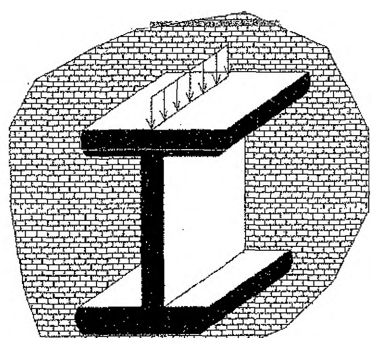
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра сопротивления материалов и теоретической механики

ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению контрольных работ
по курсу ***"Сопротивление материалов"***
для студентов строительных специальностей
заочной формы обучения



Брест 2008

УДК 539.3/8

Курс «Сопротивление материалов» является одной из фундаментальных дисциплин при подготовке инженеров строительных и других специальностей.

С целью закрепления теоретического материала и приобретения навыков инженерных расчетов студентами выполняются контрольные, курсовые и другие работы по основным разделам курса.

Предлагаемые задания и методические указания к контрольным работам рекомендуются для студентов специальностей 1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство»; 1-70 01 01 «Автомобильные дороги»; 1- 70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов» заочной формы обучения и позволяют индивидуализировать и активизировать самостоятельную работу студентов при изучении курса "Сопротивление материалов".

Составители: П.И. Соловей, доцент
В.М. Хвисевич, доцент, к.т.н.

Рецензент: кафедра сопротивления материалов и теории упругости Белорусского Национального технического университета.

Введение

Сопротивление материалов – наука о прочности, жесткости и устойчивости отдельных элементов конструкций (сооружений и машин).

Инженеру любой специальности часто приходится производить расчеты на прочность. Неправильный расчет самой незначительной, на первый взгляд, детали может повлечь за собой очень тяжелые последствия – привести к разрушению конструкции в целом. При проведении расчетов на прочность необходимо стремиться к сочетанию надежности работы конструкции с ее дешевизной, добиваться наибольшей прочности при наименьшем расходе материала.

Задания и методические указания к контрольным работам соответствуют учебным планам специальностей 1-70 02 01, 1-70 03 01 и 1-70 04 03 и охватывают основные разделы курса «Сопротивление материалов», которые изучаются студентами – заочниками на третьем курсе. Методические указания позволяют, с учетом ссылки на литературу, изучить основные разделы курса и применить теоретический материал при выполнении контрольных работ.

Список литературы

1. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов.-М., 1975.
2. Сопротивление материалов/Смирнов А.Ф. и др.- М., 1975.
3. Сборник задач по сопротивлению материалов/Под ред. В.К.Качурина.- М.,1972. и последующие издания.
4. Афанасьев А.М., Марьин В.А. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов.-М., 1975.
5. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов.-М., 1986.
6. Сборник задач по сопротивлению материалов/Александров А.В. и др.-М., 1977.
7. Сопротивление материалов //Писаренко Г.С. и др.-Киев, 1984.

ОСНОВНЫЕ ТЕМЫ КУРСА

Тема 1. Основные понятия

Литература: [1, гл. 1]; [2, гл. 1].

В этой теме даны основные понятия, которые необходимо хорошо усвоить. Особое внимание обратите на понятия деформаций и напряжений. Для определения напряжений пользуются методом сечений. Сущность его заключается в том, что твердое тело, находящееся в равновесии, разрезают (мысленно) на две части, отбрасывают одну из частей, заменяют влияние отброшенной части внутренними силами и составляют уравнения равновесия для оставшейся части, на которую действуют приложенные к ней внешние и внутренние силы, распределенные по сделанному сечению.

Тема 2. Растяжение и сжатие

Литература: [1, гл. 2]; [2, гл. 2]; [3, гл. 1, задачи № 1, 3, 16, 19, 20, 26, 30, 37, 38, 55, 59, 66, 80, 84, 88, 93, 102, 118].

В этой теме рассмотрены простые случаи воздействия сил на стержень и содержится ряд вопросов (механические свойства материалов, выбор допускаемых напряжений, статически неопределимые задачи), встречающихся в других разделах курса.

Обратите внимание на то, что механические характеристики материала (предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести, предел прочности) находят путем деления соответствующей нагрузки на первоначальную площадь поперечного сечения. Таким образом получают условные напряжения, *а не истинные;* для вычисления последних надо делить нагрузки на *действительную* площадь поперечного сечения, которая изменяется при опыте. Зная истинные напряжения, можно построить так называемую *истинную диаграмму растяжения,* которая точнее характеризует свойства материала, чем условная диаграмма. Пользуясь формулами, основанными на законе Гука, надо всегда помнить, что этот закон справедлив только до предела пропорциональности. Нельзя, например, напряжение для мягкой стали при $\varepsilon = 0{,}1$ вычислить по формуле $\sigma = E\varepsilon$, так как тогда получается, что $\sigma = 2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}1 = 20000$ МПа, в то время как при 400 МПа материал уже разрушается.

При решении статически неопределимых задач обратите внимание на то, что усилия в стержнях статически неопределимой системы зависят от площадей поперечных сечений *А* и от модулей упругости *Е*, тогда как в статически определимой системе величины *А* и *Е* не влияют на распределение усилий.

Тема 3. Сдвиг

Литература: [1, гл. 4]; [2, гл.. 4]; [3, гл. 3, задачи № 2, 7,21, 24, 27, 32].

Касательные напряжения на двух взаимно перпендикулярных площадках равны между собой. Этот закон называется законом парности касательных напряжений. При изучении деформаций обратите внимание на то, что одна из диагоналей выделенного элемента, по граням которого действуют касательные напряжения, удлиняется, а другая укорачивается; таким образом, явления растяжения–сжатия и сдвига нельзя рассматривать изолированно друг от друга. Формулу закона Гука при сдвиге $\tau = G\gamma$ легко запомнить ввиду полной аналогии ее с формулой закона Гука при растяжении — сжатии $\sigma = E\varepsilon$. Внимательно изучите вопрос о выборе допускаемых напряжений при сдвиге.

Тема 4. Кручение

Литература: [1, гл. 6]; [2, гл. 7]; [3, гл. 4, задачи № 1, 9, 14, 18, 24, 32, 38, 48, 60, 63].

В случае центрального растяжения–сжатия нормальные напряжения распределяются в поперечном сечении стержня равномерно. При расчете на срез обычно считают, что касательные напряжения также распределяются равномерно. В случае кручения круглого стержня касательные напряжения в поперечном сечении распределяются неравномерно, изменяясь по линейному закону от нуля на оси до максимального значения у поверхности стержня. В связи с этим и возникла мысль о замене сплошного вала полым, материал сечения которого находится в более напряженной зоне и используется рациональнее.

Следует внимательно разобрать построение эпюры крутящих моментов $M_к$, которая наглядно показывает изменение крутящего момента по длине вала. При вычислении напряжений в каком-либо поперечном сечении вала необходимо брать по эпюре $M_к$ значение соответствующей ординаты.

Тема 5. Геометрические характеристики плоских сечений

Литература: [1, гл. 5]; [2, гл. 6]; [3, гл. 5, задачи № 1,4, 5, 8, 9, 11, 13, 20, 25].

В теории изгиба важную роль играют моменты инерции, поэтому этот вопрос рассматривают предварительно в виде самостоятельной темы, перед изучением которой полезно по учебнику теоретической механики повторить материал о статическом моменте и о нахождении центров тяжести плоских фигур. При вычислении моментов инерции надо помнить, что они представляют собой интегралы типа $\int x^2 dA$ (осевой, или экваториальный, момент инерции относительно оси *y*) или типа $\int xy dA$ (центробежный момент инерции относительно осей x и *y*).

Тема 6. Теория напряженного состояния и теории прочности

Литература: [1, гл. 3 и 8]; [2, гл. 3 и 12], [3, гл. 2, задачи № 1,7, 11, 16, 28, 35, 36].

Главные напряжения играют весьма важную роль при решении вопроса о прочности материала; одно из этих напряжений является наибольшим, а другое — наименьшим из всех нормальных напряжений для данной точки.

Обратите внимание на полную аналогию между формулами для напряжений в наклонных площадках и формулами для моментов инерции относительно осей, наклоненных к главным. В этих формулах главным напряжениям соответствуют главные моменты инерции; напряжениям в площадках, наклоненных к главным под углом α, соответствуют моменты инерции относительно осей, наклоненных к главным под углом β; касательным напряжениям соответствует центробежный момент инерции.

При линейном напряженном состоянии вопрос о прочности материала решается легко: надо определить опасное напряжение σ_0 из опыта на простое растяжение (или сжатие), назначить коэффициент запаса и сравнить главное напряжение σ с допускаемым напряжением: $\sigma \leq [\sigma] = \sigma_0/k$.

