

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

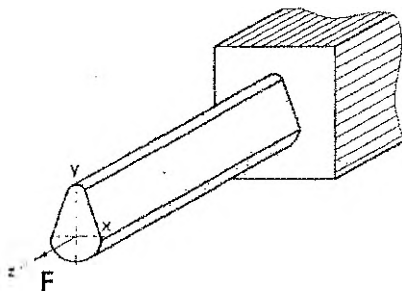
Кафедра сопротивления материалов и теоретической механики

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению контрольных работ  
по курсу

## “Сопротивление материалов”

для студентов строительных специальностей  
заочной формы обучения



Брест 2012

Сопротивление материалов является одной из общепрофессиональных дисциплин при подготовке инженеров строительных специальностей.

С целью закрепления теоретического материала и приобретения навыков инженерных расчетов студентами выполняются контрольные работы по основным разделам курса.

Предлагаемые задания и методические указания к контрольным работам рекомендуются для студентов специальностей 1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство» 1-70 01 01 «Автомобильные дороги» и позволяют индивидуализировать и активизировать самостоятельную работу студентов при изучении курса «Сопротивление материалов» для студентов заочной формы обучения.

Составители: Соловей П.И., доцент  
Хвисевич В.М., доцент, к.т.н.

## Введение

Сопротивление материалов – наука о прочности, жесткости и устойчивости отдельных элементов конструкций (сооружений и машин).

Инженеру любой специальности часто приходится производить расчеты на прочность. Неправильный расчет самой незначительной, на первый взгляд, детали может повлечь за собой очень тяжелые последствия – привести к разрушению конструкции в целом. Например, при проведении расчетов на прочность необходимо стремиться к сочетанию надежности работы конструкции с ее дешевизной, добиваться наибольшей прочности при наименьшем расходе материала.

Задания и методические указания к контрольным работам соответствуют учебным планам специальностей 1-70 02 01 и 1-70 03 01 и охватывают основные разделы курса сопротивления материалов, которые изучаются студентами-заочниками на третьем курсе. Методические указания позволяют, с учетом ссылки на литературу, изучить основные разделы курса и применить теоретический материал при выполнении контрольных работ.

## Список литературы

1. Дарков, А.В. Сопротивление материалов: учебник / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро; под ред. А.В. Дарков. – М.: Высш. шк., 1975.
2. Сопротивление материалов / Под ред. А.Ф. Смирнов [и др.]. – М., 1972. – 480 с.
3. Сборник задач по сопротивлению материалов / Под ред. В.К. Качурина. – М., 1972, и последующие издания.
4. Афанасьев, А.М. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов: учебник / А.М. Афанасьев, В.А. Марьин; под ред. А.М. Афанасьев. – М., 1975.
5. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов – М.: Наука, 1986. – 572 с.
6. Сборник задач по сопротивлению материалов / Под ред. А.В. Александров и др. – М.: Стройиздат., 1977.
7. Сопротивление материалов / Под ред. Г.С. Писаренко [и др.]. – М.: Киев, 1984.

## ОСНОВНЫЕ ТЕМЫ КУРСА

### Тема 1. Основные понятия

Литература: [1, гл. 1]; [2, гл. 1].

В этой теме даны основные понятия, которые необходимо хорошо усвоить. Особое внимание следует обратить на понятия деформаций и напряжений. Для определения напряжений пользуются методом сечений. Сущность его заключается в том, что твердое тело, находящееся в равновесии, разрезают (мысленно) на две части, отбрасывают одну из частей, заменяют влияние отброшенной части внутренними силами и составляют уравнения равновесия для оставшейся части, на которую действуют приложенные к ней внешние и внутренние силы, распределенные по сделанному сечению.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Какие деформации называются упругими?
2. Какие деформации называются остаточными (пластическими)?
3. Что называется напряжением в точке в данном сечении?
4. Какое напряжение называется нормальным?
5. Какое напряжение называется касательным?
6. В чём заключается сущность метода сечений?
7. Что называется коэффициентом запаса прочности?
8. Как формулируется условие прочности?

### **Тема 2. Растяжение и сжатие**

Литература: [1, гл. 2]; [2, гл. 2]; [3, гл. 1, задачи № 1, 3, 16, 19, 20, 26, 30, 37, 38, 55, 59, 66, 80, 84, 88, 93, 102, 118].

В этой теме рассмотрены простые случаи воздействия сил на стержень и содержится ряд вопросов (механические свойства материалов, выбор допускаемых напряжений, статически неопределимые задачи), встречающихся в других разделах курса.

Следует обратить внимание на то, что механические характеристики материала (предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести, предел прочности) находятся путем деления соответствующей нагрузки на первоначальную площадь поперечного сечения. Таким образом, получают условные напряжения, *а не истинные*; для вычисления последних надо делить нагрузки на *действительную* площадь поперечного сечения, которая изменяется во время опыта. Зная истинные напряжения, можно построить так называемую *истинную диаграмму растяжения*, которая точнее характеризует свойства материала, чем условная диаграмма. Пользуясь формулами, основанными на законе Гука, надо всегда помнить, что этот закон справедлив только до предела пропорциональности. Нельзя, например, напряжение для мягкой стали при  $\epsilon = 0,1$  вычислить по формуле  $\sigma = E\epsilon$ , так как тогда получается, что  $\sigma = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,1 = 20000$  МПа, в то время как при 400 МПа материал уже разрушается.

При решении статически неопределимых задач следует обратить внимание на то, что усилия в стержнях статически неопределимой системы зависят от площадей поперечных сечений  $A$  и от модулей упругости  $E$ , тогда как в статически определимой системе величины  $A$  и  $E$  не влияют на распределение усилий.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Как строится диаграмма растяжения?
2. Что называется пределом пропорциональности?
3. Что называется пределом упругости, текучести, прочности?
4. Как формулируется закон Гука?
5. Что называется коэффициентом поперечной деформации?
6. Что называется истинным пределом прочности?
7. В чём заключается разница между пластичными и хрупкими материалами?
8. Какие задачи называются статически неопределимыми?
9. Каков общий порядок решения статически неопределимых задач?
10. Как находятся напряжения при изменении температуры?

### Тема 3. Сдвиг

Литература: [1, гл. 4]; [2, гл. 4]; [3, гл. 3, задачи № 2, 7, 21, 24, 27, 32].

Касательные напряжения на двух взаимно перпендикулярных площадках равны между собой. Этот закон называется законом парности касательных напряжений. При изучении деформаций следует обратить внимание на то, что одна из диагоналей выделенного элемента, по граням которого действуют касательные напряжения, удлиняется, а другая укорачивается. Таким образом, явления растяжения – сжатия и сдвига нельзя рассматривать изолированно друг от друга. Формулу закона Гука при сдвиге  $\tau = G\gamma$  легко запомнить ввиду полной аналогии ее с формулой закона Гука при растяжении – сжатии  $\sigma = E\varepsilon$ . Следует внимательно изучить вопрос о выборе допускаемых напряжений при сдвиге.

#### *Вопросы для самоконтроля*

1. Что называется абсолютным и относительным сдвигом?
2. Как формулируется закон Гука при сдвиге?
3. Какой модуль упругости больше:  $E$  или  $G$ ?
4. Как находится условная площадь смятия заклёпки?

### Тема 4. Кручение

Литература: [1, гл. 6]; [2, гл. 7]; [3, гл. 4, задачи № 1, 9, 14, 18, 24, 32, 38, 48, 60, 63].

В случае центрального растяжения – сжатия нормальные напряжения распределяются в поперечном сечении стержня равномерно. При расчете на срез обычно считают, что касательные напряжения также распределяются равномерно. В случае кручения круглого стержня касательные напряжения в поперечном сечении распределяются неравномерно, изменяясь по линейному закону от нуля на оси до максимального значения у поверхности стержня. В связи с этим и возникла мысль о замене сплошного вала полым, материал сечения которого находится в более напряженной зоне и используется рациональнее.

Следует внимательно разобрать построение эпюры крутящих моментов  $M_k$ , которая наглядно показывает изменение крутящего момента по длине вала. При вычислении напряжений (в каком-либо поперечном сечении) вала, необходимо брать по эпюре  $M_k$  значение соответствующей ординаты.

#### *Вопросы для самоконтроля*

1. Какие напряжения возникают в поперечном сечении круглого стержня при кручении?
2. Как находится их величина в произвольной точке поперечного сечения?
3. Чему равен полярный момент инерции круглого сечения?
4. Что называется моментом сопротивления при кручении? В каких единицах он измеряется?
5. Чему равен момент сопротивления кольцевого сечения? Почему нельзя сказать, что он равен разности моментов сопротивления наружного и внутреннего кругов?
6. Как вычисляется момент, передаваемый шкивом, по мощности и числу оборотов?

7. Как находится величина угла закручивания?
8. Как производится расчёт вала на прочность?
9. Как производится расчёт вала на жёсткость?
10. Как вычисляются напряжения в пружинах?
11. Как определяются деформации пружин?

### Тема 5. Геометрические характеристики плоских сечений

Литература: [1, гл. 5]; [2, гл. 6]; [3, гл. 5, задачи № 1, 4, 5, 8, 9, 11, 13, 20, 25].

