МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ЗАДАНИЯ и МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению

КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 2

по дисциплине **«Информатика»**
для студентов инженерно-технической специальности
1 - 70 03 01 «Автомобильные дороги»
заочной формы обучения

БРЕСТ 2012

УДК 004.9

Задания по дисциплине «*Информатика*» к контрольной работе № 2 предназначены для студентов второго курса специальности «*Автомобильные дороги*» заочной формы обучения.

Методические рекомендации содержат сведения о требованиях к содержанию, структуре и оформлению контрольных работ, примеры решения типовых задач, приведенные для выполнения в среде EXCEL + VBA и системе компьютерной математики MATHCAD. Методические рекомендации имеют целью оказать помощь студентам в подготовке к контрольной работе по названной дисциплине.

Составители: Хомицкая Т.Г., ст. преподаватель
Кофанов В.А., ст. преподаватель

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Студент должен выполнить контрольную работу, строго придерживаясь указанных ниже требований. Работа, выполненная без их соблюдения, к защите не допускается и возвращается студенту на доработку.

1. Контрольная работа должна быть выполнена **строго по варианту**. Контрольная работа, выполненная не по своему варианту, возвращается студенту без проверки и к защите не допускается.
2. Контрольная работа должна быть оформлена на отдельных листах формата А4.
3. Для выполнения заданий контрольной работы рекомендуется использовать версии ***Microsoft Excel 2003*** и ***MathCAD 13***.
4. Контрольная работа должна содержать:
   - **титульный лист**, на котором должно быть название дисциплины, Фамилия, Имя, Отчество студента, номер группы, шифр;
   - **бланк с данными по заданиям** (выдается во время установочной сессии) с личной подписью студента;
   - **полное условие** каждого задания;
   - **распечатка** на принтере **документов** MathCAD, **рабочих листов** Excel с результатами вычислений (с выводом заголовков строк и столбцов, без сетки) и отчетов по результатам (для заданий, выполненных с помощью *Поиск решений*); **программ из редактора** VBA [1];
   - **описание** действий или **пояснения** к представленным программам, применяемым при выполнении заданий, **в письменном виде**.
5. **Формат** вывода всех числовых результатов должен быть в обычном виде и не менее чем с **8 (*восемью*) цифрами** после десятичного разделителя.
6. Контрольная работа должна быть выполнена и представлена на проверку **за две недели** до начала сессии. Студент обязан учесть все замечания рецензента и выполнить **работу над ошибками**, которая прилагается к контрольной работе.
7. Документы Excel и MathCAD должны быть оформлены в виде файлов на рабочем диске (R:) ЛВС БрГТУ **к началу сессии**.

При условии правильности выполнения контрольная работа **допускается к защите**. Студенты, допущенные к защите и успешно выполнившие лабораторные работы в сессию, допускаются к сдаче зачета.

Для консультаций по дисциплине «*Информатика*»:

bstu_zf@mail.ru

[1] В целях экономии бумаги при представлении печатного материала рекомендуется выполнять экранные копии требуемых результатов и оформлять их (выполнив необходимую обрезку) в текстовом редакторе Word.

Контрольная работа №2

Задание №1(а):

1. Описать работу ЭВМ при выполнении алгоритма по блок-схеме, указанной в *бланке с данными* при указанных исходных данных.
2. Как будет работать ЭВМ, если управление из блока 6 указанной блок-схемы передается не на блок 3, а на блок **N**?

Задание №1(б):

Составить в среде VBA программу на языке Basic в виде подпрограммы-процедуры для решения указанной задачи.

Выполнить в ЭТ Excel макрос (процедуру) для функции $y = f(x)$ с выводом результатов на рабочий лист.

Замечание: Для корректного выполнения задания переменные должны удовлетворять условиям: $-10 \le \mathbf{a} < 0 < \mathbf{b} \le 10$; $0{,}1 \le \mathbf{h} \le 0{,}8$; $0 \le \mathbf{y_0} \le 5$.

Задание №2:

В результате экспериментальных исследований при различных значениях $x_i,\ i = \overline{1,N}$, переменной $\boldsymbol{X}$ были получены значения $y_i,\ i = \overline{1,N}$, переменной $\boldsymbol{Y}$.

I. По экспериментальным данным $\{x_i, y_i\},\ i = \overline{1,N}$, с помощью метода наименьших квадратов найти параметры зависимости $\varphi(x)$, используя:
   a. решение экстремальной задачи (в Excel и MathCAD);
   b. решения СЛАУ (в Excel и MathCAD);
   c. встроенные функции (в Excel и MathCAD).

II. Провести анализ построенной зависимости с помощью коэффициента детерминации

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \varphi(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2}, \text{ где } \bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i .$$

Задание №3:

Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка имеет вид

$$p \cdot y''(x) + q \cdot y'(x) + r \cdot y(x) = F(x);\ y(a) = y0,\ \ y'(a) = y1.$$

I. Найти решение $y(x)$, $x \in [a, b]$, задачи Коши, используя:
   1) аналитический способ (рекомендуется использовать MathCAD);
   2) метод Рунге-Кутты IV порядка точности:
      (а) вычислить «вручную» значения $y(a+h)$, $y'(a+h)$, где $h = \dfrac{b-a}{N}$ при разбиении N;

(б) составить макрос (процедуру) в VBA и выполнить его в EXCEL с выводом результатов на рабочий лист при разбиении N;

3) встроенные возможности системы MATHCAD.

II. Построить графики функции $y(x)$, $x \in [a, b]$, для пунктов 1, 2(б) и 3.

ЗАДАНИЕ №4:

Груз D массой m, получив в точке A начальное ускорение, начинает движение из состояния покоя в изогнутой трубе ABC, расположенной в вертикальной плоскости; участки трубы либо оба наклонные, либо один горизонтальный, а другой наклонный.

На участке AB длиной S_p на груз кроме силы тяжести (g принять равной 9,8) действуют движущая сила F и сила сопротивления среды F_c.

В точке B груз, не изменяя своей скорости, переходит на участок BC трубы, где на него кроме силы тяжести действует сила сопротивления среды. На участке торможения BC груз двигается до полной остановки за счет накопленной при разгоне кинетической энергии.

Требуется:

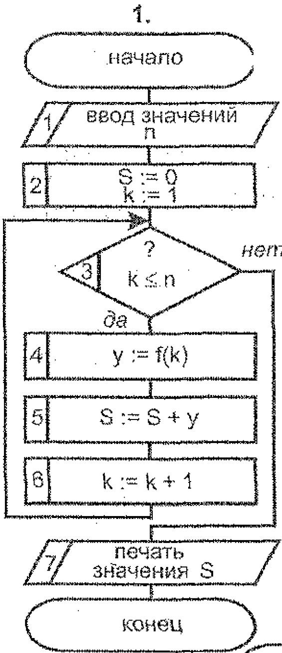
- определить скорость, ускорение и время на участке AB, используя метод Рунге-Кутты решения дифференциальных уравнений (при числе разбиений $N = 4 \cdot n$);
- установить время T_p прохождения грузом D участка AB;
- определить скорость, ускорение и время на участке BC в n точках с шагом $h = 0{,}1$;
- установить время T_T прохождения грузом D участка BC (с точностью $\varepsilon = 0{,}00001$), используя анализ экспериментальных данных методом наименьших квадратов и встроенные возможности для решения уравнений в вычислительных системах;
- построить графики $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$ в диапазоне от начала до окончания движения.

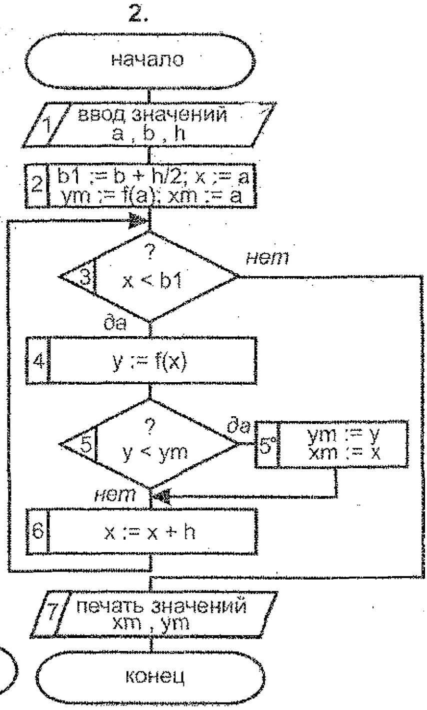
Методические материалы (конспект и примеры из лекций, лабораторные работы, вопросы и примеры к контролю знаний), связанные с выполнением контрольных работ и подготовкой к успешной сдаче зачета (экзамена), находятся в локальной вычислительной сети БрГТУ в папке:

