УДК 624.012.35.-033.32

ПРИМЕНЕНИЕ ДЕФОРМАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА ИЗГИБАЕМЫХ СБОРНО-МОНОЛИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОЙ РАБОТЫ СВЯЗЕЙ СДВИГА

*Тур В. В., Шалобыта Т. П.**

Брестский государственный технический университет

Расчет железобетонных конструкций в соответствии с положениями деформационной модели [1], внесенной в качестве основной расчетной модели в проект норм [2], позволяет отказаться от целого ряда условностей и производить расчет сборно-монолитных конструкций на всех этапах их работы при любой компоновке составного сечения и произвольной системе действующих сил. Вместе с тем, принятая в [2] гипотеза о сплошности стыкового соединения и оценка прочности контакта как отдельно взятого элемента, а не в составе сборно-монолитной конструкции в целом, не позволяет повысить точность производимых расчетов [3–5]. Определение напряженно-деформированного состояния как стыкового соединения, так и в целом сборно-монолитного сечения, может быть в простейшей постановке выполнено при модификации теории составных стержней с учетом нелинейного поведения как составляющих элементов (деформационная расчетная модель для сечения), так и связей сдвига (деформационная модель для контакта). В общем случае при расчете сборно-монолитных изгибаемых конструкций на базе положений деформационной модели согласно [2], с

* *Тур В.В. – д.т.н., профессор, зав. каф. ТБиСМ БГТУ*
Шалобыта Т.П. – к.т.н., ст. преподаватель каф. ТБиСМ БГТУ

учетом нелинейного поведения связей сдвига следует использовать систему разрешающих уравнений вида:

$$\begin{cases} \dfrac{d\varphi}{dx} = -\dfrac{V_{sd,x} - \tau_{Rd,j} \cdot b_j \cdot \left(\dfrac{B_{1,2(m)}}{B_{1,1(m)}} - \dfrac{B_{1,2(s)}}{B_{1,1(s)}} \right)}{B_{2,2(m)} + B_{2,2(s)} - \left(\dfrac{B_{1,2(m)}^2}{B_{1,1(m)}} + \dfrac{B_{1,2(s)}^2}{B_{1,1(s)}} \right)}, \\ \dfrac{d\varepsilon_1}{dx} = \dfrac{\tau_{Rd,j} \cdot b_j}{B_{1,1(m)}} - \dfrac{B_{1,2(m)}}{B_{1,1(m)}} \cdot \dfrac{d\varphi}{dx} \\ \dfrac{d\varepsilon_2}{dx} = -\dfrac{\tau_{Rd,j} \cdot b_j}{B_{1,1(s)}} - \dfrac{B_{1,2(s)}}{B_{1,1(s)}} \cdot \dfrac{d\varphi}{dx} \\ \dfrac{d\tau_{Rd,j} \cdot b_j}{dx} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot k_t' \end{cases} \tag{1}$$

где: $\tau_{Rd,j}$ – текущие значения касательных напряжений в стыковом соединении; b_j – расчетная ширина стыкового соединения в рассматриваемом сечении x по длине балки; $B_{1,1(m)}$, $B_{1,2(m)}$, $B_{2,2(m)}$ – элементы матрицы мгновенных жесткостей согласно [6] для монолитной части сечения, определяемые относительно оси, проходящей в плоскости контакта; $B_{1,1(s)}$, $B_{1,2(s)}$, $B_{2,2(s)}$ – элементы матрицы мгновенных жесткостей для сборной части сечения, определяемые относительно той же оси; ε_1, ε_2 –относительные продольные деформации соответственно монолитной и сборной частей сечения на уровне продольной оси, располагаемой в плоскости контакта; φ – кривизна сборно-монолитного сечения; $V_{sd,x}$ – расчетная поперечная сила в сечении x по длине контакта, соответствующая рассматриваемому уровню нагружения; $k_t' = d\tau_{Rd,j} / d\delta_t$ – текущее значение коэффициента сдвиговой жесткости для стыкового соединения, определяемое в зависимости от уровня нагружения и конструкции стыкового соединения.

