

Заключение. Представленные результаты верификации разработанной модифицированной деформационной модели [10, 11] на фоне опытных данных, полученных на стадии статического нагружения изгибаемых самонапряжённых бетонных элементов, подтвердили, что данная модель является адекватной, позволяет достоверно описать процесс связанного расширения во времени и может быть применена для прогнозирования параметров самонапряжения при проектировании элементов, выполненных из напрягающего бетона. Проведенные исследования показали, что при применении композитной арматуры в сочетании с напрягающим бетоном, удаётся повысить эффективность её использования за счёт создания выгодного исходного напряжённо-деформированного состояния. При этом, содержание композитной арматуры в сечении следует устанавливать на основании расчёта исходя из достижения требуемых параметров декомпрессии.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Distributed models of self-stress value in textile-reinforced self-stressing concrete / B. Wang [et al.]. – Construction and Building Materials Journal, 2016. – № 126. – P. 286–296.
2. Serviceability performance evaluation of RC flexural members improved by using low-shrinkage high-strength concrete / M. Tanimura [et al.]. – Journal of Advanced Concrete Technology, 2007. – № 2 (5). – P. 149–160.
3. Expansive (self-stressing) cements: in reinforced concrete. Purdue University, West Lafayette, Indiana, 1976. – 122 p.
4. Расширяющийся и напрягающий цементы и самонапряжённые железобетонные конструкции: монография / В.В. Михайлов, С.Л. Литвер. – Москва: Стройиздат, 1974. – 389 с.
5. Methods of estimating chemical prestress and expansion distribution in expansive concrete subjected to uniaxial restraint / Y. Tsuji. – Concrete Library of JSCE, 1984. – № 3. – P. 131–143.
6. Early age deformation and resultant induced stress in expansive high strength concrete / I. Hidetoshi [et al.]. – Journal of Advanced Concrete Technology, 2004. – Vol. 2, №2. – P. 155–174.
7. Confined expansion and bond property of micro-expansive concrete-filled steel tube columns / X. Kai-Cheng [et al.]. – The Open Civil Engineering Journal, 2011. – № 5. – P. 173–178.
8. Theoretical development of CP method in predicting expansive cement concrete cracking, Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures / Y. Ishikawa [et al.]. – Recent Advances in Fracture Mechanics of Concrete, 2010. – P. 398–405.
9. Модели, применяемые для расчёта связанных деформаций и самонапряжений в элементах из напрягающего бетона / В.В. Тур, О.С. Семенюк. – Вестник Брестского государственного технического университета, 2016. – №1 (97): Строительство и архитектура. – С. 53–69.
10. Early age strains and self-stresses of expansive concrete members under uniaxial restraint conditions / V. Semianjuk [et al.]. – Construction and Building Materials Journal, 2017. – №1 (131). – P. 39–49.
11. Собственные деформации и самонапряжения элементов из напрягающего бетона в условиях осевого ограничения / О.С. Семенюк, В.В. Тур. – Строительство и реконструкция, 2017. – № 2 (70), (в печати).
12. Цемент напрягающий. Технические условия: СТБ 1335-2002. – Введ. 01.04.2012. – Минск: РУП «Стройтехнорм», 2002. – 14 с.
13. Методы испытания цемента. Часть 1. Определение прочности: СТБ ЕН 196-1-2007. – Введ. 01.08.2007. – Минск: РУП «Стройтехнорм», 2007. – 30 с.
14. Бетоны. Часть 1. Требования, показатели, изготовление и соответствие: СТБ ЕН 206-1-2011. – Введ. 01.06.2012. – Минск: РУП «Стройтехнорм», 2012. – 67 с.
15. Бетоны напрягающие. Технические условия: СТБ 2101-2010. – Введ. 01.01.2011. – Минск: РУП «Стройтехнорм», 2011. – 23 с.
16. Методы испытаний бетона. Часть 3. Определение прочности на сжатие испытываемых образцов: СТБ ЕН 12390-3-2012. – Введ. 29.08.2012. – Минск: РУП «Стройтехнорм», 2013. – 19 с.
17. Guide for the Design and Construction of Concrete Structures Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars: CNR-DT 203/2006 / Rome: National Research Council. Advisory Committee on Technical Recommendations for Construction, June 2007. – 35 p.
18. Design and Construction of Building Components with Fibre-Reinforced Polymers: CAN/CSA-S806-02 / Toronto: Canadian Standards Association, 2002. – 187 p.

Материал поступил в редакцию 31.03.2017

TUR V.V., SIEMIENIUK O.S. Crack resistance parameters of the expansive concrete bending members

Testing results under static loading of the expansive concrete bending members reinforced with steel and FRP bars are presented in the paper. It was shown that obtained initial stress-strain state from the concrete expansion affects the crack resistance of the bending self-stressed member under the applied load mainly at the decompression stage. Proposed diagram method of the testing data analysis allowed to assess concrete elastic compressive strains that is equal to decompression strains. Comparison of the experimental and calculated in accordance with the proposed by the authors modified strains development model values of the crack resistance parameters has shown a good fit. It was stated that FRP bars in combination with expansive concrete allow to enhance performance of the structural members reinforced with FRP bars as it is realized in traditionally prestressed members.

УДК 624.014.27

Драган В.И., Глушко К.К.

МЕСТНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОСЛОЙНЫХ СЕТЧАТЫХ КУПОЛОВ С ЖЁСТКИМИ УЗЛАМИ ПРИ ДЕЙСТВИИ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ УЗЛОВОЙ НАГРУЗКИ

Введение. При проектировании сетчатых куполов необходимо производить проверочные расчёты для определения критических нагрузок, вызывающих различные виды потери устойчивости. Одним из видов является потеря устойчивости положения отдельных фрагментов – стержневых многогранников.