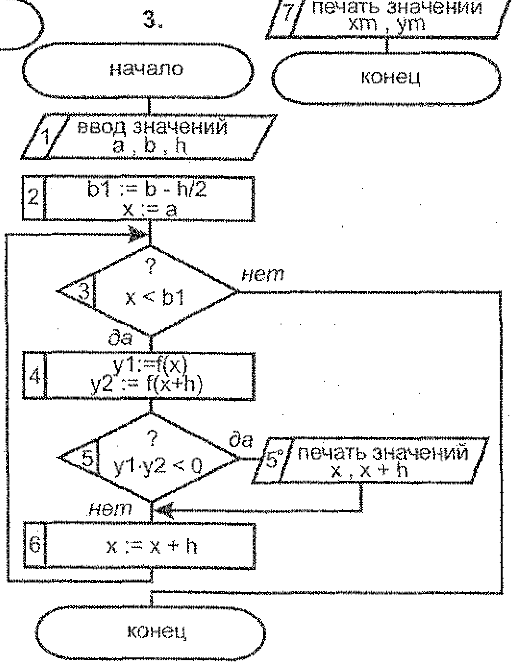
U:\ VT&PM \ ZAOCH_F \ Информатика ВиГ

или на сайте кафедры ИиПМ: **iipm.bstu.by**

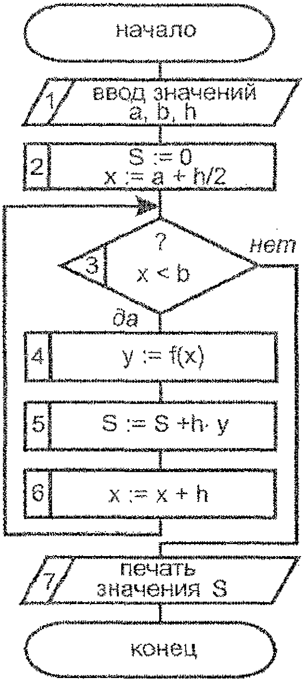
Блок-схемы к заданию 1:

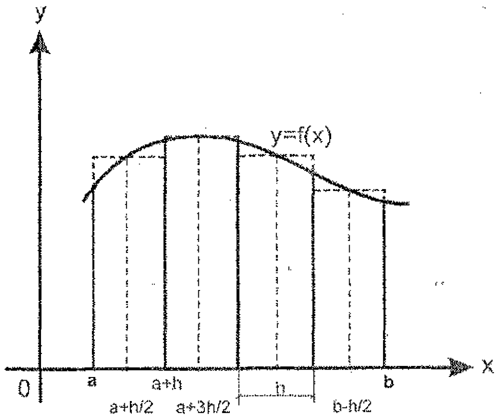






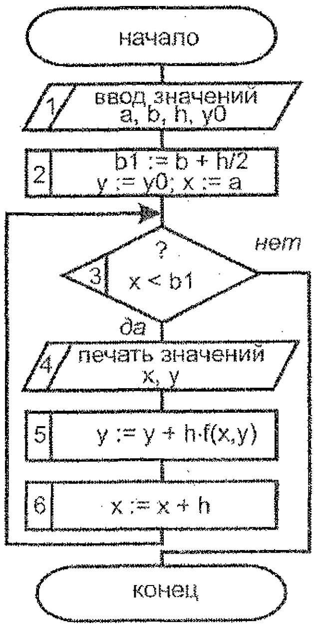
4.





$$\int_a^b f(x)dx \approx h\left(f\left(a+\frac{h}{2}\right)+f\left(a+3\frac{h}{2}\right)+\cdots+f\left(b-\frac{h}{2}\right)\right)$$

5.



Метод Эйлера позволяет численно решить уравнение

$$y' = f(x,y)$$

и получить таблицу значений функции $y = \varphi(x)$ в точках

$$x = a + h,\ a + 2h,\ a + 3h,\ \ldots,\ b.$$

Значение функции y вычисляется по формуле

$$y(x + h) = y(x) + h\,f(x,y(x)),$$
$$x = a,\ a + h,\ a+2h,\ \ldots,\ b - h.$$

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задание №1(а):

Анализ блок-схемы в задании 1 состоит в описании порядка и результатов выполнения блоков и операторов программы.

Пусть требуется выполнить задание:

Описать работу ЭВМ при выполнении программы по блок-схеме *построения таблицы значений функции f(x) на отрезке* $[a, b]$ при следующих данных:

$$f(x) = 1 - 5x + 2x^2 \text{ ; a = - 1 ; b = 1 ; h = 1 .}$$

Пример выполнения задания:

При построении таблицы значений функции f(x) (см. рис) ЭВМ будет работать следующим образом.

Выполняя *блок 1*, машина "запросит" значения переменных a, b и h. Если пользователь введет в ЭВМ числа: - 1; 1; 1, то в ячейки для переменных a, b и h запишутся числа - 1; 1; 1 соответственно.

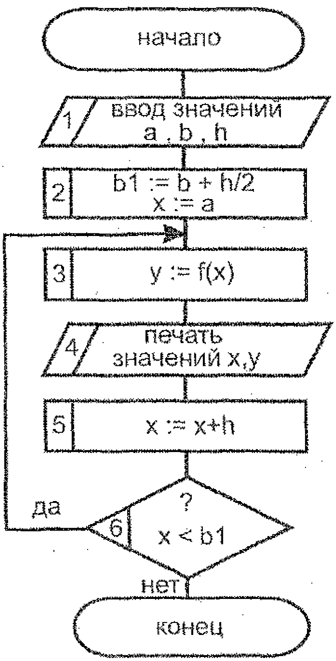


Рисунок – Пример блок-схемы

Затем управление перейдет на *блок 2*, в результате выполнения которого переменные b1 и x получат значения 1,5 и - 1 соответственно, т.е. в ячейку для b1 запишется число 1,5, в ячейку для x – число - 1.

Выполняя *блок 3*, машина должна вычислить значение функции $f(x) = 1 - 5x + 2x^2$ при x = - 1 и полученный результат присвоить переменной y, т.е. записать его в ячейку для y. Таким образом, при выполнении *блока 3* в ячейку для y запишется число 8:

$$f(-1) = 1 - 5(-1) + 2(-1)^2 = 8 .$$

Затем выполнится *блок 4* – на экран монитора будут выведены значения - 1 и 8.

После выполнится *блок 5* и в ячейку для x запишется число 0 = -1 + 1.

При выполнении *блока 6* осуществляется проверка неравенства $x < b1$ при $x = 0$, b1 = 1,5. Так как неравенство выполняется, то следующим будет выполняться *блок 3*, а затем – *блоки 4 – 6*.

Блок 3: в ячейку y запишется число 1, поскольку $f(0) = 1 - 5 \cdot 0 + 2 \cdot 0^2 = 1$; *блок 4*: на экран монитора будут выведены числа

0 и 1; *блок 5*: в ячейку для x запишется число 1 = 0 + 1; *блок 6*: проверка условия x < b1 при x = 1, b1 = 1,5. Поскольку неравенство истинно, то в третий раз будут последовательно выполнены *блоки 3 – 6*.

Блок 3: в ячейку y запишется число - 2, поскольку $f(1) = 1 - 5 \cdot 1 + 2 \cdot 1^2 = -2$; *блок 4*: на экран монитора будут выведены числа 1 и -2; *блок 5*: в ячейку для x запишется число 2 = 1 + 1; *блок 6*: проверка условия x < b1 при x = 2, b1 = 1,5. Поскольку не выполняется (2 > 1,5), то машина закончит выполнение программы.

В результате выполнения алгоритма на экране монитора будет выведена таблица значений функции $f(x)$ на отрезке $[-1,1]$ с шагом 1:

-1	8
0	1
1	-2

Замечание: Аналогично описанному выше, выполняется пункт 2 задания 1 (*в этом случае стрелка "да" с блока 6* перебрасывается не на *блок 3*, а на *блок 2*, либо на *блок 4*, либо на *блок 5*).

Задание №1(б):

Пусть требуется выполнить задание:

Составить в среде VBA программу на языке BASIC в виде подпрограммы-процедуры для решения задачи: *построение таблицы значений функции* $f(x) = \cos^2 x - \sin(x^2 + 2x - 3)$ *на отрезке* $[a, b]$ *с шагом h*. Выполнить в ЭТ EXCEL макрос (процедуру) для функции $y = f(x)$ с выводом результатов на рабочий лист.

Пример выполнения задания:

При выполнении задания № 1(б) воспользуемся блок-схемой, приведенной в задании №1(а).

1. Поскольку группа операторов выполняется до тех пор, пока условие $x < b1$ истинно и результатом проведенных действий является несколько значений, то данная программа относится к процедурам-подпрограммам с циклической структурой.

Данная структура является *циклом с параметром*, где x – параметр, a – начальное значение параметра, b1 – конечное значение параметра, h – шаг изменения параметра. Для программирования такой структуры необходимо использовать оператор **For / Next**.

