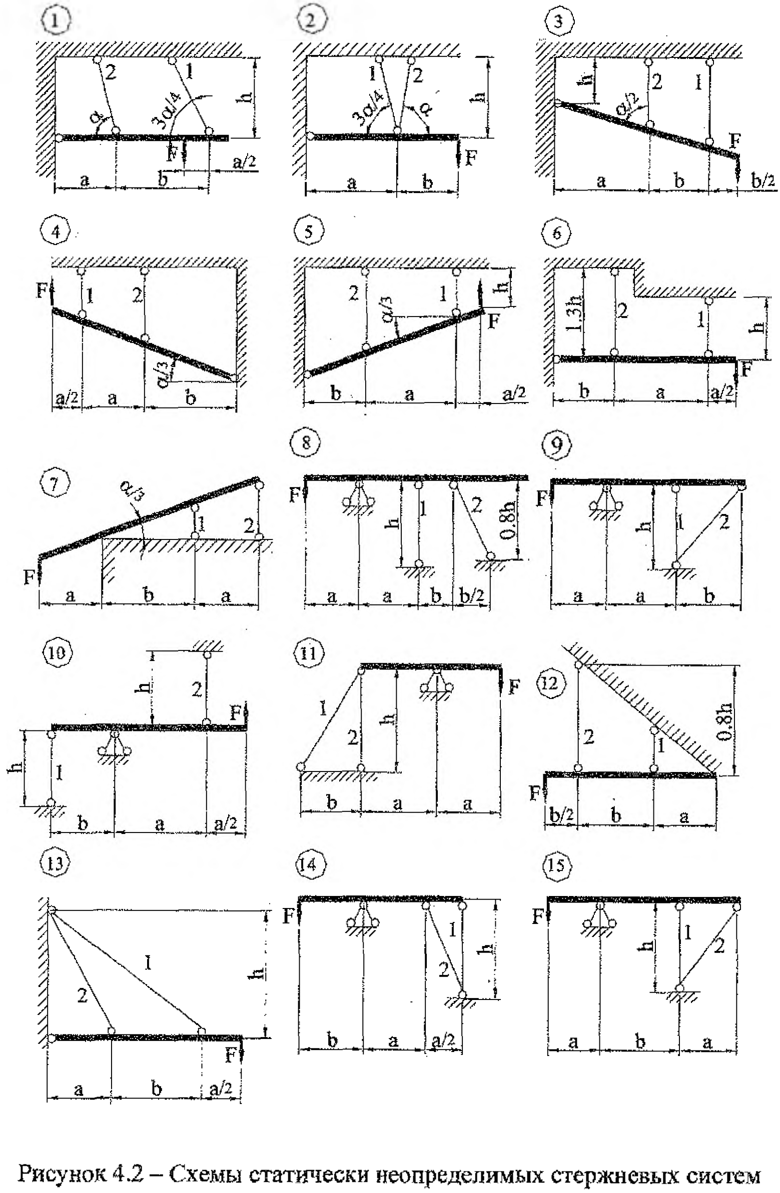