Необходимость рассмотрения местного изменения формы сетчатого купола при действии узловой нагрузки обусловлена тем, что статический расчёт и подбор сечений стержней всей конструкции был произведён без учёта этого явления. При прощелкивании отдельных

фрагментов наступает изменение расчётной схемы, поведение же купола с дефектами формы в изначальной расчётной схеме не рассматривалось. Таким образом при потере местной устойчивости происходит изменение напряжённо-деформированного состояния стержневой конструкции. Потеря местной устойчивости сетчатого купола является недопустимым явлением, поскольку нарушает целостность конструкции покрытия и герметичность кровли. Вопрос о потере местной устойчивости сетчатого купола может возникнуть при его реконструкции, в случае изменения узловых нагрузок наступает необходимость

Драган Вячеслав Игнатьевич, к.т.н., доцент, профессор кафедры строительных конструкций, первый проректор Брестского государственного технического университета.

Глушко Константин Константинович, аспирант кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

выявления скрытых запасов несущей способности.

Так, необходимо решить задачу, известную в строительной механике как задача типа «хлопок».

В подавляющем большинстве программных комплексов решение геометрически линейных и нелинейных задач деформирования строительных конструкций осуществляется при помощи метода Ньютона, модифицированного метода Ньютона, хорошо решающих только задачи монотонного характера. При решении задач немонотонного характера результаты использования упомянутых методов неизвестны [1].

Сложность нахождения критической нагрузки в конечно-элементных программных комплексах для инженерных расчётов строительных конструкций затруднено тем, что исследователем всегда задаётся нагрузка, перемещения узлов системы является искомыми величинами. Поскольку критическая узловая нагрузка является величиной неизвестной, способов её назначения может быть великое множество. Так, назначенная нагрузка определённой величины, полученная по результатам сбора нагрузок на покрытие, может оказаться больше критической. В случае, если необходимо определить её точное значение, нужно задавать узловую нагрузку на сетчатый купол с некоторым шагом, производя геометрически нелинейные расчёты. Если сетчатый купол имеет большое количество стержней, то расчёт всей конструкции ради определения критической нагрузки лишь одного фрагмента может занять довольно длительное время и верный результат не может быть гарантирован.

В работе [2] были подробно описаны результаты, полученные авторами этих статей экспериментально и произведено сравнение с ними математической модели, предложенной Suzuki T, Ogawa T, Ikarashi K. в работе [3]. В той же работе [2] приведены результаты эксперимента по определению критической нагрузки, вызывающей прощёлкивание стержневого многогранника при приложении на купол неравной по величине узловой нагрузки.

Можно рассмотреть два верхних яруса купола, считая, что узлы являются твёрдыми телами, длины стержней значительно не отличаются, нагрузка является неравномерной, но осесимметричной. Влияние поворота и смещения узлов и воздействий от приложенной узловой нагрузки далее, чем второго кольцевого ряда узлов на усилия в стержнях выше первого кольцевого ряда узлов минимально, погрешность в таком случае является меньше максимального значения вычислительной погрешности, что было математически обосновано в работах [3, 4, 5] и наглядно представлено при сравнении экспериментально полученных результатов и математической модели в статье [2]. Также влиянием угловых перемещений стержней третьего и более дальних ярусов на поворот узлов второго и первого ярусов можно пренебречь.

Представленный ниже метод расчёта следует применять в случае осесимметричной узловой нагрузки на узлы купола, значение которой одинаково в одном отдельно взятом кольцевом сечении, но разное между соседними кольцевыми сечениями купола. Частным случаем является нагружение купола постоянной по значению узловой нагрузкой. На рисунке 1 показан рассматриваемый двухъярусный фрагмент сетчатого купола.

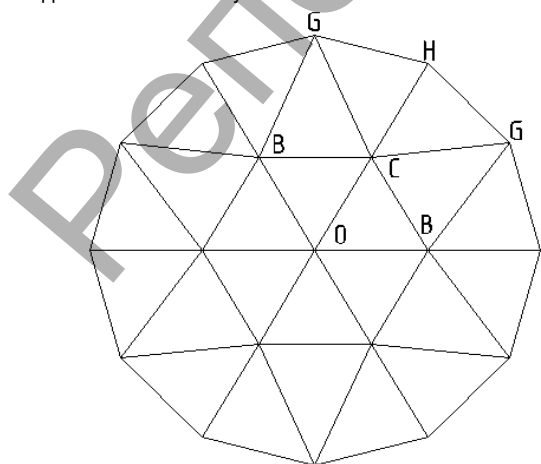


Рисунок 1 – Рассматриваемый фрагмент сетчатого купола

Необходимо в первую очередь рассмотреть действие моментов в характерных стержнях рассматриваемого фрагмента: в стержнях OC , BC , CH , CG при приложении нагрузки в точку O . Рассмотрим стержень OC на рисунке 2.

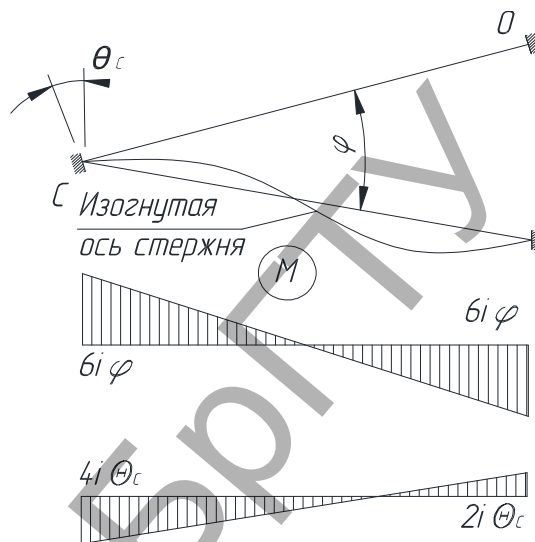


Рисунок 2 – Эпюры моментов при смещении опоры O стержня OC

Суммируя эпюры моментов, можно получить систему уравнений следующего вида:

$$\begin{cases} M_O^{CO} = 6i\beta\chi - 2i\theta_c \\ -M_C^{CO} = -6i\beta\chi + 4i\theta_c, \\ \bar{Q}^{CO} = 12\frac{\chi}{n} - 6\frac{\theta_c}{\beta \cdot n} \end{cases} \quad (1)$$

где M_O^{CO} , M_C^{CO} – изгибающие моменты в точках C и O стержня CO , $\beta\chi = \varphi$ – угол поворота хорды стержня, i – погонная жёсткость стержня, θ_c – угол поворота торца C , $n = \beta^2\lambda^2$, $\lambda = \frac{c}{\rho}$ – отношение длины стержня и радиуса инерции сечения в радиальной плоскости, $\bar{Q}^{CO} = Q^{CO} / (\beta^3 EA)$ – отношение величины поперечной силы к жёсткости на растяжение-сжатие.

