МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«Брестский государственный технический университет»

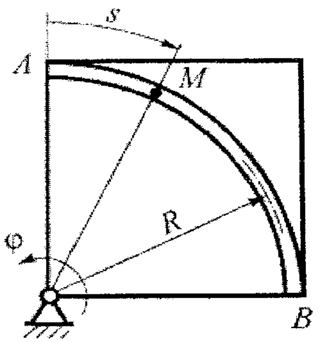
Кафедра сопротивления материалов и теоретической механики

ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению расчетно-графических работ
по теоретической механике

раздел «Кинематика»

для студентов механических специальностей
1 - 36 01 01 – «Технология машиностроения»,
1 - 36 01 03 – «Технологическое оборудование машиностроительного производства»,
1 - 37 01 07 – «Автосервис»,
1 - 37 01 06 – «Техническая эксплуатация автомобилей»



Брест 2009

УДК 620.10

Теоретическая механика является одной из основных общетехнических дисциплин, составляющих фундамент для изучения специальных дисциплин и подготовки квалифицированных инженеров механических специальностей. Для приобретения навыков инженерных расчетов студенты выполняют расчетно-графические работы по основным разделам курса.

Настоящие методические указания содержат краткий теоретический материал по разделу «Кинематика», соответствующий программе курса, и условия заданий для выполнения расчетно-графических работ.

Составители: А.И. Веремейчик, старший преподаватель
В.М. Хвисевич, доцент
Б.Г. Холодарь, доцент

Рецензент: кафедра теоретической механики БНТУ

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Решение, оформление и защита расчетно-графических работ являются формами самостоятельной работы студентов и призваны помочь им в усвоении соответствующего раздела курса. Перед выполнением работы необходимо изучить теоретический материал, проработать с помощью учебников и пособий практические способы решения задач по данной теме, проверить усвоение материала с помощью ответов на контрольные вопросы, научиться на конкретных примерах применять имеющиеся методики подхода к решению и выбирать оптимальные из них.

При защите расчетно-графической работы необходимо ответить на вопросы, связанные с ее выполнением, и решить контрольные задачи по ее тематике.

УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

1. Расчетно-графические работы выполняются на стандартных листах формата А4 (210x297мм) со штампом 15 мм и указанием нумерации страниц.

2. Порядок оформления: титульный лист с указанием варианта; задание с указанием исходных данных и схем конструкций; текст решения с необходимыми пояснениями и схемами; выводы; перечень литературы.

3. Чертежи и схемы выполняются с соблюдением правил графики и масштабов стандарта УО «БрГТУ».

4. Текстовая часть выполняется в соответствии с требованиями к оформлению текстовых документов. Расчеты выполняются в общем виде, в получен-

ные выражения подставляются значения входящих в них величин, записывается числовой результат с указанием размерности ответа. Все вычисления производятся в десятичных дробях с точностью до трех-четырех значащих цифр.

5. Для наглядности и удобства схемы и графики можно выполнять на миллиметровой бумаге соответствующего формата.

6. Все рисунки (схемы, графики и т.д.) должны быть пронумерованы, обозначены, упомянуты в тексте.

1 ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

1.1 Краткие теоретические сведения

1.1.1 Представление плоскопараллельного движения в виде комбинации поступательного и вращательного движений

Плоскопараллельным (плоским) называется такое движение тела, при котором все его точки перемещаются в параллельных плоскостях. На рис. 1.1 показан ряд положений стержня AB, совершающего плоскопараллельное движение в плоскости рисунка.

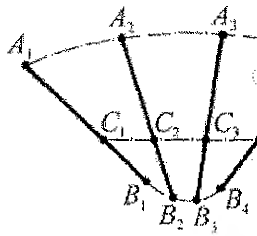


Рис. 1.1

Из представленной схемы видно, что каждая точка стержня движется по своей траектории, форма которой отличается от траекторий иных точек. При этом в процессе движения происходит поворот тела. Поэтому плоское движение характеризуется как линейными скоростями отдельных точек тела, так и угловой скоростью поворота тела.

Плоскопараллельное движение можно представить как результат сложения двух движений: поступательного вместе с некоторой точкой, принимаемой за *полюс*, и вращательного вокруг полюса. Как правило, в качестве полюса выбирается точка с известными кинематическими параметрами (траекторией, скоростью, ускорением). На рис. 1.2, *а*) показано, как перемещение отрезка AB из положения A_0B_0 в положение A_1B_1 может быть представлено в виде последовательности двух перемещений: поступательного вместе с точкой A и поворота на угол φ вокруг точки A.

Из анализа приведенной схемы движения отрезка следует, что скорость точки B может быть найдена в виде геометрической суммы векторов скорости точки A и скорости точки B в ее вращении вокруг точки A (рис. 1.2, б):

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}. \qquad (1.1)$$

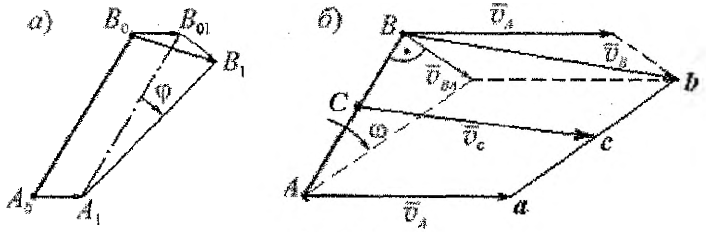


Рис. 1.2.

Поскольку движение точки B вокруг A происходит по дуге окружности радиуса AB, то вектор $\bar{V}_{BA}$ направляется перпендикулярно отрезку AB в сторону вращения тела вокруг точки A. Численное значение этой скорости равно произведению угловой скорости тела на расстояние BA:

$$V_{BA} = \omega \cdot AB. \qquad (1.2)$$

Из построений на рис.1.2, б) видно, что имеет место соотношение

$$\frac{ac}{ab} = \frac{AC}{AB},$$

которое дает удобный графический способ нахождения скорости произвольной точки C прямой AB (в том числе вне самого отрезка AB).

При решении задач с использованием соотношения (1.1) следует выполнить построение векторов $\bar{V}_A$, $\bar{V}_{BA}$ и $\bar{V}_B$. После этого искомые скорости можно определить либо проецированием векторного соотношения (1.1) на оси координат, либо путем решения геометрической задачи об определении длин сторон или углов в треугольнике, сторонами которого являются названные векторы.