В случае плоского или объемного напряженного состояния задача значительно осложняется, так как неизвестно, при какой комбинации числовых значений главных напряжений наступает опасное состояние материала. Необходимо, следовательно, найти напряжение, зависящее от главных напряжений, при котором возникает опасность разрушения, и затем числовое его значение сравнить с допускаемым напряжением, установленным из опыта на простое растяжение (или сжатие). В зависимости от того, какой фактор по данной теории прочности считается решающим и создающим опасное состояние материала, получим расчетные формулы.

Тема 7. Изгиб прямых брусьев

Литература: [1, гл. 7]; [2, гл. 8, 9, 10]; [3, гл. 6, задачи № 1, 2, 5, 16, 20, 23, 31, 39, 42, 44, 47, 57, 67, 78, 87; гл. 7, задачи № 1,3, 5, 6, 7, 11, 17, 19, 28, 40, 58, 59, 70; гл. 8, задачи № 1, 23, 24; гл. 9, задачи № 4, 7, 9].

Эта тема является самой большой и самой сложной темой курса сопротивления материалов; ее следует изучать постепенно, обращая особое внимание на решение задач. Сначала надо усвоить важные понятия поперечной силы Q и изгибающего момента *M* и научиться свободно строить эпюры Q и *M*.

Необходимо помнить, что поперечная сила в данном сечении равна алгебраической сумме проекций сил, расположенных только по одну сторону от рассматриваемого сечения, на перпендикуляр к оси балки, а изгибающий момент в данном сечении равен алгебраической сумме моментов сил, расположенных только с одной стороны, относительно центральной оси поперечного сечения. В связи с этим рекомендуется при вычислении, например, изгибающего момента в сечении балки как момента левых сил — закрывать чем-либо (рукой, книгой, листом бумаги) часть балки, расположенную правее рассматриваемого сечения, чтобы открытыми оставались только одни левые силы. Следует при этом иметь в виду, что можно рассматривать как одни левые, так и одни правые силы в зависимости от того, с какой стороны проще получить выражения Q и M.

Весьма важное значение имеет теорема Журавского, устанавливающая зависимость между Q и M, с помощью которой можно проверять построение эпюр.

Тема 8. Сложное сопротивление

Литература: [1, гл. 9]; [2, гл. 11]; [3, гл. 10, задачи № 1, 2, 6, 7, 13, 25, 29, 35, 39, 50, 54, 64, 69, 72, 76, 83, 89, 93, 96].

Изучение сложного сопротивления обычно начинают с косого изгиба. Нейтральная ось при косом изгибе не перпендикулярна плоскости внешних сил, а плоскость, в которой расположены прогибы при косом изгибе, не совпадает с плоскостью внешних сил. Явление косого изгиба особенно опасно для сечений со значительно отличающимися друг от друга главными моментами инерции (например, для двутавра). Балки с таким сечением хорошо работают на изгиб в плоскости наибольшей жесткости, но даже при небольших углах наклона к плоскости наибольшей жесткости в балках возникают значительные дополнительные напряжения и деформации. Для балки круглого сечения косой изгиб невозможен, так как все центральные оси такого сечения являются главными и нейтральный слой всегда перпендикулярен плоскости внешних сил. Косой изгиб невозможен также и для балки квадратного сечения, но для такого сечения решение вопроса о прочности зависит от положения плоскости внешних сил, так как моменты сопротивления квадратного сечения неодинаковы относительно различных центральных осей (хотя моменты инерции относительно всех центральных осей равны между собой, как и для круглого сечения). При расположении внешних сил в диагональной плоскости расчетные напряжения в балке квадратного сечения будут больше, чем в случае, когда плоскость внешних сил параллельна граням балки.

При определении напряжений в случае внецентренного растяжения необходимо знать положение главных центральных осей сечения; именно от этих осей отсчитывают расстояния точки приложения силы и точки, в которой определяют напряжения.

В случае изгиба с кручением возникают нормальные напряжения $\sigma_{из}$, касательные напряжения $\tau_к$ и проверка прочности производится по главным напряжениям.

В заключение следует изучить общий случай сложного сопротивления, когда стержень испытывает одновременно растяжение (сжатие), изгиб в двух плоскостях и кручение. Напряжение в каком-либо поперечном сечении стержня зависит от величин $M_x, M_y, M_z, N, Q_y, Q_z$.

Тема 9. Устойчивость равновесия деформируемых систем

Литература: [1, гл. 13]; [2, гл. 15]; [3, гл. 12, задачи № 2, 4, 11, 14, 32].

Опасность явления потери устойчивости заключается в том, что оно может наступить при напряжении, значительно меньшем предела прочности материала. Это напряжение называется *критическим;* для стержней большой гибкости его можно определить по формуле Эйлера. Исследования проф. Ф. С. Ясинского дали возможность установить значение критического напряжения для стержней малой и средней гибкости, для которых формулу Эйлера применить нельзя. Допускаемое напряжение при расчете на устойчивость должно быть понижено по сравнению с допускаемым напряжением при обыкновенном сжатии. Значения коэффициентов φ, учитывающих это понижение для стержней различной гибкости и для различных материалов, приводятся в специальных таблицах. Следует обратить внимание на то, что при подборе сечения приходится несколько раз производить вычисления, применяя способ последовательных приближений.

Тема 10. Расчет на прочность при напряжениях, циклически изменяющихся во времени

Литература: [1, гл. 15]; [2, гл. 19]; [3, гл. 14, задачи № 72, 78, 85].

Эта тема имеет важное значение, так как в деталях машин часто возникают переменные напряжения. Надо хорошо уяснить понятие предела выносливости и научиться строить диаграммы для несимметричного цикла. Необходимо также знать все факторы, от которых зависит коэффициент концентрации напряжений. Особое внимание обратите на практические меры по борьбе с изломами усталости: а) повышение предела прочности при достаточной пластичности; б) создание однородной мелкозернистой структуры; в) проектирование внешних очертаний детали без резких переходов; г) тщательная обработка поверхности.

Тема 11. Изгиб плоского бруса большой кривизны

Литература: [1, гл. 10]; [2, гл. 14]; [3, гл. 11, задачи № 1,2, 7, 16, 18].

В случае изгиба прямого стержня гипотеза плоских сечений приводит к линейному закону распределения нормальных напряжений. Применяя эту же гипотезу при изгибе кривого стержня, получаем гиперболический закон распределения нормальных напряжений в поперечном сечении стержня.

Другая важная особенность изгиба кривого стержня заключается в том, что нейтральная ось не совпадает с центром тяжести поперечного сечения и всегда смещается по направлению к центру кривизны.

Тема 12. Динамическая нагрузка

Литература: [1, гл. 14]; [2, гл. 17]; [3, гл. 14, задачи № 1,2,7, 42, 47, 54, 59, 62, 64].

В этой теме рассматриваются два вопроса: 1) напряжения в движущихся деталях;

2) напряжения при ударе. В первом случае динамическое воздействие сводится к дополнительной статической нагрузке соответствующими силами инерции. Во втором — учесть силы инерции невозможно, так как неизвестна продолжительность удара, т. е. тот промежуток времени, в течение которого происходит падение скорости до нуля. Напряжения при ударе вычисляют, приравнивая кинетическую энергию ударяющего тела потенциальной энергии деформации стержня, воспринимающего удар. Весьма существенно, что напряжения при продольном ударе зависят не только от площади поперечного сечения стержня, но и от его длины и модуля упругости материала.

Примеры расчетов на центральное растяжение-сжатие

Пример 1. Расчет ступенчатого бруса на прочность.

Дано: ступенчатый брус (рис.1) загружен сосредоточенными нагрузками F_1, F_2 и собственным весом γ.

Требуется: построить эпюры N, σ, δ и выполнить проверку прочности бруса.

Решение.

1. Определение опорной реакции.

$\sum Z = 0$; $F_1 - A_1 \cdot l_1 \cdot \gamma - F_2 - A_2 \cdot l_2 \cdot \gamma + R_A = 0$; $R_A = F_2 - F_1 + A_1 \cdot l_1 \cdot \gamma + A_2 \cdot l_2 \cdot \gamma$.

2. Составление аналитических выражений для нормальной силы N.

Нетрудно установить ,что для данного бруса имеем два силовых участка, следовательно, два закона изменения N по длине бруса. Воспользуемся методом сечений на каждом силовом участке.

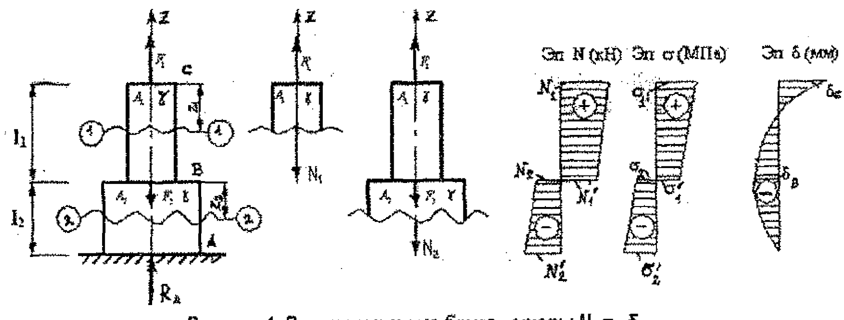


Рисунок 1. Расчетная схема бруса , эпюры N, σ, δ.