Полагая, что стержень CH расположен в одной плоскости со стержнем CO , можно вычислить моменты в нём. На рисунке 3 изображена схема деформирования стержня CH и эпюры моментов от отдельных перемещений.

Суммируя эпюры, можно выразить величины действующих моментов на торцах стержня CH :

$$\begin{cases} M_C^{CH} = 6i\psi - 4i\theta_c - 2R_H M_H^{CH} \\ -M_H^{CH} = -6i\psi + 2i\theta_c + 4R_H M_H^{CH} \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $R_H M_H^{CH} = i\theta_H$.

Выражая величины изгибающих моментов, можно выразить величину действующей поперечной силы, вводя обозначение $\eta = \frac{\psi}{3\beta}$, где 3β – угол наклона стержня CH к горизонту в недеформированной схеме:

$$\begin{cases} M_C^{CH} = 18i\beta\eta \frac{1+2R_H}{1+4R_H} - 4i\theta_C \frac{1+3R_H}{1+4R_H} \\ -M_H^{CH} = \frac{-18i\beta\eta + 2i\theta_C}{1+4R_H} \\ \bar{Q}^{CH} = -36 \frac{\eta}{n} \frac{1+R_H}{1+4R_H} + 6 \frac{\theta_C}{\beta \cdot n} \frac{1+2R_H}{1+4R_H} \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $\bar{Q}^{CH} = \frac{Q^{CH}}{EA}$.

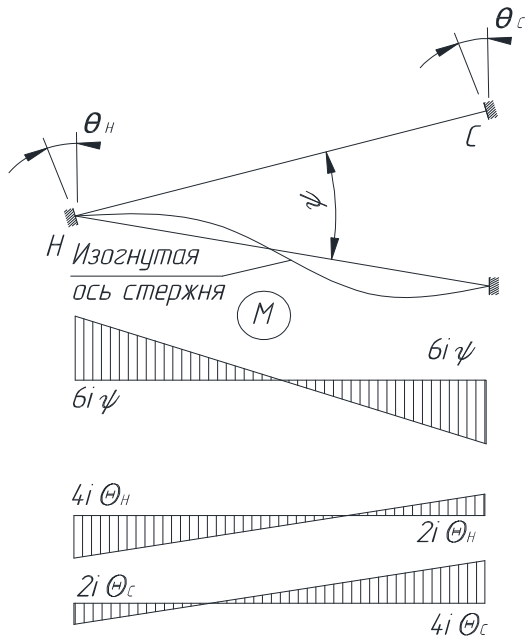


Рисунок 3 – Эпюры моментов при смещении опоры С стержня CH

Точно таким же образом можно получить выражения для вычисления изгибающих моментов и поперечных сил в стержне CG, учитывая, что угол поворота торца С стержня CG можно выразить как $\theta_C^{CG} = \theta_C \cos \gamma$. Здесь $\gamma = \angle GCH$. Выражения для моментов и поперечной силы, отнесённой к жёсткости на растяжение-сжатие, можно получить в виде, подобно уравнениям (3):

$$\begin{cases} M_C^{CG} = 18i\beta\eta \frac{1+2R_G}{1+4R_G} - 4i\theta_C \cos \gamma \frac{1+3R_G}{1+4R_G} \\ -M_H^{CG} = \frac{-18i\beta\eta + 2i\theta_C \cos \gamma}{1+4R_G} \\ \bar{Q}^{CG} = -36 \frac{\eta}{n} \frac{1+R_G}{1+4R_G} + 6 \frac{\theta_C \cos \gamma}{\beta \cdot n} \frac{1+2R_G}{1+4R_G} \end{cases} \quad (4)$$

В стержне BC также возникают моменты при повороте торцов B и C, вызванные поворотом опоры C (B), перемещение хорды будет происходить параллельно самой себе, так как точки B и C при осесимметричной нагрузке получают одинаковые перемещения. На рисунке 4 показаны эпюры моментов в стержне BC при повороте каждого из торцов.

Суммируя эпюры моментов, можно получить систему уравнений следующего вида для стержня BC:

$$\begin{cases} M_C^{BC} = -4i\theta_C \cos \delta + 2i\theta_C \cos \delta = -2i\theta_C \cos \delta \\ M_C^{BC} = -4i\theta_C \cos \delta + 2i\theta_C \cos \delta = -2i\theta_C \cos \delta, \\ \bar{Q}^{BC} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

где $\cos \delta$ – косинус угла $\angle BCO$.

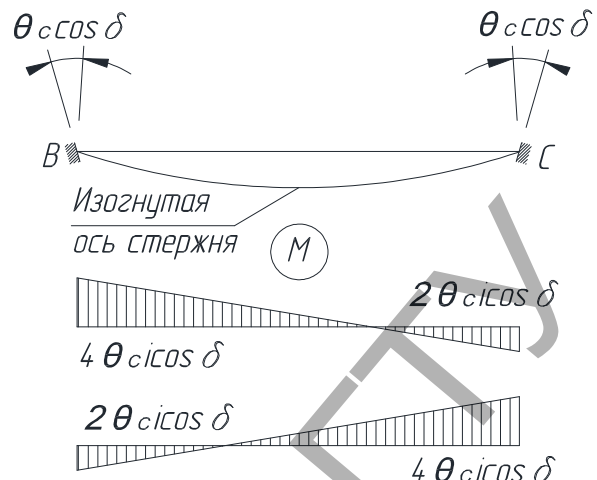


Рисунок 4 – Эпюры моментов в стержне BC

Теперь, зная величины всех действующих моментов в узле C и учитывая, что сосредоточенные моменты в этом узле отсутствуют, можно составить уравнение равновесия узла, приравняв суммы моментов слева и справа от него для выражения угла поворота узла C θ_C относительно переменных χ и η :

$$M_C^{CO} - 2M_C^{BC} \cos \delta = M_C^{CH} + 2M_C^{CG} \cos \gamma. \quad (6)$$

