



УДК 624.012.45:539.4

## МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ

**Щербач А.В.**

*Брестский государственный технический университет*

В практике проектирования железобетонных конструкций в нормативных документах разных стран применяют отличающиеся по принципам построения и получаемым результатам методы расчета по прочности на действие поперечных сил. Среди них следует выделить принятые в нормах Eurocode 2 [7] и СНиП 2.03.01-84\* [1] расчетные методы, к которым в той или иной степени близки и другие нормы. Они основаны на разных физических представлениях о работе конструктивных элементов в зоне среза. Eurocode 2 [7] придерживается ферменной аналогии, использующей раскосно-стержневую модель внутренних усилий в железобетонном элементе, а расчет по СНиП [1] производят по наклонным сечениям, рассматривая равновесие части элемента, ограниченной наклонной трещиной. С учетом этих независимых подходов происходит развитие и дальнейшее совершенствование указанных методик. Рассмотрим их основные положения и расчетные зависимости, позволяющие получать необходимые для сравнения результаты.

Представив железобетонный элемент, работающий на восприятие поперечных сил, в виде традиционной раскосой фермы (рис. 1), прочность по

нормам Eurocode 2 [7] рассчитывают для сжатых и растянутых поясов и раскосов.

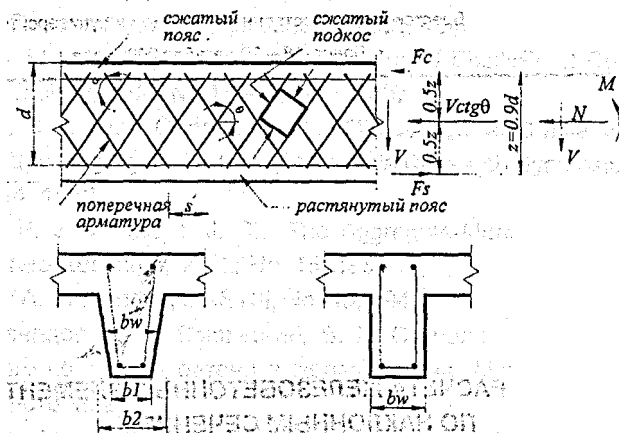


Рис.1. Расчетная схема к ферменной модели [7].

$\alpha$  - угол между поперечной и продольной арматурой;

$\theta$  - угол между сжатыми подкосами и продольной арматурой;

$F_{Ed}$  - расчетная величина растягивающего усилия в продольной арматуре;

$F_{cd}$  - расчетная величина сжимающего усилия в бетоне в направлении продольной оси;

$b_w = (b_1 + b_2) / 2$ ;  $z$  - плечо, соответствующее максимальному изгибающему моменту (для элементов с постоянной высотой поперечного сечения).

Общее условие прочности для элементов фермы [7]:

$$V_{Ed,w} < V_{Rd,ct} \quad (1)$$

где:  $V_{Ed,w}$  - расчетная величина поперечной силы;

$V_{Rd,ct}$  - расчетное сопротивление срезу элементов, без поперечного

армирования.

Если условие (1) не выполняется, то рассматриваемый элемент должен быть обеспечен поперечным армированием таким образом, чтобы выполнялось условие:

$$V_{Ed,w} < V_{Rd,sy} \quad (2)$$

где:  $V_{Rd, sy}$  - расчетная величина максимальной поперечной силы, которая может быть передана через поперечную арматуру.

Рассмотрим случай, когда элементы нуждаются в поперечном армировании.

Для элементов не подверженных воздействию осевых усилий, с вертикальной поперечной арматурой, сопротивление сдвигу будет равняться меньшей из величин, определяемых по формулам [7]:

$$V_{Rd, sy} = \frac{A_{sw}}{S} z f_{ywd} ctg \theta, \quad (3)$$

$$V_{Rd, max} = b_w z v f_{cd} / (ctg \theta + tg \theta), \quad (4)$$

при 
$$\frac{A_{sw} f_{ywd}}{b_w s} \leq \frac{1}{2} v f_{cd}, \quad (5)$$

где:  $v = 0.7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0.5,$  (6)

$f_{ck}$  - цилиндрическая прочность на сжатие образцов в возрасте 28 суток;

$f_{ywd}$  - расчетное сопротивление хомутов;

$f_{cd}$  - расчетная величина цилиндрической прочности на сжатие;

$A_{sw}$  - площадь поперечного сечения хомутов.

