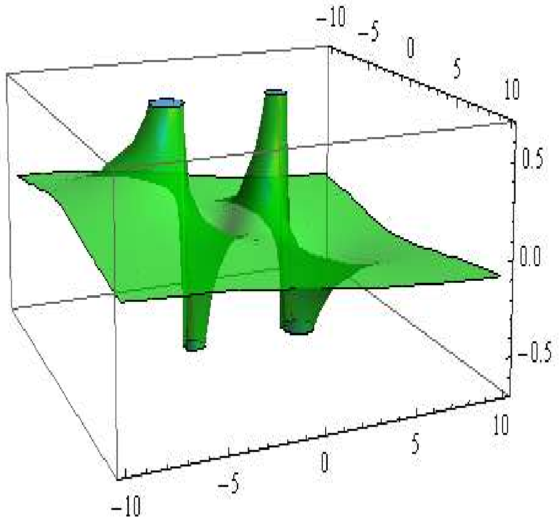

Рисунок 3 – График мнимой части функции (3)

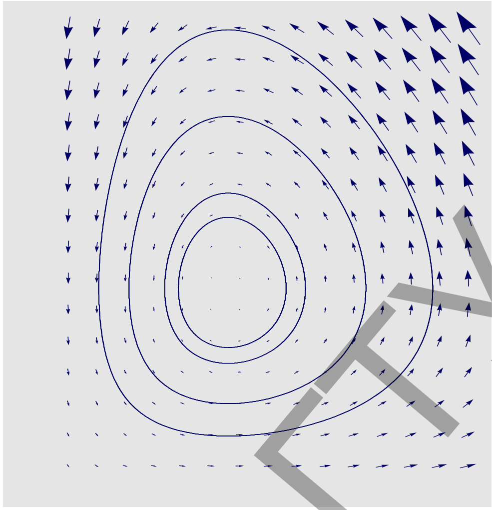

Рисунок 4 – Фазовый портрет системы «хищник-жертва» $x_t' = x(2-y),\ y_t' = y(2x-3)$, ***с критическими точками (0;0) и (1.5;2)***

Список цитированных источников

1. Edwards, C. Henry. Differential Equations and Boundary Value Problems: Computing and Modeling / C. Henry Edwards, David E. Penny. – Pearson Education, Inc., 2008. – 816 p.
2. Abel, M.L. Differential Equations with Mathematica Burlington / M.L. Abel, P. Braselton. – Academic press in imprint of Elsevier, 2004. – 257 p.

УДК 517.9, 519.61

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО И ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНИМАЦИОННЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ СИСТЕМЫ *Mathematica*

Велесевич А.А., Марзан Е.И.

УО «Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина», г. Брест

Научный руководитель – Чичурин А.В., д. ф.-м. н., доцент (Украина)

Рассматриваются задачи поиска и визуализации решений с помощью системы *Mathematica* для уравнений гиперболического и параболического типов.

Общее решение одномерного волнового уравнения $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ (*a* – параметр) находится в символьном виде

$$u(x,t) = C_1[x - \sqrt{a^2}t] + C_2[x + \sqrt{a^2}t],$$

где C_1, C_2 – произвольные функции от своих аргументов, причем $x = \sqrt{a^2}t + c,\ x = -\sqrt{a^2}t + c$ – характеристики (*c* есть произвольная постоянная). Используя функцию Manipulate [1], построим модуль, позволяющий изобразить форму поверхности *u* как функции переменных *t* и *x* (рис. 1, рис. 2). Аналитическое решение

$$u(x,t) = C_1[y + a^{-1}(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})x/2] + C_2[y - a^{-1}(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})x/2]$$

мы можем получить для дифференциального уравнения

$$a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+b\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+c\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0,$$

для которого выполняется соотношение $b^2-4ac<0$ (гиперболический тип) и $b^2-4ac=0$ (параболический тип). При этом легко определяются два семейства действительных характеристик в первом случае и одно семейство – во втором.