Приводя подобные, можно выразить угол поворота торца стержня OC в точке C через угол поворота хорды этого стержня:

$$\theta_C = \frac{\theta_C}{\beta} = \frac{3}{2} \frac{3\eta \left(2\cos \gamma \frac{1+2R_G}{1+4R_G} + \frac{1+2R_H}{1+4R_H} \right) + \chi}{1 + \cos^2 \delta + 2\cos^2 \gamma \frac{1+3R_G}{1+4R_G} + \frac{1+3R_H}{1+4R_H}}. \quad (7)$$

Поскольку в уравновешивании внешних сил, приложенных к сетчатой конструкции, принимают участие не только поперечные силы, но и проекции продольных сил на ось действия внешних нагрузок, то следует рассмотреть процесс изменения продольных сил от деформаций системы. В рассматриваемом случае силы, вызывающие сжатие, следует считать положительными, растяжение – отрицательными.

Для дальнейшего рассмотрения продольных деформаций в стержнях типа CH и CG можно рассмотреть законы движения этих стержней и рассмотреть равновесие узла C в плоскости горизонтальной проекции и вертикальной плоскости. Поскольку поперечные силы в плоскости, касательной к описанной вокруг сетчатой конструкции поверхности в рассматриваемой точке несоизмеримо меньше продольных сил, то поперечными силами, рассматривая систему сходящихся сил, можно пренебречь. Учитывая, что угол наклона стержней типа OC к горизонту равен β , стержней типа CH, CG – 3β , можно приравнять горизонтальные проекции продольных сил в этих стержнях. Необходимо составить уравнения равновесия сил в узле C, проецируя силы на горизонтальную и вертикальную оси:

$$\begin{cases} N_{CH} + 2N_{CG} \cos \gamma - 2N_{BC} \cos \delta - N_{CO} = 0 \\ -N_{CO} \beta (1-\chi) + 2N_{CG} 3\beta(1-\eta) + N_{CH} 3\beta(1-\eta) - 2Q_{CG} - Q_{CH} - Q_{CO} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

При малом угле отклонения хорды $\varphi \ll \beta$ можно утверждать, что первое уравнение равенств (8) является приближённой записью, полагая $\cos 3\beta = \cos(\beta - \varphi) = 1$, принимая во внимание, что угол $0^\circ < \beta < 7^\circ$. Погрешность использования приближённого равенства относительно точной его записи составит практически от 0 до 2,3%.

Необходимо выделить треугольник из стержней OCB и рассмотреть его отдельно при приложении сосредоточенной нагрузки в узел O. На рисунке 5 изображена схема деформирования стержней и замкнутый многоугольник сил.

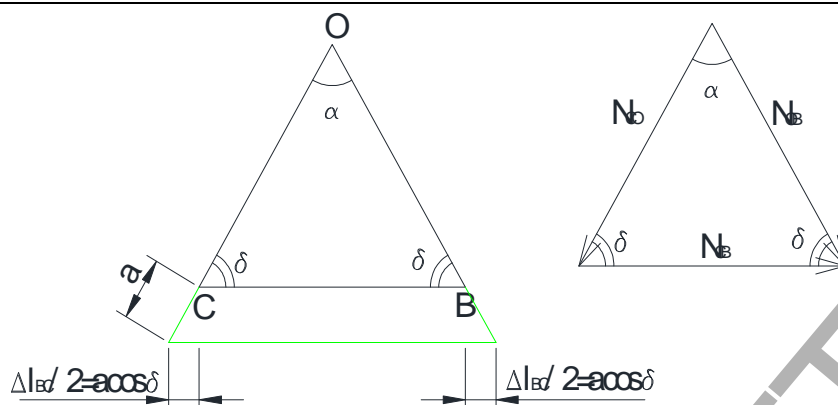


Рисунок 5 – Деформирование стержней первого яруса и замкнутый многоугольник продольных сил

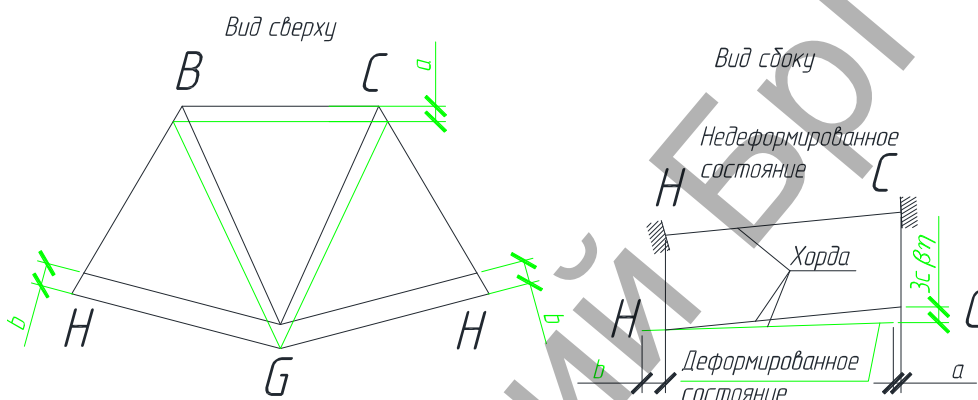


Рисунок 6 – Деформирование стержней второго яруса от нагрузки, приложенной в узел O

Следует сразу отметить, что максимальный порядок смещения опор C и B – величины a равняется $10^{-3} - 10^{-5}$ м, угловое перемещение хорды стержня CH – $10^{-3} - 10^{-5}$ рад. Влияние проекций поперечных сил в стержнях второго яруса на направление стержней первого, возникающие из-за углового перемещения хорд стержней CG и CH на величину перемещения a будут несоизмеримо малы в силу малости этого углового отклонения, как было показано при выводе формулы (3). Так, можно считать, что величина a вызвана лишь растяжением контура из стержней типа BC. Следует рассмотреть деформирование стержня OC при его движении в радиальной плоскости:

$$\Delta l_{OC} = \Delta l_n + a, \quad (9)$$

где Δl_{OC} – деформация укорочения стержня OC, $\Delta l_n = \beta^2 \chi (1 - \frac{1}{2} \chi) c$ – деформация укорочения между неподвижными в горизонтальном направлении, но подвижными в вертикальном опорами O и C. Эта формула была получена В. А. Савельевым при решении подобной задачи.