1) первый силовой участок

$\sum Z = 0;\ F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot z_1 - N_1 = 0$

$N_1 = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot z_1;\quad 0 \le z_1 \le l_1$

при $z_1 = 0;\ N_1 = F_1;$

при $z_1 = l_1;\ N_1' = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1;$

2) второй силовой участок

$\sum Z = 0;\ F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 - F_2 - \gamma \cdot A_2 \cdot z_2 - N_2 = 0;$

$N_2 = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 - F_2 - \gamma \cdot A_2 \cdot z_2;\quad 0 \le z_2 \le l_2;$

при $z_2 = 0;\ N_2 = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 - F_2;$

при $z_2 = l_2;\ N_2' = F_1 - \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 - F_2 - \gamma \cdot A_2 \cdot l_2 = -R_A.$

По полученным результатам расчета строится эпюра N с учетом масштаба и числовых значений ординат.

3. Определение напряжений σ в характерных сечениях бруса.

Для определения нормальных напряжений σ воспользуемся формулой:

$$\sigma = \frac{N}{A}.$$

Тогда

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{F_1}{A_1} - \gamma \cdot z_1; \qquad 0 \le z_1 \le l_1$$

или

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1}; \qquad \sigma_1' = \frac{N_1'}{A_1}; \qquad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2}; \qquad \sigma_2' = \frac{N_2'}{A_2};$$

где N_1; N_1'; N_2; N_2' – принимаем по эпюре N.

По полученным результатам расчета строится эпюра σ.

4. Вычисление абсолютных деформаций силовых участков.

Воспользуемся выражением

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A} = \frac{\sigma \cdot l}{E} \text{ или } \Delta l = \frac{W_N}{E \cdot A} = \frac{W_\sigma}{E};$$

где W_N, W_σ - площади эпюр N, σ для соответствующего силового участка

Тогда

$$\Delta l_1 = \frac{(\sigma_1 + \sigma_1') \cdot l_1}{2E}; \qquad \Delta l_2 = \frac{(\sigma_2 + \sigma_2') \cdot l_2}{2E}.$$

5. Определение перемещений поперечных сечений бруса.

Вычислим перемещения границ силовых участков бруса. Очевидно, перемещение сечения А равно нулю, так как сечение А жестко закреплено, то есть

$$\delta_A = 0.$$

Перемещение сечения В :

$$\delta_B = \Delta l_2,$$

Перемещение сечения С :

$$\delta_c = \Delta l_2 + \Delta l_1.$$

По результатам расчета построена эпюра δ (см. рис. 1). Правильность построения эпюры δ следует проверить по дифференциальным зависимостям

$$\delta = \frac{d\sigma}{dz} = tg\beta.$$

6. Проверка прочности бруса.

Анализ эпюры σ показывает, что опасными сечениями для заданного бруса являются: сечение C– в растянутой зоне и сечение A– в сжатой области бруса. Условия прочности имеют вид:

$$\sigma_{max} = \sigma_1 \le [\sigma]_p,$$

$$\sigma_{min} = \sigma_2' \le [\sigma]_c.$$

Устанавливаем процент перенапряжения или недонапряжения и делаем вывод.

Пример 2. Расчет статически неопределимой стержневой системы.

Дано: жесткий брус (см. рис.2) загружен сосредоточенной силой F и поддерживается двумя стальными стержнями. Первый стержень имеет площадь поперечного сечения в 1,2 раза большую, чем второй (n=1,2).

Требуется: подобрать сечения стержней и определить величину разрушающей нагрузки.

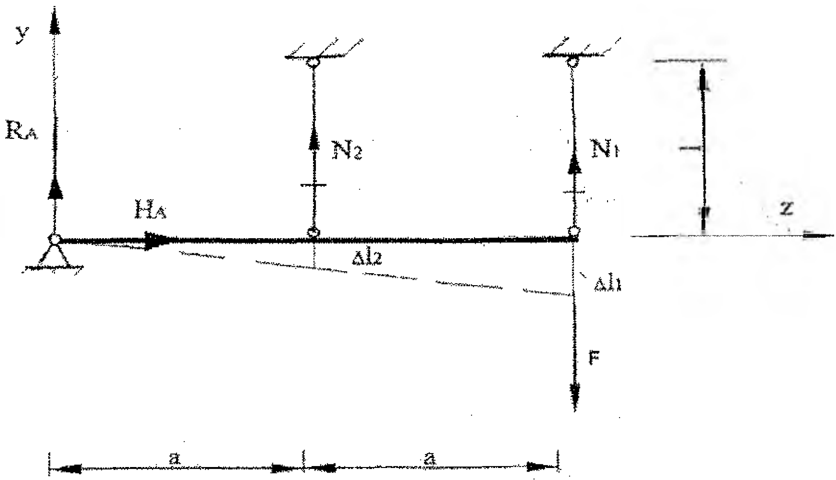


Рисунок 2. Расчетная схема, план перемещений

Решение.

1. Определение степени статической неопределимости.

В решаемом примере число неизвестных $n_R=(R_A;H_A;N_1;N_2)=4$. Для плоской системы произвольно расположенных внешних сил можно составить только три уравнения статики:

$$n_{ур}= (\sum m_A=0;\ \sum Y= 0;\ \sum Z= 0) = 3.$$

Следовательно, степень статической неопределимости равна:

$$c = n_R - n_{ур} = 4-3=1,$$

т.е. задача один раз статически неопределима.

2. Определение усилий в стержнях.

Для определения усилий в стержнях нет смысла составлять три уравнения равновесия, а целесообразно воспользоваться только уравнением:

$\sum m_A=0$; $N_2 \cdot a + N_1 \cdot 2a - 2F \cdot a = 0$; $N_2 + 2N_1 - 2F = 0$.

Для составления дополнительного уравнения покажем деформированное состояние статически неопределимой системы и установим связь между деформациями стержней Δl_1 и Δl_2 (см. рис.2):

$$\frac{\Delta l_2}{a} = \frac{\Delta l_1}{2a}; \qquad \Delta l_1 = 2\Delta l_2$$

С учетом закона Гука получим:

$$\frac{N_1 \cdot l}{E \cdot A_1} = 2\frac{N_2 \cdot l}{E \cdot A_2}; \qquad N_1 = 2N_2 \cdot \frac{A_1}{A_2} = 2,4N_2.$$

Таким образом получаем систему 2-х уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} N_2 + 2N_1 - 2F = 0; \\ N_1 = 2,4N_2; \end{cases}$$

Решая систему из двух уравнений, находим значения усилий N_1 и N_2

3. Определение напряжений в стержнях.

Для определения напряжений воспользуемся выражениями:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{N_1}{n \cdot A_2}; \qquad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2}.$$

4. Подбор сечений стержней.

Сравнивая полученные значения σ_1 и σ_2 устанавливаем наиболее напряженный стержень. Предположим, что оказалось по расчетам:

$$\sigma_1 > \sigma_2 ,$$

тогда необходимо составить условие прочности для первого (наиболее напряженного) стержня :

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} \le [\sigma],$$

отсюда

$$A_1 \ge \frac{N_1}{[\sigma]}, \quad \text{тогда} \quad A_2 = \frac{A_1}{n} = \frac{A_1}{1,2}.$$

По таблицам сортамента прокатной стали в соответствии с ГОСТ 8509-72 и с учетом полученных значений площадей A_1 и A_2 подбираем один или два, или четыре равнобоких уголка, общая площадь которых наиболее близко совпадает с расчетной величиной A_1 и A_2. После этого вычисляем фактические напряжения, возникающие в стержнях:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1^*}; \qquad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2^*},$$

где A_1^* и A_2^*–площади поперечных сечений принятых уголков соответственно для первого и второго стержней.

Процент перегрузки или недогрузки равен:

$$\delta_i = \frac{\sigma_i - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\%.$$

5. Определение величины разрушающей нагрузки.

Внешняя нагрузка F, действующая на нашу систему, достигает $F_{разр.}$ в тот момент, когда напряжения в обоих стержнях достигнут величины равной пределу текучести, то есть:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_Y = 240 \text{ МПа},$$

при этом усилия в стержнях:

$$N_{1,разр} = \sigma_Y \cdot A_1^*;\ N_{2,разр} = \sigma_Y \cdot A_2^*.$$

Тогда для определения величины разрушающей нагрузки $F_{разр.}$ достаточно воспользоваться уравнением статики: $\sum m_A = 0$;

$$N_{2,разр} \cdot a + 2\,N_{1,разр} \cdot a = 2\,F_{разр} \cdot a,$$

или

$$F_{\grave{o}\grave{a}\c{c}\grave{o}} = \frac{N_{2,\grave{o}\grave{a}\c{c}\grave{o}} + 2N_{1,\grave{o}\grave{a}\c{c}\grave{o}}}{2}.$$

6. Сравнение величины $F_{разр}$ с заданной нагрузкой F.