Синтаксис оператора:

For *параметр = нач_знач* **To** *кон_знач* **Step** *шаг*
тело цикла
Next *параметр*

Для разработки программы-процедуры следует:

- выбрать имя процедуры-подпрограммы;

- на рабочем листе выбрать расположение исходных данных, которые процедура будет считывать (вводить) с листа;
- определить ячейки рабочего листа, куда будут выводится результаты работы программы;
- составить текст процедуры в соответствии с блок-схемой и правилами оформления процедур-подпрограмм.

1. Назовем процедуру-подпрограмму для решения задачи **Tab_fun**.
2. Вводимые значения переменных определим в следующие ячейки:

   $a \rightarrow B2$, $b \rightarrow B3$, $h \rightarrow B4$
3. Для вывода результатов работы программы будем использовать ячейки, расположенные в столбцах А (значения аргумента x) и В (значения функции y), начиная с 6-й строки.
4. Прежде чем составить текст программы-процедуры, рассмотрим, как можно осуществить ввод данных с рабочего листа и их вывод на рабочий лист. Для этого в VBA есть специальные конструкции:

   Cells(i, j).Value (а)

   Range("<адрес ячейки>").Value (б)

С помощью данных конструкций можно как считывать данные с листа, так и выводить их на рабочий лист.

Конструкция (а) позволяет получить доступ к ячейке на пересечении строки с номером i и столбца с номером j на активном рабочем листе. Конструкция (б) позволяет непосредственно указать обычный адрес ячейки.

Примеры.

Выражение	*Пояснение*
Cells(1,1).Value = 5 Range("A1").Value = 5	В ячейку A1 записывается число 5. Эта операция может рассматриваться как операция вывода на рабочий лист.
Beta = Cells(3,5).Value Beta = Range("E3").Value	Переменной Beta присваивается значение из ячейки E3. Эта операция может рассматриваться как операция ввода с рабочего листа
Cells(1,2).Value = Cells(4,3).Value Range("B1").Value = Range("C4").Value	В ячейку B1 копируется значение ячейки C4

Текст программы-процедуры может иметь вид:

```
Sub Tab_fun()
  a = Range("B2").Value          ' считываем a
  b = Range("B3").Value          ' считываем b
  h = Range("B4").Value          ' считываем h
  Range("A5").Value = "x"        ' выводим поясняющий текст
  Range("B5").Value = "y"        ' выводим поясняющий текст
  rw = 6                         ' задаем начальный номер строки
```

```
    For x = a To b + h / 2 Step h        ' задаем параметры цикла
                                         ' вычисляем значение функции
      y = Cos(x) ^ 2 - Sin(x ^ 2 + 2 * x - 3)
      Cells(rw, 1).Value = x             ' выводим значение аргумента
      Cells(rw, 2).Value = y             ' выводим значение функции
      rw = rw + 1                        ' увеличиваем номер строки
    Next x                               ' задаем конец цикла
End Sub
```

Для выполнения процедуры-подпрограммы необходимо выполнить следующую последовательностью команд из главного меню ЭТ EXCEL: **Сервис → Макрос → Макросы** (или сочетание клавиш **Alt + F8**). В появившемся диалоговом окне «*Макрос*» выбирать имя процедуры (в частности Tab_fun) и дать команду **«Выполнить»**.

В результате выполнения процедуры при соответствующих исходных данных получили (дополнительное оформление – форматирование листа – выполнено вручную):

	A	B
1	**Задание 1(б)**	
2	a=	0
3	b=	1,570796327
4	h=	0,1
5	x	y=f(x)
6	0	1,141120008
7	0,1	1,334426756
8	0,2	1,509885933
9	0,3	1,651673086
10	0,4	1,740282006
11	0,5	1,7541371
12	0,6	1,672637225
13	0,7	1,480682257
14	0,8	1,174321684
15	0,9	0,766587368
16	1	0,291926582
17	1,1	-0,192859887
18	1,2	-0,613339978
19	1,3	-0,889279441
20	1,4	-0,953265487
21	1,5	-0,773069445
22	1,6	-0,371546427

Задание №2:

Пусть требуется выполнить задание:

В результате экспериментальных исследований были получены следующие данные:

X	1,0	1,5	2,0	2,8	3,0
Y	0,5	1,7	1,5	2,1	2,3

I. По экспериментальным данным $\{x_i, y_i\}$, $i = \overline{1,5}$ найти параметры зависимости $\varphi(x) = a_0 + a_1 \cdot x^2 + a_2 \cdot \ln(x)$ с помощью метода наименьших квадратов, используя

a) решение экстремальной задачи (в Excel и MathCAD);

b) решения СЛАУ (в Excel и MathCAD);

c) встроенные функции (в Excel и MathCAD).

II. Провести анализ построенных зависимостей с помощью коэффициента детерминации

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \varphi(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2}, \text{ где } \bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i .$$

Пример выполнения задания:

I. С помощью метода наименьших квадратов вычислим параметры a_0, a_1 и a_2 зависимости $\varphi(x) = a_0 + a_1 \cdot x^2 + a_2 \cdot \ln(x)$.

Экстремальная задача примет вид:

$$\Phi(a_0, a_1, a_2) = \sum_{i=1}^{N}(\varphi(x_i, a_0, a_1, a_2) - y_i)^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^{N}((a_0 + a_1 \cdot x_i^2 + a_2 \cdot \ln(x_i)) - y_i)^2 \to \min$$

Для того, что получить решение данной задачи, необходимо решить систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\Phi(a_0,a_1,a_2)}{\partial a_0} = 0; \\ \dfrac{\partial\Phi(a_0,a_1,a_2)}{\partial a_1} = 0; \\ \dfrac{\partial\Phi(a_0,a_1,a_2)}{\partial a_2} = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^{N}\left[(\varphi(x_i,a_0,a_1,a_2) - y_i)\left.\dfrac{\partial\varphi(x,a_0,a_1,a_2)}{\partial a_0}\right|_{x=x_i}\right] = 0; \\ \sum_{i=1}^{N}\left[(\varphi(x_i,a_0,a_1,a_2) - y_i)\left.\dfrac{\partial\varphi(x,a_0,a_1,a_2)}{\partial a_1}\right|_{x=x_i}\right] = 0; \\ \sum_{i=1}^{N}\left[(\varphi(x_i,a_0,a_1,a_2) - y_i)\left.\dfrac{\partial\varphi(x,a_0,a_1,a_2)}{\partial a_2}\right|_{x=x_i}\right] = 0. \end{cases}$$

Определим составляющие системы уравнений:

$$\psi_1(x) = \frac{\partial\varphi(x, a_0, a_1, a_2)}{a_0} = 1; \quad \psi_2(x) = \frac{\partial\varphi(x, a_0, a_1, a_2)}{a_1} = x^2;$$

$$\psi_3(x) = \frac{\partial\varphi(x, a_0, a_1, a_2)}{a_2} = \ln(x).$$

Параметры искомой зависимости находятся из системы:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N}((a_0 + a_1 \cdot x_i^2 + a_2 \cdot \ln(x_i)) - y_i) \cdot 1 = 0; \\ \sum_{i=1}^{N}((a_0 + a_1 \cdot x_i^2 + a_2 \cdot \ln(x_i)) - y_i) \cdot x_i^2 = 0; \\ \sum_{i=1}^{N}((a_0 + a_1 \cdot x_i^2 + a_2 \cdot \ln(x_i)) - y_i) \cdot \ln(x_i) = 0, \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N}(a_0 + a_1 \cdot x_i^2 + a_2 \cdot \ln(x_i) - y_i) = 0; \\ \sum_{i=1}^{N}(a_0 \cdot x_i^2 + a_1 \cdot x_i^4 + a_2 \cdot x_i^2 \cdot \ln(x_i) - y_i \cdot x_i^2) = 0; \\ \sum_{i=1}^{N}(a_0 \cdot \ln(x_i) + a_1 \cdot x_i^2 \cdot \ln(x_i) + a_2 \cdot \ln^2(x_i) - y_i \cdot \ln(x_i)) = 0, \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_0 \cdot N & + a_1 \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i^2 & + a_2 \cdot \sum_{i=1}^{N} \ln(x_i) & = \sum_{i=1}^{N} y_i; \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i^2 & + a_1 \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i^4 & + a_2 \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \cdot \ln(x_i) & = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \cdot y_i; \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^{N} \ln(x_i) & + a_1 \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \cdot \ln(x_i) & + a_2 \cdot \sum_{i=1}^{N} \ln^2(x_i) & = \sum_{i=1}^{N} \ln(x_i) \cdot y_i. \end{cases}$$

Реализация в EXCEL.

1. Вносим экспериментальные данные на рабочий лист, в диапазон A5:B9.

2. Пусть искомые параметры зависимости $\varphi(x)$ будут определены в ячейках **F4** (свободный параметр a_0), **F5** (параметр a_1 при функции x^2) и **F6** (параметр a_2 при функции $\ln(x)$).