Поскольку отдельной стержневой многогранник является полугим, то углы наклона его стержней к касательной плоскости к поверхности в узловых точках сетчатой конструкции будут малыми. В таком случае синусы и косинусы этих углов можно свести к полиномам, используя преобразования их ряд Тейлора-Маклорена.

$$\begin{cases} \cos(\beta - \varphi) \approx 1 - \frac{(\beta - \varphi)^2}{2!} + \frac{(\beta - \varphi)^4}{4!} - \dots \\ \sin(\beta - \varphi) \approx (\beta - \varphi) - \frac{(\beta - \varphi)^3}{3!} + \frac{(\beta - \varphi)^5}{5!} - \dots \end{cases} \quad (10)$$

Ограничиваясь первыми членами ряда можно принять, что $\cos(\beta - \varphi) \approx 1$, $\sin(\beta - \varphi) \approx (\beta - \varphi)$, исключая малые высших порядков. Учитывая, что $a = \frac{\Delta l_{BC}}{2 \cos \delta}$, можно получить следующее выражение:

$$\Delta l_{OC} = \beta^2 \chi (1 - \frac{1}{2} \chi) c + \frac{\Delta l_{BC}}{2 \cos \delta}. \quad (11)$$

Деля полученное выражение на длину стержня, можно получить выражение для определения продольной деформации стержня OC.

$$\epsilon_{OC} = \beta^2 \chi (1 - \frac{1}{2} \chi) + \frac{\epsilon_{BC}}{2 \cos \delta}. \quad (12)$$

При движении хорды стержня CH в радиальной плоскости, можно точно также выразить величину его продольной деформации. На рисунке 6 изображена схема деформирования стержней и многоугольник сил.

Подобно выражению (11) можно записать выражение для определения продольной деформации стержня CH:

$$\epsilon_{CH} = 9\beta^2 \eta \left(1 - \frac{1}{2} \eta \right) - \frac{a}{c} - \frac{b}{c}, \quad (13)$$

где $\frac{b}{c}$ – отношение перемещения узла H в горизонтальной проекции к длине стержня. Эта величина может быть записана в виде следующего выражения:

$$\frac{b}{c} = \frac{\epsilon_{GH}}{2 \cos \tau} = \frac{\epsilon_{CH}}{2} \frac{\cos \frac{\nu}{2}}{\cos^2 \tau}, \quad (14)$$

где ν – угол $\angle BGC$, τ – угол $\angle CHG$. В свою очередь продольную силу стержня GH можно определить, рассмотрев равновесие узла H в проекционной плоскости:

$$N_{CH} = 2N_{GH} \cos \tau \Rightarrow \varepsilon_{CH} = 2\varepsilon_{GH} \cos \tau. \quad (15)$$

Теперь уравнение (12) может быть переписано с учётом выше изложенных формул:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{CH} &= 9\beta^2 \eta \left(1 - \frac{1}{2}\eta\right) - \frac{\varepsilon_{BC}}{2\cos\delta} - \frac{\varepsilon_{CH}}{4\cos^2\tau} \Rightarrow \varepsilon_{CH} = \\ &= 2\cos^2\tau \frac{18\beta^2 \eta \left(1 - \frac{1}{2}\eta\right) - \frac{\varepsilon_{BC}}{\cos\delta}}{1 + 4\cos^2\tau}. \end{aligned} \quad (16)$$

Таким же образом можно выразить продольную деформацию стержня CG.

$$2\varepsilon_{CG} \cos \frac{\nu}{2} = 2\varepsilon_{GH} \cos \tau = \varepsilon_{CH}. \quad (17)$$

Окончательно продольную деформацию стержня CG можно выразить в виде следующего выражения с учётом выражений (15) и (16):

$$\varepsilon_{CG} = \frac{\cos^2\tau}{\cos \frac{\nu}{2}} \frac{18\beta^2 \eta \left(1 - \frac{1}{2}\eta\right) - \frac{\varepsilon_{BC}}{\cos\delta}}{1 + 4\cos^2\tau}. \quad (18)$$

Подставляя все найденные величины в первое уравнение системы (8), можно определить величину продольной деформации стержня BC.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{BC} &= \beta^2 \frac{-\chi \left(1 - \frac{1}{2}\chi\right) + \frac{18\eta \left(1 - \frac{1}{2}\eta\right) \cos^2\tau \left(1 + \frac{2\cos\gamma}{\cos \frac{\nu}{2}}\right)}{2\cos\delta + \frac{1}{2\cos\delta} + \frac{\cos^2\tau}{\cos\delta(1 + 4\cos^2\tau)} \left(1 + \frac{2\cos\gamma}{\cos \frac{\nu}{2}}\right)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Теперь необходимо использовать второе уравнение системы (8), чтобы определить зависимость параметра прогиба η от параметра прогиба χ .

$$-\bar{\varepsilon}_{CO}(1-\chi) + 6\bar{\varepsilon}_{CG} + 3\bar{\varepsilon}_{CH} - 2\bar{Q}_{CG} - \bar{Q}_{CH} - \bar{Q}_{CS} = 0. \quad (20)$$

Здесь $\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}}{\beta^2}$. Для каждого фиксированного параметра χ ,

используя выражение (20), можно вычислить соответствующий ему параметр η .

Рассматривая приложение нагрузки в узлы типа C (B) отдельно от приложения нагрузки в узел O, также будет необходимо рассмотреть поворот хорды стержня OC в радиальной плоскости. Следует учесть, что при приложении нагрузки в узел C хорда стержня OC и узел C будут поворачиваться на другие углы по отношению к рассмотренному выше случаю. Поэтому следует заменить величины безразмерных параметров прогибов χ на ζ , η на κ . Также моменты и поперечные силы в стержнях типа CO, CH, CG противоположны по направлению в случае приложения нагрузки в узел O и в узлы типа C.