Для сравнения величины разрушающей нагрузки с заданной составим следующее отношение

$$k = \frac{F_{\grave{o}\grave{a}\c{c}\grave{o}}}{F}.$$

__Примечание.__ В приведенных примерах расчеты выполнены в общем виде. При решении задач контрольных работ все расчеты следует доводить до числовых значений.

УКАЗАНИЯ О ПОРЯДКЕ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Каждый студент-заочник выполняет то количество контрольных работ, которое предусмотрено учебным графиком. Номера задач, входящих в состав контрольных работ, указаны в табл. 1.

Таблица 1

№ контрольной работы	Число контрольных работ согласно графику			
	одна	две	три	четыре
1	–	1,2,3,4,5,6,7	–	1,2,3,4
2	–	8,9,10,11,12,13	–	5,6,7
3	–	–	–	8,9,10
4	–	–	–	11,12,13

1. Студент обязан взять из таблицы данные в соответствии со своим личным номером (шифром) и первыми шестью буквами русского алфавита, которые следует расположить под шифром, например:

шифр — 2 8 7 0 5 2
буквы — а б в г д е

Если личный номер состоит из семи цифр, вторая цифра шифра не учитывается.

Из каждого вертикального столбца таблицы, обозначенного внизу определенной буквой, надо взять только одно число, стоящее в той горизонтальной строке, номер которой совпадает с номером буквы. Например, вертикальные столбцы табл. 5 обозначены буквами «е», «г» и «д». В этом случае при указанном выше личном номере 287052 студент должен взять из столбца «е» вторую строку (второй тип сечения), из столбца «г» — нулевую строку (швеллер 33) и из столбца «д» — пятую строку (равнобокий уголок 90 90 6).

Работы, выполненные с нарушением этих указаний, не зачитываются.

2. Не следует приступать к выполнению контрольных заданий, не изучив соответствующего раздела курса и не решив самостоятельно рекомендованных задач. Если основные положения теории усвоены слабо и студент обратил мало внимания на подробно разобранные в курсе примеры, то при выполнении контрольных работ возникнут большие затруднения. Несамостоятельно выполненное задание не дает возможности преподавателю - рецензенту вовремя заметить недостатки в работе студента-заочника. В результате студент не приобретает необходимых знаний и оказывается неподготовленным к экзамену.

3. Не рекомендуется также присылать в иниверситет сразу несколько выполненных заданий. Это не дает возможности рецензенту своевременно указать студенту на допущенные ошибки и задерживает рецензирование.

4. В заголовке контрольной работы должны быть четко написаны: номер контрольной работы, название дисциплины, фамилия, имя и отчество студента (полностью), название факультета и специальности, учебный шифр, дата отсылки работы, точный почтовый адрес.

Необходимо также указывать год издания методических указаний, по которым выполнялась контрольная работа.

5. Каждую контрольную работу следует выполнять в особой тетради или на листах, сшитых в тетрадь стандартного формата, чернилами (не красными), четким почерком, с полями 5 см для замечаний рецензента.

6. Перед решением задачи надо написать полностью ее условие с числовыми данными, составить аккуратный эскиз в масштабе и указать в нем в числах все величины, необходимые для расчета.

7. Решение должно сопровождаться краткими, последовательными и грамотными, без сокращений слов, объяснениями и чертежами, на которых все входящие в расчет величины должны быть показаны в числах. Надо избегать многословных пояснений и пересказа учебника. Студент должен знать, что язык техники — формула и чертеж. При пользовании формулами или данными, отсутствующими в учебнике, необходимо кратко и точно указать источник (автора, название, страницу, номер формулы).

8. Необходимо указывать размерность всех величин и подчеркивать окончательные результаты.

9. Не следует вычислять большое число значащих цифр; вычисления должны соответствовать необходимой точности. Нет необходимости длину деревянного бруса в стропилах вычислять с точностью до миллиметра, но было бы ошибкой округлять до целых миллиметров диаметр вала, на который будет насажен шариковый подшипник.

10. По получении из университета контрольной работы студент должен исправить в ней все отмеченные ошибки и выполнить все сделанные ему указания. В случае требования рецензента следует в кратчайший срок послать ему выполненные на отдельных листах исправления, которые должны быть вложены в соответствующие места рецензированной работы.

Отдельно от работы исправления не рассматриваются.

Контрольные работы

Задача 1. Трехступенчатый брус, жестко закрепленный одним концом, загружен сосредоточенными силами F_1, F_2 и собственным весом (γ) (рис.1). Требуется: 1) написать аналитические выражения нормальных сил (N), нормальных напряжений (σ) и абсолютных удлинений (Δl) для каждого силового участка; 2) определить значения N и σ для характерных сечений и Δl для силовых участков; 3) определить перемещения границ силовых участков (δ); 4) построить эпюры N, σ, δ. Данные взять из табл.2. Принять $E=10^{10}$ $Па$.

Таблица 2

№ строки	Схема по рис.1	А, см²	а, м	F_1, кН	F_2, кН	γ, кН/м³
1	I.	200	1,5	220	320	22
2	II.	22 0	1,6	240	340	24
3	III.	240	1,7	260	360	26
4	IV.	260	1,8	280	380	28
5	V.	280	1,9	300	400	30
6	VI.	300	2,0	320	420	32
7	VII.	320	2,1	340	440	34
8	VIII.	340	2,2	360	460	36
9	IX.	360	2,3	380	480	38
0	X.	400	2,4	400	500	40
	е	г	д	е	д	г

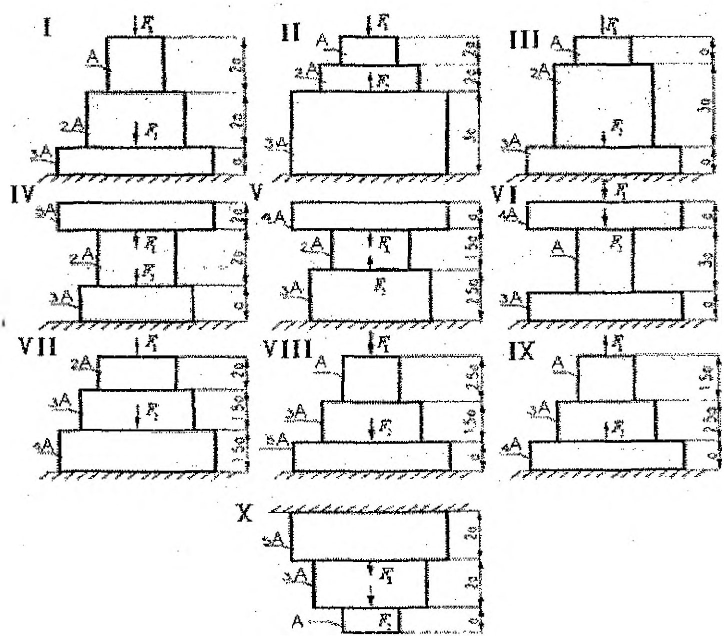


Рисунок 1

Задача 2. Абсолютно жесткий брус опирается на шарнирно неподвижную опору и прикреплен к двум стержням с помощью шарниров (рис. 2). Требуется: 1) найти усилия и напряжения в стержнях, выразив их через силу Q; 2) найти допускаемую нагрузку $Q_{доп}$, приравняв большее из напряжений в двух стержнях допускаемому напряжению $[\sigma]$ = 160 МПа; 3) найти предельную грузоподъемность системы Q_y^x и допускаемую нагрузку $Q_{доп}$, если предел текучести σ_y = 240 МПа и запас прочности k= 1,5; 4) сравнить величины $Q_{доп}$, полученные при расчете по допускаемым напряжениям (см. п. 2) и допускаемым нагрузкам (см.п.3).Данные взять из табл. 3