3. Введем формулу, определяющую зависимость $\varphi(x)$, в ячейку **C5**: **=F4 + F5 * A5^2 + F6 * LN(A5)**. Используя автозаполнение, тиражируем формулу на соответствующий диапазон: **C5 → C6:C9**.

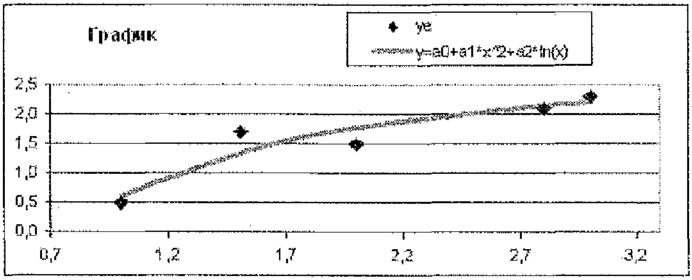
4. В соответствии с функционалом экстремальной задачи введем формулу в ячейку **F8**: **=СУММКВРАЗН(C5:C9 ; B5:B9)**.

5. Введем параметры диалогового окна надстройки *Поиск решения* (*Сервис → Поиск решения*):

установить целевую ячейку	**F8**
равной	**◉ минимальному значению**
изменяя ячейки	**F4:F6**

В результате выполнения будут получены значения искомых параметров, расчетные значения линейной зависимости и сумма квадратов отклонений экспериментальных и расчетных значений:

	A	B	C	D	E	F
1	**Подбор параметров расчетной функции:**					
2	*пункт 1*					
3	*Экспериментальные данные:*		*Расчетные значения:*		*Решение экстремальной задачи*	
4	xe	ye	y=a0+a1*x^2+a2*ln(x)		a0=	0,699488873
5	1,0	0,5	0,619865958		a1=	-0,079622914
6	1,5	1,7	1,339683184		a2=	2,020755552
7	2,0	1,5	1,781678229			
8	2,8	2,1	2,155854379		S=	0,236084952
9	3,0	2,3	2,202909526			
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						



6. Построим точечный график функций по экспериментальным и расчетным значениям.

7. Сформируем СЛАУ для решения задачи:
   - введем экспериментальные данные[1] в диапазон **B29:C33**;
   - проведем предварительные расчеты

     ячейка **D29**: **=B29^2** → **D30:D33**

     ячейка **E29**: **=LN(B29)** → **E30:E33**
   - зададим матрицу коэффициентов при неизвестных (A) в диапазон **B37:D39** и вектор свободных коэффициентов (B) в диапазон **F37:F39**, используя функции **СУММ()** и **СУММПРОИЗВ()**.

   Например,

     ячейка **C37**: **=СУММ(D29:D33)**

     ячейка **C38**: **=СУММПРОИЗВ(D29:D33 ; D29:D33)** и т.д.

8. Решим СЛАУ используя, например, матричный способ:
   - вычислим обратную матрицу A^{-1}, т.е. введем формулу массивов в диапазон ячеек **B42:D44**: **=МОБР(B37:D39)**
   - найдем вектор-решение в диапазон ячеек **F42:F44**:

     =МУМНОЖ(B42:D44 ; F37:F39)

В результате выполнения получены значения искомых параметров:

[1] Экспериментальные данные можно скопировать из диапазона A5:B9

	A	B	C	D	E	F
1	**Подбор параметров расчетной функции:**					
26	*пункт 2*					
27		*Экспериментальные данные:*		*Расчетные значения:*		
28	n	xe	ye	xe^2	ln(xe)	
29	1	1,0	0,5	1,00	0,00	
30	2	1,5	1,7	2,25	0,41	
31	3	2,0	1,5	4,00	0,69	
32	4	2,8	2,1	7,84	1,03	
33	5	3,0	2,3	9,00	1,10	
34						
35	*Решение СЛАУ:*					
36		A=				B=
37		5	24,09	3,23		8,1
38		24,09	164,52810	21,64461		47,48900
39		3,23	21,64461	2,91192		6,41802
40						
41		A^(-1)=				Решение
42		0,70364423	-0,02019786	-0,62961047	a0=	0,69948931
43		-0,02019786	0,27519993	-2,0232081	a1=	-0,07962445
44		-0,62961047	-2,0232081	16,0798401	a2=	2,02076908

9. Определим параметры зависимости $\varphi(x)$ с помощью встроенной функции **ЛИНЕЙН()**:

- введем экспериментальные данные в диапазон **A49:B53**;
- поскольку зависимость $\varphi(x)$ есть линейная комбинация функций $\{1, x^2, \ln(x)\}$ и параметров $\{a_0, a_1, a_2\}$, то проведем расчет необходимых данных:

  ячейка **D49**: **=A49^2** → **D50:D53**

  ячейка **E49**: **=LN(A49)** → **E50:E53**

- проведем расчет с помощью статистической функции

  диапазон **G49:I53**: **=ЛИНЕЙН(B49:B53;D49:E53;;1)**

Замечание: Функция **ЛИНЕЙН()** является формулой массивов. При требовании вывода статистических данных (параметр *статистика* = **ИСТИНА**), результат есть диапазон 5 строк на $m+1$ столбец, где $m+1$ – количество параметров исследуемой зависимости.

В выводимой функцией **ЛИНЕЙН()** таблице результатов представлены следующие значения:

a_m	a_{m-1}	a_{m-2}	...	a_1	a_0
$\sigma(a_m)$	$\sigma(a_{m-1})$	$\sigma(a_{m-2})$		$\sigma(a_1)$	$\sigma(a_0)$
R^2	$\sigma(y)$	#Н/Д		#Н/Д	#Н/Д
Fрасч	df	#Н/Д		#Н/Д	#Н/Д
SSpeг	SSрасч	#Н/Д		#Н/Д	#Н/Д

Здесь

$a_0, a_1, \ldots, a_m$ – параметры исследуемой зависимости;

$\sigma(a_0), \sigma(a_1), \ldots, \sigma(a_m)$ – стандартные отклонения параметров;

$\sigma(y)$	– стандартное отклонение y;
R^2	– коэффициент детерминации;
Fрасч	– F-статистика;
df	– число степеней свободы;
SSper	– регрессионная сумма квадратов;
SSрасч	– остаточная сумма квадратов.

В результате выполнения будут получены значения искомых параметров и данные для анализа:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Подбор параметров расчетной функции:**								
46	*пункт 3*								
47	*Экспериментальные данные:*			*Расчетные значения:*			*Встроенные функции*		
48	**xe**	**ye**		**xe^2**	**ln(xe)**		**a2**	**a1**	**a0**
49	1,0	0,5		1,00	0,00		2,0207691	-0,079624	0,6994893
50	1,5	1,7		2,25	0,41		1,377717	0,1802367	0,2882012
51	2,0	1,5		4,00	0,69		0,8900381	0,3435731	#Н/Д
52	2,8	2,1		7,84	1,03		7,3359824	2	#Н/Д
53	3,0	2,3		9,00	1,10		1,731915	0,236085	#Н/Д

Реализация в MATHCAD.

ORIGIN := 1

Исходные данные:

$$xe := \begin{pmatrix} 1 \\ 1.5 \\ 2 \\ 2.8 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad ye := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.7 \\ 1.5 \\ 2.1 \\ 2.3 \end{pmatrix}$$

индекс последнего элемента $n := \mathrm{length}(xe)$ $n = 5$

Подбор параметров зависимости $\phi(x)$

пункт 1

$\phi(x, a0, a1, a2) := a0 + a1 \cdot x^2 + a2 \cdot \ln(x)$ - расчетная функция

$\Phi(a0, a1, a2) := \sum_{i=1}^{n} \left(\phi(xe_i, a0, a1, a2) - ye_i\right)^2$ - экстремальная функция

решение экстремальной задачи

$a0 := 0$ $a1 := 0$ $a2 := 0$ - начальные значения

$\begin{pmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \end{pmatrix} := \mathrm{Minimize}(\Phi, a0, a1, a2)$ - решение задачи

$a0 = 0.699489$ $a1 = -0.079624$ $a2 = 2.020769$ - вывод результатов

$\Phi(a0, a1, a2) = 0.236085$

пункт 2

определение параметров СЛАУ
(матрицы при неизвестных и вектора свободных членов)

$$A := \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} (xe_i)^2 & \sum_{i=1}^{n} \ln(xe_i) \\ \sum_{i=1}^{n} (xe_i)^2 & \sum_{i=1}^{n} (xe_i)^4 & \sum_{i=1}^{n} \left[(xe_i)^2 \cdot \ln(xe_i)\right] \\ \sum_{i=1}^{n} \ln(xe_i) & \sum_{i=1}^{n} \left[(xe_i)^2 \cdot \ln(xe_i)\right] & \sum_{i=1}^{n} \ln(xe_i)^2 \end{bmatrix} \qquad B := \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} ye_i \\ \sum_{i=1}^{n} \left[ye_i \cdot (xe_i)^2\right] \\ \sum_{i=1}^{n} (ye_i \cdot \ln(xe_i)) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 24.09 & 3.226844 \\ 24.09 & 164.5281 & 21.644612 \\ 3.226844 & 21.644612 & 2.91192 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 8.1 \\ 47.489 \\ 6.41802 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \end{pmatrix} := \mathrm{lsolve}(A, B)$$ - решение СЛАУ