Отдельно следует рассмотреть внутренние усилия, возникающие в рассмотренных ранее стержнях от нагрузки, приложенной в узлы типа C (B). В первую очередь следует рассмотреть напряжённо-деформированное состояние стержня OC. Поскольку узловая нагрузка в узле O отсутствует, то вырезав этот узел и рассмотрев отдельно его равновесие, можно сделать вывод, что вертикальная проекция поперечной силы в стержне равна вертикальной проекции продольной силы. С учётом малости углов между осями стержней и горизонтальной плоскостью, можно составить следующее выражение:

$$N_{CO}\beta(1-\zeta) = Q_{CO} \Rightarrow \varepsilon_{CO} = 12 \frac{\zeta}{\lambda^2(1-\zeta)} - 6 \frac{\Theta_C}{(1-\zeta)\lambda^2}. \quad (21)$$

Учитывая, что величину продольной деформации стержня CO можно выразить через движение хорды стержня в радиальной плоскости, можно выразить позже величину продольной деформации стержней типа BC.

$$\varepsilon_{CO} = 12 \frac{\zeta\beta^2}{n(1-\zeta)} - 6 \frac{\Theta_C\beta^2}{(1-\zeta)\cdot n} = \beta^2\zeta \left(1 - \frac{1}{2}\zeta\right) + \frac{a}{c}. \quad (22)$$

Здесь величина a обозначает величину смещения конца C стержня OC. Учитывая, что $a = \frac{\Delta l_{BC}}{2\cos\delta}$, можно выразить величину продольной деформации стержня BC.

$$\varepsilon_{CO} = \beta^2\zeta \left(1 - \frac{1}{2}\zeta\right) + \frac{\varepsilon_{BC}}{2\cos\delta}. \quad (23)$$

Величину продольной деформации стержня CH можно выразить подобно выражениям (15) и (16), учитывая, что смещение узла C а происходит в противоположном направлении относительно ситуации, рассмотренной выше. На рисунке 7 изображена схема деформирования рассматриваемых стержней.

$$\varepsilon_{CH} = \cos^2\tau \frac{18\beta^2\kappa \left(1 - \frac{1}{2}\eta\right) - \frac{\varepsilon_{BC}}{\cos\delta}}{1 + 4\cos^2\tau}. \quad (24)$$

Продольную деформацию стержня CG можно найти, пользуясь рисунком 6 и выражениями (16) и (23):

$$\varepsilon_{CG} = \frac{\cos^2\tau}{\cos \frac{\nu}{2}} \frac{18\beta^2\kappa \left(1 - \frac{1}{2}\kappa\right) - \frac{\varepsilon_{BC}}{\cos\delta}}{1 + 4\cos^2\tau}. \quad (25)$$

Составляя уравнение равновесия узла C в горизонтальной плоскости, можно выразить продольную деформацию стержня BC. При приведении подобных в полученном выражении, зависимость, определяющая величину продольной деформации стержня BC является подобной ранее полученному выражению (19), в котором необходимо заменить величины безразмерных параметров прогибов χ на ζ , η на κ . Как видно из изложенных выше выражений, продольные деформации стержней определяются по одним и тем же формулам для различных вариантов нагружения.

Взаимосвязь между переменными κ и ζ можно осуществить, приравняв выражения (23) и (22) с учётом выражения (19).

$$\zeta \left(1 - \frac{1}{2}\zeta\right) - \frac{\varepsilon_{BC}}{2\beta^2\cos\delta} + \frac{12\zeta}{n(1-\zeta)} - \frac{6\Theta_C}{n(1-\zeta)} = 0. \quad (26)$$

В силу сложности разделения переменных величин безразмерных параметров прогибов ζ и κ , следует задаваться значением переменной ζ , значение же переменной κ следует вычислять методом подбора так, чтобы равенство (26) удовлетворялось.

Зная значения узловых нагрузок в узлах O и C, можно определить взаимосвязь между переменными долями от угла подъёма стержня CO к горизонту:

$$\omega = \frac{P_C}{kP_O}. \quad (27)$$

Здесь ω ζ отношение нагрузки в узле C к нагрузке O, полученных по результатам сбора нагрузок, k – количество стержней, соединённых в узле O. Взаимосвязь между переменными величинами безразмерных параметров прогибов стержней первого и второго яруса при любом соотношении нагрузок можно вычислять по формуле (27), формулы (26) и (20) годятся только для рассмотренных выше частных случаев, в случае которых ими пользоваться несколько проще.

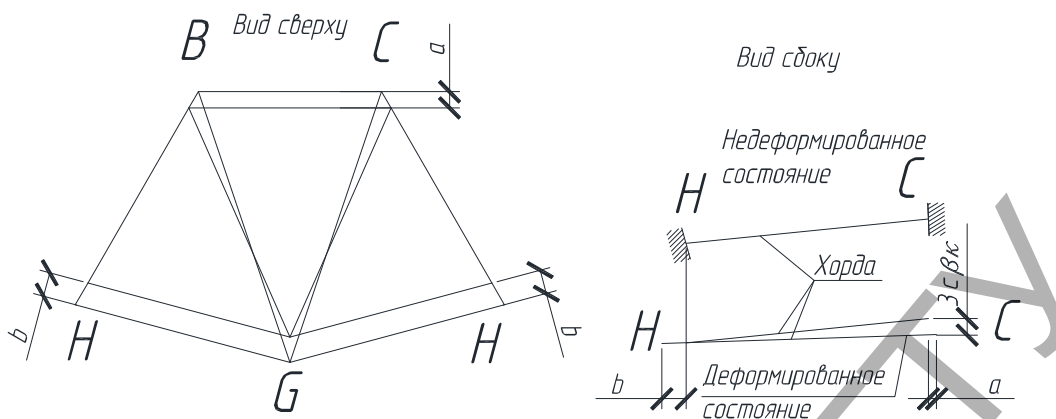


Рисунок 7 – Деформирование стержней второго яруса от нагрузки, приложенной в узлы типа С

Следует отметить, что сложение воздействий от нагрузок, приложенных в узлы типа О и С (В) отдельно, неравномерно, поскольку внутренние силы и прогибы не являются линейными функциями и принцип суперпозиции в этом случае не применим.

