

УДК 624.04

Алексеев Т.Ю.

Научный руководитель: доцент Игнатюк В.И.

К РАСЧЁТУ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ РАМ МЕТОДОМ СИЛ

В методе сил расчет статически неопределимых систем сводится к известным способам расчета статически определимых систем, получаемых путем отбрасывания так называемых «лишних» связей. Такие системы называют основными системами (О.С.) метода сил [1].

Представим принципы и последовательность расчета статически неопределимых рам методом сил, выделяя этапы расчета, что далее позволит легко перейти к алгоритму расчета.

1. Определяется число «лишних» связей или степень статической неопределимости рам по одной из формул:

$$а) \quad \mathcal{L} = 3K - \mathcal{W}, \quad (1)$$

где K – число замкнутых контуров в системе; $\mathcal{W}$ – число простых (одиночных) шарниров в системе (здесь считаются как шарниры между стержнями, так и шарниры в опорах).

Под замкнутым контуром понимается замкнутая цепь, образованная прямолинейными и (или) ломаными стержнями, либо стержнями и основанием, соединенными между собой жестко либо шарнирно. При этом основание (земля) тоже рассматривается как диск, участвующий в образовании замкнутых контуров.

Одиночным или простым шарниром называют шарнир, в котором соединяются два диска. Число одиночных шарниров в шарнирном узле, в котором соединяется несколько дисков D_y , может быть определено по формуле:

$$n_{ш} = D_y - 1. \quad (2)$$

$$б) \quad \mathcal{L} = -(3D - 2\mathcal{W} - C_o), \quad (3)$$

где D – число дисков в системе (диск – это заведомо неизменяемая статически определимая система), (земля здесь не считается диском, а только основанием, на которое опирается рама); $\mathcal{W}$ – число простых (одиночных) шарниров, соединяющих диски D ; C_o – число связей в опорах системы.

2. Выбирается основная система метода сил, то есть статически определимая, геометрически неизменяемая система, получаемая из заданной статически неопределимой рамы путем отбрасывания лишних связей и замены их неизвестными усилиями.

Для получения основных систем метода сил используются следующие подходы в отбрасывании «лишних» связей: отбрасывание опор (при отбрасывании шарнирно подвижной опоры удаляется одна связь, шарнирно неподвижной опоры – две связи и при отбрасывании заделки – три связи) и отдельных опорных связей в опорах; разрезание затяжек (удаляется одна связь); врезание шарниров (удаляется одна связь); разрезание шарниров (удаляется две связи при разрезании одного простого шарнира); разрезание стержней (удаляется три связи).

Для любой статически неопределимой системы существует большое число основных систем метода сил. Для расчета нужно выбрать одну О.С., называемую расчетной, в качестве которой следует принять самую рациональную, в которой построение эпюр внутренних сил было бы как можно более простым и сами эпюры были бы как можно более простыми.

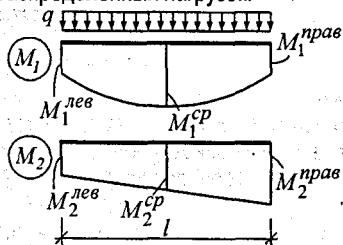
3. В основной системе метода сил строятся единичные эпюры внутренних сил $\bar{M}_1, \bar{M}_2, \dots, \bar{M}_n$ от действия единичных значений неизвестных метода сил $X_1, X_2, \dots, X_n$ и грузовая эпюра изгибающих моментов M_p от действия внешней нагрузки.

4. Вычисляются значения единичных коэффициентов и свободных членов канонических уравнений метода сил (5) по формулам:

$$\delta_{ii} = \sum_1^n \int_0^l \frac{\bar{M}_i^2 dx}{EJ}; \quad \delta_{ik} = \sum_1^n \int_0^l \frac{\bar{M}_i \bar{M}_k dx}{EJ}; \quad \Delta_{iP} = \sum_1^n \int_0^l \frac{\bar{M}_i M_P dx}{EJ}, \quad (4)$$

где $\bar{M}_i$ ($\bar{M}_k$) – закон изменения (эпюра) изгибающих моментов в О.С. от действия силы $X_i = 1$ ($X_k = 1$); M_P – закон изменения (эпюра) изгибающих моментов в О.С. от действия внешних нагрузок; EJ – жесткость стержня (участка) при изгибе, n – число участков интегрирования, l – длины этих участков.

Законы изменения изгибающих моментов на различных участках рамно-стержневых систем будут разными. Разными могут быть и жесткости участков. Поэтому в формулах (4) вычисление интегралов Мора необходимо производить отдельно по участкам, на которых законы изменения эпюр и величины жесткостей в пределах длин этих участков одинаковы, с последующим сложением результатов по всем участкам системы, то есть эпюры усилий раме следует разбивать на участки одновременной непрерывности изменения внутренних сил и жесткостей, в пределах которых законы изменения «перемножаемых» эпюр должны быть неизменными, то есть не должны иметь скачков, изломов и переходов к другим законам изменения; и на которых жесткости должны быть постоянными. Границами рассматриваемых участков интегрирования в рамно-стержневых системах будут точки (сечения): излома и разветвления стержней; приложения сосредоточенных внешних нагрузок (сил, моментов); действия опорных реакций; начала и конца распределенных нагрузок.



Вычисление интегралов Мора в формулах (4) будем производить по формулам Симпсона и трапеций.

Формула Симпсона. Эта формула может применяться для вычисления интегралов Мора путем соответствующего «перемножения» как линейных эпюр, так и эпюр, одна из которых криволинейная (изменяется по параболическому закону) (рис. 1).

Формула Симпсона имеет вид:

Рисунок 1

$$\int_0^l \frac{M_1 M_2 dx}{EJ} = \frac{l}{6EJ} (M_1^{лев} \cdot M_2^{лев} + 4M_1^{сп} \cdot M_2^{сп} + M_1^{прав} \cdot M_2^{прав}) \quad (5)$$

Формула трапеций может применяться для «перемножения» согласно интегралам Мора только линейных эпюр (рисунок 2):

$$\int_0^l \frac{M_1 M_2 dx}{EJ} = \frac{l}{6EJ} (2M_1^{лев} \cdot M_2^{лев} + M_1^{лев} \cdot M_2^{прав} + M_1^{прав} \cdot M_2^{лев} + 2M_1^{прав} \cdot M_2^{прав}). \quad (6)$$

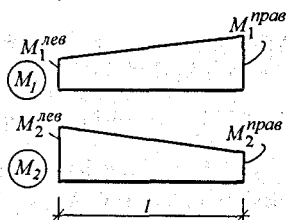


Рисунок 2

Правило знаков. В формулах Симпсона и трапеций произведения «перемножаемых» ординат принимаются со знаком «плюс», если растянутые волокна в сечениях, в которых взяты эти ординаты, находятся с одной стороны стержня на обоих эпюрах, и со знаком «минус», если растянутые волокна в сечениях стержня для этих ординат противоположны.

Заметим, что если построить суммарную единичную эпюру по выражению