Вследствие того, что $\bar{V}_{BA} \perp BA$, из соотношения (1.1) следует теорема, которая позволяет определить скорость точки, если известно направление ее вектора (рис. 1.3): *проекции векторов скоростей любых двух точек абсолютно твердого тела на прямую, соединяющую эти две точки, равны между собой*: $V_{B_x} = V_{Ax}$.

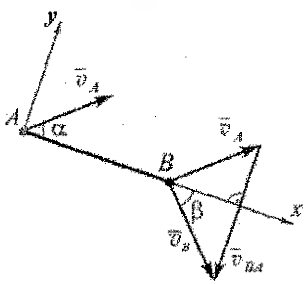


Рис.1.3.

Применительно к рис. 1.3 в соответствии с этой теоремой можно записать:

$$V_A \cos\alpha = V_B \cos\beta.$$

Физический смысл, заключенный в этой теореме, очевиден – в абсолютно твердом теле расстояние между любыми точками должно всегда оставаться неизменным.

Проецируя (1.1) на ось Y, получаем возможность найти угловую скорость тела, если известны скорости двух любых его точек

$$\omega = \frac{V_{By} - V_{Ay}}{BA}.$$

1.1.2 Определение скоростей точек фигуры с использованием мгновенного центра скоростей

Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка плоской фигуры, движущейся в своей плоскости, линейная скорость которой в данный момент времени равна нулю. Эта точка может находиться за пределами периметра фигуры, но обязательно лежит в одной подвижной плоскости вместе с фигурой.

Существует два основных варианта определения положения МЦС, каждый из которых связан с наличием тех или иных исходных данных.

1. Условием задачи оговорено, что плоская фигура катится без скольжения по неподвижной поверхности. В этом случае МЦС находится в точке соприкосновения фигуры с поверхностью, как это показано на рис. 1.4.

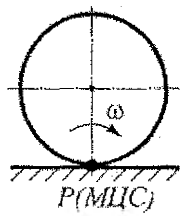


Рис. 1.4.

2. Известны направления векторов скоростей двух точек плоской фигуры. Тогда для определения положения МЦС необходимо провести перпендикуляры к векторам скоростей. Возможны три случая:

а) если векторы скоростей точек плоской фигуры не параллельны, то точка пересечения перпендикуляров, проведенных к ним, является мгновенным центром скоростей (рис. 1.5).

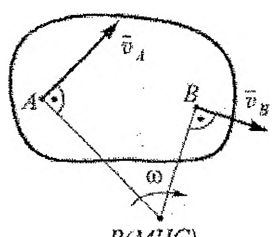


Рис. 1.5.

б) перпендикуляры к векторам скоростей параллельны (рис. 1.6). Такое их расположение приводит к тому, что эти перпендикуляры не пересекаются. Следовательно, отсутствует мгновенный центр вращения. Это означает, что в данный момент времени отсутствует вращение тела, и оно движется мгновенно-поступательно. Поэтому в данный момент времени скорости всех точек тела одинаковы, а угловая скорость тела равна нулю.

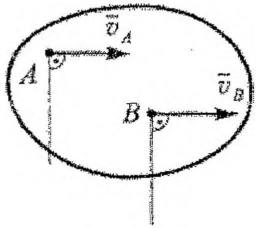


Рис. 1.6.

в) перпендикуляры к векторам скоростей двух точек тела совпадают. В этом случае мгновенный центр скоростей находится на пересечении двух линий: общего перпендикуляра к векторам скоростей и отрезка, проведенного через концы этих векторов, как это показано на рис. 1.7.

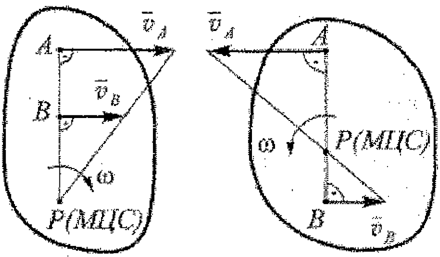


Рис. 1.7.

Общим для всех случаев является перпендикулярность вектора скорости любой точки плоской фигуры относительно направления от точки на МЦС (так как фигура в ее данном мгновенном положении вращается вокруг МЦС). Это свойство используется также для определения направлений векторов скоростей точек при известном положении мгновенного центра скоростей.

Если положение МЦС найдено, то можно воспользоваться соотношениями

$$\omega = \frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP}$$

для определения угловой скорости тела и скорости заданной точки при известной величине скорости другой точки. Из соотношений видно, что скорости точек пропорциональны расстояниям до МЦС. Это обстоятельство можно использовать также и для контроля вычислений.

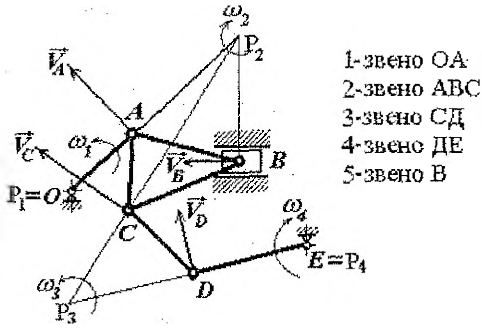


Рис. 1.8

На рис. 1.8 показано построение мгновенных центров скоростей точек звеньев механизма, направления векторов скоростей точек и угловых скоростей звеньев. Построив МЦС звена, по направлению вектора скорости полюса находим и показываем направление угловой скорости звена, а затем направляем в соответствующую сторону вектор скорости очередной рассматриваемой точки. Напоминаем, что каждое звено механизма имеет свой МЦС, который перемещается по плоскости при движении механизма.

1.1.3 Определение скоростей точек с помощью плана скоростей

План скоростей (ПС) – это плоская фигура, в которой векторы, исходящие из одной точки, изображают в выбранном масштабе скорости точек механизма, а отрезки, соединяющие концы векторов скоростей точек одного звена, – вращательные скорости точек звена друг относительно друга, которые перпендикулярны соответствующему отрезку звена. ПС строится последовательно, начиная с точки, принадлежащей ведущему звену. При этом имеют место два случая – линия, на которой располагается вектор скорости рассматриваемой точки известна (это касательная к траектории данной точки механизма) или неизвестна. В первом случае для определения искомой скорости точки используется один полюс, во втором – два. Для рассмотренного выше механизма ПС показан на рис. 1.9.