Реактивное усилие, равное по величине узловой нагрузке в рассматриваемом узле, можно найти из суммы внутренних усилий:

$$\begin{cases} P_o = N_{co}\beta(1-\nu) + Q_{co} \\ P_c = (N_{ch} + 2N_{cg})3\beta(1-\nu) - N_{co}\beta(1-\nu) - Q_{co} - Q_{ch} - 2Q_{cg} \end{cases} \quad (28)$$

Здесь N_{co}^o – продольная сила в стержне CO, вызванная узловой нагрузкой, приложенной в узел O, Q_{co}^o – поперечная сила в стержне CO, вызванная приложением в узел O узловой нагрузки, другие величины усилий, входящие в систему (28) обозначены подобным образом.

Выражение (27) можно переписать с учётом системы (28) в следующем виде для удобства использования:

$$\omega = \frac{\bar{P}_c}{k\bar{P}_o}, \quad (29)$$

где величины \bar{P}_c и \bar{P}_o являются безразмерными параметрами нагрузки и определяются следующим образом:

$$\begin{cases} P_o = \bar{\epsilon}_{co}(1-\nu) + \bar{Q}_{co} \\ P_c = 3(\bar{\epsilon}_{ch} + 2\bar{\epsilon}_{cg})(1-\nu) - \bar{\epsilon}_{co}(1-\nu) - \bar{Q}_{co} - \bar{Q}_{ch} - 2\bar{Q}_{cg} \end{cases} \quad (30)$$

где $\bar{\epsilon}_{co}^o = \frac{N_{co}^o}{\beta^2 EA}$, $\bar{Q}_{co}^o = \frac{Q_{co}^o}{\beta^3 EA}$ – безразмерные параметры

внутренних усилий в стержнях сетчатой конструкции, другие параметры внутренних усилий в системе (30) обозначены подобным образом, ν, ν – безразмерные параметры прогибов для стержней CO и CH, CG. Эти обозначения следует подставлять в выражения для определения продольных деформаций, моментов и поперечных сил вместо χ и η соответственно. Взаимосвязь между величинами ν и ν следует находить путём подбора одной из переменных относительно другой, используя выражения (29) и (30).

Потеря местной устойчивости купола произойдёт, если перемещение узла O под нагрузкой при выполнении стержневого многогранника с узлом O в центре и узлами типа С (В) в основании превысит стрелку подъёма многогранника в недеформированном состоянии. Это условие можно записать в виде следующего выражения:

$$\nu < 1. \quad (31)$$

Состояние рассматриваемого многогранника будет выпуклым, если выражение (31) будет удовлетворяться и вогнутым в противном случае. Выпуклое состояние рассматриваемого фрагмента соответствует устойчивому состоянию, вогнутое – неустойчивому.

Как уже было отмечено, что изгибающие моменты в радиальной плоскости сетчатой конструкции в стержнях типа CO, CH, CG противоположны по направлению в случае приложения нагрузки в узел O и в узлы типа С. Из этого следует вывод, что в каждой сетчатой конструкции существует такое соотношение нагрузок в узлах типа O и С ω , что результирующие изгибающие моменты в рассматриваемых стержнях могут в большей или меньшей мере уменьшаться по сравнению со случаем, если нагрузки будут прикладываться отдельно. В случае чистого изгиба или полного отсутствия моментов в системе в процессе деформирования внешняя узловая нагрузка может быть уравновешена только продольными силами, процесс потери местной устойчивости сетчатой конструкции произойдёт подобно системе с шарнирными узлами, т.е. без действия поперечных сил. При значении узловой нагрузки в узле O близкой к критической величине резко возрастают величины перемещений узлов, малейшее приращение узловой нагрузки может вызвать значительное приращение перемещений и как следствие – достижение предела текучести материала стержней.

Заключение

1. Разработанный алгоритм определения критических нагрузок, вызывающих потерю местной устойчивости позволяет максимально точно учитывать влияние на деформированное состояние рассматриваемого многогранника различных по значению узловых нагрузок.
2. Процесс перемещения рассматриваемого узла относительно соседних, расположенных в первом кольцевом сечении в общем случае не будет связан с пропорциональным приращением внутренних усилий в стержнях.
3. На геометрически нелинейный процесс деформирования стержневых многогранников в значительной мере влияют изгибная жёсткость стержня, его длина, начальный угол между стержнем и касательной плоскостью к сетчатому куполу в центре узла, метод формообразования сетчатой конструкции
4. Выявлено, что направления действия изгибающих моментов, возникающих в стержнях при приложении нагрузки в верхний узел и в узлы первого сверху яруса, противоположны; следовательно существует такое соотношение между нагрузками в указанных узлах ω , при котором величины изгибающих моментов будут малы или вовсе отсутствовать, поперечные силы в стержнях, соединённых в узле-вершине будут малы либо отсутствовать (при отсутствии изгибающих моментов или в случае чистого изгиба), как следствие внешняя узловая нагрузка может быть уравновешена только продольными силами.
5. В силу изложенного явления в п.4 при незначительных моментах и поперечных силах в системе, потеря местной устойчивости сетчатого купола возможна в упругой стадии, вопреки утверждению, изложенному в труде [6], подобно потере местной устойчивости куполов с шарнирными узлами, поскольку внешняя нагрузка вызывает преимущественно продольные силы, и как следствие, продольные деформации стержней.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Городецкий, А. С. Компьютерные модели сооружений : А. С. Городецкий, И. Д. Езеров. – Киев : Факт, 2005. – 344 с.
2. Lopez, A. Numerical model and experimental tests on single-layer latticed domes with semi-rigid joints / Lopez A., Puente I., Serna M. A. // Computers and Structures 85 (2007). – P. 360–374.
3. Suzuki T, Ogawa T, Ikarashi K. Elastic buckling analysis of rigidly jointed single-layer reticulated domes with random initial imperfection. Int J SpaceStruct 1992;7(4). – P. 265–273.
4. Журавлёв, А. А. Пространственные деревянные конструкции : А. А. Журавлёв, Г. Б. Вержбовский, Н. Н. Ерёменко. – Ростов-на-Дону : РГСУ, 2003. – 518 с.
5. Кимсуор, Л. Устойчивость стержневых конструкций сферических оболочек в форме выпуклых многогранников : автореф. дис. ... к-та техн. наук : 05.23.01 / Л. Кимсуор. – Ростов-на-Дону, 2006. – 23 с.
6. Лепницкий, М. Е. Купола (расчёт и проектирование) : практическое пособие / М. Е. Лепницкий, М. Е. Дьяков. – Ленинград : Стройиздат, 1973. – 129 с.