$a0 = 0.699489 \quad a1 = -0.079624 \quad a2 = 2.020769$ - вывод результатов

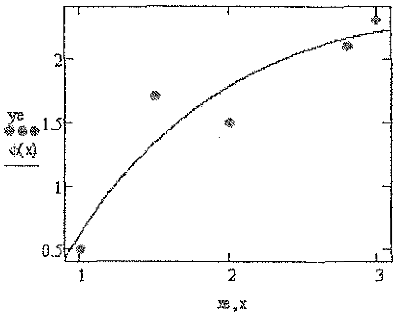
пункт 3

$$F(x) := \begin{pmatrix} 1 \\ x^2 \\ \ln(x) \end{pmatrix}$$ - определения набора функций

$$\begin{pmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \end{pmatrix} := \mathrm{linfit}(xe, ye, F) \qquad \begin{pmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.699489 \\ -0.079624 \\ 2.020769 \end{pmatrix}$$ - определение параметров расчетной функции

<u>*Графическое представление результатов*</u>

Расчетная функция: $\phi(x) := a0 + a1 \cdot x^2 + a2 \cdot \ln(x)$



<u>*Коэффициенты детерминации для исследуемых зависимостей:*</u>

$$R2 := 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (ye_i - \phi(xe_i))^2}{\sum_{i=1}^{n} (ye_i - \mathrm{mean}(ye))^2}$$

$R2 = 0.830038$

II. Проведем анализ построенной зависимости с помощью коэффициента детерминации.

Данный показатель является статистической мерой согласия, с помощью которой можно определить, насколько исследуемая зависимость соответствует реальным данными.

Поскольку коэффициент детерминации $0{,}7 \le R^2 < 0{,}9$ для исследуемой зависимости, то исследуемая модель имеет высокую зависимость, а, следовательно, может быть использована для расчета.

Задание №3:

<u>Пусть требуется выполнить задание:</u>

Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка имеет вид

$$y''(x) - 2\cdot y'(x) + 3\cdot y(x) = 1 + x;\quad y(-2) = -1,\ y'(-2) = 0.$$

I. Найти решение $y(x)$, $x \in [-2,0]$, задачи Коши, используя
   1) аналитический способ (рекомендуется использовать MathCAD);
   2) метод Рунге-Кутты IV порядка точности:
      (а) вычислить «вручную» значения $y(-2+h)$, $y'(-2+h)$, где $h = \frac{0-(-2)}{N} = \frac{2}{N}$ при разбиении $N = 10$;
      (б) составить макрос (процедуру) в VBA и выполнить его в Excel с выводом результатов на рабочий лист при разбиении $N = 10$;
   3) встроенные возможности системы MathCAD.

II. Построить графики функции $y(x)$, $x \in [-2,0]$, для всех пунктов 1 , 3.

<u>Пример выполнения задания:</u>

1. Найдем решение $y(x)$ аналитическим способом (для удобства расчетов используем математическую систему MathCAD).

Дано дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2}{dx^2}y(x) - 2\cdot\frac{d}{dx}y(x) + 3\cdot y(x) = 1 + x$$

$$y(-2) = -1 \qquad y'(-2) = 0$$

1) Общее решение соответсвующего однородного дифференциального уравнения

$kf := \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ - вектор коэффициентов характеристического уравнения λ^2-2 λ+3=0

$\begin{pmatrix} \lambda 1 \\ \lambda 2 \end{pmatrix} := \mathrm{polyroots}(kf)$ - решение характеристического уравнения

$\begin{pmatrix} \lambda 1 \\ \lambda 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + 1.41421i \\ 1 - 1.41421i \end{pmatrix}$ - корни характеристического уравнения

$\alpha := \mathrm{Re}(\lambda 1)$ $\quad \alpha = 1$ - действительная часть комплексного числа

$\beta := \mathrm{Im}(\lambda 1)$ $\quad \beta = 1.41421$ - мнимая часть комплексного числа

Поскольку решение характеристического уравнения есть комплексные корни, то общее решение однородного дифференциального уравнения принимает вид

$$yo(x, c1, c2) := e^{\alpha \cdot x} \cdot (c1 \cdot \cos(\beta \cdot x) + c2 \cdot \sin(\beta \cdot x))$$

2) Частное решение дифференциального уравнения

Поскольку правая часть дифференциального уравнения имеет вид 1+x, то частное решение принимает вид

$$yc(x, k1, k2) := k1 + k2 \cdot x$$

Подставим частное решение в левую часть дифференциального уравнения

$$F(x, k1, k2) := \frac{d^2}{dx^2} yc(x, k1, k2) - 2 \cdot \frac{d}{dx} yc(x, k1, k2) + 3 \cdot yc(x, k1, k2)$$

в левой части после подстановки частного решения:

$$F(x, k1, k2) \rightarrow 3 \cdot k1 - 2 \cdot k2 + 3 \cdot k2 \cdot x$$

сгруппируем коффициенты:

$$F(x, k1, k2) \text{ coeffs}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \cdot k1 - 2 \cdot k2 \\ 3 \cdot k2 \end{pmatrix}$$

Определим коэффициенты k1 и k2, приравняв коэффиценты в левой и правой частях дифференциального уравнения:

$k1 := 0$ $\qquad$ $k2 := 0$

Given

$$(-2) \cdot k2 + 3 \cdot k1 = 1$$

$$3 \cdot k2 = 1$$

$$\begin{pmatrix} k1 \\ k2 \end{pmatrix} := \text{Find}(k1, k2) \qquad k1 = 0.55556 \qquad k2 = 0.33333$$

3) Найдем решение y(x), удовлетворяющее начальным условиям

Решение дифференциального уравнения (сумма общего и частного решений)

$$y(x, c1, c2) := yo(x, c1, c2) + yc(x, k1, k2)$$

$$y1(x, c1, c2) := \frac{d}{dx} y(x, c1, c2)$$

Найдем коэффициенты c1 и c2, исходя из начальных условий y(-2) = -1, y'(-2) = 0

$c1 := 0$ $\qquad$ $c2 := 0$

Given

$$y(-2, c1, c2) = -1$$

$$y1(-2, c1, c2) = 0$$

$$\begin{pmatrix} c1 \\ c2 \end{pmatrix} := \text{Find}(c1, c2) \qquad c1 = 7.14284 \qquad c2 = -0.73809$$

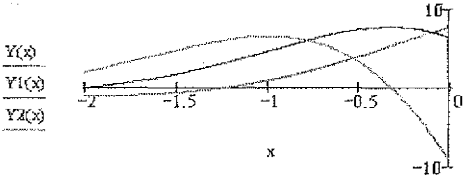
Формируем решение $y(x)$ дифференциального уравнения и вычисляем значения в контрольных точках:

$Y(x) := y(x, c1, c2)$ $\quad$ $Y1(x) := y1(x, c1, c2)$ $\quad$ $Y2(x) := \frac{d^2}{dx^2}Y(x)$

$Y(-2) = -1$ $\quad$ $Y1(-2) = 1.43832 \times 10^{-14}$ $\quad$ $Y2(-2) = 2$

$Y(0) = 7.69839$ $\quad$ $Y1(0) = 6.43236$ $\quad$ $Y2(0) = -9.23046$

График функций на отрезке [-2,0]



2. Найдем решение $y(x)$ методом Рунге-Кутты IV порядка точности.

Наиболее значимыми в настоящее время, характеризуемое бурным развитием вычислительной техники, являются численные методы решения дифференциальных уравнений. Семейство методов Рунге – Кутты является важными численными алгоритмами решения (систем) обыкновенных дифференциальных уравнений. Данные итеративные методы явного и неявного приближенного вычисления были разработаны около 1900 г. немецкими математиками К. Рунге и М.В. Куттой. Наиболее часто используется и реализована в различных математических пакетах стандартная схема четвёртого порядка.