В данном случае по формуле $V_A=\omega \cdot OA$ определяется скорость точки A ведущего звена, строится этот вектор в некотором масштабе и к нему последовательно пристраиваются векторы скоростей точек B, C и D, причем для определения V_B и V_D достаточно рассмотреть движение каждой из этих точек вокруг одного полюса (точки A и C соответственно), а для определения V_C необходимо использование двух полюсов (точки A и B). В последнем случае скорость точки C является графическим решением системы двух векторных уравнений:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA},$$

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB}.$$

Пунктиром показано построение скорости точки F, расположенной на звене CD, причем $CF=3 \cdot FD$.

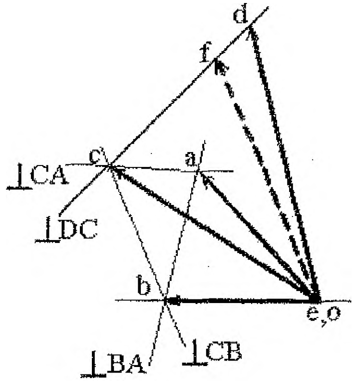


Рис. 1.9

Имея построенный план скоростей, находим далее искомые величины

$V_B = \mu_v \cdot ob$,

$V_C = \mu_v \cdot oc$.

$\omega_2 = V_{BA}/BA = \mu_v \cdot ba/B$,

$\omega_3 = V_{CD}/CD = \mu_v \cdot cd/CD$,

где μ_v – масштаб плана скоростей.

1.1.4 Определение ускорений точек тела, движущегося плоскопараллельно

Представление плоскопараллельного движения тела в виде комбинации поступательного движения вместе с полюсом и вращательного вокруг полюса приводит к следующему соотношению для расчета ускорений (получено путем дифференцирования (1.1)):

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}. \qquad (1.3)$$

где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса, $\vec{a}^{\tau}_{BA}$, $\vec{a}^{n}_{BA}$ – касательное и нормальное ускорения при движении точки B вокруг полюса A. Расчет этих ускорений ведется по формулам:

$$a^{\tau}_{BA} = \varepsilon \cdot AB,$$

$$a^{n}_{BA} = \omega^2 \cdot AB.$$

Вектор $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ направляется перпендикулярно AB в сторону углового ускорения тела, а вектор $\vec{a}^{n}_{BA}$ – от точки B к точке A, как это показано на рис. 1.10, причем угол наклона вектора ускорения $\vec{a}_{BA}$ одинаков для всех точек тела ($tg\alpha = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$), а его направление соответствует направлению ϵ.

Угловые скорости ω звеньев механизма в результате расчета скоростей являются известными, поэтому нормальные компоненты ускорений легко вычисляются. Если расстояние от какой-либо точки до МЦС постоянно в течение всего процесса движения или изменяется по известному или легко определяемому закону, то угловое ускорение определяют как производную от угловой скорости тела. Этот прием, в частности, используется для расчетов угловых ускорений катящихся тел. В иных случаях нахождение касательных ускорений в движении точек вокруг полюса, а с ними и угловых ускорений тел, осуществляется путем решения векторного уравнения (1.3), что практически лучше всего выполняется построением плана ускорений для данной точки звена или для всего механизма в целом. Как и при построении плана скоростей, задача по определению ускорения точки может решаться с использованием одного или двух полюсов в зависимости от того, известно или неизвестно направление полного ускорения рассматриваемой точки (решается одно или два векторных уравнения). Построение выполняется последовательно, начиная с точки, принадлежащей ведущему звену.

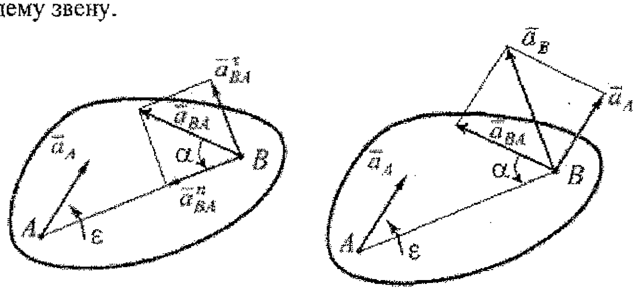


Рис. 1.10.

Пример построения плана ускорений для точек рассматриваемого механизма приведен на рис.1.11, для случая, когда ω_1=*const*. Модули векторов ускорений определяются с использованием принятого масштаба плана ускорений. По величине и направлению касательных ускорений находятся величины и направления угловых ускорений звеньев.

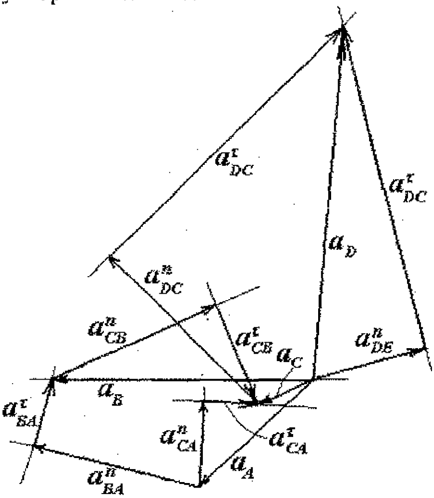


Рис.1.11

В случаях, когда необходимо найти ускорения нескольких точек тела, движущегося плоско, удобно использовать мгновенный центр ускорений.

Более подробно о методике решения векторного уравнения (1.3) и определении положения мгновенного центра ускорений можно узнать из литературы [2–5].

1.2 Задание к расчетно-графической работе № 3 "КИНЕМАТИКА ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА"

Привод манипулятора состоит из двух зубчатых колес (1 и 2) с числом зубьев Z_1 и Z_2 соответственно. К точке *A* шестерни 2 присоединен исполнительный механизм манипулятора, состоящий из звеньев 3-6. Имея заданную скорость вращения колеса 1 , необходимо определить для заданной геометрии механизма линейные скорости и ускорения указанных точек (A - D), а также угловые скорости и ускорения звеньев. Скорости определить двумя способами – путем построения плана скоростей и путем построения мгновенных центров скоростей звеньев. Ускорения определить, используя теорему о сложении ускорений точек звена с построением плана ускорений.