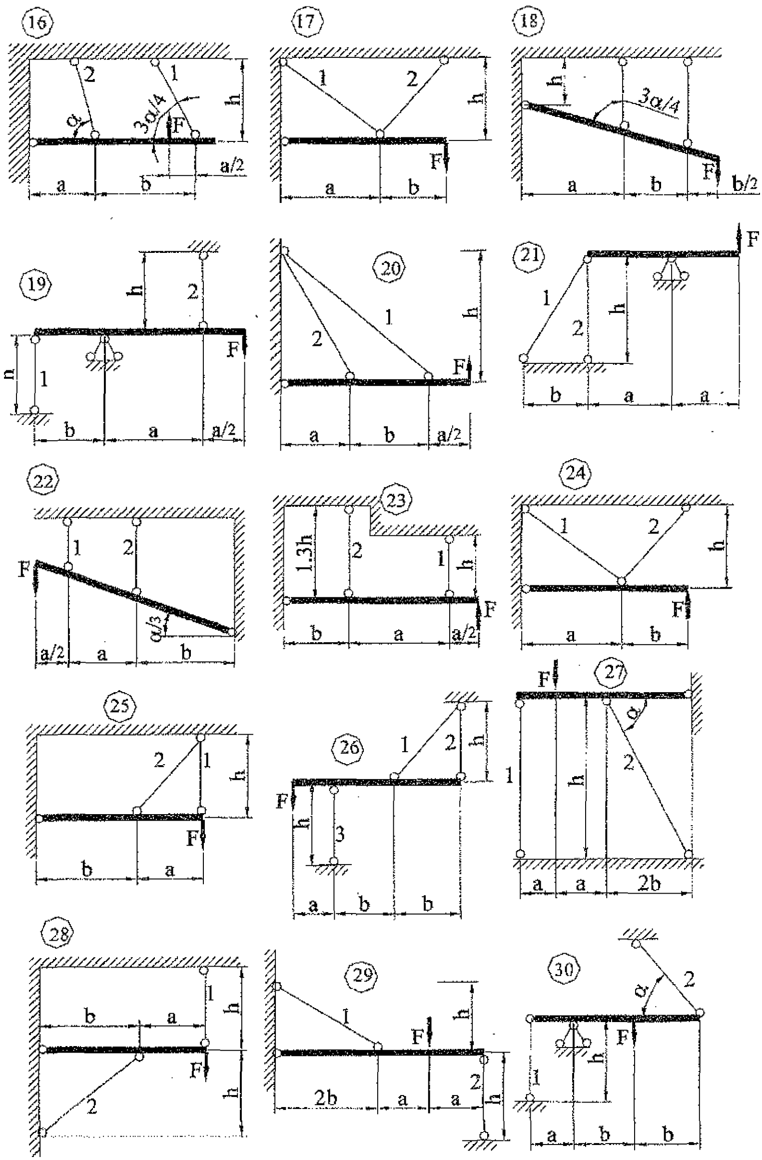