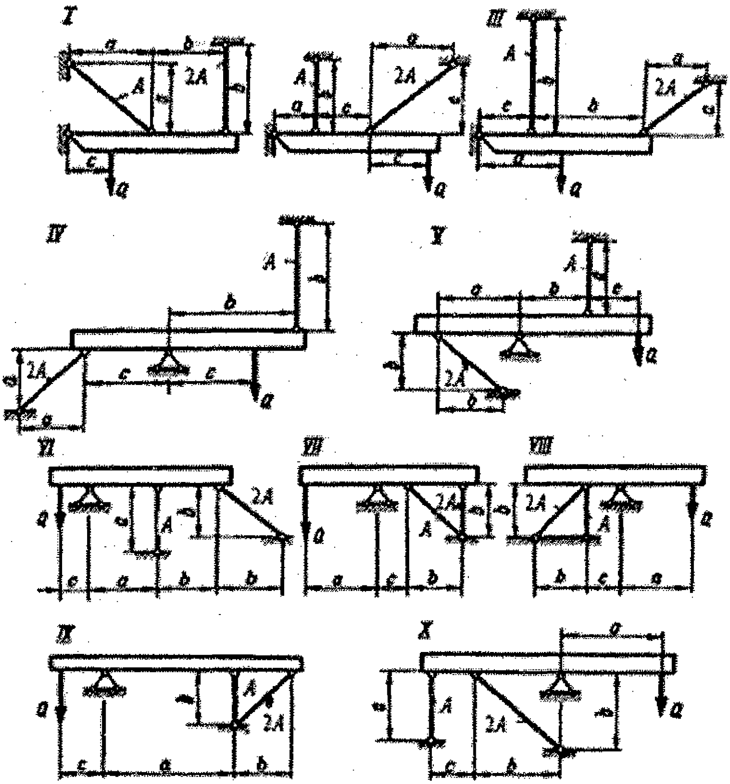


Рисунок 2

Таблица 3

№ строки	Схема по рис.2,3	A,см²	a, м	b, м	c, м	H, кН	10^5 *β
1	I.	9	1.9	2.2	1.2	120	5
2	II.	10	1.8	2.3	1.3	130	4
3	III.	11	1.7	2.4	1.4	140	4
4	IV.	12	1.6	2.5	1.5	150	2
5	V.	13	1.5	2.6	1.6	160	2
6	VI.	14	1.4	2.7	1.7	170	5
7	VII.	15	1.3	2.8	1.8	180	4
8	VIII.	16	1.2	2.9	1.9	190	4
9	IX.	17	1.1	3.0	2.0	200	2
0	X.	18	1.0	3.1	2.1	210	2
	е	д	г	д	е	д	е

Указания. Для определения двух неизвестных усилий в стержнях следует составить одно уравнение статики и одно уравнение деформаций.

Для ответа на третий вопрос задачи следует иметь в виду, что в одном из стержней напряжение больше, чем в другом; условно назовем этот стержень первым. При увеличении нагрузки напряжение в первом стержне достигнет предела текучести раньше, чем во втором. Когда это произойдет, напряжение в первом стержне не будет некоторое время расти даже при увеличении нагрузки, система станет как бы статически определимой, нагруженной силой Q (пока еще неизвестной) и усилием в первом стержне:

$$N_1 = \sigma_T A_1. \qquad (1)$$

При дальнейшем увеличении нагрузки напряжение и во втором стержне достигнет

$$N_2 = \sigma_T A_2. \qquad (2)$$

предела текучести:

Написав уравнение статики и подставив в него значения усилий (1) и (2), найдем из этого уравнения предельную грузоподъемность Q_y.

Задача 3. Жесткий брус прикреплен к двум стальным стойкам с площадью поперечного сечения *A*, опирающимся на неподвижное основание. К брусу прикреплен средний ступенчатый стальной брус с зазором $\Delta=\beta c$ (рис. 3). Требуется (без учета собственного веса): 1) установить, при какой силе зазор закроется; 2) найти реакцию основания в нижнем сечении среднего бруса при заданном значении сил *H* и построить эпюру продольных сил для среднего бруса; 3) найти усилия и напряжения в крайних стойках при заданном значении сил *H*; 4) установить, на сколько градусов надо охладить ступенчатый брус, чтобы реакция основания в нижнем сечении ступенчатого бруса при заданном значении сил *H* обратилась в нуль. Данные взять из табл.3.

Указания. При решении всех пунктов задачи следует учитывать, что ввиду симметрии системы усилия в крайних стойках равны между собой.

Для ответа на первый вопрос надо приравнять перемещение нижнего сечения ступенчатого бруса от сил *H* зазору Δ. Это перемещение равно сумме деформаций участков бруса от продольных сил, возникающих от сил *H*, и деформации любой из крайних стоек (для тех схем, в которых силы H взаимно уравновешены, усилия и деформации для крайних стоек равны нулю).

Для ответа на второй вопрос надо алгебраическую сумму перемещений нижнего сечения ступенчатого бруса от сил H и от реакции основания на ступенчатый брус R приравнять зазору Δ. При вычислении этих перемещений надо также учитывать деформации участков ступенчатого бруса и деформацию любой из крайних стоек.

Для ответа на четвертый вопрос надо приравнять перемещение нижнего сечения ступенчатого бруса от сил *H* (и от деформации любой из крайних стоек, если силы *H* не уравновешены) сумме зазора и температурного укорочения ступенчатого бруса:

$$\Delta(H)=\Delta+\Delta_t=\beta c+c\alpha\ t.$$

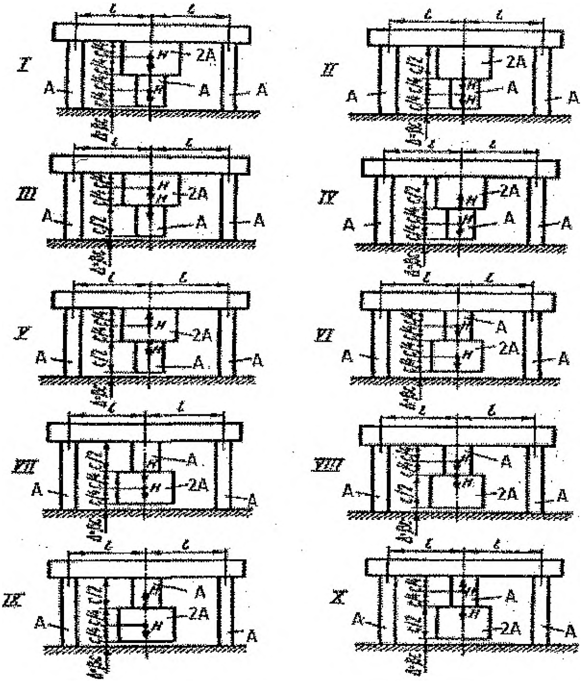


Рисунок 3

Задача 4. К стальному валу приложены три известных момента: M_1, M_2, M_3 (рис. 4). Требуется: 1) установить, при каком значении момента X угол поворота правого концевого сечения вала равен нулю; 2) построить эпюру крутящих моментов; 3) при заданном значении [τ] определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его до ближайшей большей величины, соответственно равной 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм; 4) построить эпюру углов закручивания; 5) найти наибольший относительный угол закручивания (на 1 м длины). Данные взять из табл. 4

Таблица 4

№ строки	Схема по рис.1,2	Расстояние, м			Моменты, кН·м			[τ], МПа
		a	b	c	M_1	M_2	M_3	
1	I.	1.2	2.2	1.2	1.2	2.2	1.2	40
2	II.	1.3	2.3	1.3	1.3	2.3	1.3	45
3	III.	1.4	2.4	1.4	1.4	2.4	1.4	50
4	IV.	1.5	2.5	1.5	1.5	2.5	1.5	55
5	V.	1.6	2.6	1.6	1.6	2.6	1.6	60
6	VI.	1.7	2.7	1.7	1.7	2.7	1.7	65
7	VII.	1.8	2.8	1.8	1.8	2.8	1.8	70
8	VIII.	1.9	2.9	1.9	1.9	2.9	1.9	75
9	IX.	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	80
0	X.	2.1	3.0	2.2	2.1	3.0	2.2	85
	е	г	д	е	г	д	е	е

Рисунок 4

Задача 5. Для заданного в табл. 5 поперечного сечения, состоящего из двутавра, равнобокого уголка и швеллера (рис. 5), требуется: 1) определить положение центра тяжести; 2) найти осевые и центробежный моменты инерции относительно случайных осей, проходящих через центр тяжести (X_c и Y_c); 3) определить направление главных центральных осей (u и v); 4) найти моменты инерции относительно главных центральных осей ; 5) вычертить сечение в масштабе 1:2 и указать на нем все размеры в числах и все оси.

При расчете все необходимые данные следует брать из таблиц сортамента.