В теории изгиба важную роль играют моменты инерции, поэтому этот вопрос рассматривают предварительно, в виде самостоятельной темы, перед изучением которой полезно по учебнику теоретической механики повторить материал о статическом моменте и о нахождении центров тяжести плоских фигур. При вычислении моментов инерции надо помнить, что они представляют собой интегралы типа  $\int x^2 dA$  (осевой, или экваториальный, момент инерции относительно оси  $y$ ) или типа  $\int xy dA$  (центробежный момент инерции относительно осей  $x$  и  $y$ ).

#### Вопросы для самоконтроля

1. По каким формулам находят координаты центра тяжести плоской фигуры?
2. Чему равна сумма осевых моментов инерции относительно двух взаимно перпендикулярных осей?
3. Какие оси называются главными?
4. Относительно каких центральных осей осевые моменты инерции имеют наибольшее и наименьшее значения?
5. Какой из двух моментов инерции квадратного сечения больше: относительно центральной оси, проходящей параллельно сторонам, или относительно оси, проходящей через диагональ?

### Тема 6. Теория напряженного состояния и теории прочности

Литература: [1, гл. 3 и 8]; [2, гл. 3 и 12], [3, гл. 2, задачи № 1, 7, 11, 16, 28, 35, 36].

Главные напряжения играют весьма важную роль при решении вопроса о прочности материала; одно из этих напряжений является наибольшим, а другое — наименьшим из всех нормальных напряжений для данной точки.

Следует обратить внимание на полную аналогию между формулами для напряжений в наклонных площадках и формулами для моментов инерции относительно осей, наклоненных к главным. В этих формулах главным напряжениям соответствуют главные моменты инерции; напряжениям в площадках, наклоненных к главным под углом  $\alpha$ , соответствуют моменты инерции относительно осей, наклоненных к главным под углом  $\beta$ ; касательным напряжениям соответствует центробежный момент инерции.

При линейном напряженном состоянии вопрос о прочности материала решается легко: надо определить опасное напряжение  $\sigma_0$  из опыта на простое растяжение (или сжатие), назначить коэффициент запаса и сравнить главное напряжение  $\sigma$  с допусковым напряжением:  $\sigma \leq [\sigma] = \sigma_0/k$ .

В случае плоского или объемного напряженного состояния задача значительно усложняется, так как неизвестно, при какой комбинации числовых значений

главных напряжений наступает опасное состояние материала. Необходимо, следовательно, найти напряжение, зависящее от главных напряжений, при котором возникает опасность разрушения, и затем числовое его значение сравнить с допустимым напряжением, установленным из опыта на простое растяжение (или сжатие). В зависимости от того, какой фактор по данной теории прочности считается решающим и создающим опасное состояние материала, получим расчетные формулы.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Какие имеются виды напряжённого состояния материала?
2. В чём заключается закон парности касательных напряжений?
3. Чему равна сумма нормальных напряжений по двум взаимно перпендикулярным площадкам?
4. По каким площадкам возникают наибольшее и наименьшее нормальные напряжения?
5. Как производится графическое построение для определения напряжения в наклонных площадках в случае плоского напряжённого состояния?
6. Как при помощи этого построения находят главные напряжения?
7. Чему равно наибольшее касательное напряжение в случае плоского напряжённого состояния?
8. Как находятся деформации при плоском и объёмном напряжённых состояниях?
9. Как формулируется первая теория прочности?
10. Как находится расчётное напряжение по второй теории прочности?
11. Зависит ли расчётное напряжение по третьей теории прочности от величины  $\sigma_2$ ?
12. Какая часть потенциальной энергии деформации учитывается при составлении расчётного уравнения по четвёртой теории прочности?

### **Тема 7. Изгиб прямых брусьев (балок)**

Литература: [1, гл. 7]; [2, гл. 8, 9, 10]; [3, гл. 6, задачи № 1, 2, 5, 16, 20, 23, 31, 39, 42, 44, 47, 57, 67, 78, 87; гл. 7, задачи № 1, 3, 5, 6, 7, 11, 17, 19, 28, 40, 58, 59, 70; гл. 8, задачи № 1, 23, 24; гл. 9, задачи № 4, 7, 9].

Эта тема является самой большой и самой сложной темой курса сопротивления материалов; ее следует изучать постепенно, обратить особое внимание на решение задач. Сначала надо усвоить важные понятия поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$  и научиться свободно строить эпюры  $Q$  и  $M$ .

Необходимо помнить, что поперечная сила в данном сечении равна алгебраической сумме проекций сил, расположенных только по одну сторону от рассматриваемого сечения, на перпендикуляр к оси балки, а изгибающий момент в данном сечении равен алгебраической сумме моментов сил, расположенных только с одной стороны, относительно центральной оси поперечного сечения. В связи с этим рекомендуется при вычислении, например, изгибающего момента в сечении балки как момента левых сил – закрывать чем-либо (рукой, книгой, листом бумаги) часть балки, расположенную правее рассматриваемого сечения, чтобы открытыми

оставались только одни левые силы. Следует при этом иметь в виду, что можно рассматривать как одни левые, так и одни правые силы в зависимости от того, с какой стороны проще получить выражения  $Q$  и  $M$ .

Весьма важное значение имеет теорема Журавского, устанавливающая зависимость между  $Q$  и  $M$ , с помощью которой можно проверять построение эпюр.

### *Вопросы для самоконтроля*

1. Как находится изгибающий момент в каком-либо сечении балки?
2. В каком случае изгибающий момент считается положительным?
3. Как находится поперечная сила в каком-либо сечении балки?
4. Когда поперечная сила считается положительной?
5. Какой случай изгиба называется чистым изгибом?
6. Как изменяются нормальные напряжения по высоте балки?
7. Что называется нейтральным слоем и где он находится?
8. Что называется моментом сопротивления при изгибе?
9. Как выгоднее положить балку прямоугольного сечения при работе на изгиб: на ребро или плашмя?
10. В каких плоскостях возникают касательные напряжения при изгибе, определяемых по формуле Журавского? Как находится их величина?
11. Как пишется общее дифференциальное уравнение изогнутой оси балки?
12. Как находят постоянные интегрирования?
13. Как находят перемещение балки графо-аналитическим способом?
14. Каковы условия образования фиктивных балок?

### **Тема 8. Сложное сопротивление**

Литература: [1, гл. 9]; [2, гл. 11]; [3, гл. 10, задачи № 1, 2, 6, 7, 13, 25, 29, 35, 39, 50, 54, 64, 69, 72, 76, 83, 89, 93, 96].

Изучение сложного сопротивления обычно начинают с косо́го изгиба. Нейтральная ось при косо́м изгибе не перпендикулярна плоскости внешних сил, а плоскость, в которой расположены прогибы при косо́м изгибе, не совпадает с плоскостью внешних сил. Явление косо́го изгиба особенно опасно для сечений со значительно отличающимися друг от друга главными моментами инерции (например, для двутавра). Балки с таким сечением хорошо работают на изгиб в плоскости наибольшей жесткости, но даже при небольших углах наклона к плоскости наибольшей жесткости в балках возникают значительные дополнительные напряжения и деформации. Для балки круглого сечения косо́й изгиб невозможен, так как все центральные оси такого сечения являются главными и нейтральный слой всегда перпендикулярен плоскости внешних сил. Косо́й изгиб невозможен также и для балки квадратного сечения, но для такого сечения решение вопроса о прочности зависит от положения плоскости внешних сил, так как моменты сопротивления квадратного сечения неодинаковы относительно различных центральных осей (хотя моменты инерции относительно всех центральных осей равны между собой, как и для круглого сечения). При расположении внешних сил в диагональной плоскости расчетные напряжения в балке квадратного сечения будут больше, чем в случае, когда плоскость внешних сил параллельна граням балки.



При определении напряжений в случае внецентренного растяжения необходимо знать положение главных центральных осей сечения; именно от этих осей отсчитывают расстояния точки приложения силы и точки, в которой определяют напряжения.

В случае изгиба с кручением возникают нормальные напряжения  $\sigma_{из}$ , касательные напряжения  $\tau_k$  и проверка прочности производится по главным напряжениям.

В заключение следует изучить общий случай сложного сопротивления, когда стержень испытывает одновременно растяжение (сжатие), изгиб в двух плоскостях и кручение. Напряжение в каком-либо поперечном сечении стержня зависит от величин  $M_x, M_y, M_z, N, Q_y, Q_z$ .

### *Вопросы для самоконтроля*

1. Какой случай изгиба называется косым изгибом?
2. В каких точках поперечного сечения возникают наибольшие напряжения при косом изгибе?
3. Как находится положение нейтральной оси при косом изгибе?
4. Как определяются деформации при косом изгибе?
5. Как находят напряжения в произвольной точке поперечного сечения при внецентренном растяжении или сжатии?
6. Чему равно напряжение в центре тяжести поперечного сечения при внецентренном растяжении или сжатии?
7. Какие напряжения возникают в поперечном сечении стержня при изгибе с кручением?
8. В каких точках круглого поперечного сечения возникают наибольшие напряжения при изгибе с кручением?
9. Как находится величина расчётного момента при изгибе с кручением стержня круглого поперечного сечения?
10. По какой теории прочности (третьей или четвёртой) получится большая величина расчётного момента при заданных величинах  $M_y$  и  $M_k$ ?