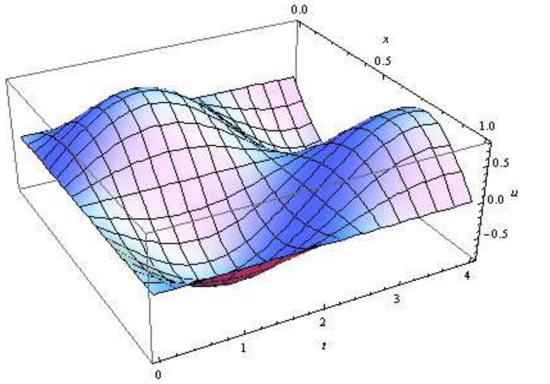

Рисунок 1 – График функции u = u(x,t) для a = 0.2

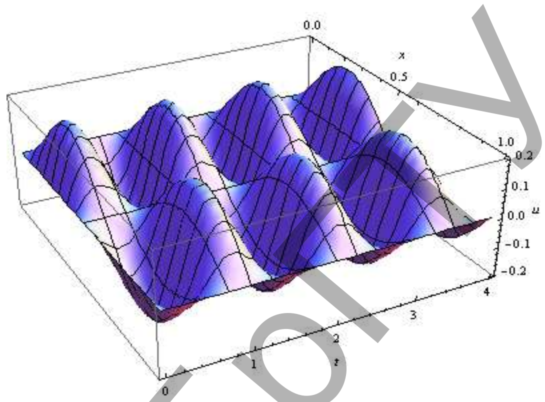

Рисунок 2 – График функции u = u(x,t) для a = 0.8

Визуализация и анимация решений уравнений гиперболического типа с тремя независимыми переменными (описывающие колебания мембран) могут быть построены с помощью встроенных численных методов и основных команд NDSolve и Plot [2]. Например, для уравнения

$$2\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)=0 \qquad (1)$$

с начальными и граничными условиями вида

$$\frac{\partial u(x,y,0)}{\partial t}=0,\ u(x,y,0)=8xy(1-x)(1-y), \qquad (2)$$

$$u(0,y,t)=u(1,y,t)=u(x,0,t)=u(x,1,t)=0 \qquad (3)$$

для 4-х промежутков времени графики поверхности $u(x,y)$ имеют следующий вид (рис. 3)