Положение всех точек манипулятора получается построением по заданным угловым и линейным размерам, причем точку ***B*** следует располагать справа от колеса 2 на одной горизонтали с его центром. При проведении вычислений все необходимые размеры брать из графических построений, используя соответствующие масштабы. Графические построения выполнять на миллиметровой бумаге с учетом требований чертежной графики. Размеры рисунков должны быть достаточны для получения необходимой точности ответа (погрешность 3-5 %). Выполнение работы сопровождается подробными объяснениями и вычислениями.

Схема одного из вариантов механизма показана в качестве примера на рис.1.12.

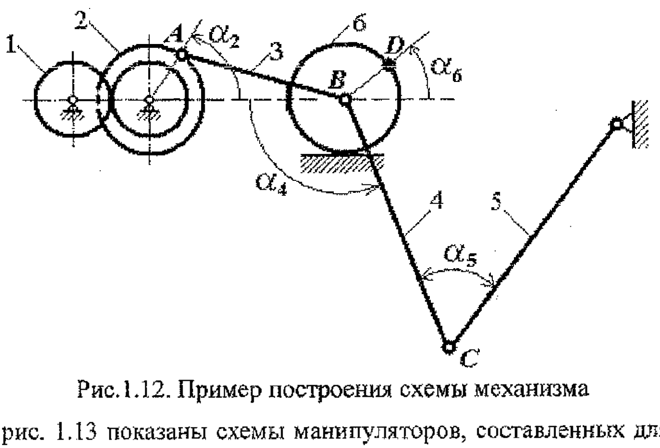


Рис.1.12. Пример построения схемы механизма

На рис. 1.13 показаны схемы манипуляторов, составленных для четырех вариантов исполнительных механизмов, которые присоединены к приводу, заданному схемой № 1. В других случаях вместо схемы № 1 привода используются схемы № 2 - № 4 (Рис. 1.14), указанные для соответствующего варианта задания в таблице 1. Там же приведены значения задаваемых числовых данных звеньев манипуляторов (могут быть изменены преподавателем при выдаче задания в группе).

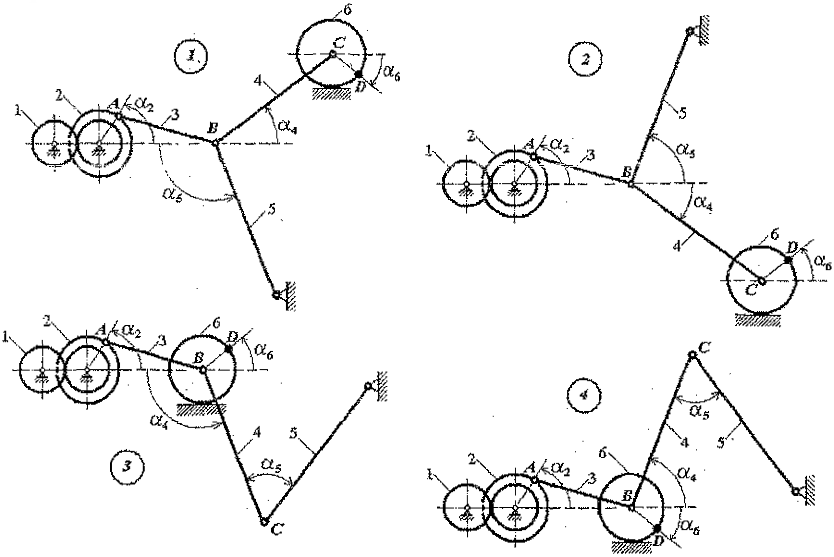


Рис. 1.13. Схемы манипуляторов (1 – 4 соответственно) с приводом по схеме 1

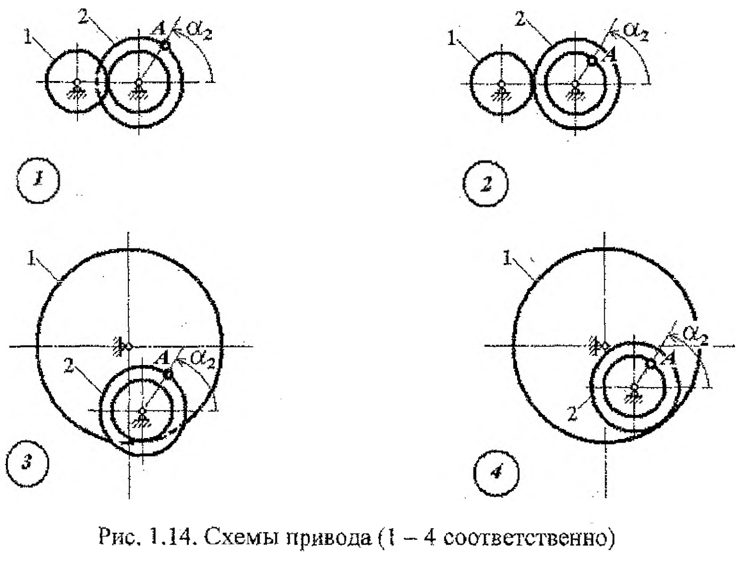


Рис. 1.14. Схемы привода (1 – 4 соответственно)