Схема решения:

Как правило, вычисления проводятся с *расчетным шагом* $h = \frac{b-a}{n}$, а *расчетными узлами* служат точки $x_i = x_0 + i \cdot h$ $(i = 0,1,\dots,n)$ промежутка $[a, b]$. Целью использования метода является построение таблицы приближенных значений y_i решения $y = y(x)$ в расчетных точках x_i:

x	$x_0 = a$	x_1	x_2	...	$x_n = b$
y	$y_0 = y(a)$	y_1	y_2	...	$y_n \approx y(b)$

Преобразуем дифференциальное уравнение второго порядка

$$p \cdot y''(x) + q \cdot y'(x) + r \cdot y(x) = F(x);\ y(a) = y0,\ y'(a) = y1$$

в систему двух дифференциальных уравнений первого порядка:

- введем замену $z(x) = y'(x)$, тогда $z'(x) = y''(x)$;
- дифференциальное уравнение примет вид

$$p \cdot z'(x) + q \cdot z(x) + r \cdot y(x) = F(x);\ y(a) = y0,\ z(a) = y1$$

- сформируем систему

$$\begin{cases} y'(x) = z(x), \\ z'(x) = \dfrac{F(x) - q \cdot z(x) - r \cdot y(x)}{p}; \end{cases}$$

$$y(a) = y0,\ z(a) = y1.$$

Введем обозначение $D(x,y(x),z(x))=\frac{F(x)-q\cdot z(x)-r\cdot y(x)}{p})$.

На *начальном* ($i=0$) *шаге* полагаем:

$$x_0=a, y_0=y(a), z_0=z(a).$$

Тогда формулы метода Рунге-Кутты, применяемые на *одном* ($i=1,2,\ldots,n$) *шаге*, имеют вид:

$$k_1^{(i)}=h\cdot z_i,\ m_1^{(i)}=h\cdot D(x_i,y_i,z_i)$$

$$k_2^{(i)}=h\cdot\left(z_i+\frac{m_1^{(i)}}{2}\right),\ m_2^{(i)}=h\cdot D\left(x_i+\frac{h}{2},y_i+\frac{k_1^{(i)}}{2},z_i+\frac{m_1^{(i)}}{2}\right).$$

$$k_3^{(i)}=h\cdot\left(z_i+\frac{m_2^{(i)}}{2}\right),\ m_3^{(i)}=h\cdot D\left(x_i+\frac{h}{2},y_i+\frac{k_2^{(i)}}{2},z_i+\frac{m_2^{(i)}}{2}\right)$$

$$k_4^{(i)}=h\cdot\left(z_i+m_3^{(i)}\right),\ m_4^{(i)}=h\cdot D\left(x_i+h,y_i+k_3^{(i)},z_i+m_3^{(i)}\right)$$

$$\Delta y_i=\frac{1}{6}\cdot\left(k_1^{(i)}+2\cdot k_2^{(i)}+2\cdot k_3^{(i)}+k_4^{(i)}\right)$$

$$\Delta z_i=\frac{1}{6}\cdot\left(m_1^{(i)}+2\cdot m_2^{(i)}+2\cdot m_3^{(i)}+m_4^{(i)}\right)$$

$$x_{i+1}=x_i+h,\ y_{i+1}=y_i+\Delta y_i,\ z_{i+1}=z_i+\Delta z_i$$

В результате будет получена таблица приближенных значений y_i искомой функции $y(x)$, а также приближенные значения z_i функции $z(x)=y'(x)$.

Рассмотрим заданное дифференциальное уравнение второго порядка. Преобразуем его в систему двух дифференциальных уравнений первого порядка:

- введем замену $z(x)=y'(x)$, тогда $z'(x)=y''(x)$;
- дифференциальное уравнение примет вид
$$z'(x)-2\cdot z(x)+3\cdot y(x)=1+x;\quad y(-2)=-1,\ z(-2)=0;$$
- сформируем систему
$$\begin{cases} y'(x)=z(x), \\ z'(x)=\dfrac{1+x+2\cdot z(x)-3\cdot y(x)}{1}; \end{cases}$$
$$y(-2)=-1,\ z(-2)=0.$$

Вспомогательная функция примет вид:

$$D(x,y(x),z(x))=1+x+2\cdot z(x)-3\cdot y(x).$$

(а) Используя формулы метода Рунге-Кутты IV порядка, вычислим значения функции $y(-2+h)$, $y'(-2+h)$ при $h=2/10=1/5$.

На *начальном шаге* полагаем: $x_0=-2,\ y_0=-1,\ z_0=0$.

Тогда на *следующем шаге* имеем:

$$k_1^{(0)} = \frac{1}{5} \cdot 0 = 0,$$

$$m_1^{(0)} = \frac{1}{5} \cdot D(-2,-1,0) = \frac{1}{5} \cdot (1-2+2\cdot 0-3\cdot(-1)) = \frac{1}{5}\cdot 2 = \frac{2}{5} = 0.4,$$

$$k_2^{(0)} = \frac{1}{5} \cdot \left(0+\frac{2/5}{2}\right) = \frac{1}{25} = 0.04,$$

$$m_2^{(0)} = \frac{1}{5} \cdot D\left(-2+\frac{1}{10}, -1+\frac{0}{2}, 0+\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{5} \cdot D\left(-\frac{19}{10}, -1, \frac{1}{5}\right) =$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \left(1-\frac{19}{10}+2\cdot\frac{1}{5}-3\cdot(-1)\right) = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{1}{2} = 0.5,$$

$$k_3^{(0)} = \frac{1}{5} \cdot \left(0+\frac{1/2}{2}\right) = \frac{1}{20} = 0.05,$$

$$m_3^{(0)} = \frac{1}{5} \cdot D\left(-2+\frac{1}{10}, -1+\frac{1/25}{2}, 0+\frac{1/2}{2}\right) = \frac{1}{5} \cdot D\left(-\frac{19}{10}, -\frac{49}{50}, \frac{1}{4}\right) =$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \left(1-\frac{19}{10}+2\cdot\frac{1}{4}-3\cdot\left(-\frac{49}{50}\right)\right) = \frac{1}{5} \cdot \frac{127}{50} = \frac{127}{250} = 0.508,$$

$$k_4^{(0)} = \frac{1}{5} \cdot \left(0+\frac{127}{250}\right) = \frac{127}{1250} = 0.1016,$$

$$m_4^{(0)} = \frac{1}{5} \cdot D\left(-2+\frac{1}{5}, -1+\frac{1}{20}, 0+\frac{127}{250}\right) = \frac{1}{5} \cdot D\left(-\frac{9}{5}, -\frac{19}{20}, \frac{127}{250}\right) =$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \left(1-\frac{9}{5}+2\cdot\frac{127}{250}-3\cdot\left(-\frac{19}{20}\right)\right) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1533}{500} = \frac{1533}{2500} = 0.6132,$$

$$\Delta y_0 = \frac{1}{6} \cdot \left(0+2\cdot\frac{1}{25}+2\cdot\frac{1}{20}+\frac{127}{1250}\right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{176}{625} = \frac{88}{1875} \approx 0.04693333,$$

$$\Delta z_0 = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{2}{5}+2\cdot\frac{1}{2}+2\cdot\frac{127}{250}+\frac{1533}{2500}\right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{7573}{2500} = \frac{7573}{15000} \approx 0.50486667,$$

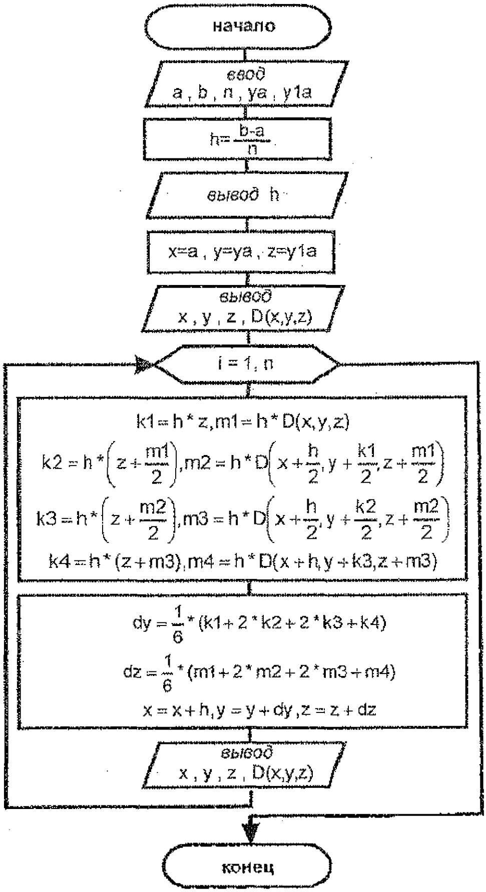
$$x_1 = -2+\frac{1}{5} = -\frac{9}{5} = -1.8,$$

$$y\left(-\frac{9}{5}\right) = y_1 = -1+\frac{88}{1875} = -\frac{1787}{1875} \approx -0.95306667,$$

$$y'\left(-\frac{9}{5}\right) = z_1 = 0+\frac{7573}{15000} = \frac{7573}{15000} \approx 0.50486667.$$

(б) Для программной реализации метода Рунге-Кутты решения дифференциального уравнения второго порядка необходимо сформировать процедуру типа Sub с именем **Met_RK** *по приведенной ниже блок-схеме.*

Кроме того, желательно использовать вспомогательную функцию, записанную в виде процедуры типа Function с именем **Fun_D**.
Блок-схема алгоритма реализации метода Рунге-Кутты:

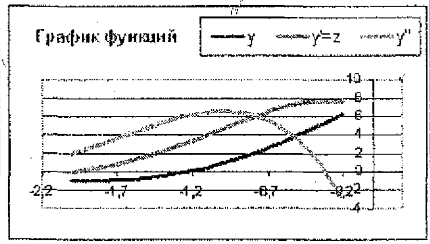


В частности для рассматриваемого примера вспомогательная функция примет вид:

```
Function Fun_D(x, y, z)
    Fun_D = 1 + x + 2 * z - 3 * y
End Function
```

Результат выполнения процедуры-подпрограммы **Met_RK**:

	A	B	C	D
1	a=	-2	ya=	-1
2	b=	0	y1a=	0
3	n=	10		
4	h=	0,2		
5	x	y	y'=z	y''
6	-2	-1	0	2
7	-1,8	-0,95307	0,504867	3,068933
8	-1,6	-0,78308	1,232986	4,215214
9	-1,4	-0,44462	2,187777	5,309403
10	-1,2	0,10548	3,341224	6,166009
11	-1	0,900664	4,622505	6,543019
12	-0,8	1,955037	5,907287	6,149463
13	-0,6	3,251767	7,009574	4,663848
14	-0,4	4,730331	7,678653	1,766112
15	-0,2	6,273872	7,60336	-2,8149
16	-2,8E-16	7,698564	6,428966	-9,23776



3. Найдем решение $y(x)$, используя встроенные возможности MathCAD.

Замена: $z(x) = \frac{d}{dx}y(x)$

Система двух дифференциальных уравнений первого порядка

$$\frac{d}{dx}y(x) = z(x) \qquad y(-2) = -1$$

$$\frac{d}{dx}z(x) = 1 + x + 2\cdot z(x) - 3\cdot y(x) \qquad z(-2) = 0$$

$u := \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ - вектор начальных условий

$D(x,u) := \begin{pmatrix} u_1 \\ 1 + x + 2\cdot u_1 - 3\cdot u_0 \end{pmatrix}$ - вектор, содержащий правые части системы дифференциальных уравнений

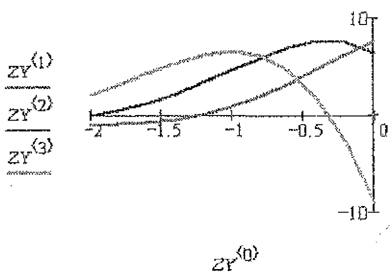
$ZY := \mathrm{rkfixed}(u, -2, 0, 10, D)$ - формирование решения с помощью функции

$ZY_{i,3} := 1 + ZY_{i,0} + 2\cdot ZY_{i,2} - 3\cdot ZY_{i,1}$ - вычисление значений функции y''(x)

Таблица результатов {x, y(x), y'(x),y''(x)} **График функций**

ZY =

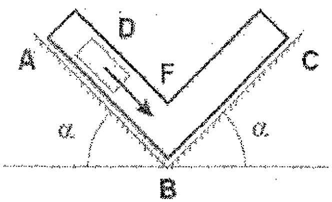
	0	1	2	3
0	-2	-1	0	2
1	-1.8	-0.95307	0.50487	3.06893
2	-1.6	-0.78308	1.23299	4.21521
3	-1.4	-0.44462	2.18778	5.3094
4	-1.2	0.10548	3.34122	6.16601
5	-1	0.90066	4.62251	6.54302
6	-0.8	1.95504	5.90729	6.14946
7	-0.6	3.25177	7.00957	4.66385
8	-0.4	4.73033	7.67855	1.76611
9	-0.2	6.27387	7.60336	-2.8149
10	0	7.69856	6.42897	-9.23776



ЗАДАНИЕ №4:

Пусть требуется выполнить задание:

Груз D массой m = **2 кг**, получив в точке ***A*** начальное ускорение, начинает движение из состояния покоя в изогнутой трубе ***ABC***, расположенной в вертикальной плоскости ($\alpha = 30°$):



На участке ***AB*** длиной S_p = **0,4 м** на груз кроме силы тяжести действуют движущая сила

$$F(s) = 15 + 2 \cdot 0{,}8 \cdot s^2 \text{ Н}$$

и сила сопротивления среды

F_c **= 13 Н**.

В точке ***B*** груз, не изменяя своей скорости, переходит на участок ***BC*** трубы, где на него кроме силы тяжести действует сила сопротивления среды. На участке торможения ***BC*** груз двигается до полной остановки за счет накопленной при разгоне кинетической энергии.

Требуется:

- определить скорость, ускорение и время на участке ***AB***, используя метод Рунге-Кутты решения дифференциальных уравнений (при числе разбиений ***N* = 4·5 = 20**);
- установить время T_p прохождения грузом D участка ***AB*** (с точностью ε = 0,00001);
- определить скорость, ускорение и время на участке ***BC*** в ***n* = 5** точках с шагом ***h* = 0,1**;
- установить время T_t прохождения грузом D участка ***BC*** (с точностью ε = 0,00001), используя анализ экспериментальных данных методом наименьших квадратов и встроенные возможности для решения уравнений в вычислительных системах;
- построить графики $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$ в диапазоне от начала до окончания движения.

Пример выполнения задания:

Исходные данные задачи:

$m := 2$	-- масса груза
$Sp := 0.4$	-- длина участка AB
$\alpha := \frac{30}{180} \cdot \pi \qquad \alpha = 0.52359878$	-- угол наклона
$Fd(s) := 15 + 2 \cdot 0.8 \cdot s^2$	-- движущая сила
$Fc := 13$	-- сила сопротивления
$n := 5$	-- количество разбиений

$N := 4 \cdot n$ $\quad N = 20$

$g := 9.8$

<u>*Уравнение движения*</u>
(второй закон Ньютона)

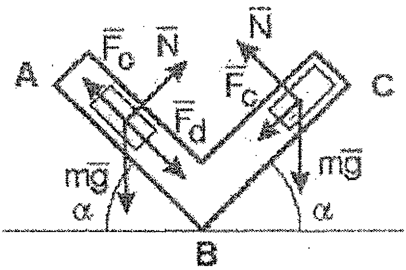
на участке AB

$$m \cdot a = F_d(s) - F_c + m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$$

на участке BC

$$m \cdot a = -F_c - m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$$

Распределение сил на участках:



<u>Рассмотрим пример решения для нечетных вариантов:</u>

1. Определить скорость, ускорение и время во всех точках участка ***AB*** и установить время T_p прохождения грузом **D** участка ***AB*** (с точностью $\varepsilon = 0{,}00001$).

Поскольку $v(t) = s'(t)$, $a(t) = v'(t) = s''(t)$, *то дифференциальное уравнение примет вид:*

$$s''(t) = \frac{Fd(s(t)) - Fc + m \cdot g \cdot \sin(\alpha)}{m}$$

$$s(0) = 0 \qquad v(0) = 0$$

Определить параметры функции rkfixed():

$usl := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ --- начальные условия

$D(t, usl) := \begin{pmatrix} usl_1 \\ \dfrac{Fd(usl_0) - Fc + m \cdot g \cdot \sin(\alpha)}{m} \end{pmatrix}$ --- вектор-функция из правых частей системы дифференциальных уравнений

$Tp := 0.3679648$

ПОДОБРАТЬ такое значение времени разгона (прохождения участка *AB*) при котором путь станет равным Sp

$zAB := rkfixed(usl, 0, Tp, 20, D)$ --- формирование решения

$i := 0 .. 20$

$zAB\_a_i := \dfrac{Fd(zAB_{i,1}) - Fc + m \cdot g \cdot \sin(\alpha)}{m}$ --- значения ускорения на участке AB

Результат вычислений:

$zAB := augment(zAB, zAB\_a)$ --- формирование таблицы

$zAB := stack[("t" \quad "s" \quad "v" \quad "a"), zAB]$

	0	1	2	3
0	"t"	"s"	"v"	"a"
1	0	0	0	5.9
2	0.01839824	0.00099856	0.10854962	5.9000008
3	0.03679648	0.00399424	0.21709933	5.90001276
4	0.05519472	0.00898706	0.32564956	5.90006461
5	0.07359296	0.01597701	0.43420147	5.90020421

zAB =

Контроль значения Тр:

$|zAB_{21,1} - Sp| < 0.00001 = 1$

$sp := zAB_{21,1}$ $\quad sp = 0.40000097$

$vp := zAB_{21,2}$ $\quad vp = 2.18040021$

2. Определить скорость, ускорение и время во всех точках участка **BC** и установить время T_t прохождения грузом **D** участка *BC* (с точностью $\varepsilon = 0,00001$).

Экспортировать данные таблицы **zAB** в EXCEL:

- в MATHCAD выделить данные таблицы **zAB**;
- выбрать пункт *Export...* из контекстного меню;
- в диалоговом окне *File Options* указать формат файла (*File Format: Microsoft Excel*), его имя и месторасположение (*Browse...*).