### **Тема 9. Устойчивость равновесия деформируемых систем**

Литература: [1, гл. 13]; [2, гл. 15]; [3, гл. 12, задачи № 2, 4, 11, 14, 32].

Опасность явления потери устойчивости заключается в том, что оно может наступить при напряжении, значительно меньшем предела прочности материала. Это напряжение называется *критическим*; для стержней большой гибкости его можно определить по формуле Эйлера. Исследования проф. Ф.С. Ясинского дали возможность установить значение критического напряжения для стержней малой и средней гибкости, для которых формулу Эйлера применить нельзя. Допускаемое напряжение при расчете на устойчивость должно быть понижено по сравнению с допускаемым напряжением при обыкновенном сжатии. Значения коэффициентов  $\varphi$ , учитывающих это понижение для стержней различной гибкости и для различных материалов, приводятся в специальных таблицах. Следует обратить внимание на то, что при подборе сечения приходится несколько раз производить вычисления, применяя способ последовательных приближений.

### *Вопросы для самоконтроля*

1. В чём заключается явление потери устойчивости сжатого стержня?
2. Какая сила называется критической?
3. По какой формуле находится величина критической силы?
4. В каких пределах применяется формула Эйлера?
5. Что называется гибкостью стержня?
6. Как учитывается влияние способа закрепления концов стержня?
7. Чему равен коэффициент приведенной длины для различных случаев закрепления концов?
8. Как производится проверка стержней на устойчивость при помощи коэффициента  $\varphi$ ?
9. Как подбирается сечение стержня при расчёте на устойчивость?

### **Тема 10. Расчет на прочность при напряжениях, циклически изменяющихся во времени**

Литература: [1, гл. 15]; [2, гл. 19]; [3, гл. 14, задачи № 72, 78, 85].

Эта тема имеет важное значение, так как в деталях машин часто возникают переменные напряжения. Надо хорошо уяснить понятие предела выносливости и научиться строить диаграммы для несимметричного цикла. Необходимо также знать все факторы, от которых зависит коэффициент концентрации напряжений. Следует обратить внимание на практические меры по борьбе с изломами усталости: а) повышение предела прочности при достаточной пластичности; б) создание однородной мелкозернистой структуры; в) проектирование внешних очертаний детали без резких переходов; г) тщательная обработка поверхности.

### *Вопросы для самоконтроля*

1. Что называется пределом выносливости?
2. Какая эмпирическая зависимость имеется между пределом выносливости и пределом прочности?
3. Как находится предел выносливости при несимметричном цикле?
4. Какие напряжения называются местными?
5. Как влияют размеры детали на величину предела выносливости?
6. Как устанавливаются допускаемые напряжения при переменных напряжениях?

### **Тема 11. Изгиб плоского бруса большой кривизны**

Литература: [1, гл. 10]; [2, гл. 14]; [3, гл. 11, задачи № 1, 2, 7, 16, 18].

В случае изгиба прямого стержня гипотеза плоских сечений приводит к линейному закону распределения нормальных напряжений. Применяя эту же гипотезу при изгибе кривого стержня, получаем гиперболический закон распределения нормальных напряжений в поперечном сечении стержня.

Другая важная особенность изгиба кривого стержня заключается в том, что нейтральная ось не совпадает с центром тяжести поперечного сечения и всегда смещается по направлению к центру кривизны.

### *Вопросы для самоконтроля*

1. Как вычисляют величины изгибающих моментов, продольных и поперечных сил в поперечных сечениях кривого стержня?
2. Как находят касательные напряжения от силы  $Q$ ?
3. Как находят нормальные напряжения от силы  $N$ ?
4. Как распределяются нормальные напряжения в поперечном сечении кривого стержня от изгибающего момента  $M$ ?
5. Где проходит нейтральная ось при изгибе кривого стержня?
6. Как находится радиус кривизны нейтрального слоя кривого стержня?

### **Тема 12. Динамическая нагрузка**

Литература: [1, гл. 14]; [2, гл. 17]; [3, гл. 14, задачи № 1,2,7, 42, 47, 54, 59, 62, 64].

В этой теме рассматриваются два вопроса: 1) напряжения в движущихся деталях; 2) напряжения при ударе. В первом случае динамическое воздействие сводится к дополнительной статической нагрузке соответствующими силами инерции. Во втором – учесть силы инерции невозможно, так как неизвестна продолжительность удара, т.е. тот промежуток времени, в течение которого происходит падение скорости до нуля. Напряжения при ударе вычисляют, приравнявая кинетическую энергию ударяющего тела потенциальной энергии деформации стержня, воспринимающего удар. Весьма существенно, что напряжения при продольном ударе зависят не только от площади поперечного сечения стержня, но и от его длины и модуля упругости материала.

### *Вопросы для самоконтроля*

1. Как вычисляют напряжения в деталях при равноускоренном поступательном движении?
2. Что называется динамическим коэффициентом?
3. Чему равен динамический коэффициент при ударе?
4. Зависит ли напряжение при изгибающем ударе от материала балки?
5. В каком случае возникнут большие напряжения при изгибающем ударе: при положении балки на ребро или плашмя?

### **Примеры расчетов на центральное растяжение-сжатие**

#### **Пример 1. Расчет ступенчатого бруса на прочность**

Дано: ступенчатый брус (рис.1) загружен сосредоточенными нагрузками  $F_1$ ,  $F_2$  и собственным весом  $\gamma$ .

Требуется: построить эпюры  $N$ ,  $\sigma$ ,  $\delta$  и выполнить проверку прочности бруса.

#### Решение

##### **1. Определение опорной реакции**

$$\sum Z = 0; F_1 - A_1 \cdot l_1 \cdot \gamma - F_2 - A_2 \cdot l_2 \cdot \gamma + R_A = 0; R_A = F_2 - F_1 + A_1 \cdot l_1 \cdot \gamma + A_2 \cdot l_2 \cdot \gamma.$$

##### **2. Составление аналитических выражений для нормальной силы $N$**

Нетрудно установить, что для данного бруса имеем два силовых участка, следовательно, два закона изменения  $N$  по длине бруса. Воспользуемся методом сечений на каждом силовом участке.

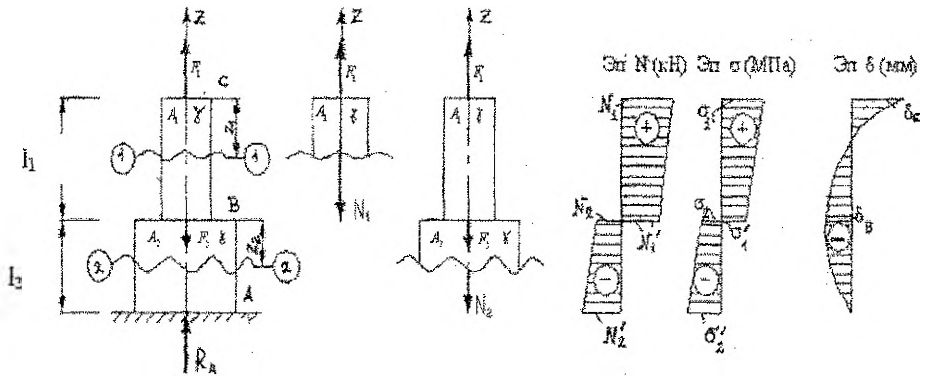


Рисунок 1 – Расчетная схема бруса, эпюры  $N$ ,  $\sigma$ ,  $\delta$

1) первый силовой участок:

$$\begin{aligned} \sum Z = 0; & \quad F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot z_1 - N_1 = 0; \\ N_1 = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot z_1; & \quad 0 \leq z_1 \leq l_1; \\ \text{при } z_1 = 0; & \quad N_1 = F_1; \\ \text{при } z_1 = l_1; & \quad N_1^I = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1. \end{aligned}$$

2) второй силовой участок:

$$\begin{aligned} \sum Z = 0; & \quad F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 - F_2 - \gamma \cdot A_2 \cdot z_2 - N_2 = 0; \\ N_2 = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 - F_2 - \gamma \cdot A_2 \cdot z_2; & \quad 0 \leq z_2 \leq l_2; \\ \text{при } z_2 = 0; & \quad N_2 = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 - F_2; \\ \text{при } z_2 = l_2; & \quad N_2^I = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 - F_2 - \gamma \cdot A_2 \cdot l_2 = -R_A. \end{aligned}$$

По полученным результатам расчета строится эпюра  $N$  с учетом масштаба.

### 3. Определение напряжений $\sigma$ в характерных сечениях бруса

Для определения нормальных напряжений  $\sigma$  воспользуемся формулой:

$$\sigma = \frac{N}{A}.$$

Тогда

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{F_1}{A_1} - \gamma \cdot z_1; \quad 0 \leq z_1 \leq l_1,$$

или

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1}; \quad \sigma_1^I = \frac{N_1^I}{A_1}; \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2}; \quad \sigma_2^I = \frac{N_2^I}{A_2}.$$

где  $N_1$ ;  $N_1^I$ ;  $N_2$ ;  $N_2^I$  – принимаем по эпюре  $N$ .

По полученным результатам расчета строится эпюра  $\sigma$ .