Для элементов подверженных воздействию осевых усилий, с наклонной поперечной арматурой, сопротивление сдвигу будет равняться меньшей из величин, определяемых по формулам [7]:

$$V_{Rd, sy} = \frac{A_{sw}}{S} z f_{ywd} (ctg \theta + ctg \alpha) \sin \alpha, \quad (7)$$

$$V_{Rd, max} = b_w z v f_{cd} / (ctg \theta + ctg \alpha) / (1 + ctg^2 \theta); \quad (8)$$

при 
$$\frac{A_{sw} f_{ywd}}{b_w s} \leq \frac{0.5 v f_{cd} \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} \quad (9)$$

В случае элементов подверженных воздействию осевого сжимающего усилия, выражения (5) и (8) должны быть приведены, согласно [7], к значению  $V_{Rd, red}$ :

$$V_{Rd, red} = 1.67 V_{Rd, max} (1 - \sigma_{cp, eff} / f_{cd}) < V_{Rd, max}, \quad (10)$$

где:  $\sigma_{cp, eff} = N_{Ed} / A_c,$  (11)

$V_{Rd, red}$  - приведенная величина  $V_{Rd, max}$ .

$\sigma_{cp,eff}$  - эффективное напряжение в бетоне, возникшее под воздействием расчетного осевого усилия и получаемое за счет усреднения эпюры напряжений по поперечному сечению элемента;

$N_{Ed}$  - расчетное осевое усилие;

$A_c$  - общая площадь поперечного сечения элемента.

Для растянутых элементов согласно [7]  $ctg\theta$  принимается равным единице.

Дополнительное растягивающее усилие в продольной арматуре, возникающее в результате сдвига определяется по формуле [7]:

$$T_d = 0.5V_{Ed,w}(ctg\theta = ctg\alpha), \quad (12)$$

где:  $V_{Ed,w}$  - расчетная величина поперечной силы.

Расчет поясов и раскосов фермы производят, последовательно задаваясь углом наклона бетонных полос  $\theta$  в диапазоне  $21.8^\circ \leq \theta < 45^\circ$ .

Согласно СНиП [1] расчет элементов без поперечной арматуры производят согласно условию (84), полученному в результате испытания балок с однозначной эпюрой изгибающих моментов в зоне действия поперечных сил. Однако широко применяются элементы, работающие в условиях знакопеременных изгибающих моментов (балки на упругом основании, неразрезные балки и др.).

Экспериментальные исследования железобетонных элементов с двузначной и однозначной эпюрами изгибающих моментов в зоне действия поперечных сил свидетельствуют о различии в их несущей способности [8]. Анализ опытных данных согласно [8] в зависимости от относительных величин пролета среза и изгибающих моментов позволил разработать предложения по расчету прочности по наклонным сечениям, учитывающие особенности их работы при наличии знакопеременной эпюры моментов в зоне действия поперечных сил:

$$\left. \begin{aligned} Q_{bf1} &= \frac{\varphi_1 \varphi_{sin} F_b h_0}{c} \\ Q_{bf2} &= \frac{\varphi_2 \varphi_{sin} F_b}{1 + \frac{M}{Qh_0}} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где:  $\varphi_1, \varphi_2$  - численные коэффициенты;

$\varphi_{sin}$  - коэффициент, учитывающий влияние продольной арматуры, нормальных трещин и продольных сил:  $\varphi_{sin} = \varphi_s \varphi_l (1 + \varphi_n)$ ;

где  $F_b$  — усилие в бетоне:  $F_b = R_{bt}bh_0$ .

Прочность железобетонных элементов считается обеспеченной, если выполняется одно из условий:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &\leq Q_{b1}, \\ Q_2 &\leq Q_{b2}, \end{aligned} \right\} \text{ (14)}$$

где:  $Q_1, Q_2$  — поперечные силы, определяемые от внешней нагрузки, расположенной по одну сторону от рассматриваемого сечения, при распорной балочной работе элементов.