Таблица 1. Числовые данные для вариантов заданий

Вариант, №№	Схемы, №№		Числа зубьев		Длины звеньев, см			Радиусы колес, см		Угловые величины, градусы			
	Привод	Манипулятор	Z_1	Z_2	L_3	L_4	L_5	R_4	R_6	α_2	α_4	α_5	α_6
1	**1**	**1**	48	36	30	40	50	10	10	60	45	90	45
2	**2**	**2**	48	64	30	40	50	6	10	60	45	90	45
3	**3**	**3**	96	32	30	40	50	10	10	60	45	90	45
4	**4**	**4**	96	48	30	40	50	6	10	60	45	90	45
5	**1**	**4**	48	36	30	40	50	10	10	60	45	90	45
6	**2**	**1**	48	64	30	40	50	6	10	60	45	90	45
7	**3**	**2**	96	32	30	40	50	10	10	60	45	90	45
8	**4**	**3**	96	48	30	40	50	6	10	60	45	90	45
9	**1**	**3**	48	36	30	40	50	10	10	60	45	90	45
10	**2**	**4**	48	64	30	40	50	6	10	60	45	90	45
11	**3**	**1**	96	32	30	40	50	10	10	60	45	90	45
12	**4**	**2**	96	48	30	40	50	6	10	60	45	90	45
13	**1**	**2**	48	36	30	40	50	10	10	60	45	90	45
14	**2**	**3**	48	64	30	40	50	6	10	60	45	90	45
15	**3**	**4**	96	32	30	40	50	10	10	60	45	90	45
16	**4**	**1**	96	48	30	40	50	6	10	60	45	90	45
17	**1**	**1**	48	36	30	40	50	10	10	-60	45	90	45
18	**2**	**2**	48	64	30	40	50	6	10	-60	45	90	45
19	**3**	**3**	96	32	30	40	50	10	10	-60	45	90	45
20	**4**	**4**	96	48	30	40	50	6	10	-60	45	90	45
21	**1**	**4**	48	36	30	40	50	10	10	-60	45	90	45
22	**2**	**1**	48	64	30	40	50	6	10	-60	45	90	45
23	**3**	**2**	96	32	30	40	50	10	10	-60	45	90	45
24	**4**	**3**	96	48	30	40	50	6	10	-60	45	90	45
25	**1**	**3**	48	36	30	40	50	10	10	-60	45	90	45
26	**2**	**4**	48	64	30	40	50	6	10	-60	45	90	45
27	**3**	**1**	96	32	30	40	50	10	10	-60	45	90	45
28	**4**	**2**	96	48	30	40	50	6	10	-60	45	90	45
29	**1**	**2**	48	36	30	40	50	10	10	-60	45	90	45
30	**2**	**3**	48	64	30	40	50	6	10	-60	45	90	45
31	**3**	**4**	96	32	30	40	50	10	10	-60	45	90	45
32	**4**	**1**	96	48	30	40	50	6	10	-60	45	90	45

Подробно примеры решения аналогичных задач рассмотрены в комментариях к заданиям К3 и К4 сборника [1], в пособии [2], а также в учебниках по теоретической механике.

2 КИНЕМАТИКА СЛОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ

2.1 Краткие теоретические сведения

Сложным называется такое движение точки, при котором она участвует одновременно в двух или нескольких движениях. Представление сложного движения в виде комбинации простых составляющих часто позволяет получать характеристики этого движения без использования громоздких математических выкладок.

Примером сложного движения является, например, движение точек поршня кривошипно-шатунного механизма, установленного в перемещающемся автомобиле. С одной стороны, поршень движется вместе с автомобилем, а с другой – его точки перемещаются по отношению к автомобилю.

Движение тела, любое перемещение которого вызывает перемещение всех точек рассматриваемой системы, называют *переносным*. Движение точки по отношению к телу, задающему переносное движение, называют *относительным*. Одновременное осуществление переносного и относительного движений, наблюдаемое с неподвижной системы отсчета, называют *абсолютным* движением. При решении большинства технических задач в качестве неподвижной принимают систему отсчета, связанную с Землей.

Таким образом, в приведенном примере переносным является движение автомобиля, относительным – движение точек поршня относительно автомобиля, а абсолютным – движение тех же точек относительно Земли.

Для определения переносной скорости точки следует мысленно остановить относительное движение и искать переносную скорость как скорость той точки тела, задающего переносное движение, с которой совпадает в данный момент движущаяся точка. Чтобы найти относительную скорость точки, нужно мысленно остановить переносное движение и вычислить скорость в движении точки только по отношению к этому телу. Аналогично определяются переносное и относительное ускорения.

При сложном движении точки выполняется теорема о сложении скоростей, согласно которой абсолютная скорость равна геометрической сумме переносной и относительной скоростей:

$$\vec{V}_{абс} = \vec{V}_{отн} + \vec{V}_{пер} \qquad (\text{или } \vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_r) \qquad (2.1)$$

Решение задач при этом сводится к построению треугольника или параллелограмма скоростей и определению элементов получающихся геометрических фигур либо с использованием правил геометрии, либо проецированием геометрического равенства (2.1) на декартовы оси координат.

Зависимость между ускорениями точки при сложном движении определяется теоремой Кориолиса. В соответствии с ней абсолютное ускорение точки

$\vec{a}_{абс}$ равно геометрической сумме переносного $\vec{a}_{пер}$, относительного $\vec{a}_{отн}$ ускорений и ускорения Кориолиса $\vec{a}_{кор}$:

$$\vec{a}_{абс}=\vec{a}_{пер}+\vec{a}_{отн}+\vec{a}_{кор} \qquad (\text{или } \vec{a}_a=\vec{a}_e+\vec{a}_r+\vec{a}_c). \qquad (2.2)$$

Если известны траектории точки в переносном и относительном движениях, то соответствующие ускорения целесообразно представлять в виде сумм касательных и нормальных ускорений. При этом формула (2.2) приобретает следующий вид

$$\vec{a}_{абс}=\vec{a}^{n}_{пер}+\vec{a}^{\tau}_{пер}+\vec{a}^{n}_{отн}+\vec{a}^{\tau}_{отн}+\vec{a}_{кор}.$$

Кориолисово ускорение равно удвоенному векторному произведению вектора $\vec{\omega}_{пер}$ угловой скорости переносного движения на вектор $\vec{V}_{отн}$ относительной скорости точки:

$$\vec{a}_{кор}=2\cdot\left(\vec{\omega}_{пер}\times\vec{V}_{отн}\right).$$

Его численное значение определяется по формуле:

$$a_{кор}=2\cdot\omega_{пер}\cdot V_{отн}\cdot Sin(\vec{\omega}_{пер},\vec{V}_{отн}). \qquad (2.3)$$

Из формулы (2.3) следует, что ускорение Кориолиса обращается в нуль, если равны нулю угловая скорость переносного движения или относительная скорость, а также если векторы $\vec{\omega}_{пер}$ и $\vec{V}_{отн}$ параллельны (в последнем случае вектор $\vec{V}_{отн}$ параллелен оси переносного вращения).