#### 4. Вычисление абсолютных деформаций силовых участков

Вспользуемся выражением

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A} = \frac{\sigma \cdot l}{E} \quad \text{или} \quad \Delta l = \frac{W_N}{E \cdot A} = \frac{W_\sigma}{E}.$$

Тогда

$$\Delta l_1 = \frac{(\sigma_1 + \sigma_1') \cdot l_1}{2E}; \quad \Delta l_2 = \frac{(\sigma_2 + \sigma_2') \cdot l_2}{2E}.$$

#### 5. Определение перемещений поперечных сечений бруса

Вычислим перемещения границ силовых участков бруса. Очевидно, перемещение сечения А равно нулю, так как сечение А жестко закреплено, т.е.

$$\delta_A = 0.$$

Перемещение сечения В :  $\delta_B = \Delta l_2$ .

Перемещение сечения С :  $\delta_C = \Delta l_2 + \Delta l_1$ .

По результатам расчета построена эпюра  $\delta$  (см. рис. 1). Правильность построения эпюры  $\delta$  следует проверить по дифференциальным зависимостям

$$\delta = \frac{d\sigma}{dz} = \text{tg} \beta.$$

#### 6. Проверка прочности бруса

Анализ эпюры  $\sigma$  показывает, что опасными сечениями для заданного бруса являются: сечение С – в растянутой зоне и сечение А – в сжатой области бруса. Условия прочности имеют вид:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 \leq R_p; \quad \sigma_{\min} = \sigma_2 \leq R_c.$$

Устанавливаем процент перенапряжения или недонапряжения и делаем вывод.

#### Пример 2. Расчет статически неопределимой стержневой системы

Дано: жесткий брус (см. рис.2) загружен сосредоточенной силой  $F$  и поддерживается двумя стальными стержнями. Первый стержень имеет площадь поперечного сечения в 1,2 раза большую, чем второй ( $n=1,2$ ).

Требуется: подобрать сечения стержней и определить величину разрушающей нагрузки.

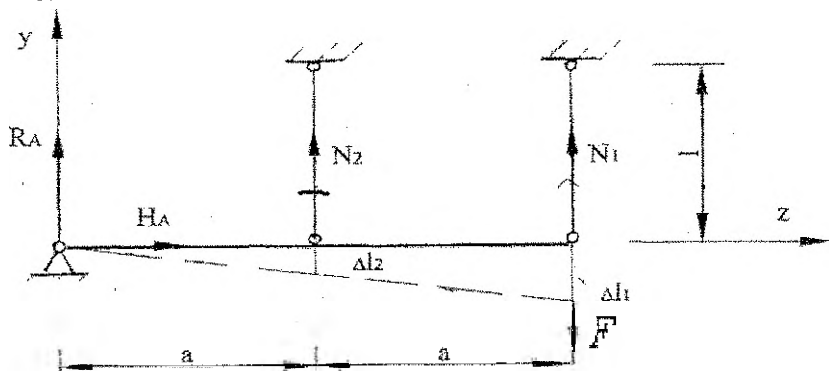


Рисунок 2 – Расчетная схема, план перемещений

## Решение

### 1. Определение степени статической неопределенности

В решаемом примере число неизвестных  $n_R = (R_A; H_A; N_1; N_2) = 4$ . Для плоской системы произвольно расположенных внешних сил можно составить только три уравнения статики:

$$n_{yp} = (\sum m_A = 0; \sum Y = 0; \sum Z = 0) = 3.$$

Следовательно, степень статической неопределенности равна:

$$c = n_R - n_{yp} = 4 - 3 = 1,$$

то есть задача один раз статически неопределима.

### 2. Определение усилий в стержнях

Для определения усилий в стержнях нет смысла составлять три уравнения равновесия, а целесообразно воспользоваться только уравнением:

$$\sum m_A = 0; N_2 \cdot a + N_1 \cdot 2a - 2F \cdot a = 0; \quad N_2 + 2N_1 - 2F = 0.$$

Для составления дополнительного уравнения покажем деформированное состояние статически неопределимой системы и установим связь между деформациями стержней  $\Delta l_1$  и  $\Delta l_2$  (см. рис.2):

$$\frac{\Delta l_2}{a} = \frac{\Delta l_1}{2a}; \quad \Delta l_1 = 2\Delta l_2.$$

С учетом закона Гука получим:

$$\frac{N_1 \cdot l}{E \cdot A_1} = 2 \frac{N_2 \cdot l}{E \cdot A_2}; \quad N_1 = 2N_2 \cdot \frac{A_1}{A_2} = 2,4N_2.$$

Таким образом, получаем систему 2-х уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} N_2 + 2N_1 - 2F = 0; \\ N_1 = 2,4N_2. \end{cases}$$

решая систему из двух уравнений, находим значения усилий  $N_1$  и  $N_2$

### 3. Определение напряжений в стержнях

Для определения напряжений воспользуемся выражением:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{N_1}{1,2 \cdot A}; \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2}.$$

### 4. Подбор сечений стержней

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{N_1}{n \cdot A_2}; \quad \sigma_1 = \frac{N_2}{A_2}.$$

Сравнивая значения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , устанавливаем наиболее напряженный стержень.

Например, оказалось:

$$\sigma_1 > \sigma_2,$$

тогда необходимо составить условие прочности для первого (наиболее напряженного) стержня:

$$\sigma_{max} = \sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} \leq R,$$

отсюда

$$A_1 \geq \frac{N_1}{R}, \text{ тогда } A_2 = \frac{A_1}{n} = \frac{A_1}{1,2}.$$

По таблицам сортамента прокатной стали в соответствии с ГОСТ 8509-72 и с учетом полученных значений площадей  $A_1$  и  $A_2$  подбираем один или два или четыре равнобоких уголка, общая площадь которых наиболее близко совпадает с расчетной величиной  $A_1$  и  $A_2$ . После этого вычисляем фактические напряжения, возникающие в стержнях:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1^*}; \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2^*},$$

где  $A_1^*$  и  $A_2^*$  – площади поперечных сечений принятых уголков соответственно для первого и второго стержней.

Процент перегрузки или недогрузки равен:

$$\delta = \frac{\sigma_i - R}{R} \cdot 100\%.$$

### 5. Определение величины разрушающей нагрузки

Внешняя нагрузка  $F$ , действующая на нашу систему, достигает  $F_{\text{разр}}$  в тот момент, когда напряжения в обоих стержнях достигнут величины равной пределу текучести, то есть:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_Y = 240 \text{ МПа},$$

при этом усилия в стержнях:

$$N_{1,\text{разр}} = \sigma_Y \cdot A_1^*; \quad N_{2,\text{разр}} = \sigma_Y \cdot A_2^*.$$

Тогда для определения величины разрушающей нагрузки  $F_{\text{разр}}$  достаточно воспользоваться уравнением статики:  $\sum m_A = 0$ ;

$$N_{2,\text{разр}} \cdot a + 2 N_{1,\text{разр}} \cdot a = 2 F_{\text{разр}} \cdot a$$

или

$$F_{\text{разр}} = \frac{N_{2,\text{разр}} + 2N_{1,\text{разр}}}{2}.$$

### 6. Сравнение величины $F_{\text{разр}}$ с заданной нагрузкой $F$

Для сравнения величины разрушающей нагрузки с заданной составим следующее отношение

$$k = \frac{F_{\text{разр}}}{F}.$$

**Примечание.** В приведенных примерах расчеты выполнены в общем виде. При решении задач контрольных работ все расчеты следует доводить до числовых значений.

## УКАЗАНИЯ О ПОРЯДКЕ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Первой страницей контрольной работы является её титульный лист установленной формы.

2. Текстовая часть выполняется рукописным способом чернилами, чётким почерком, на одной стороне белой бумаги формата А4 (210×297). Лист обрамляется рамкой. Линия поля слева проходит на расстоянии 20 мм от края листа (для подшивки) и 5 мм сверху, справа и снизу. В правом нижнем углу в рамке указывается номер листа. Титульный лист включается в сквозную нумерацию страниц, но на нём номер 1 не ставится. Листы нумеруются арабскими цифрами.

3. Перед решением задачи надо написать полностью её условие с числовыми данными,

4. Каждый студент-заочник выполняет то количество контрольных работ, которое предусмотрено учебным планом. Номера задач, входящих в состав контрольных работ, указаны в таблице 1.

**Таблица 1**

№ контрольной работы	Число контрольных работ согласно графику			
	одна	две	три	четыре
1	8,9,10,11	1,2,3,4	1,2,3	1,2,3
2	--	5,7,8,10	4,5,6	4,5,6
3	--	--	7,8,9,10	7,8,9
4	--	--	--	10,11

Студент обязан взять из таблицы данные в соответствии со своим личным номером (шифром) и первыми шестью буквами русского алфавита, которые следует расположить под шифром, например:

шифр – 2 8 7 0 5 2  
буквы – а б в г д е

Если личный номер состоит из семи цифр, вторая цифра шифра не учитывается.

Из каждой вертикальной колонки таблицы, обозначенной внизу определенной буквой, надо взять только одно число, стоящее в той горизонтальной строке, номер которой совпадает с номером буквы. Например, вертикальные колонки таблицы 5 обозначены буквами «е», «г» и «д». В этом случае при указанном выше личном номере 287052 студент должен взять из колонки «е» вторую строку (второй тип сечения), из колонки «г» – нулевую строку (швеллер 33), а из колонки «д» – пятую строку (равнобокий уголок 90×90×6).