Таблица 5

№ строки	Тип сечения по рис.5	Швеллер	Равнобокий уголок	Двутавр
1	I	16	80 X 80 X 8	16
2	II	16a	80 X 80 X 6	18
3	III	18	90 X 90 X 8	20
4	IV	20	90 X 90 X 7	22
5	V	22	90 X 90 X 6	24
6	VI	24	100 X 100 X 8	27
7	VII	24a	100 X 100 X 10	27a
8	VIII	30	100 X 100 X 12	30
9	IX	33	125 X 125 X 10	30a
0	X	36	125 X 125 X12	33
	е	г	д	е

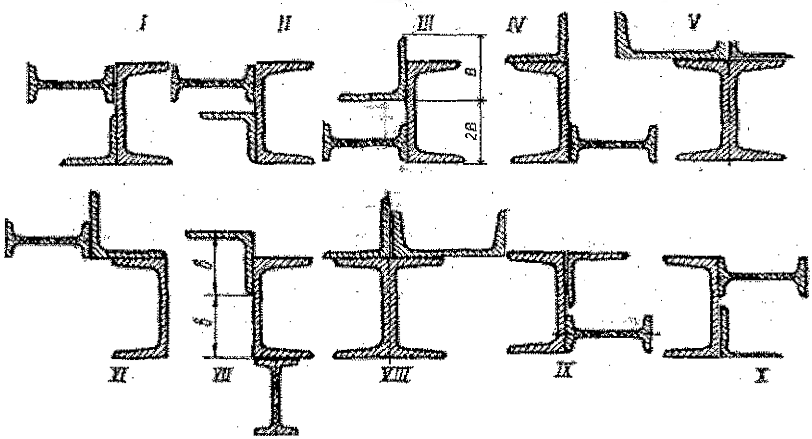


Рисунок 5

Задача 6. Для заданных двух схем балок (рис. 6) требуется написать выражения Q и *M* для каждого участка в общем виде, построить эпюры Q и *M*, найти M_{max} и подобрать: а) для схемы *а* деревянную балку круглого поперечного сечения при [σ] = 8 МПа; б) для схемы *б* — стальную балку двутаврового поперечного сечения при [σ] = 160 МПа. Данные взять из табл. 6.

Задача 7. Определить прогиб свободного конца балки переменного сечения (рис. 7). Данные взять из табл. 7.

Указания. Следует воспользоваться графоаналитическим методом, построив эпюру *M/EJ* и приняв ее за фиктивную нагрузку. Левый конец фиктивной балки должен быть свободен, а правый — защемлен.

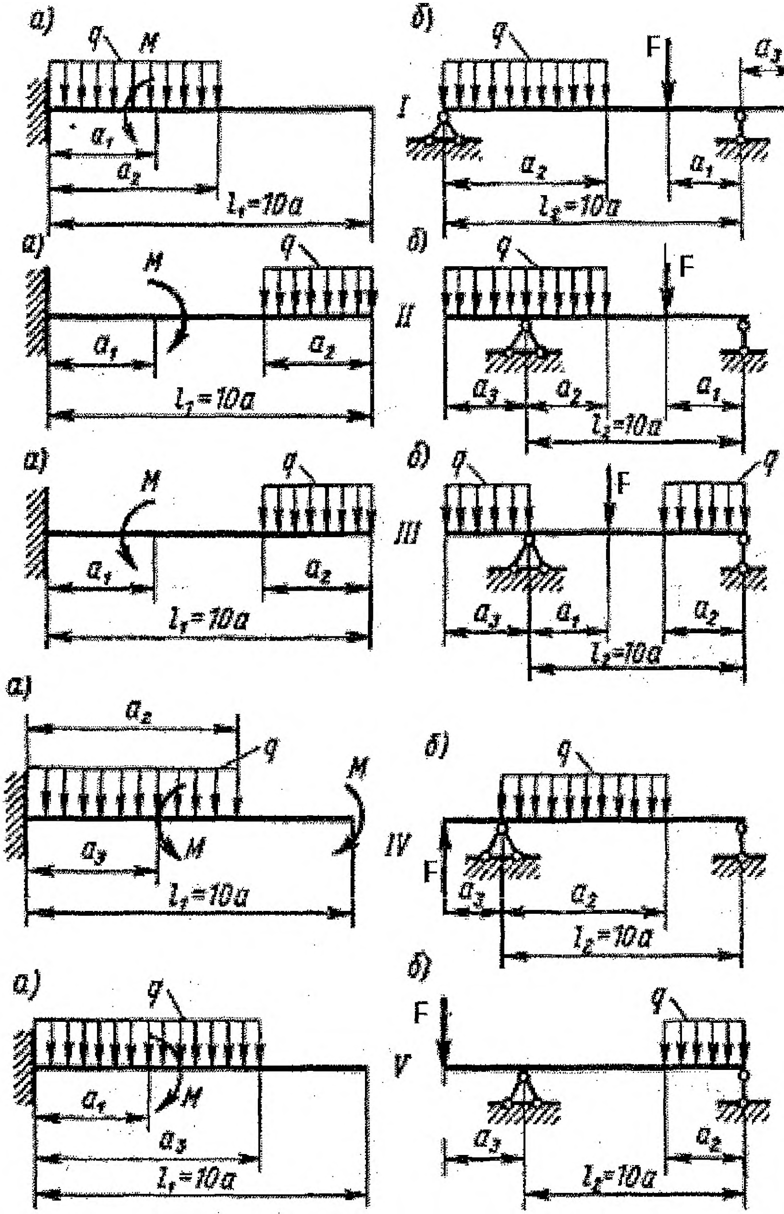


Рисунок 6

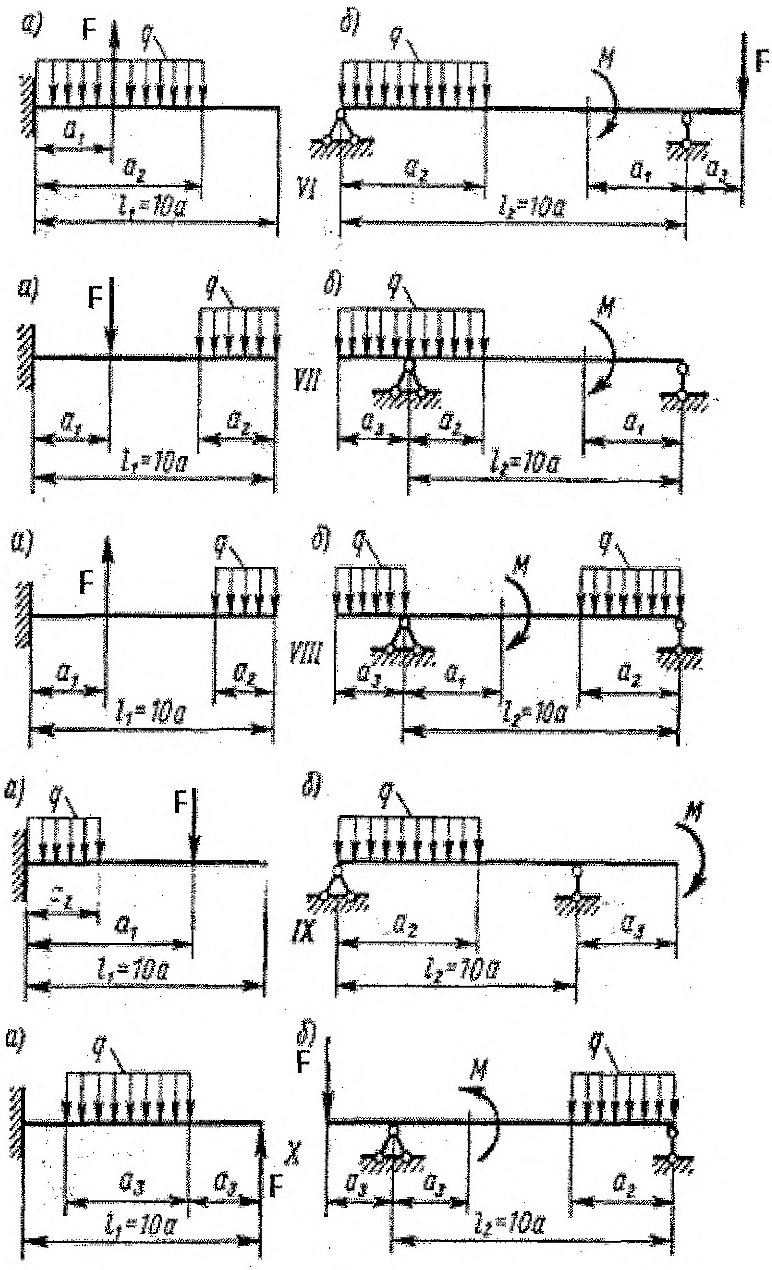


Рисунок 6 (продолжение)

Таблица 6

№ строки	Схема по рис.6	l_1	l_2	Расстояние в долях пролета			M, кН·м	Сосредоточенная сила F, кН	q, кН/м
		м		a_1/a	a_2/a	a_3/a			
1	I	1,8	4	2	7	1	10	16	10
2	II	1,9	5	3	6	2	12	18	20
3	III	1,0	6	4	5	3	14	20	15
4	IV	1,1	7	5	4	4	16	22	16
5	V	1,2	6	6	5	5	18	24	18
6	VI	1,3	4	7	6	1	20	26	20
7	VII	1,4	5	8	7	2	22	28	22
8	VIII	1,5	6	6	8	3	10	30	24
9	IX	1,6	7	5	6	4	14	32	26
0	X	1,7	8	4	5	5	16	34	28
	е	д	е	г	д	е	г	д	е

