В.А. КОФАНОВ, Т.Г. ХОМИЦКАЯ
БрГТУ (г. Брест, Беларусь)

АППРОКСИМАЦИЯ КУБИЧЕСКИМ СПЛАЙНОМ В MATHCAD

Система компьютерной алгебры Mathcad позволяет выполнять аппроксимацию данных с помощью кубических сплайнов. Для этих целей используются три встроенные функции: lsplain(), pspline() и cspline(). Синтаксис этих функций и примеры, иллюстрирующие их работу, приведены в справочной системе Mathcad, а также в учебниках и справочниках по данной тематике [1, 2 и др.]. Однако ни в одном из известных нам источников нет внятного пояснения о различиях этих функций, кроме того, что они выдают разные результаты. В связи с этим сравнить результаты аппроксимации кубическими сплайнами в Mathcad с результатами аппроксимации, полученными из других систем, затруднительно.

Как известно, кубический сплайн представляет собой кусочный полином третьей степени, который на отдельном сегменте $[x_i, x_{i+1}]$ можно представить в виде: $P_i(x) = \sum_{k=0}^{3}(B_k^i \cdot x^k)$, где B_k^i– постоянные коэффициентов полинома на i-ом участке.

Постоянные коэффициенты на каждом сегменте кусочного полинома определяются исходя из совокупности условий.

Одними из таких условий являются равенство функций $P(x)$ и ее первой и второй производной соседних участков в точке соединения этих участков, чем обеспечивается их непрерывность на всем диапазоне. Рассматривая графики второй производной аппроксимирующих функций, изображенных на рисунке, наблюдаем выполнение этих условий.

Также на графиках показано, что при аппроксимации функцией lspline() в качестве дополнительных условий для определения коэффициентов B_i используется условие $P''(x) = 0$ в первой и последней точках.

При аппроксимации функцией pspline() дополнительным условием является использование на первом и последнем участке рассматриваемого диапазона вместо полинома третьей степени полином второй степени – парабола (горизонтальная прямая на графике второй производной).

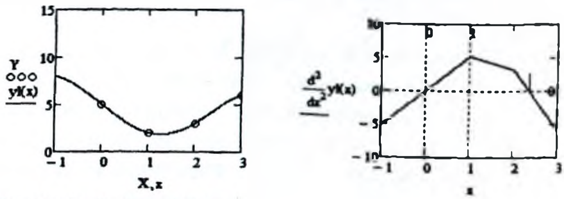
В качестве дополнительного условия при аппроксимации функцией cspline() используется равенство коэффициентов полинома третьей степени на первых двух участках и на последних двух участках.

Имея такое представление о разобранных функциях можно, например, с уверенностью говорить о том, что при аппроксимации четырех точек функцией cspline() получим одну кубическую функцию на всем диапазоне.

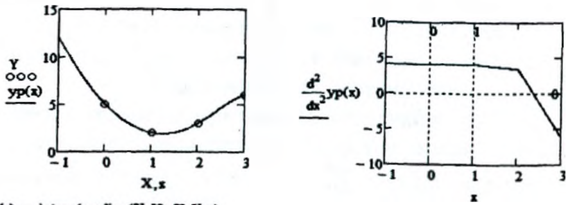
$X := (0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6)^T$

$Y := (5\ 2\ 3\ 6\ 5\ 2\ 4)^T$

$yl(x) := interp(lspline(X,Y),X,Y,x)$



$yp(x) := interp(pspline(X,Y),X,Y,x)$



$yc(x) := interp(cspline(X,Y),X,Y,x)$

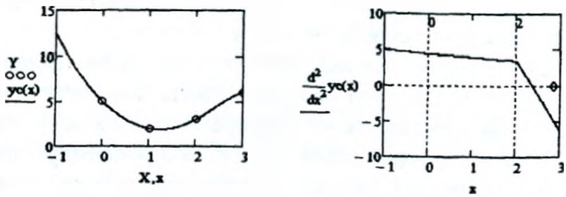


Рисунок – Листинг документа Mathcad

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кирьянов, Д.В. Mathcad 13 / Д.В. Кирьянов.– СПб. : БХВ-Петербург, 2006. – 608 с.

2. Электронный курс по Mathcad // Центр технологий дистанционного обучения [Электронный ресурс]. – 2006. – Режим доступа : http://detc.ls.urfu.ru/assets/amath0021/l7.htm. – Дата доступа : 15.09.2014.