При сравнении опытов с расчетом по формулам (13), согласно [8] установлено их лучшее совпадение, чем при сопоставлении со СНиП [1].

Результаты проведенных исследований в области сопротивления железобетона [3] действию поперечных сил, выполненные различными исследователями в последние годы, послужили основанием для разработки расчетных схем и моделей, более правильно отражающих фактический характер работы железобетонного элемента при действии поперечных сил. Исходя из фактического характера работы элемента при действии поперечных сил, опираясь на основные положения [4], была предложена расчетная схема в виде трехблочной системы. Она состоит из жестких бетонных блоков, соединенных между собой податливыми связями (рис. 2).

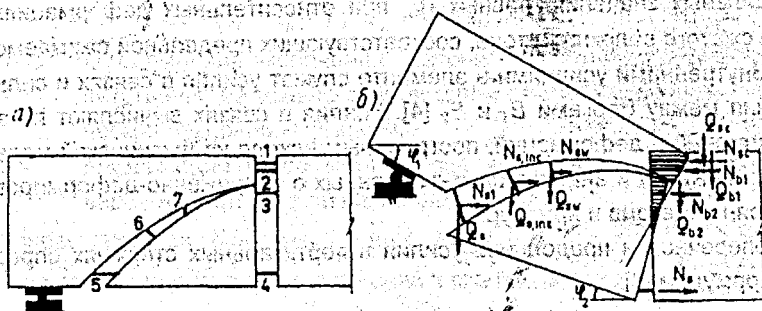


Рис. 2. Физическая модель (а), кинематическая схема деформирования элемента и распределение внутренних усилий при действии поперечных сил (б).

- Связи: 1 — верхняя продольная арматура;  
 2, 3 — бетон сжатой зоны над и под вершиной наклонной трещины;  
 4, 5 — нижняя продольная арматура;  
 6, 7 — наклонная и вертикальная поперечная арматура.

Результаты экспериментов показывают [3], что образование критической наклонной трещины резко замедляет рост нормальных трещин. С дальнейшим увеличением внешней нагрузки интенсивно увеличивается ширина раскрытия критической наклонной трещины, а положение нейтральной оси в нормальном сечении и ширина раскрытия нормальной трещины меняются незаметно. В результате нижний блок, непосредственно связанный с нормальной трещиной, поворачивается меньше, чем верхний, поворот которого непосредственно зависит от раскрытия ширины и развития критической наклонной трещины. Это приводит к взаимному смещению блоков  $B_1$  и  $B_2$  вдоль критической наклонной трещины.

Исходя из характера деформирования элемента при действии поперечных сил принимается, что после образования критической наклонной трещины верхний блок поворачивается относительно горизонтальной оси, проходящей по границе сжатой зоны в наклонном сечении.

Кинематическая схема деформирования, распределение внутренних усилий и причины исчерпания несущей способности системы принимают по методике [4].

Расчетная схема предельного равновесия железобетонного элемента приведена на рис. 3. За критерий исчерпания несущей способности элемента принимается разрушение связи 2 при достижении нормальными напряжениями в бетоне верхнего блока на уровне вершины наклонной трещины предельных значений, равных  $R_b$ , при относительных деформациях крайнего сжатого волокна бетона, соответствующих предельной сжимаемости  $\epsilon_{bu}$  [3]. Внутренними усилиями в элементе служат усилия в связях и силы зацепления между блоками  $B_1$  и  $B_2$  [4]. Усилия в связях вычисляются по эпюрам напряжений и деформаций, построенным исходя из физической модели работы элемента и анализа опытных данных о напряженно-деформированном состоянии бетона и арматуры.