**Работы, выполненные с нарушением этих указаний, не зачитываются.**

5. К решению задач рекомендуется приступать лишь после предварительного изучения соответствующего курса по сопротивлению материалов? иначе могут возникнуть большие затруднения при выполнении контрольных работ.

6. Студент должен знать, что язык техники – формула и чертёж. Поэтому необходимо на миллиметровке аккуратно в масштабе вычертить расчётную схему с указанием всех числовых данных, приложенных сил и размеров, необходимых для расчёта.

7. При выполнении расчётов сначала записывается формула, затем вместо каждой значащей буквы подставляется её числовая величина. Значения полученных расчётных величин следует округлять до необходимой точности. В конце результата обязательно указывать размерность всех величин.



8. Эпюры усилий, напряжений, перемещений и т.д. необходимо строить на одном листе с расчётной схемой. При этом в характерных сечениях, точки указываются значения ординат.

9. Все рисунки и схемы должны быть пронумерованы, обозначены, упомянуты в листе с соответствующими ссылками.

10. Студент не позже 10-дневного срока до начала сессии представляет в деканат контрольную работу на проверку.

11. Правильно выполненная контрольная работа допускается к защите. Защищая контрольную работу, студент должен уметь ответить на вопросы, связанные с её выполнением, а также уметь решать задачи по её тематике.

12. По требованию рецензента при возвращении контрольной работы на доработку или для исправления ошибок студент в кратчайший срок должен на отдельных листах исправить ошибки, выполнить все указания и вложить листы в соответствующие места рецензированной работы. Все исправления в ранее выполненной работе не допускаются.

13. Каждая контрольная работа отдельно сшивается, листы в «файлы» не вставляются.

14. Работы, выполненные с нарушением этих указаний, не рассматриваются.

### Контрольные работы

**Задача 1.** Трехступенчатый брус жестко закрепленный одним концом, нагружен сосредоточенными силами  $F_1$ ,  $F_2$  и собственным весом (рис.1). Требуется: 1) написать аналитические выражения нормальных сил ( $N$ ), нормальных напряжений ( $\sigma$ ) и абсолютных удлинений ( $\Delta l$ ) для каждого силового участка; 2) определить значения  $N$  и  $\sigma$  для характерных сечений и  $\Delta l$  для силовых участков; 3) определить перемещения границ силовых участков ( $\delta$ ); 4) построить эпюры  $N$ ,  $\sigma$ ,  $\delta$ . Данные взять из табл.2. Принять  $E = 10^{10}$  Па.

Таблица 2

№ строки	Схема по рис. 1	A, см	a, м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>
1	I.	200	1,5	200	300	22
2	II.	210	1,6	210	310	24
3	III.	230	1,7	230	330	26
4	IV.	250	1,8	250	350	28
5	V.	270	1,9	270	370	30
6	VI.	290	2,0	290	390	32
7	VII.	310	2,0	300	400	34
8	VIII.	330	2,1	320	410	36
9	IX.	350	2,2	340	430	38
0	X.	370	2,3	350	450	40
	e	г	д	e	д	г

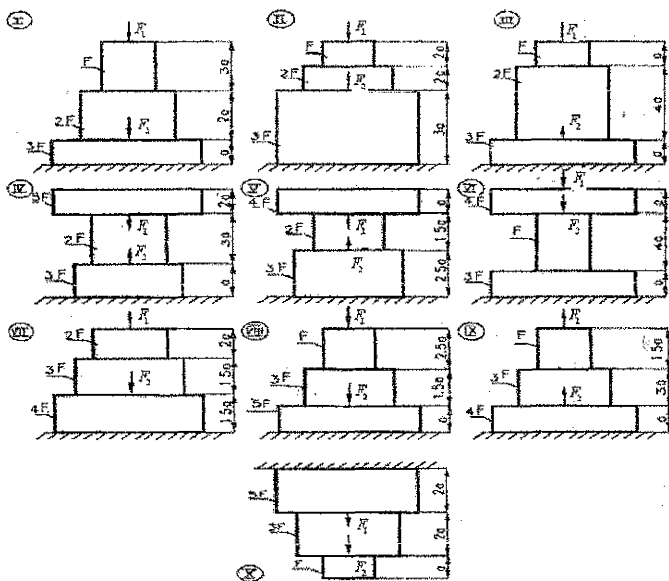


Рисунок 1 – Схемы брусьев

**Задача 2.** Абсолютно жесткий брус опирается на шарнирно неподвижную опору и прикреплен к двум стержням с помощью шарниров (рис. 2). Требуется: 1) найти усилия и напряжения в стержнях, выразив их через силу  $Q$ ; 2) найти допускаемую нагрузку  $Q_{доп}$ , приравняв большее из напряжений в двух стержнях допускаемому напряжению  $[\sigma] = 160$  МПа; 3) найти предельную грузоподъемность системы  $Q_y^k$  и допускаемую нагрузку  $Q_{доп}$ , если предел текучести  $\sigma_y = 240$  МПа и запас прочности  $k = 1,5$ ; 4) сравнить величины  $Q_{доп}$ , полученные при расчете по допускаемым напряжениям (см. п. 2) и допускаемым нагрузкам (см.п.3). Данные взять из табл. 3

Таблица 3

№ строки	Схема по рис.2	$A, \text{см}^2$	$a$ м	$b$ м	$c$ м
1	I.	10	2.0	2.0	1.2
2	II.	8	1.6	2.1	1.3
3	III.	9	1.4	2.2	1.4
4	IV.	11	1.8	2.3	1.5
5	V.	13	1.9	2.4	1.6
6	VI.	12	2.0	2.5	1.7
7	VII.	14	1.2	2.6	1.8
8	VIII.	10	1.3	2.7	1.9
9	IX.	14	1.5	2.8	2.0
0	X.	15	1.1	2.9	2.1
	e	д	г	д	с

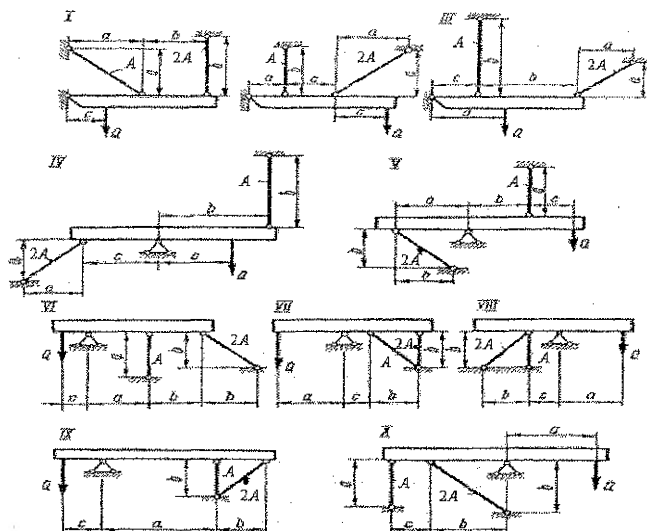


Рисунок 2 – Расчётные схемы

**Указания.** Для определения двух неизвестных усилий в стержнях следует составить одно уравнение статики и одно уравнение деформаций.

Для ответа на третий вопрос задачи следует иметь в виду, что в одном из стержней напряжение больше, чем в другом; условно назовем этот стержень первым. При увеличении нагрузки напряжения в первом стержне достигнет предела текучести раньше, чем во втором. Когда это произойдет, напряжение в первом стержне не будет некоторое время расти даже при увеличении нагрузки, система станет как бы статически определимой, нагруженной силой  $Q$  (пока еще неизвестной) и усилием в первом стержне:

$$N_1 = \sigma_y \cdot A_1. \quad (1)$$

При дальнейшем увеличении нагрузки напряжение и во втором стержне достигнет предела текучести:

$$N_2 = \sigma_y \cdot A_2. \quad (2)$$

Написав уравнение статики и подставив в него значения усилий (1) и (2), найдем из этого уравнения предельную грузоподъемность  $Q_y^x$ .

**Задача 3.** К стальному валу приложены три известных момента:  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  (рис. 3).

Требуется: 1) установить, при каком значении момента  $X$  угол поворота правого концевое сечения вала равен нулю; 2) построить эпюру крутящих моментов; 3) при заданном значении  $R_{ср}$  определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его до ближайшей большей величины, соответственно равной 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм; 4) построить эпюру углов закручивания; 5) найти наибольший относительный угол закручивания (на 1 м длины). Данные взять из табл. 4.