Рисунок 4.2 – Схемы статически неопределимых стержневых систем

Продолжение рисунка 4.2



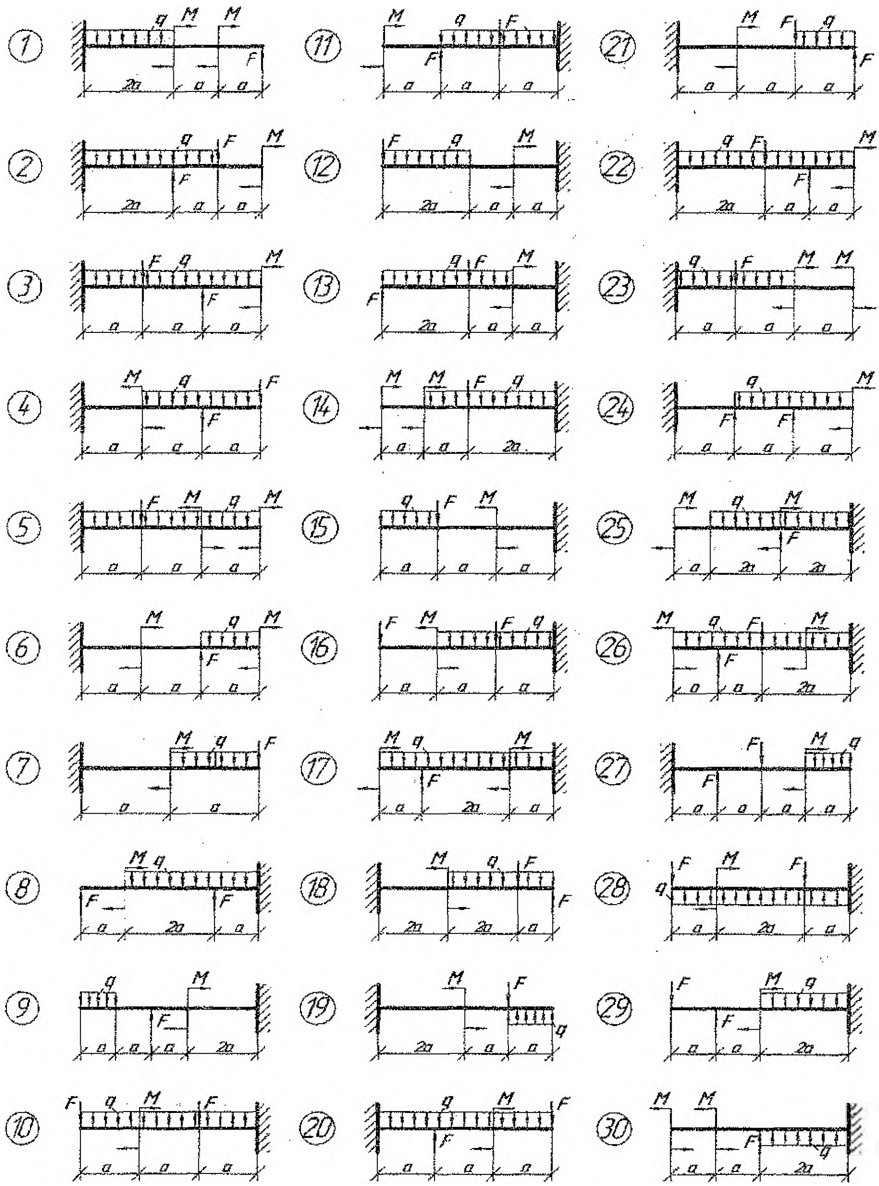


Рисунок 4.3 – Схемы консольных балок

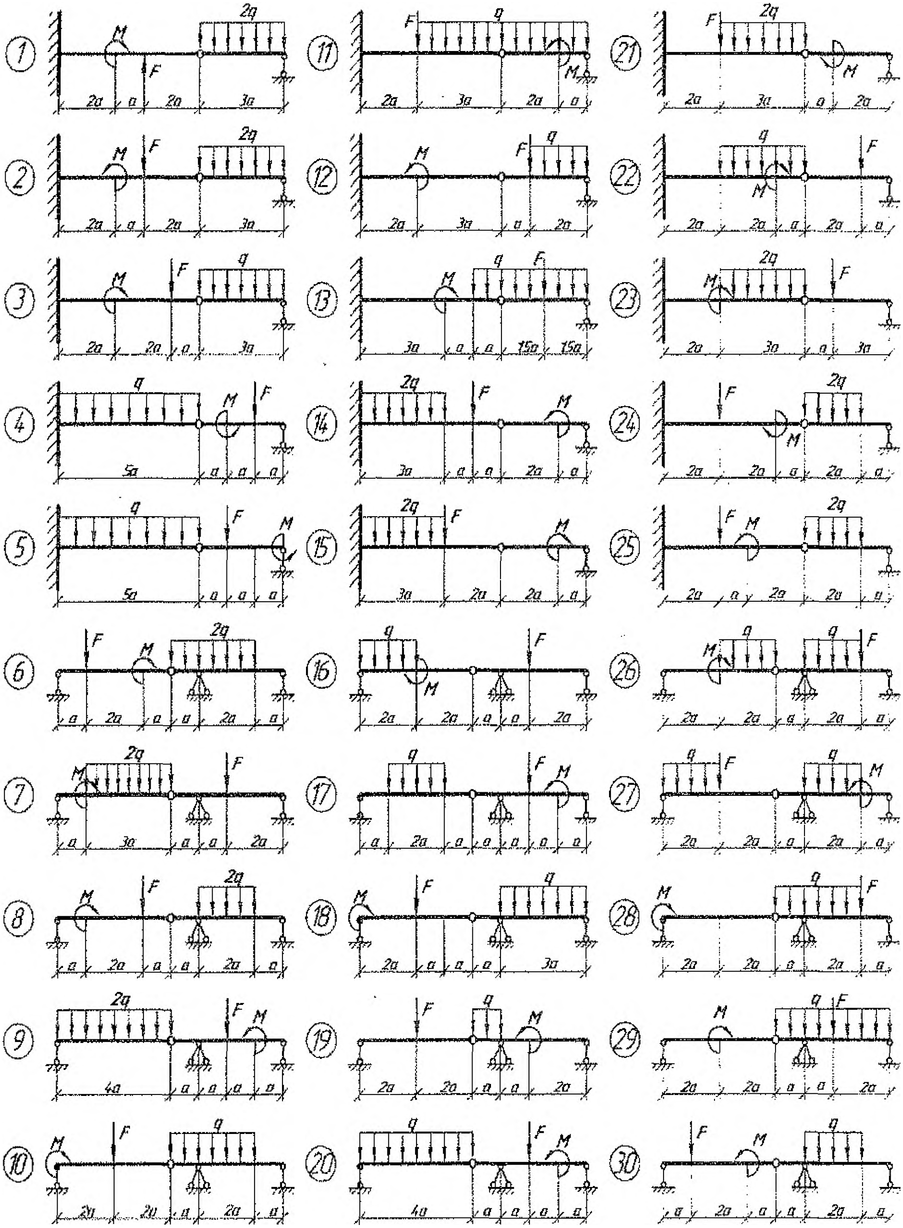


Рисунок 4.4 – Схемы составных балок с внутренним шарниром

Таблица 4.3 – Числовые данные к расчету балок

№ варианта	F, кН	M, кН·м	q, кН/м	a, м
1	40	40	10	1
2	50	60	15	2
3	60	80	20	3
4	70	100	25	2
5	80	40	10	1
6	70	60	15	3
7	60	80	20	2
8	50	100	25	1
9	40	40	10	2
10	50	60	15	1
11	60	80	20	1
12	70	100	25	3
13	80	40	10	2
14	70	60	15	1
15	60	80	20	2
16	50	100	25	1
17	40	40	10	2
18	50	60	15	3
19	60	80	20	2
20	70	100	25	1
21	80	40	10	3
22	70	60	15	2
23	60	80	20	1
24	50	100	25	1
25	40	40	10	3
26	50	60	15	2
27	60	80	20	1
28	70	100	25	2
29	80	40	10	1
30	70	60	15	2

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беляев, Н. М. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1976.– 607 с.
2. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов: учебник для втузов / 9-е изд., перераб. – М.: Наука, 1986. – 512 с.
3. Миролюбов, И. Н.. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. – М.: Машиностроение, 1974. – 493 с.
4. Подскребко, М.Д. Сопротивление материалов. – Минск.: Вышэйшая школа, 2007.– 797 с.
5. Старовойтов, Э.И. Сопротивление материалов. – Гомель: БелГУТ, 2004.– 376 с.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители: В. В. Гарбачевский, ст. преподаватель
А. И. Веремейчик, доцент
С.Р. Онысько, ст. преподаватель
И. Г. Томашев, ст. преподаватель

ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению расчетно-графической работы № 1
по сопротивлению материалов

для студентов специальности

1–70 04 02 – «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна»

Ответственный за выпуск: Гарбачевский В.В.
Редактор: Боровикова Е.А.
Компьютерная верстка: Боровикова Е.А.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 14.10.2017 г. Гарнитура Times New Roman.
Усл. печ. л. 1,63. Уч. изд. л. 1,75. Заказ № 1035. Тираж 50 экз.
Отпечатано на ризографе Учреждения образования
«Брестский государственный технический университет».
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.