Поперечное и продольное усилия в вертикальных стержнях определяют по формулам [3]:

$$\left. \begin{aligned} Q_{sw} &= (A_{sw} R_{sw} C / S) \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \\ N_{sw} &= (A_{sw} R_{sw} C / S) \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \end{aligned} \right\} \text{ (15)}$$

Поперечное и продольное усилия в наклонных стержнях находят по формулам:

$$\left. \begin{aligned} Q_{s,inc} &= A_{s,inc} R_{s,inc} \sin(\beta + \varphi_1 - \varphi_2) \\ N_{s,inc} &= A_{s,inc} R_{s,inc} \cos(\beta + \varphi_1 - \varphi_2) \end{aligned} \right\} \text{ (16)}$$



$$N_{st} = A_s \sigma_{st} \cos \theta; Q_s = A_{sc} \sigma_{st} \sin \theta, \quad (20)$$

Усилия в продольной сжатой арматуре в конце наклонной трещины:

$$N_{sc} = A_{sc} \sigma_{sc} \cos \varphi_1; Q_{sc} = A_{sc} \sigma_{sc} \sin \varphi_1, \quad (21)$$

Продольную арматуру рассматривают как стержень, заделанный в блоки  $B_1$  и  $B_2$  (см. рис. 4).

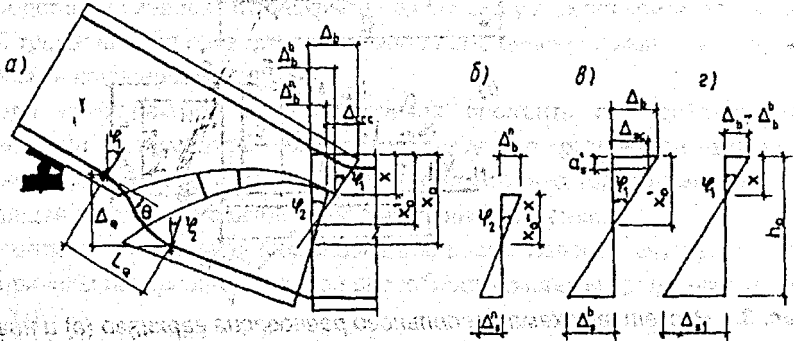


Рис. 4. Кинематическая схема деформирования элемента (а) и эпюры деформаций в нормальном (б, в) и наклонном (з) сечениях согласно [3].

В процессе деформирования левый конец стержня вместе с блоком  $B_1$  поворачивается на угол  $\varphi_1$ , а правый вместе с блоком  $B_2$  — на угол  $\varphi_2$ . При повороте блоков на разный угол вертикальное смещение концов стержня составляет [4] примерно  $\Delta_Q = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot C$ . Перемещение концов на  $\Delta_Q$  в стержне вызывает изгибающий момент, определяемый по известной формуле теории упругости  $M = 6EI\Delta_Q / L_Q^2$ . С другой стороны, как показывают результаты экспериментов, при поперечном изгибе продольной арматуры появляется значительная разница между деформациями верхних и нижних волокон стержня в одном сечении. При этом максимальные деформации на крайних волокнах в несколько раз больше осевых в этих же сечениях. В таком случае, предполагая, что напряжение в растянутой грани стержня достигает  $R_s$ , изгибающий момент, воспринимаемый арматурным поясом в этих сечениях [3],

$$M = (R_s - \sigma_{st}) W_s, \quad (22)$$

где:  $\sigma_{st}$  - осевое растягивающее напряжение в продольной арматуре в начале наклонной трещины. Тогда длина стержня между точками защемления:



$$L_Q = \omega_3 \sqrt{3d_s E_s \Delta_Q / (R_s - \sigma_s)}, \quad (23)$$

где:  $d_s$  - толщина арматурного пояса;  
 $\omega_3$  - коэффициент, учитывающий сопротивление бетона свободному перемещению продольной арматуры в теле бетона.

На основе анализа опытных данных коэффициент  $\omega_3$  можно принимать равным 0,5.