В зависимости от конструкции стыка текущее значение коэффициента сдвиговой жесткости k_t' следует определять:

– для армированных стыков с деформируемыми вертикальными связями ($0 < r_n < \infty$):

$$k_t' = \frac{\xi + \xi \dfrac{r_n}{k_n}}{1 + \xi \dfrac{r_n}{k_n}} k_{t0}', \tag{2}$$

– для неармированных стыков ($r_n = 0$, $\sigma^c_n = const$):

$k_t' = \xi \cdot k_{t0}'$, (3)

– для стыков с абсолютно жесткими вертикальными связями ($r_n = \infty$, σ^c_n = const):

$$k'_t = k'_{t0}, \tag{4}$$

В формулах (2) – (4):

k'_{t0} – текущее значение сдвиговой жесткости, определяемое для соответствующего уровня нагружения по диаграмме «$\tau_{Rd,j} - \delta_t$»; r_n – нормальная (осевая) жесткость вертикальных связей (арматуры в стыковом соединении); k_n – нормальная жесткость стыкового соединения, определяемая по формуле:

$$k_n = b_1 \cdot b_2 \cdot (\delta_n - \beta_d \cdot \delta_t), \tag{5}$$

где b_1, b_2 – константы, принимаемые для шероховатого стыкового соединения $b_1 = 0.008$, $b_2 = 0.88$; β_d – коэффициент дилатансии для стыкового соединения, определяемый по формуле:

$$\beta_d = 1.64 \cdot exp\left(-6.42\left|\frac{\sigma_n^c}{f_{cd}}\right|\right), \tag{6}$$

ξ – безразмерный параметр, определяемый по формуле:

$$\xi = \mu_f \beta_d \frac{k_n}{k'_{t0}}. \tag{7}$$

Элементы матрицы мгновенных жесткостей $[B]_{(m)}$ и $[B]_{(s)}$ допускается определять по формулам численного интегрирования, корректируя их в процессе итерационной процедуры с использованием диаграмм деформирования для материалов, принимаемых согласно СНБ 5.03.01 [2]:

$$B_{1,1(s)} = \sum_{i=1}^{n} A_{ci} \cdot E'_{c(s)} + \sum_{k=1}^{m} A_{sk} \cdot E'_{s(s)}, \tag{8}$$

$$B_{1,2(s)} = B_{2,1(s)} = \sum_{i=1}^{n} A_{ci} \cdot E'_{c(s)} \cdot y_i + \sum_{k=1}^{m} A_{sk} \cdot E'_{s(s)} \cdot y_k, \tag{9}$$

$$B_{2,2(s)} = \sum_{i=1}^{n} A_{ci} \cdot E'_{c(s)} \cdot y_i^2 + \sum_{k=1}^{m} A_{sk} \cdot E'_{s(s)} \cdot y_k^2, \tag{10}$$

$$B_{1,1(m)} = \sum_{j=1}^{l} A_{cj} \cdot E'_{c(m)} + \sum_{r=1}^{t} A_{sr} \cdot E'_{s(m)}, \tag{11}$$

$$B_{1,2(m)} = B_{2,1(m)} = \sum_{j=1}^{l} A_{cj} \cdot E'_{c(m)} \cdot y_j + \sum_{r=1}^{t} A_{sr} \cdot E'_{s(m)} \cdot y_r, \tag{12}$$

$$B_{2,2(m)} = \sum_{j=1}^{l} A_{cj} \cdot E'_{c(m)} \cdot y_j^2 + \sum_{r=1}^{t} A_{sr} \cdot E'_{s(m)} \cdot y_r^2, \tag{13}$$

В формулах (8) – (13):

A_{ci}, A_{cj} – площадь элементарной площадки бетонного сечения, принадлежащей соответственно сборному элементу и монолитному бетону;

$E'_{c(s)}$, $E'_{c(m)}$ – текущие значения модулей упругости соответственно для сборной и монолитной частей сечения, определяемые в зависимости от уровня нагружения по диаграммам «$\sigma-\varepsilon$» для материалов;

$E'_{s(s)}$, $E'_{s(m)}$ – тоже для арматуры, установленной в сборной и монолитной частях сечения;

A_{sk}, A_{sr} – площади сечения арматуры, установленной в сборной и монолитной частях сечения;

y_i, y_j – расстояния (со своим знаком), от плоскости контакта до центра тяжести элементарных участков бетона, в пределах, соответственно, сборной и монолитной частей сечения;

y_k, y_r – тоже для арматуры, располагаемой в сборной и монолитной частях сечения.