Таблица 4

№ строки	Схема по рис.3	Расстояние, м			Моменты, кНм			R <sub>ср</sub> , МПа
		a	b	c	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	
1	I	1.0	2.0	1.2	1.0	2.0	1.2	40
2	II	1.1	2.1	1.3	1.1	2.1	1.3	44
3	III	1.2	2.3	1.4	1.2	2.3	1.4	46
4	IV	1.3	2.4	1.5	1.3	2.4	1.5	48
5	V	1.4	2.5	1.6	1.4	2.5	1.6	50
6	VI	1.5	2.6	1.7	1.5	2.6	1.7	52
7	VII	1.6	2.7	1.8	1.6	2.7	1.8	55
8	VIII	1.7	2.8	1.9	1.7	2.8	1.9	58
9	IX	1.8	2.9	2.0	1.8	2.9	2.0	60
0	X	1.9	3.0	2.2	1.9	3.0	2.2	65
	e	г	д	е	г	д	е	с

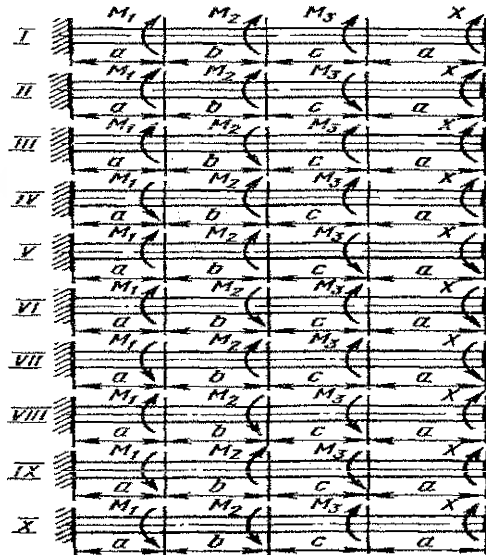


Рисунок 3 – Схемы стальных валов

**Задача 4.** Для заданного в табл. 5 поперечного сечения, состоящего из двутавра, равнобокого уголка и швеллера (рис. 4), требуется: 1) определить положение центра тяжести; 2) найти осевые (экваториальные) и центробежный моменты инерции относительно случайных осей, проходящих через центр тяжести ( $X_c$  и  $Y_c$ ); 3) определить направление главных центральных осей ( $u$  и  $v$ ); 4) найти моменты инерции относительно главных центральных осей; 5) вычертить сечение в масштабе 1:2 и указать на нем все размеры в числах и все оси.

При расчете все необходимые данные следует брать из таблиц сортамента и ни в коем случае не заменять части профилей прямоугольниками.

Таблица 5

№ строки	Тип сечения по рис.4	Швеллер	Равнобокий уголок	Двутавр
1	I.	22	80 X 80 X 6	18
2	II.	24а	80 X 80 X 7	18а
3	III.	30	90 X 90 X 7	20а
4	IV.	18а	90 X 90 X 9	22а
5	V.	20а	90 X 90 X 6	24а
6	VI.	18а	100 X 100 X 7	27а
7	VII.	24	100 X 100 X 8	30
8	VIII.	27	100 X 100 X 14	30а
9	IX.	36	125 X 125 X 16	33
0	X.	33	80 X 80 X 8	20
	с	г	д	Е

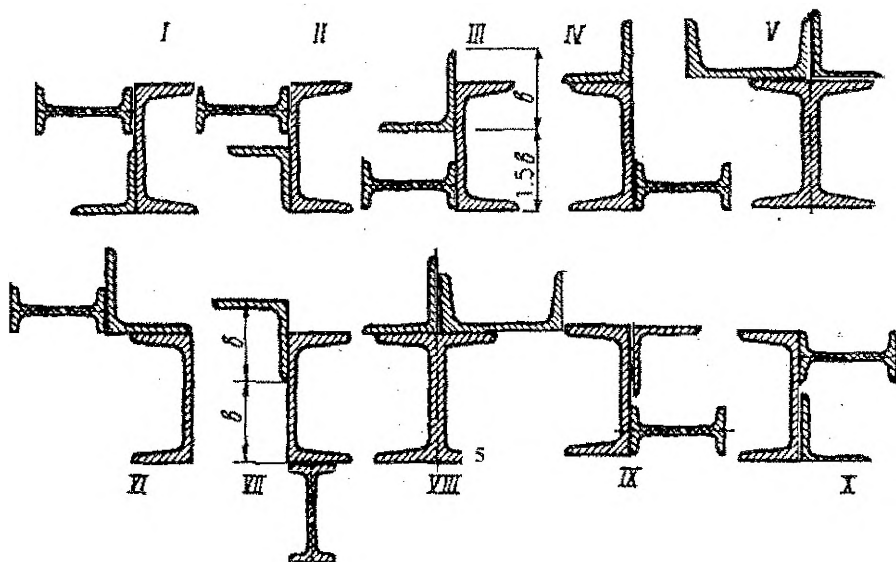


Рисунок 4 – Схемы поперечных сечений

**Задача 5.** Для заданных двух схем балок (рис. 5) требуется написать выражения  $Q$  и  $M$  для каждого участка в общем виде, построить эпюры  $Q$  и  $M$ , найти  $M_{\max}$  и подобрать: а) для схемы *a* деревянную балку круглого поперечного сечения при  $R = 10$  МПа; б) для схемы *б* — стальную балку двутаврового поперечного сечения при  $R = 200$  МПа. Данные взять из табл. 6.