Направление ускорения Кориолиса определяется по правилу векторного произведения. Вектор кориолисова ускорения $\vec{a}_{кор}$ направляется перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы $\vec{\omega}_{пер}$ и $\vec{V}_{отн}$ так, чтобы векторы $\vec{\omega}_{пер}$, $\vec{V}_{отн}$ и $\vec{a}_{кор}$ образовывали правую тройку.

При решении задач для нахождения направления этого ускорения применяют правило Н. Е. Жуковского: сначала проецируют вектор относительной скорости $\vec{V}_{отн}$ на плоскость, перпендикулярную к оси переносного вращения (вектору угловой скорости $\vec{\omega}_{пер}$), а затем в этой плоскости поворачивают найденную проекцию на угол 90° в сторону угловой скорости вращения несущего тела.

При использовании теоремы о сложении ускорений, описываемой выражением (2.2), как правило, используют метод проекций.

В качестве примера на рис.2.1 показана расстановка векторов скоростей и ускорений точки A для случая, когда несущее тело вращается по закону $\phi(t)=2t^2$, а сама точка относительно тела движется по закону $S(t)=4t$.

При этом величины компонент скоростей и ускорений определятся по формулам:

$$V_r=\frac{dS_r}{dt}=\frac{dS}{dt}=4,$$

$$\omega_e = \frac{d\phi}{dt} = 4t \quad , \qquad V_e = \omega_e \cdot R_e = \omega_e \cdot S_r = 4t \cdot 4t = 16t^2 ,$$

$$a_r = \frac{dV_r}{dt} = 0 ,$$

$$a_e^n = \omega_e^2 \cdot R_e = (4t)^2 \cdot 4t = 64t^3 , \qquad a_e^\tau = \varepsilon_e \cdot R_e = 4 \cdot 4t = 16t ,$$

$$a_c = 2\omega_e \cdot V_r = 2 \cdot 4t \cdot 4 = 32t .$$

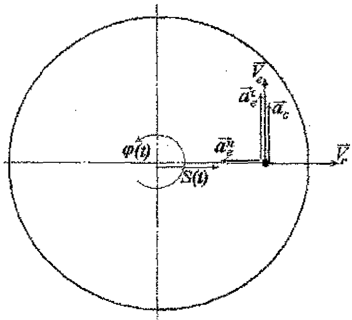
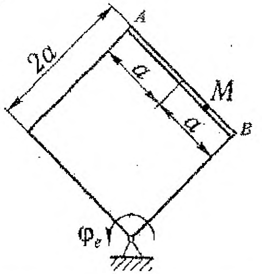


Рис. 2.1

2.2 Задание к расчетно-графической работе № 4 "КИНЕМАТИКА ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ"

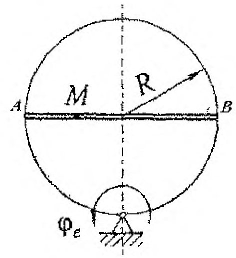
По направляющей, которая имеется на несущем теле, от начальной точки M_0 движется точка M (рис. 2.2). Ее относительное движение по траектории может быть задано одним из законов $S_{отн}=S(t)$, $V_{отн}=V(t)$, $a^\tau_{отн}= a^\tau_{отн}(t)$, причем всегда имеют место начальные условия $S(0)=0$, $V(0)=0$. Положение точки M_0 на траектории (точка A или B) задается преподавателем при выдаче задания. Движение точки вдоль траектории от начального положения M_0 до конечного M_k длится T_k секунд. Движение несущего тела задается углом поворота $\phi=\phi(t)$, который на всех схемах показан как положительный. Определить абсолютную скорость $V_{абс}$ и абсолютное ускорение $a_{абс}$ точки M в заданный момент времени (например, на половине длины траектории относительного движения – задается преподавателем) и построить два этих вектора по их проекциям на выбранные оси координат. Построить графики изменения величин $S_{отн}$, $V_{абс}$ и $a_{абс}$ при движении точки вдоль траектории. Схемы заданий и числовые данные по вариантам приведены на рисунках и в таблице (рис. 2.2, табл. 2). Принять для всех вариантов: угол $\alpha= 60°$, размеры $R=r=a=100$ $см$, время движения $T_k=2$ $сек$.