При действии на сборно-монолитную конструкцию нагрузки, равномерно распределенной по длине пролета, из решения системы уравнений (1) параметры деформированного состояния (ε_1, ε_2, φ) и касательные напряжения $\tau_{Rd,j}$ для любого сечения x по длине пролета балки, могут быть определены по формулам:

$$\tau_{K\text{ебо}}(x)=A_1+A_2-\alpha_0\cdot\alpha_1, \qquad (14)$$

где $F_1=N_1\cdot cos\left(\sqrt{a_1}\cdot x\right)$, $F_2=N_2\cdot cos\left(\sqrt{a_1}\cdot x\right)$;

при следующих граничных условиях:

при $x=0$: $\varepsilon_1=\varepsilon_{1,0}$; $\varepsilon_2=\varepsilon_{2,0}$; $\varphi=\varphi_0$; $\tau_{Rd,j}=0$;

при $x=l$: $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varphi=0$; $\tau_{Rd,j}=0$,

где l – полудлина балки.

$$N_1=\alpha_0/\alpha, \quad N_2=N_1\cdot tg\left(\sqrt{a_1}\frac{l}{2}\right).$$

$$\text{где } \alpha_1=\xi\cdot k_t\cdot(D_2-D_3), \quad \alpha_0=\xi\cdot k_t\frac{V_{Sd,x}}{B_{01}}\left(-\frac{B_{1,2(s)}}{B_{1,1(s)}}+\frac{B_{1,2(m)}}{B_{1,1(m)}}\right),$$

$$D_1=-\frac{\tau_{Rd,j}\cdot b_j\cdot B_0}{B_{01}}, \quad D_2=-\frac{b_j}{B_{1,1(s)}}+\frac{\tau_{Rd,j}\cdot b_j\cdot B_0}{B_{01}}\frac{B_{1,2(s)}}{B_{1,1(s)}},$$

$$D_3=-\frac{b_j}{B_{1,1(m)}}+\frac{\tau_{Rd,j}\cdot b_j\cdot B_0}{B_{01}}\frac{B_{1,2(m)}}{B_{1,1(m)}};$$

$$\text{где } B_{01}=\left[B_{2,2(m)}+B_{2,2(s)}\right]-\frac{B^2_{2,1(m)}}{B_{1,1(m)}}, \quad B_0=\frac{B_{2,1(m)}B_{1,1(s)}B_{2,1(s)}B_{1,1(m)}}{B_{1,1(m)}B_{1,1(s)}}.$$

$$\varphi(x)=\frac{D_1}{\sqrt{a_1}}\cdot(F_3-F_4)+P_1\cdot x+P_2, \tag{15}$$

$F_3=N_1\cdot\sin\left(\sqrt{a_1}\cdot x\right),\ F_4=N_2\cdot\cos\left(\sqrt{a_1}\cdot x\right),$

$P_2=\varphi_0+\left(\frac{D_1N_2}{\sqrt{a_1}}\right),$

$P_1=\frac{1}{l}\left(-\frac{D_1}{\sqrt{a_1}}\left[N_1\cdot\sin\left(\sqrt{a_1}\cdot l\right)-N_2\cdot\cos\left(\sqrt{a_1}\cdot l\right)\right]-\left(\varphi_0+\frac{D_1N_2}{\sqrt{a_1}}\right)\right).$

$$\varepsilon_1(x)=\frac{D_2}{\sqrt{a_1}}\cdot(F_3-F_4)+P_3\cdot x+P_4; \tag{16}$$