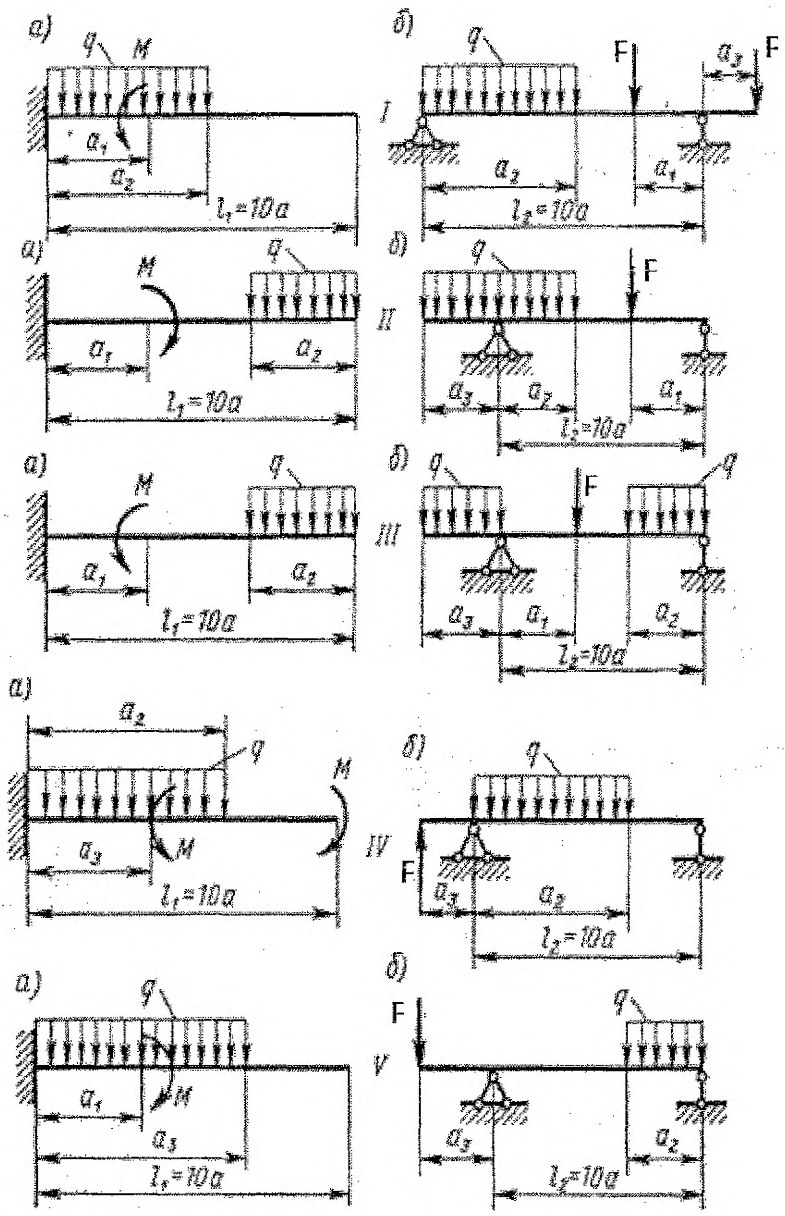


Рисунок 5 – Схемы балок

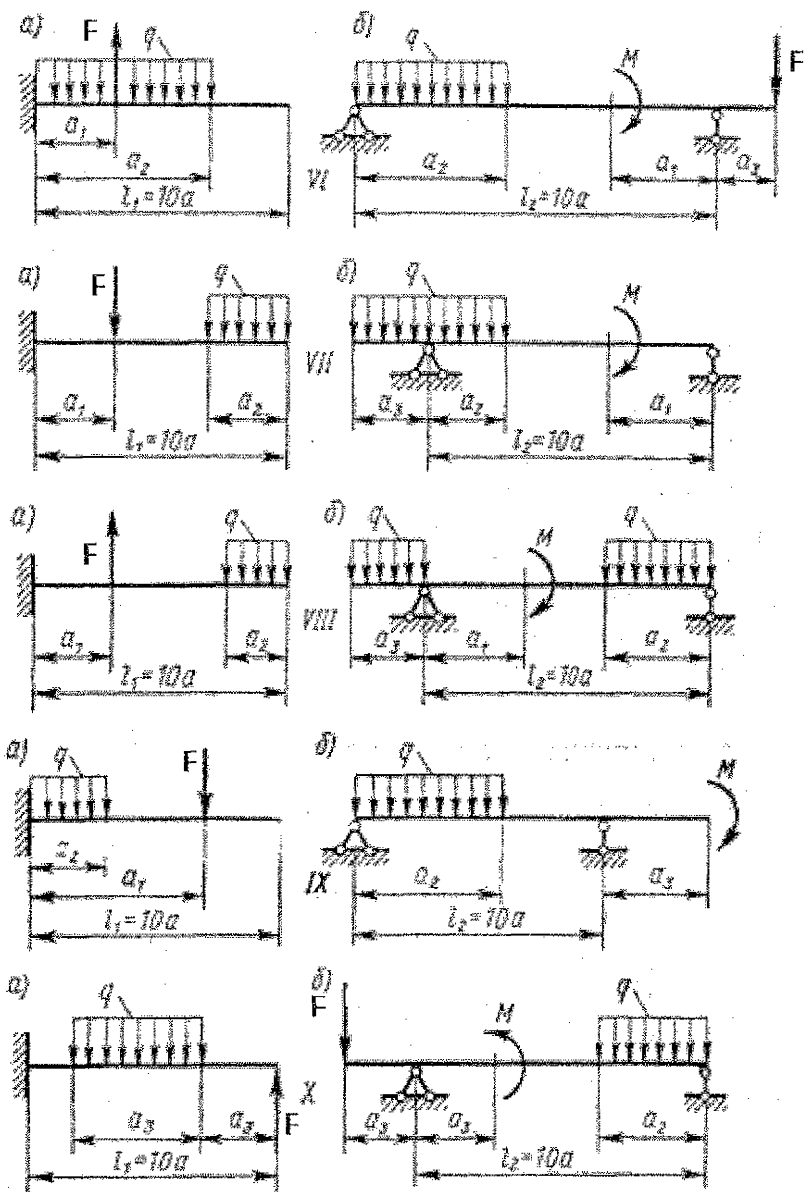


Рисунок 5 – Схемы балок (продолжение)

Таблица 6

№ строки	Схема по рис.5	$l_1$	$l_2$	Расстояние в долях пролета			$M$ , кН·м	Средоточенная сила $F$ , кН	$q$ , кН/м
		м		$a_1/a$	$a_2/a$	$a_3/a$			
1	I.	2.0	4.4	3	7	2	11	20	10
2	II.	1.9	5.6	4	6	4	12	22	20
3	III.	1.8	6.8	5	5	5	16	24	14
4	IV.	1.7	7.2	6	4	3	18	26	16
5	V.	1.6	4.0	2	5	2	20	29	18
6	VI.	1.5	4.8	4	5	2	21	30	17
7	VII.	1.6	5.8	6	6	3	23	31	20
8	VIII.	1.8	6.2	5	7	4	15	32	18
9	IX.	1.7	6.8	4	4	5	19	17	22
0	X.	2.0	7.0	3	3	6	13	20	23
	е	д	е	г	д	е	г	д	е

**Задача 6.** Определить прогиб свободного конца балки переменного сечения (рис. 6). Данные взять из табл. 7.

**Указания.** Проще всего задачу можно решить графоаналитическим методом, построив эпюру  $M/EJ$  и приняв ее за фиктивную нагрузку. Левый конец фиктивной балки должен быть свободен, а правый – зашплен.

Таблица 7

№ строки	Схема по рис.6	$\alpha$	$\beta$	$\kappa$
1	I.	0,1	0,1	1,5
2	II.	0,2	0,2	2
3	III.	0,3	0,3	3
4	IV.	0,4	0,4	4
5	V.	0,5	0,5	5
6	VI.	0,6	0,6	6
7	VII.	0,7	0,7	7
8	VIII.	0,8	0,8	8
9	IX.	0,9	0,9	9
0	X.	1,0	1,0	10
	е	г	е	д



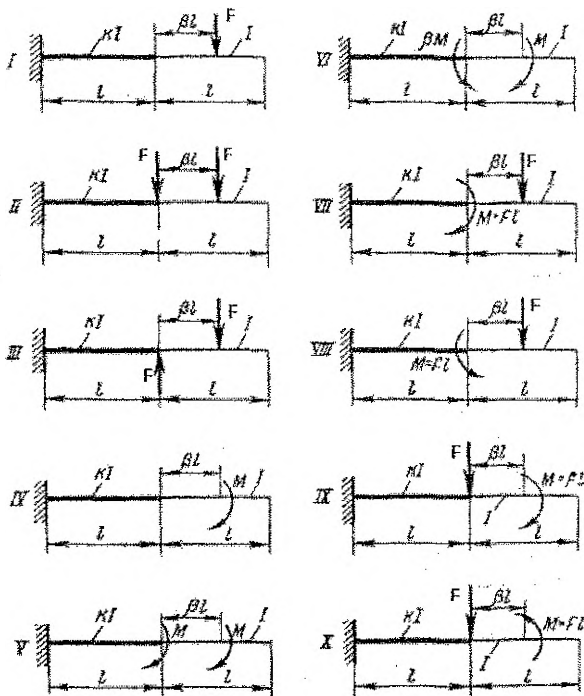


Рисунок 6 – Схемы балок переменного сечения

**Задача 7.** Для балки, изображенной на рис. 7, требуется: 1) найти изгибающий момент на левой опоре (в долях  $ql^2$ ); 2) построить эпюры  $Q$  и  $M$ ; 3) построить эпюру прогибов, вычислив три ординаты в пролете и две – на консоли. Данные взять из табл. 7

**Указания.** Для ответа на первый вопрос нужно выбрать основную систему в виде свободно лежащей на двух опорах балки и составить уравнение деформаций, выражающее мысль, что суммарный угол поворота на левой опоре от заданной нагрузки и от опорного момента равен нулю.

Можно также решить задачу иначе, составив два уравнения: 1) уравнение статики в виде суммы моментов всех сил относительно правой опоры; 2) уравнение метода начальных параметров, выражающее мысль, что прогиб на правой опоре равен нулю. Из этих двух уравнений можно найти изгибающий момент и реакцию на левой опоре.

Для ответа на третий вопрос целесообразнее использовать метод начальных параметров, так как два начальных параметра ( $y_0$  и  $\theta_0$ ) известны.

При построении эпюры прогибов надо учесть, что упругая линия балки обращена выпуклостью вниз там, где изгибающий момент положительный, и выпуклостью вверх там, где он отрицательный. Нулевым точкам эпюры  $M$  соответствуют точки перегиба упругой линии.

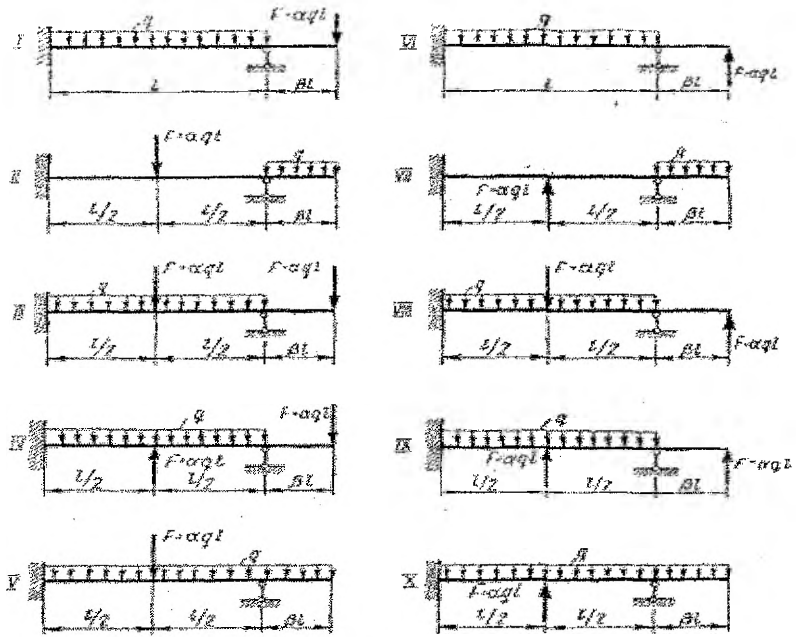


Рисунок 7 – Схемы балок

**Задача 8.** Короткая бетонная колонна, поперечное сечение которой изображено на рис. 8, сжимается продольной силой  $F$ , приложенной в точке  $A$ . Требуется: 1) вычислить наибольшее растягивающее и наибольшее сжимающее напряжения в поперечном сечении, выразив эти напряжения через  $F$  и размеры сечения; 2) найти допустимую нагрузку  $F$  при заданных размерах сечения и расчётных сопротивлениях для материала на сжатие  $R_c$  и на растяжение  $R_p$ . Данные взять из табл. 8.