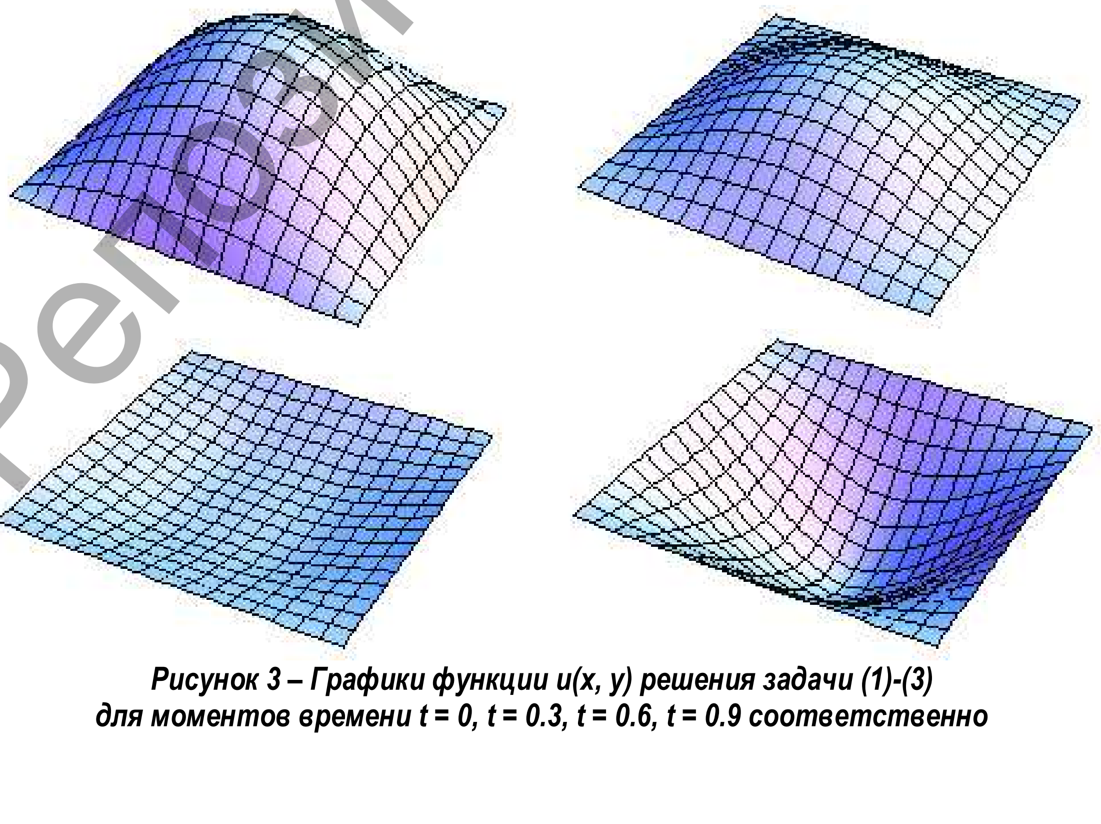

Рисунок 3 – Графики функции u(x, y) решения задачи (1)-(3)
для моментов времени t = 0, t = 0.3, t = 0.6, t = 0.9 соответственно

Список цитированных источников

1. Wolfram Web Resources [Electronic resource] / ed. S. Wolfram. – Champaign, 2011. – Mode of access: www.wolfram.com.
2. Heikii Ruskieaa Mathematica Navigator Mathematics, Statistics and Graphics. – Elsevier Inc., 2009. – 1112 p.

УДК 519.6:517.9:532.63

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КАПИЛЛЯРНОЙ ГИДРОСТАТИКИ О РАВНОВЕСНЫХ ФОРМАХ ЖИДКОСТИ, ВЫДАВЛИВАЕМОЙ ИЗ КАПИЛЛЯРА

Волотовская Ю.Н.
УО «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины», г. Гомель
Научный руководитель – Полевиков В.К., к. ф.- м. н., доцент

Задачи с нерегулярными условиями на границе занимают важное место в гидромеханике невесомости. Например, численное моделирование процесса выращивания монокристаллов, как и решение многих других прикладных задач гидромеханики невесомости, требует определения равновесных форм свободной поверхности с нерегулярными условиями на границе, при которых свободная поверхность опирается на линию излома твердой стенки [1]. Такие задачи ранее численно не решались, лишь некоторые подходы предложены в [2].

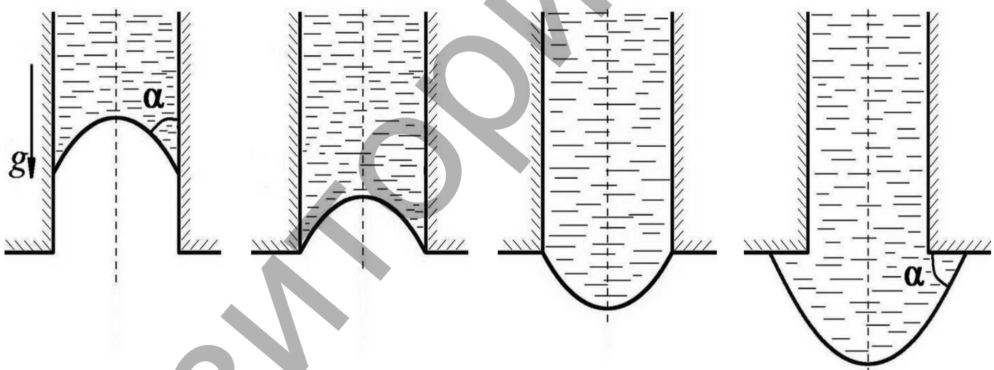

Рисунок 1 – Иллюстрация эволюции свободной поверхности

Данная работа посвящена численному моделированию равновесных капиллярных поверхностей с нерегулярными условиями контакта в случае классической задачи капиллярной гидростатики – о квазистатическом процессе медленного выдавливания жидкости из вертикального цилиндрического капилляра, примыкающего к плоской торцевой стенке [1]. Характерные стадии эволюции свободной поверхности показаны на рисунке 1.

Пусть R_0 – радиус капилляра; V – объем жидкости; α – угол смачивания. Радиус R_0 примем за единицу длины и сформулируем осесимметричную задачу о равновесной форме свободной поверхности жидкости в безразмерных переменных. Для этого введем безразмерные цилиндрические координаты z и r так, чтобы ось z совпала с осью симметрии капилляра, и направим её против вектора ускорения свободного падения g. Выберем начало координат на плоской горизонтальной пластине, а именно – в центре основания капилляра. Обозначим через s безразмерную длину дуги искомой равновесной линии, изменяющуюся от $s = 0$ в точке контакта меридиана с плоскостью $r = 0$ до $s = L$ в точке контакта меридиана с плоскостью $z = 0$ или твердой стенкой капилляра.