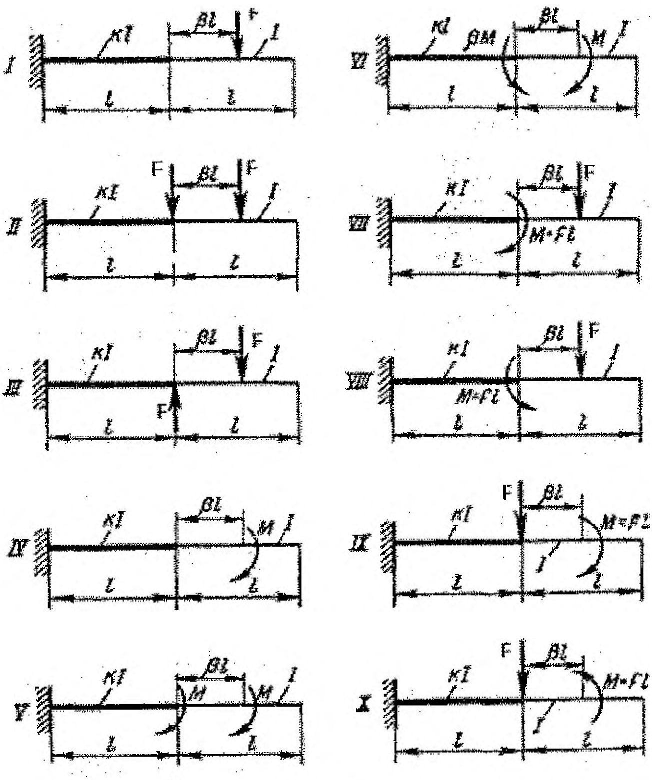


Рисунок 7

Таблица 7

№ строки	Схема по рис.8	α	β	к
1	I	0,1	0,1	1,5
2	II	0,2	0,2	2
3	III	0,3	0,3	3
4	IV	0,4	0,4	4
5	V	0,5	0,5	5
6	VI	0,6	0,6	6
7	VII	0,7	0,7	7
8	VIII	0,8	0,8	8
9	IX	0,9	0,9	9
0	X	1,0	1,0	10
	е	г	д	е

Задача 8. Для балки, изображенной на рис. 8, требуется: 1) найти изгибающий момент на левой опоре (в долях ql^2); 2) построить эпюры Q и M; 3)построить эпюру прогибов, вычислив три ординаты в пролете и две – на консоли. Данные взять из табл.7

Указания. Для ответа на первый вопрос нужно выбрать основную систему в виде свободно лежащей на двух опорах балки и составить уравнение деформаций, выражающее мысль, что суммарный угол поворота на левой опоре от заданной нагрузки и от опорного момента равен нулю.

Можно также решить задачу иначе, составив два уравнения: 1) уравнение статики в виде суммы моментов всех сил относительно правой опоры; 2) уравнение метода начальных параметров, выражающее мысль, что прогиб на правой опоре равен нулю. Из этих двух уравнений можно найти изгибающий момент и реакцию на левой опоре.

Для ответа на третий вопрос целесообразнее использовать метод начальных параметров, так как два начальных параметра (y_0 и θ_0) известны.

При построении эпюры прогибов надо учесть, что упругая линия балки обращена выпуклостью вниз там, где изгибающий момент положительный, и выпуклостью вверх там, где он отрицательный. Нулевым точкам эпюры M соответствуют точки перегиба упругой линии.

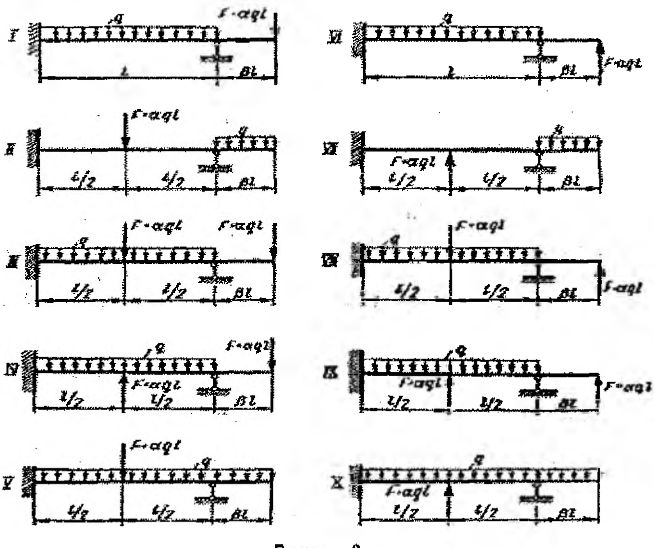


Рисунок 8

Задача 9. Чугунный короткий стержень, поперечное сечение которого изображено на рис. 9, сжимается продольной силой *F*, приложенной в точке *A*. Требуется:1) вычислить наибольшее растягивающее и наибольшее сжимающее напряжения в поперечном сечении, выразив эти напряжения через *F* и размеры сечения; 2) найти допускаемую нагрузку *F* при заданных размерах сечения и допускаемых напряжениях для чугуна на сжатие $[\sigma_c]$ и на растяжение $[\sigma_p]$. Данные взять из табл. 8.

Таблица 8

№ строки	Схема по рис.9	a	b	$[\sigma_c]$	$[\sigma_p]$
		см		МПа	
1	I	6	6	110	20
2	II	10	8	120	22
3	III	4	9	130	23
4	IV	7	4	140	24
5	V	9	5	150	25
6	VI	6	6	160	26
7	VII	8	7	110	27
8	VIII	4	10	80	28
9	IX	5	4	90	19
0	X	10	8	100	18

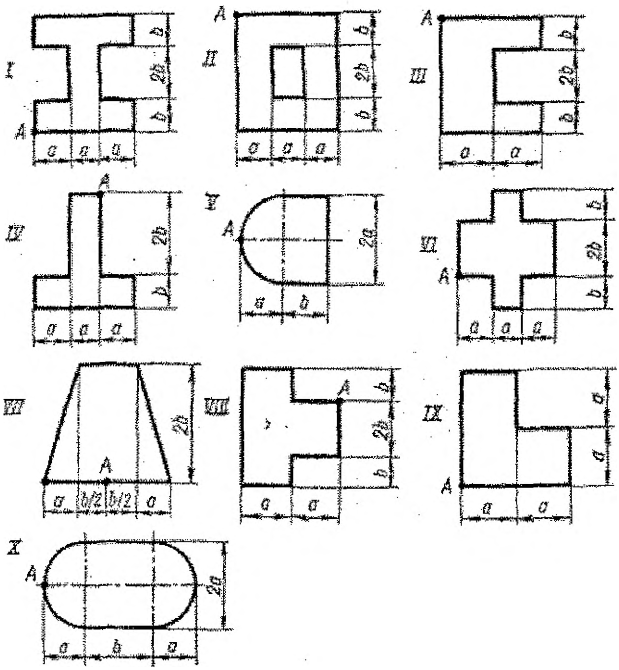


Рисунок 9

Задача 10. На рис. 10 изображена в аксонометрии ось ломаного стержня круглого поперечного сечения, расположенная в горизонтальной плоскости, с прямыми углами в точках А и В. На стержень действует вертикальная нагрузка. Требуется: 1) построить отдельно (в аксонометрии) эпюры изгибающих и крутящих моментов; 2) установить опасное сечение и найти для него расчетный момент по четвертой теории прочности. Данные взять из табл. 9.

Таблица 9

№ строки	Схема по рис.10	α
1	I	0.6
2	II	0.7
3	III	0.8
4	IV	0.9
5	V	1.0
6	VI	1,1
7	VII	1,2
8	VIII	1,3
9	IX	1,4
0	X	1,5
	д	е

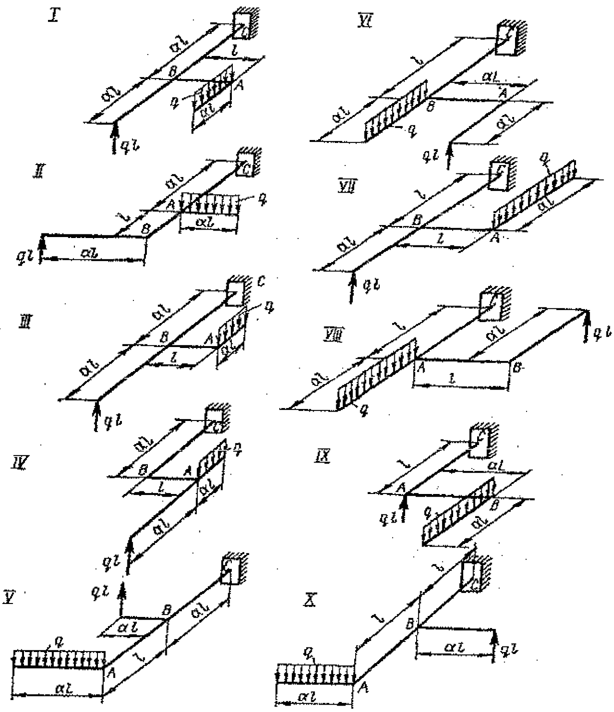


Рисунок 10

Задача 11. Построить эпюры M, N, Q и найти нормальные напряжения в опасном сечении кривого бруса (рис. 11). Данные взять из табл. 10.