1



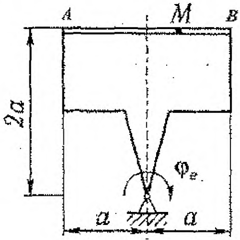
2a
A
a
M
a
B
φe

2



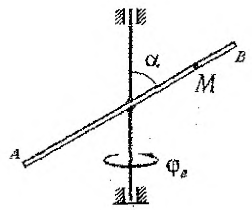
M
R
A
B
φe

3



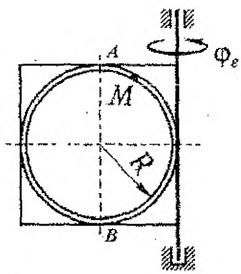
A
M
B
2a
φe
a
a

4



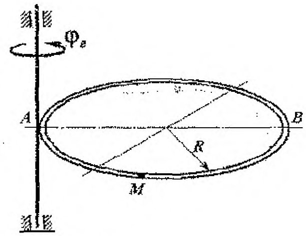
α
B
M
A
φe

5



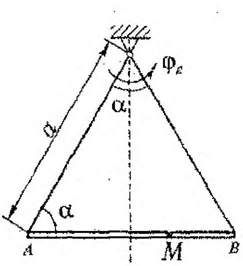
φe
A
M
R
B

6



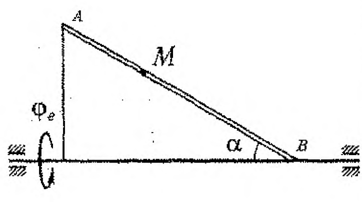
φe
A
B
R
M

7



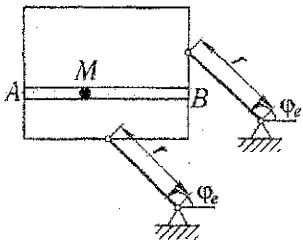
φe
α
a
α
A
M
B

8

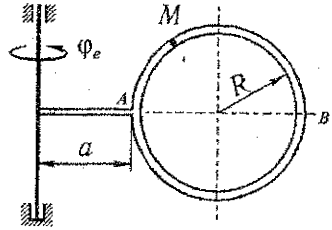


A
M
φe
α
B

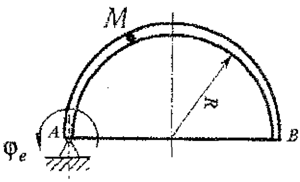
9



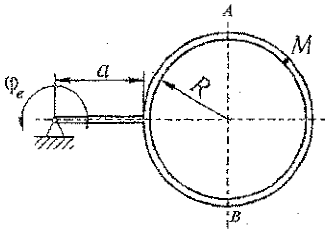
10



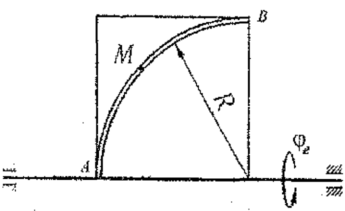
11



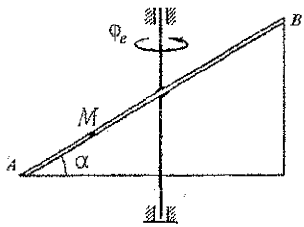
12



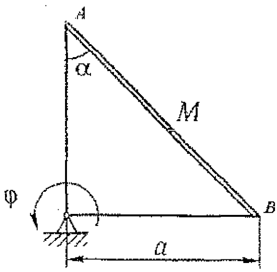
13



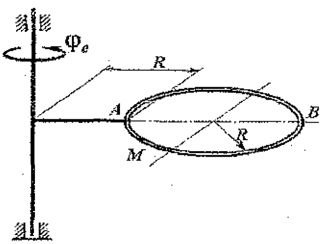
14



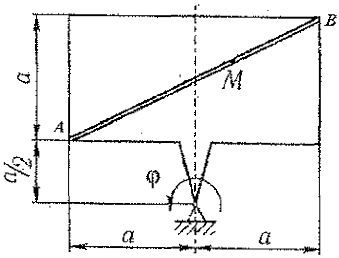
15



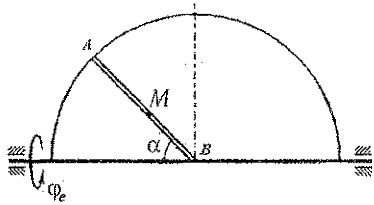
16



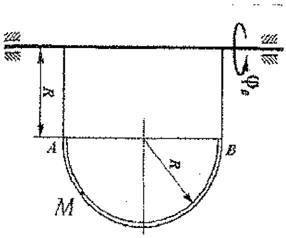
17



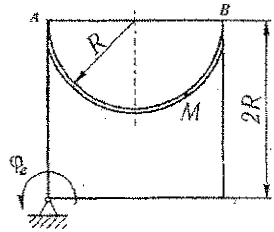
18



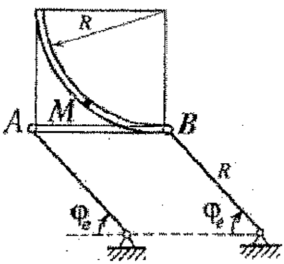
19



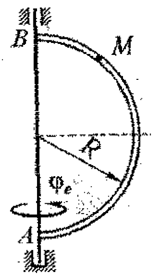
20



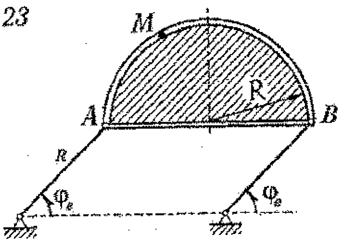
21



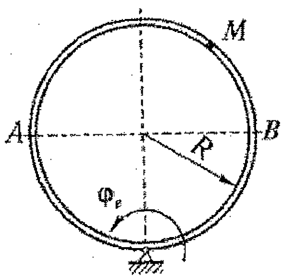
22



23



24



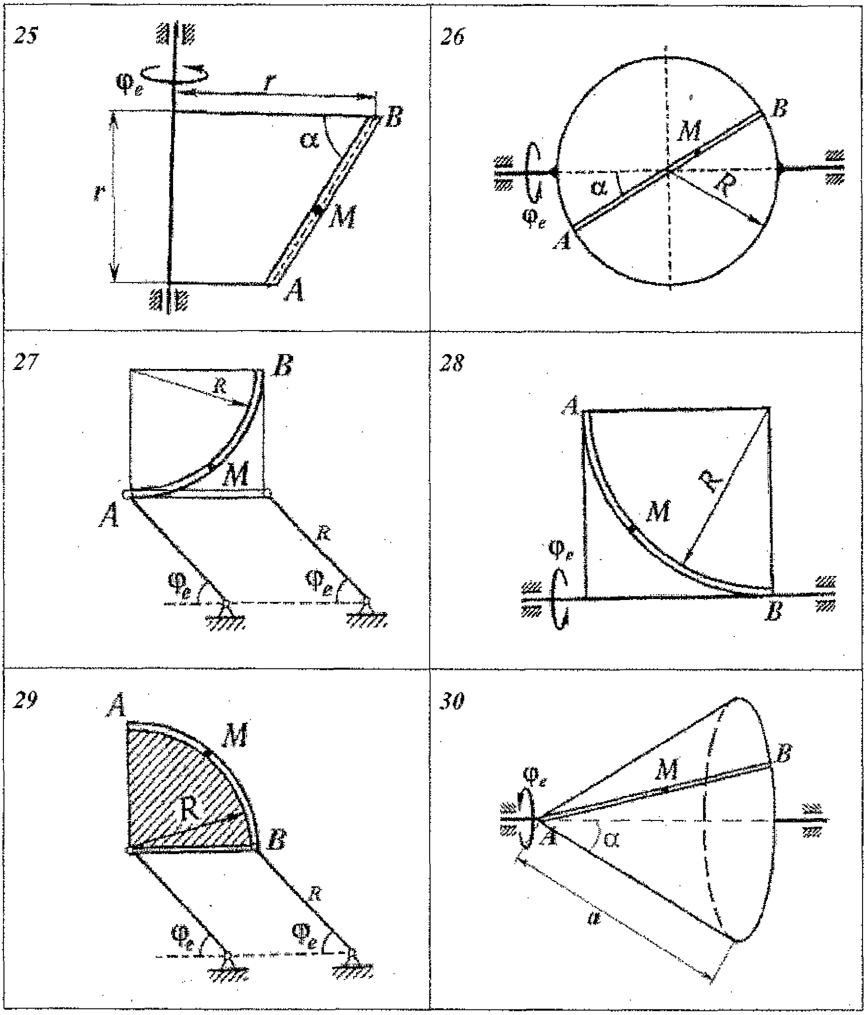


Рис. 2.2

Законы изменения угла поворота $\phi(t)$ и законы относительного движения заданы в таблице 2 или указываются преподавателем. Значения S_0, V_0 и a_0 подбираются так, чтобы точка M попала в конечное положение M_k за время T_k.

Решение задачи производится по теоремам о сложении скоростей и ускорений при сложном движении точки:

$$\vec{V}_{абс} = \vec{V}_{отн} + \vec{V}_{пер} \quad (\text{или } \vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_r),$$

$$\vec{a}_{абс} = \vec{a}_{пер} + \vec{a}_{отн} + \vec{a}_{кор} \quad (\text{или } \vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_c).$$

Таблица 2. Числовые данные к расчетно-графической работе № 4

Вариант, №№	Угол поворота $\phi(t)$, радиан	Координата $S_{отн}(t)$, м	Скорость $V_{отн}(t)$, м/сек	Касательное ускорение $a^{\tau}_{отн}(t)$, м/сек^2
1	$2t^3-t^2$	$S_0\,[t/T_k+(t/T_k)^2]/2$		
2	$0{,}5t-t^3$	$S_0\,[2t/T_k-(t/T_k)^2]$		
3	$2t-t^2$	$S_0\,(t/T_k)^3$		
4	$3t-0{,}5t^3$	$S_0\,[2(t/T_k)^3-t/T_k]$		
5	$t+0{,}5t^2$		$V_0\cdot[1-\cos(2\pi t/T_k)]$	
6	t^3-2t		$V_0\cdot \mathrm{Sin}(\pi t/T_k)$	
7	$4t+1{,}5t^2$		$V_0\cdot \mathrm{Sin}^2(\pi t/T_k)$	
8	$1{,}5t-t^2$		$V_0\,[t/T_k-(t/T_k)^2]$	
9	$2t^2-0{,}5t$			a_0
10	$5t-4t^2$			$a_0\,t/T_k$
11	$8t^2-3t$			$a_0\,\mathrm{Sin}(\pi t/T_k)$
12	$4t-2t^2$			$a_0\,\mathrm{Cos}(\pi t/T_k)$
13	$t+0{,}5t^3$	$S_0\,[t/T_k+(t/T_k)^2]/2$		
14	$t-0{,}5t^2$	$S_0\,[2t/T_k-(t/T_k)^2]$		