Известно, что при данной схеме деформирования продольной арматуры, максимальный угол поворота стержня возникает в средней части, а его величина, вычисленная по формулам теории упругости, составляет  $(E\theta)_{x=0,5L_Q} = 1,5E\Delta_Q / L_Q$ . Подставляя в эту формулу значения  $\Delta_Q$  и  $L_Q$ , определяют максимальный угол поворота продольной арматуры в месте ее пересечения наклонной трещиной:

$$\theta = \sqrt{3(R_s - \sigma_{s1}) \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) C / (d_s E_s)}, \quad (24)$$

Итак, мы имеем шесть уравнений равновесия - по три для верхнего и нижнего блоков и десять неизвестных величин:  $Q$ ,  $Q_{b1}$ ,  $Q_{b2}$ ,  $C$ ,  $x$ ,  $x_0$ ,  $\sigma_b$ ,  $\sigma_s$ ,  $\sigma_{s1}$  и  $\sigma_{s0}$ . Для решения поставленной задачи необходимо еще четыре уравнения. С этой целью используют уравнения деформирования системы, описывающие поворот блоков  $B_1$  и  $B_2$  относительно горизонтальной оси, проходящей по границе сжатой зоны в нормальном и наклонном сечениях.

Таким образом, совместно решая все уравнения равновесия внешних и внутренних сил, действующих в наклонном сечении, можно определить несущую способность элемента при действии поперечных сил согласно [3]. Однако в данной методике нет никаких указаний по поводу принципа определения  $s_0$  - величины проекции наклонной трещины. При этом необходимо отметить, что представляемый метод несмотря на свою сложность и попытку приблизиться к физической модели работы приопорного сечения не только не лишен условностей, но и вводит новые, предпринимая попытку усовершенствовать модель сечений по СНиП 2.03.01-84\* [1].

Довольно часто появляется необходимость оценки прочности железобетонных сечений, у которых сжатая зона состоит из разных бетонов (или бетонов одного проектного состава, но выполненных с разрывом во времени). Такая задача возникает, например, при расчете сборно-монолитных конструкций.

Авторами [7] предложена следующая методика расчета. В дополнение к формулам (1)-(12) касательные напряжения, действующие по поверхности контакта между сборным и монолитным бетоном должны удовлетворять следующему условию:

$$V_{Edi} = V_{Rdi} \quad (25)$$

где:  $V_{Edi}$  — расчетная величина касательного напряжения действующего по поверхности контакта бетонов;  $V_{Rdi}$  — расчетное сопротивление сдвигу по поверхности, определяемое из выражения:

$$V_{Rdi} = cf_{ctk,0.05} + \mu\sigma_n + \rho f_{yd} (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) \leq 0.2f_{cd} \quad (26)$$

где:  $c$  и  $\mu$  — коэффициенты, зависящие от шероховатости поверхности стыкового соединения;

$f_{ctk,0.05}$  — нормативное сопротивление при растяжении менее прочного бетона в составном сечении;

$\sigma_n$  — нормальные напряжения, действующие на плоскость контакта;

$$\rho = A_s/A_i;$$

$A_s$  — площадь поперечного сечения арматуры, пересекающей поверхность соприкосновения бетонов;

$A_i$  — площадь стыка;

угол  $\alpha$  — угол наклона армирования к плоскости стыка, показан на рис. 5 ( $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ ).

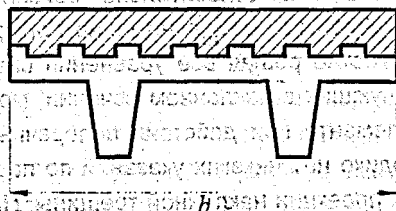


Рис. 5. К расчету сборно-монолитных элементов:

а) пример поверхности соприкосновения монолитного и сборного бетонов, б) зубчатый стык.

С конца 60-х годов ведутся работы по созданию физически обоснованной методики расчета железобетонных элементов на поперечную силу [6], которые, однако, пока далеки от завершения. К рассмотрению предлагается еще один метод расчета. Его, очевидно, нельзя назвать физическим в полном смысле этого слова, поскольку он оперирует некоторой идеализированной формой эпюр напряжений в сжатой зоне и использует феноменологический критерий прочности бетона. В то же время он отражает структуру сопротивления срезам железобетонных элементов, а использование идеализации позволяет сделать пригодными для практики.