Указания. Силу F следует разложить на два направления: вертикальное и горизонтальное. Далее надо найти опорные реакции; для произвольного сечения, определяемого полярными координатами r и φ, написать выражения M, N, Q и давая различные значения φ (не реже чем через 30°), построить эпюры по точкам.

При определении радиуса кривизны нейтрального слоя r_0 необходимо вычисления производить точно, так как величина r_0 близка к величине r и при определении с придется иметь дело с малой разностью величин r и r_0

Для проверки вычислений рекомендуется воспользоваться приближенной формулой $c \cong J/rA$, где J — момент инерции поперечного сечения относительно центральной оси; A — площадь поперечного сечения.

Задача 12. Стальная стойка длиной l сжимается силой F. Требуется: 1) найти размеры поперечного сечения при допускаемом напряжении на простое сжатие $[\sigma]$ = 160 МПа (расчет производить последовательными приближениями, предварительно задавшись коэффициентом φ=0,5); 2) найти значение критической силы и коэффициент запаса устойчивости. Данные взять из табл. 11.

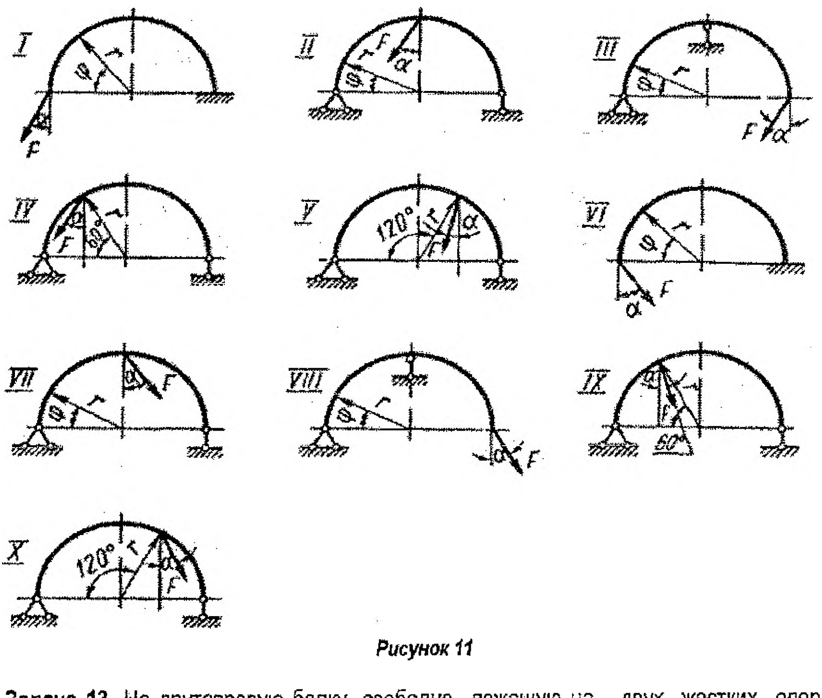
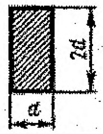
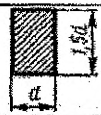
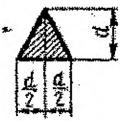
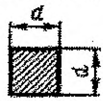


Рисунок 11

Задача 13. На двутавровую балку, свободно лежащую на двух жестких опорах (рис. 12), с высоты h падает груз Q. Требуется: 1) найти наибольшее нормальное напряжение в балке; 2) решить аналогичную задачу при условии, что правая опора заменена пружиной, податливость которой (т. е. осадка от груза 1 кН) равна α; 3) сравнить полученные результаты. Данные взять из табл. 12.

Таблица 10

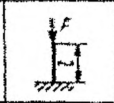
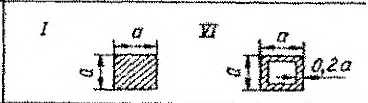
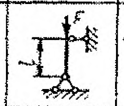
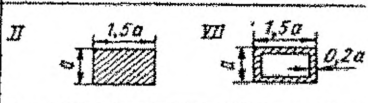
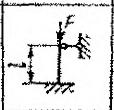
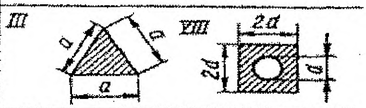
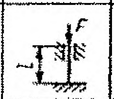
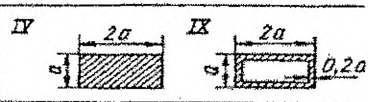
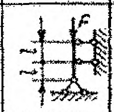
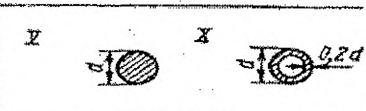
№ строки	Схема по рис. 11	α, град	F, Н	l	d	Форма сечения
				см		
1 2	I II	10 20	1100 1200	21 22	4,1 4,2	
3 4	III IV	30 40	1300 1400	23 24	4,3 4,4	
5 6	V VI	50 60	1500 1600	25 26	4,5 4,6	
7 8	VII VIII	70 80	1700 1800	27 28	4,7 4,8	
9 0	IX X	90 0	1900 2000	29 30	4,9 5,0	
	е	д	с	г	д	е

Указание: При наличии упомянутой в п. 2 пружины $\Delta_{ст}=\Delta_б+\beta\Delta_{пр}$, где $\Delta_б$—прогиб балки, лежащей на жестких опорах, в том сечении, где приложена сила Q (при статическом действии этой силы); $\Delta_{пр}$ — осадка пружины от реакции, возникающей от силы Q; β — коэффициент, устанавливающий зависимость между осадкой пружины и перемещением точки приложения силы Q, вызванным поворотом всей балки вокруг центра шарнира левой опоры как жесткого целого(коэффициент β находят из подобия треугольников).

Таблица 11

№ строки	Схема по рис.12	№ двутавра	l, м	Q, Н	h, см	10^3 α, м/кН
1	I	22	3,1	1100	11	21
2	II	22а	3,2	1200	12	22
3	III	24	3,3	1300	13	23
4	IV	24а	3,4	1400	14	24
5	V	27	3,5	1500	15	25
6	VI	27а	2,6	600	16	26
7	VII	30	2,7	700	17	27
8	VIII	30а	2,8	800	18	28
9	IX	33	2,9	900	19	29
0	X	36	3,0	1000	20	30
	е	д	е	г	д	е

Таблица 12

№ строки	F, кН	l, м	Схема закрепления концов стержня	Форма сечения стержня
1 2	100 200	3,1 3,2		
3 4	300 400	3,3 3,4		
5 6	500 600	2,5 2,6		
7 8	700 800	2,7 2,8		
9 0	900 1000	2,9 3,0		
	г	д	д	е

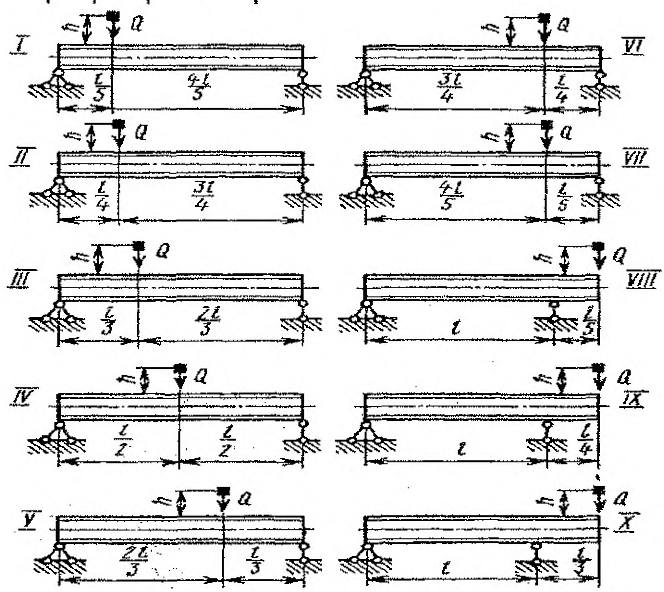


Рисунок 12

Учебное издание

Составители:

Соловей Павел Иванович

Хвисевич Виталий Михайлович

ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению контрольных работ
по курсу ***"Сопротивление материалов"***
для студентов строительных специальностей
заочной формы обучения

Ответственный за выпуск: Хвисевич В.М.
Редактор: Строкач Т.В.
Компьютерная верстка: Боровикова Е.А.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 10.06.2008 г. Формат 60×84 1/16. Бумага «Снегурочка».
Усл. п.л. 1,63. Уч.-изд. л.: 1,75. Тираж 120 экз. Заказ № 630.
Отпечатано на ризографе учреждения образования "Брестский государственный технический университет". 224017, Брест, ул. Московская, 267.