15	$8t-t^2$	$S_0\,(t/T_k)^3$		
16	$t+3t^2$	$S_0\,[2(t/T_k)^3-t/T_k]$		
17	$6t-t^2$		$V_0\,[1-\cos(2\pi t/T_k)]$	
18	$2t-4t^2$		$V_0\,\mathrm{Sin}(\pi t/T_k)$	
19	$4t-0{,}5t^2$		$V_0\,\mathrm{Sin}^2(\pi t/T_k)$	
20	$6t+t^2$		$V_0\,[t/T_k-(t/T_k)^2]$	
21	$3t-4t^2$			a_0
22	$2t-3t^2$			$a_0\,t/T_k$
23	$5t-t^2$			$a_0\,\mathrm{Sin}(\pi t/T_k)$
24	$3t+t^3$			$a_0\,\mathrm{Cos}(\pi t/T_k)$
25	$2t^2-5t$	$S_0\,[t/T_k+(t/T_k)^2]/2$		
26	t^2+2t	$S_0\,[2t/T_k-(t/T_k)^2]$		
27	t^2-2t	$S_0\,(t/T_k)^3$		
28	$5t-2t^3$	$S_0\,[2(t/T_k)^3-t/T_k]$		
29	$3t+t^2$		$V_0\,[1-\cos(2\pi t/T_k)]$	
30	$t+t^2$		$V_0\,\mathrm{Sin}(\pi t/T_k)$	

Для правильного построения решения необходимо изобразить точку M в произвольном положении на траектории относительного движения, указать оси выбранной системы координат и показать направления векторов переносной и относительной скоростей, а также компоненты переносного и относительного ускорений и ускорение Кориолиса. Направление $\bar{a}_{кор}$ проще всего найти, используя правило Н.Е. Жуковского.

Примеры решения аналогичных задач можно посмотреть в комментариях к заданию К7 по сборнику [1], а также в пособии [2] и учебниках по теоретической механике. Все выполняемые действия должны быть подробно описаны, а необходимые вычисления также подробно показаны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / Под ред. А.А. Яблонского. – М., 2003.
2. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. – М., 1975. – Ч.1.
3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М., 1974.
4. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. – М., 1979. – Т. 1.
5. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. – СПб., 2004. – Ч.1.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители: Веремейчик Андрей Иванович
Хвисевич Виталий Михайлович
Холодарь Борис Григорьевич

ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению расчетно-графических работ по теоретической механике раздел «Кинематика»

для студентов механических специальностей
1 - 36 01 01 – «Технология машиностроения», 1 - 36 01 03 – «Технологическое оборудование машиностроительного производства», 1 - 37 01 07 – «Автосервис», 1 - 37 01 06 – «Техническая эксплуатация автомобилей»

Ответственный за выпуск: *Хвисевич В.М.*

Редактор: *Строкач Т.В.*

Корректор: *Никитчик Е.В.*

Компьютерная верстка: *Веремейчик А.И.*, *Кармаш Е.Л.*

Подписано к печати 23.06.2009 г. Гарнитура Times New Roman. Усл. печ. л. 1,4. Уч. изд. л. 1,5. Заказ № 640. Тираж 75 экз. Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный технический университет».
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.