Таблица 8

№ строки	Схема по рис. 8	a	b	R <sub>c</sub>	R <sub>p</sub>
		см		МПа	
1	I	12	11	45	4,0
2	II	8	8	40	3,5
3	III	10	6	35	3,0
4	IV	9	7	33	3,2
5	V	6	11	30	2,5
6	VI	12	12	45	2,0
7	VII	10	9	35	3,5
8	VIII	8	10	40	4,0
9	IX	9	6	30	3,2
0	X	11	8	34	2,5
	е	г	д	е	д

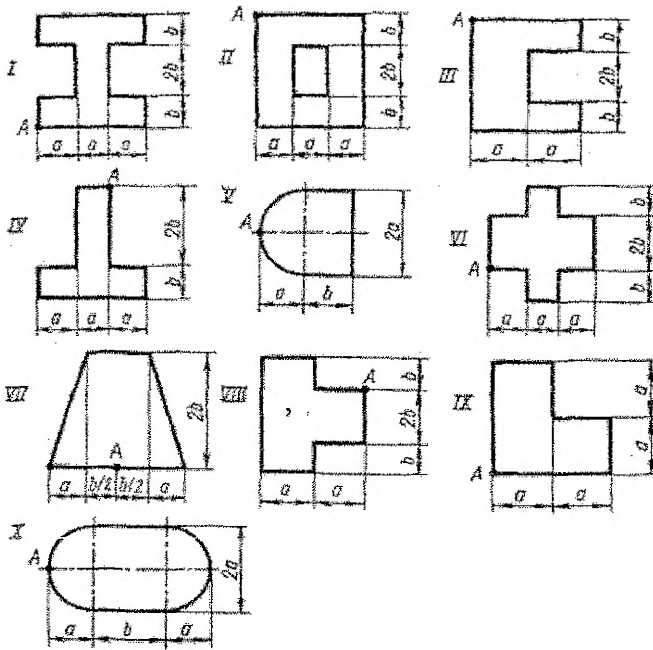


Рисунок 8 – Схемы колонн

Задача 9. На рис. 9 изображена в аксонометрии ось ломаного стержня круглого поперечного сечения, расположенная в горизонтальной плоскости, с прямыми углами в точках А и В. На стержень действует вертикальная нагрузка. Требуется: 1) построить отдельно (в аксонометрии) эпюры изгибающих и крутящих моментов; 2) установить опасное сечение и найти для него расчетный момент по четвертой теории прочности. Данные взять из табл. 9.

Таблица 9

№ строки	Схема по рис.9	$\alpha$
1	I.	0,6
2	II.	0,7
3	III.	0,8
4	IV.	0,9
5	V.	1,0
6	VI.	1,1
7	VII.	1,2
8	VIII.	1,3
9	IX.	1,4
0	X.	1,5
	е	д

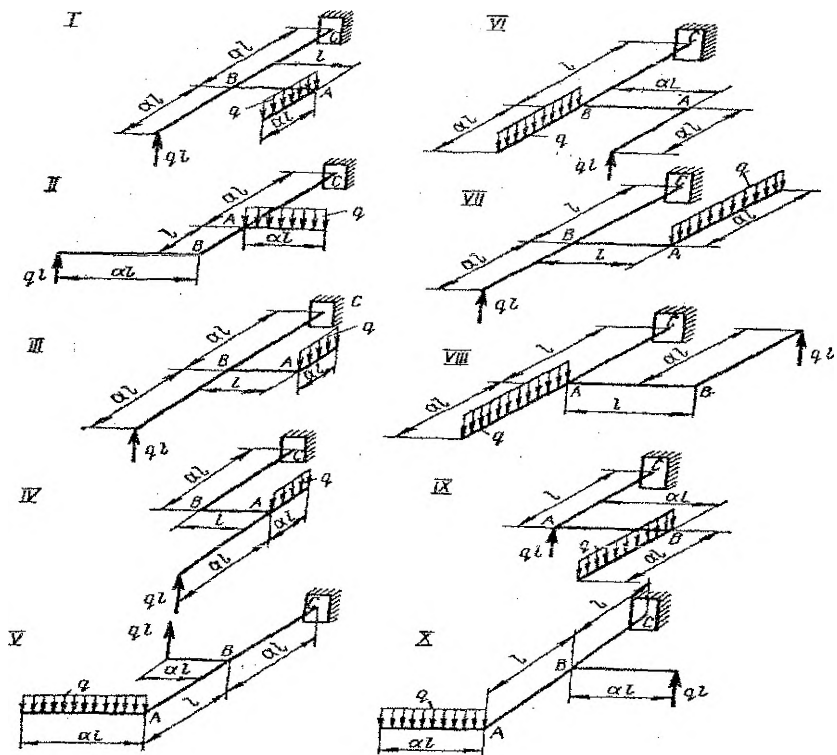


Рисунок 9 – Схемы ломаных стержней

**Задача 10.** Стальная стойка длиной  $l$  сжимается силой  $F$ . Требуется: 1) найти размеры поперечного сечения при расчётном сопротивлении на простое сжатие  $R = 200 \text{ МПа}$  (расчет производить последовательными приближениями, предварительно задавшись коэффициентом  $\varphi=0,5$ ); 2) найти значение критической силы и коэффициент запаса устойчивости. Данные взять из табл. 10.

Таблица 10

№ стойки	F, кН	l, м	Схема закрепления концов стойки	Форма сечения стойки
1 2	1100 1200	2,1 2,2		I  II
3 4	1300 400	2,3 2,4		II
5 6	500 600	2,5 2,6		III  VIII
7 8	700 800	2,7 2,8		IV  IX
9 0	900 1000	2,9 3,0		V  X
	г	д	д	с

**Задача 11.** На двутавровую балку, свободно лежащую на двух жестких опорах (рис. 10), с высоты  $h$  падает груз  $Q$ . Требуется: 1) найти наибольшее нормальное напряжение в балке; 2) решить аналогичную задачу при условии, что правая опора заменена пружиной, податливость которой (т.е. осадка от груза 1 кН) равна  $\alpha$ ; 3) сравнить полученные результаты. Данные взять из табл. 11.

**Указание:** При наличии упомянутой в п. 2 пружины  $\Delta_{ст} = \Delta_{\delta} + \beta \Delta_{пр}$ , где  $\Delta_{\delta}$  — прогиб балки, лежащей на жестких опорах, в том сечении, где приложена сила  $Q$  (при статическом действии этой силы);  $\Delta_{пр}$  — осадка пружины от реакции, возникающей от силы  $Q$ ;  $\beta$  — коэффициент, устанавливающий зависимость между осадкой пружины и перемещением точки приложения силы  $Q$ , вызванным поворотом всей балки вокруг центра шарнира левой опоры как жесткого целого (коэффициент  $\beta$  находят из подобия треугольников).

Таблица 11

№ строки	Схема по рис.10	№ дву-гавра	l, м	Q, Н	h, см	$10^3 \alpha$ , м/кН
1	I	20	2,1	1100	11	21
2	II	20a	2,2	1200	12	22
3	III	24	2,3	300	3	23
4	IV	24a	2,4	400	4	24
5	V	27	2,5	500	5	25
6	VI	27a	2,6	600	6	26
7	VII	20	2,7	700	7	27
8	VIII	30a	2,8	800	8	28
9	IX	33	2,9	900	9	29
0	X	36	3,0	1000	10	30
	е	д	е	г	д	е

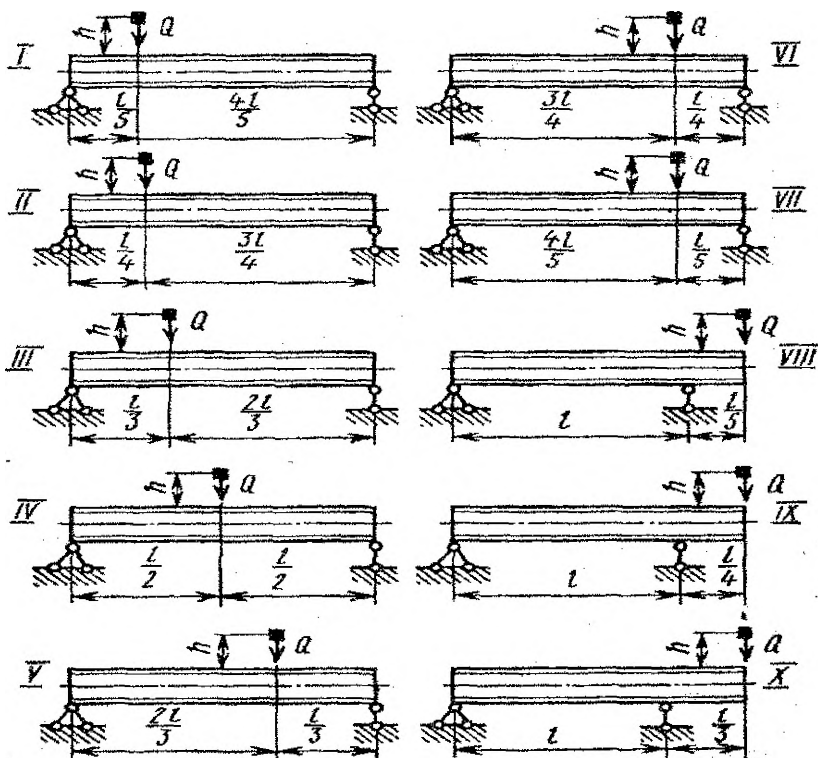


Рисунок 10 – Схемы балок

Учебное издание

*Составители:*  
Соловей Павел Иванович  
Хвисевич Виталий Михайлович

# **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

к выполнению контрольных работ  
по курсу

## **“Сопротивление материалов”**

для студентов строительных специальностей  
заочной формы обучения

Ответственный за выпуск: Хвисевич В.М.  
Редактор: Боровикова Е.А.  
Компьютерная верстка: Боровикова Е.А.  
Корректор: Никитчик Е.В.

---

Подписано к печати 21.05.2012 г. Формат 60x84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага «Снегурочка».  
Усл. п.л. 1,86. Усл. изд. л. 2,0. Заказ № 646. Тираж 100 экз. Отпечатано на ризографе  
учреждения образования «Брестский государственный технический университет»,  
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.