Рассмотрим железобетонную балку прямоугольного сечения без поперечной арматуры (рис. 6). После образования наклонных трещин балка превращается в бетонную арку, затянутую продольной арматурой. Ригель этой арки подвергается совместному действию сжатия и среза. Допустим, что, в момент разрушения бетон ригеля переходит в пластическое состояние, подобно тому, как это предполагается при расчете нормальных сечений. Это позволяет считать, что эпюры нормальных и касательных напряжений в зоне над наклонной трещиной имеют прямоугольную форму с ординатами  $\sigma$  и  $\tau$  (см. рис. 6). При этом  $\sigma$  и  $\tau$  определяют из уравнений равновесия [5]:



$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{M}{bxz} \\ \tau &= \frac{Q}{bx} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

где:  $z$  — плечо внутренней пары.

При такой идеализации занижаются максимальные нормальные [5] напряжения в бетоне, но этот фактор не вносит существенной погрешности в результаты расчета.

Высоту сжатой зоны бетона над вершиной наклонной трещины  $x$  определяют из уравнения равновесия нормальных сил:

$$\sigma_b b x - \sigma_s A_s = 0, \quad (28)$$

и условия совместности деформаций при взаимном повороте крайнего и среднего блоков балки вокруг вершины наклонной трещины (см. рис. 6)

$$\frac{\epsilon_b}{\epsilon_s} = \frac{x}{h_0 - x} \quad (29)$$

Принятие такого деформационного условия равносильно предположению о том, что затяжка арки по всей длине лишена сцепления с бетоном [5]. Такое допущение близко к действительности (см. рис. 6).

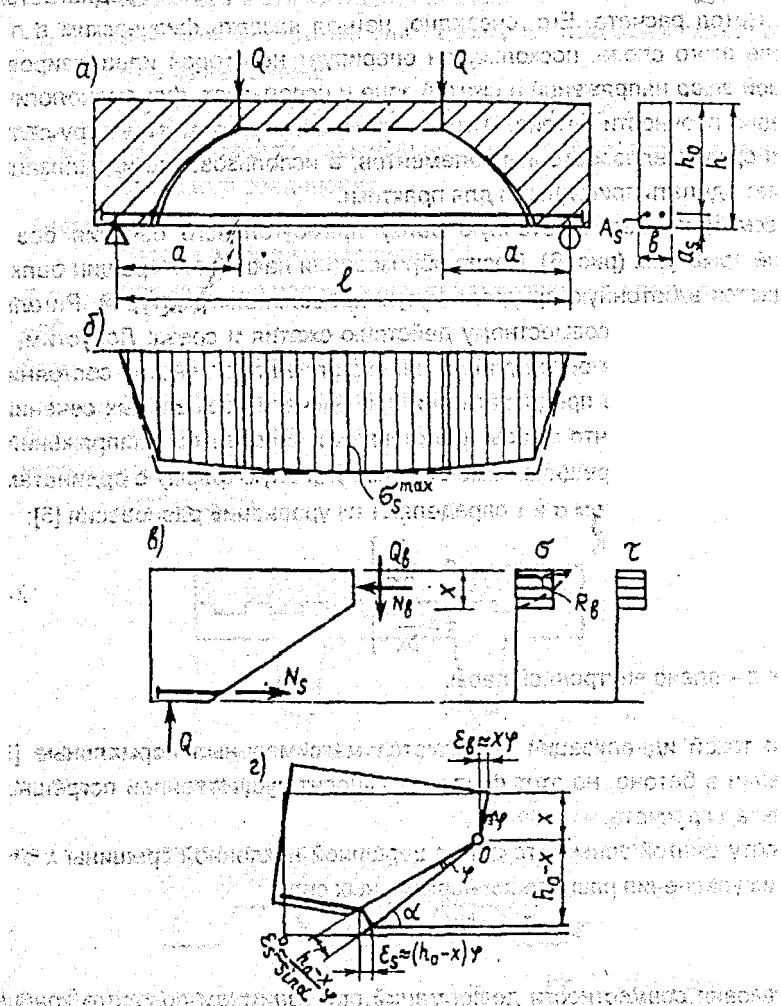


Рис. 6. Расчет балочных элементов

- а — прямоугольного сечения на действие поперечных сил;
- б — схема изменения напряжений в арматуре по длине пролета и ее идеализация;
- в — схема усилий в сечении и расчетные эпюры  $\sigma$  и  $\tau$ ;
- г — к выводу условия совместности деформаций