$P_4=\varepsilon_{1,0}+\frac{D_2}{\sqrt{a_1}}N_2,$

$P_3=\frac{1}{l}\left(-\frac{D_3}{\sqrt{a_1}}\left[N_1\cdot\sin\left(\sqrt{a_1}\cdot l\right)-N_2\cdot\cos\left(\sqrt{a_1}\cdot l\right)\right]-\varepsilon_{1,0}-\left(\varphi_0+\frac{D_2N_2}{\sqrt{a_1}}\right)\right).$

$$\varepsilon_2(x)=\frac{D_3}{\sqrt{a_1}}\cdot(F_3-F_4)+P_5\cdot x+P_6; \tag{17}$$

$P_6=\varepsilon_{2,0}+\frac{D_3}{\sqrt{a_1}}N_2,$

$P_5=\frac{1}{l}\left(-\frac{D_3}{\sqrt{a_1}}\left[N_1\cdot\sin\left(\sqrt{a_1}\cdot l\right)-N_2\cdot\cos\left(\sqrt{a_1}\cdot l\right)\right]-\varepsilon_{2,0}-\left(\varphi_0+\frac{D_3N_2}{\sqrt{a_1}}\right)\right)$

При действии произвольной системы нагрузок, дифференциальные уравнения (1) рекомендуется решать методом конечных разностей, подробно описанном в работе [6]. Разбивая длину стержня на «m» частей длиной Δx, значения неизвестных величин в точке j длины стержня представляют в виде:

$$y_{l,j+1}=y_{l,j}+\Delta x\left(\frac{dy_{l,j}}{dx}\right), \tag{18}$$

где $y_{l,j}=(\varepsilon_1,\ \varepsilon_2,\ \varphi,\ \tau_{Rd,j})$ – значения параметров деформирования составного сечения и касательные напряжения в точке j по длине стержня.

Для удовлетворения граничным условиям следует выразить значения неизвестных на одном конце стержня через неизвестные на другом, и затем решить уравнения метода начальных параметров.

В качестве критерия наступления предельного состояния контактного соединения в рассматриваемом сечении x по длине пролета балки, при расчете по деформационной модели, следует принимать условие достижения тангенциальными смещениями в контакте предельных значений $\delta_{tu} = 0.4$ мм, вертикальными смещениями – $\delta_{nu} = 0.2$ мм.

ВЫВОДЫ

1. Учет развивающихся в плоскости стыкового соединения взаимных сдвигов (нелинейное деформирование контакта) позволяет более приблизиться к физической модели работы составных конструкций и повысить точность производимых расчетов.
2. Оценка прочности контакта в составе сборно-монолитной конструкции позволяет подойти более экономично к их проектированию и учесть возможность появления новых схем разрушения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Байков В.И., Додонов М.И., Расторгуев Б.С. Общий случай расчета прочности элементов по нормальным сечениям // Бетон и железобетон. — 1987. — № 5. — С. 16—18.
2. СНБ 5.03.01–98. Конструкции бетонные и железобетонные. Нормы проектирования. Проект.— ГП «Стройтехнорм».— 1998.— 275 с.
3. Yoshikawa H., Wu Z., Tanabe T. Analytical Model for Shear Slip of Cracked Concrete// Journal of Structural Engineering. — 1989. — Vol. 115, No. 4, april.— P. 771-787.
4. Тур В.В., Шалобыта Т.П., Шалобыта Н.Н. Прочностные и деформативные параметры контактных соединений сборно-монолитных конструкций /«Вестник БПИ — Строительство и архитектура», №1, 2000 — С.6064.
5. Тур В.В., Шалобыта Т.П., Шалобыта Н.Н., К построению аналитической модели работы стыкового соединения железобетонных сборно-монолитных конструкций// Проблемы и перспективы современных строительных конструкций и технологий: Сб. тр./ Под ред. В.И. Драгана.— Брест: БПИ, 1998. — С.74-78.
6. Ржаницын А.Р., Захаров В.М. Расчет составных стержней из неупругого материала с неупругими связями сдвига // Строительная механика и расчет сооружений. — 1984. — № 1. — С. 17 —19.