Материал поступил в редакцию 08.02.2017

DRAGAN V.I., GLUSHKO K.K. Local stability of single-layer mesh domes with rigid knots at action of axisymmetric nodal loading

Determining the relationship between the load nodes and internal forces in the rods fragment of the dome in a radial plane at the geometrically non-linear deformation process when fragments of unequal value of the nodal load.

УДК 624.012.4 : 620.179 : 005.584.1

Снежков Д.Ю., Леонович С.Н.

КОМБИНИРОВАНИЕ НЕРАЗРУШАЮЩИХ МЕТОДОВ ИСПЫТАНИЯ БЕТОНА

Введение. Основная проблема неразрушающих испытаний прочности бетона конструкций заключается в том, что измерительные процессы известных неразрушающих методов испытания [1, 2, 3] не являются адекватными по напряженно-деформированному состоянию бетона в зоне контроля ни друг другу, ни процессу прессового испытания бетонного образца на одноосное сжатие по ГОСТ 10180-90 [4]. Проявляется это в том, что косвенные параметры разных неразрушающих методов испытаний подвержены влиянию изменений физико-механических свойств контролируемого бетона в разной степени. Это значит, что оценки прочности неразрушающими методами будут зависеть не только от фактической прочности бетона (определяемой прессовыми испытаниями образцов), но и от других его параметров: модуля упругости, динамической вязкости, структурной неоднородности и др. В то же время чувствительность к указанным параметрам у методов испытаний имеющих различие в физической основе тоже разная. Данное обстоятельство, с одной стороны, позволяет говорить о селективной чувствительности того или иного неразрушающего метода к контролируемым физико-механическим параметрам бетона, а с другой, - открывает возможности повышения точности и достоверности контроля путем объединения (комбинирования) нескольких неразрушающих методов. Особую актуальность вопрос достоверности контроля приобретает в условиях монолитного строительства, где учет факторов, приводящих к вариации прочностных показателей бетона, затруднен как по причинам технического и технологического характера, так и вследствие проявления так называемого «человеческого фактора».

Под комбинированным контролем обычно понимается многопараметровый контроль, объединяющий данные нескольких, физически различающихся методов испытаний в общую оценку контролируемого параметра. Исходным пунктом решения задачи комбинирования нескольких неразрушающих методов испытаний бетона является подбор методов, обладающих свойством *комплементарности* (взаимной дополнителности) [5, 6], выражающемся во взаимной полной или частичной компенсации некоторых погрешностей при определении прочности бетона.

Алгоритмы комбинирования. Имеется ряд публикаций [7, 8], в которых рассматриваются алгоритмы объединения на уровне косвенных параметров ультразвукового импульсного метода и метода упругого отскока, - так называемый *SonReb* метод. Прочность бетона

f_c рассматривается как функция двух косвенных параметров - скорости ультразвукового импульса V и индекса отскока R . Большое [9, 10] многообразие зависимостей $f_c = F(V, R)$ свидетельствует о значительной неопределенности результата объединения методов. Поэтому, несмотря на лучшую статистику результатов оценки прочности бетона в сравнении с каждым из методов в отдельности, *SonReb* метод не введен в стандарты Евросоюза.

Другой подход [5, 6, 11] основан на объединении не косвенных параметров методов, а полученных каждым из методов оценок прочности бетона. Методически подбор комплементарных методов и алгоритм их объединения может базироваться:

- на основе статистического анализа массива экспериментальных данных испытаний одних и тех же образцов бетона разными методами при достаточно широком спектре факторов вариации прочности, анализируя результаты испытания образцов на предмет их корреляции;
- на основе анализа физики процессов, лежащих в основе изменений прочности бетона, уточняя характер влияния переменных факторов на косвенные параметры рассматриваемых методов испытаний, включая в комплекс те методы, у которых чувствительность к переменным факторам разного знака.

Обе методики образования комплекса приводят в итоге к одинаковому алгоритму объединения - с использованием весовых коэффициентов, - так называемому аддитивному объединению (рис. 1) вида

$$f_{c,j} = \frac{\sum_j (\mu_j \cdot f_{c,j})}{\sum_j \mu_j} = \sum_j (\omega_j \cdot f_{c,j}), \quad (1)$$

где $f_{c,j}$ - оценка прочности бетона j -м методом; μ_j - весовой коэффициент j -го метода.

Алгоритм (1) при статистическом подходе является фактически алгоритмом обработки массива данных неравноточных измерений. В качестве весовых коэффициентов используются величины обратно пропорциональные дисперсиям оценок прочности $f_{c,j}$.

Трудности определения весовых коэффициентов на основе репрезентативного массива данных испытаний заключаются не только в большом объеме экспериментальной работы, но и в необходимости учета неисклученных систематических погрешностей, которые должны рассматриваться как случайные величины и могут быть

Снежков Дмитрий Юрьевич, к.т.н., доцент кафедры технологии строительного производства Белорусского национального технического университета, e-mail: snezhkov-d-u@yandex.ru.

Леонович Сергей Николаевич, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой технологии строительного производства Белорусского национального технического университета, e-mail: SLeonovich@mail.ru.

Беларусь, БНТУ, 220013, г. Минск, пр. Независимости, 65.

Строительство и архитектура