С учетом закона Гука для бетона и арматуры находят высоту сжатой зоны бетона над наклонной трещиной:

$$\frac{x_{\text{н.т.}}}{h_0} = \frac{1}{2} \left( -k + \sqrt{k^2 + 4k} \right), \quad (30)$$

где:  $k = n\mu_s$ ,  $n = \frac{E_s}{\lambda_b E_b}$ ,  $\mu_s = \frac{A_s}{bh_0}$

Присоединяя к уравнениям (27) условие равновесия внешних сил  $M=Qa$ , получим систему из 3-х уравнений с четырьмя неизвестными  $M$ ,  $Q$ ,  $\sigma$  и  $\tau$ . Замыкающим для этой системы является уравнение прочности сжатой зоны, связывающее  $\sigma$  и  $\tau$  в предельном состоянии [5].

При проверке предложенной методики рассчитали 24 балки из опытов разных авторов. В результате установлено, что в большинстве случаев теоретические значения предельной нагрузки  $Q_{\text{ult}}$  практически совпадают с экспериментальными - для 17 образцов отклонение составило <15%.

Необходимо отметить, что возникновение арочного эффекта в конструкциях, работающих на срез, не является обязательным явлением. В некоторых случаях возможна передача усилия от точки приложения нагрузки на опору непосредственно через т.н. сжатый подкос. Такого рода эффект можно наблюдать в коротких балках. Следовательно, применимость данной методики зависит от геометрической формы рассматриваемого элемента. Так японские нормы AIJ Code, 1988 [9] используют одновременно в расчетной модели арочную и ферменную аналогии, определяя четко границы применения каждой из этих моделей, либо их совместное действие.

## ВЫВОД

Разрушение железобетонных элементов по наклонным сечениям представляет собой сложное явление, на характер которого влияют разнообразные конструктивно-технологические факторы. Поэтому, несмотря на многочисленные исследования, удовлетворительной методики расчета по прочности пока не разработано. Способ расчета, заложенный в действующих нормах, основан на зависимостях, построенных по результатам испытаний балок. Эмпирический характер этой методики затрудняет ее применение к другим конструкциям. Так, исследования показали, что для стеновых элементов, подвергнутых действию внецентренного сжатия и среза, методика СНиП 2.03.01-84 дает завышение несущей способности по сравнению с опытом в среднем на 40 %.

Следовательно, необходимо создание более совершенной методики расчета, учитывающей разнообразные факторы и позволяющей получить результаты более приближенные к экспериментальным данным.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. СНиП 2.03.01-84\* Бетонные и железобетонные конструкции. Нормы проектирования.
2. Климов Ю. А. Методы расчета железобетонных элементов при совместном действии изгибающих моментов и поперечных сил // Бетон и железобетон. – 1992 - № 10.
3. Алиев Р. Д. Расчет прочности элементов по наклонным сечениям // Бетон и железобетон. – 1993 - № 9.
4. Климов Ю. А. Расчет прочности элементов при действии поперечных сил // Бетон и железобетон. – 1988 - № 4.
5. Ашканидзе К. Г. Практический метод расчета прочности железобетонных стен и балок по наклонным сечениям // Бетон и железобетон. – 1992 - № 5.
6. Чупак И. М., Залесов А. С. Сопротивление железобетонных элементов действию поперечных сил. – Кишинев: Штиинца, 1981.
7. Eurocode 2 General Rules and Rules for Buildings – draft 1, – 2001
8. Рубин О. Д., совершенствование методики расчета прочности элементов по наклонным сечениям // Бетон и железобетон. – 1989 - № 10.
9. Architectural Institute of Japan. Design Guidelines for Earth Quake Resistant Reinforced Concrete Building Based on Ultimate Strength Concept, 1990.