Продолжить решение в сформированном файле[1]:

1) На отрезке $[T_p, T_p + n \cdot h]$, где $n = 5$ и $h = 0.1$, сформировать решение задачи

$$s''(t) = \frac{-F_c - m \cdot g \cdot \sin(\alpha)}{m}$$

с начальными условиями $s(T_p) = s_p$, $v(T_p) = v_p$,

используя процедуру **Met_RK** (из задания 2).

Для данной задачи вспомогательная функция **Fun_D** примет вид:

```
Function Fun_D(x, y, z)
    Pi = 4 * Atn(1): alfa = 30 / 180 * Pi
    Fc = 13
    m = 2
    g = 9.8
    Fun_D = (-Fc - m * g * Sin(alfa)) / m
End Function
```

Результат выполнения процедуры-подпрограммы **Met_RK**:

	A	B	C	D
1	a=	0,3679648	ya=	0,4
2	b=	0,8679648	y1a=	2,1804002
3	n=	5		
4	h=	0,1		
5	x	y	y'=z	y"
6	0,3679648	0,400001	2,1804002	-11,4
7	0,4679648	0,561041	1,0404002	-11,4
8	0,5679648	0,608081	-0,0996	-11,4
9	0,6679648	0,541121	-1,2396	-11,4
10	0,7679648	0,3601611	-2,3796	-11,4
11	0,8679648	0,0652011	-3,5196	-11,4

[1] Рекомендуется выполнить расчеты на отдельном листе файла, а результат вычислений с помощью *Правка → Специальная вставка (значения)* скопировать на лист с экспортированными значениями из MathCAD.

2) Для полученной совокупности **{x, y}** определить параметры квадратичной зависимости[1] $\varphi(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$ с помощью функции **ЛИНЕЙН()**:

	A	B	C	D	E	F	G
13	x	x^2	y		a2	a1	a0
14	0,3679648	0,1353981	0,400001		-5,7	6,37519893	-1,17407869
15	0,4679648	0,2189911	0,561041		2,3894E-15	2,9736E-15	8,7195E-16
16	0,5679648	0,322584	0,608081		1	1,4599E-16	#Н/Д
17	0,6679649	0,446177	0,541121		4,6862E+30	3	#Н/Д
18	0,7679648	0,5897699	0,3601611		0,19975968	6,3941E-32	#Н/Д
19	0,8679648	0,7533629	0,0652011				

3) Поскольку в момент торможения T_t выполняется условие $s(T_t) = 0$, то для определения момента T_t необходимо решить уравнение $\varphi'(x) = 0$:

$$a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot x = 0 \Rightarrow x = -\frac{a_1}{2 \cdot a_2}.$$

В результате вычислений:

	A	B	C
21	*Момент торможения*		
22	Tt=	0,559228	

4) Сформировать на отрезке $[T_p, T_t]$ при количестве разбиений **N** таблицу значений функций $\{\varphi(x),\ \varphi'(x),\ \varphi''(x)\}$:

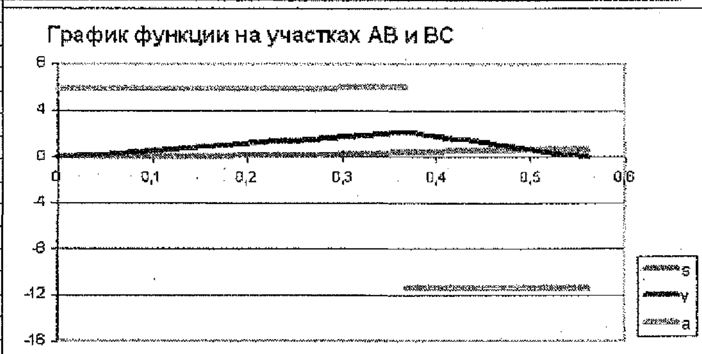
	A	B	C	D
24	a=	0,3676687		
25	b=	0,559116		
26	n=	20		
27	h=	0,0095724		
28	x	ϕ(x)	ϕ'(x)	ϕ''(x)
29	0,3676687	0,4	2,182499	-11,4
30	0,377241	0,4203694	2,073374	-11,4
		.	.	.
48	0,5495436	0,6083945	0,1091249	-11,4
49	0,559116	0,6089167	0	-11,4

3. Построить графики $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$ в диапазоне от начала до окончания движения.

На основе полученных данных (экспортированных из MATHCAD и таблицы значений функций $\{\varphi(x),\ \varphi'(x),\ \varphi''(x)\}$, объединенных в одну таблицу) построить графики функций $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$:

[1] Поскольку a(t) есть константа, то необходимо подобрать параметры квадратичной зависимости.

	A	B	C	D	E
1	t	s	v	a	
2	0	0	0	5,9	
3	0,01839824	0,000998561	0,10854962	5,900000798	
…					
21	0,34956656	0,360904273	2,069720188	6,004201516	
22	0,3679648	0,40000097	2,180400211	6,028000621	
23	0,3679648	0,40000097	2,180400211	-11,4	
24	0,377527959	0,420331195	2,0713802	-11,4	
…					
42	0,549664818	0,607994817	0,109020011	-11,4	
43	0,569227976	0,608516105	0	-11,4	



Рассмотрим пример решения для четных вариантов:

1. Определить скорость, ускорение и время во всех точках участка ***AB*** и установить время T_p прохождения грузом **D** участка ***AB*** (с точностью $\varepsilon = 0{,}00001$).

Поскольку $v(t) = s'(t)$, $a(t) = v'(t) = s''(t)$, то для выполнения задачи надо сформировать решение дифференциального уравнения

$$s''(t) = \frac{F_d(s(t)) - F_c + m \cdot g \cdot \sin(\alpha)}{m}$$

с начальными условиями $s(0) = 0$, $v(0) = 0$.

Используя процедуру **Met_RK** (из задания 2), построить таблицу значений функций $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$ на отрезке $[0, T_p]$, где момент времени T_p необходимо подобрать так, чтобы выполнялось условие $\mathbf{s}(T_p) = S_p$.
Для данной задачи вспомогательная функция **Fun_D** примет вид:

```
Function Fun_D(x, y, z)
    Pi = 4 * Atn(1): alfa = 30 / 180 * Pi
    Fc = 13
    m = 2
    g = 9.8
    Fd = 15 + 2 * 0.8 * y ^ 2
    Fun_D = (Fd - Fc + m * g * Sin(alfa)) / m
End Function
```

Результат выполнения процедуры-подпрограммы **Met_RK**:

	A	B	C	D	E	F
1	a=	0	ya=	0		
2	b=	0,3679644	y1a=	0		
3	n=	20				
4	h=	0,0183982				
5	x	y	y'=z	y''		
6	0	0	0	5,9		
7	0,0183982	0,0009986	0,1085495	5,9000008		
…			…			
25	0,3495661	0,3609034	2,0697177	6,004201		
26	0,3679644	0,4	2,1803976	6,028		
27						
28	*Проверка условия*		**ИСТИНА**			
29						
30					=ABS(B26-0,4)<0,00001	
31						

Для импорта данных в MathCAD диапазону **A6:D26** с помощью *Вставка → Имя → Присвоить…* необходимо присвоить имя **zAB**.

2. Определить скорость, ускорение и время во всех точках участка *BC* и установить время T_t прохождения грузом **D** участка *BC* (с точностью $\varepsilon = 0{,}00001$).

Импортировать данные таблицы **zAB** в MathCAD:

- в MathCAD выбрать *Insert → Data → Data Import Wizard…*;
- в диалоговом окне *File Options* выбрать файл, т.е. указать формат файла (*File Format: Microsoft Excel*), его имя и месторасположение (*Browse…*);
- на следующем шаге (кнопка *Далее*) в диалоговом окне *Excel Options* указать имя диапазона (*Named range:* ***zAB***);
- задать имя **zAB** таблице.

Замечание: Для установления требуемого формата чисел (в частности числа цифр после десятичного разделителя) использовать *Properties…* из контекстного меню.

В результате получим следующие данные:

Импорт данных из Excel:

zAB :=

	0	1	2	3
0	0	0	0	5.9
1	0.01839822	0.00099856	0.10854949	5.9000008
2	0.03679644	0.00399423	0.21709907	5.90001276
3	0.05519465	0.00898703	0.32564917	5.90006461
4	0.07359287	0.01597697	0.43420095	5.90020421
5	0.09199109	0.0249641	0.5427566	5.90049857

$Tp := zAB_{20,0}$ $\quad Tp = 0.36796436$ --- время разгона (прохождения участка AB)

$sp := zAB_{20,1}$ $\quad sp = 0.4$ --- задать значения расстояния, скорости в начале участка BC

$vp := zAB_{20,2}$ $\quad vp = 2.18039753$

Продолжить решение:

1) На отрезке $[T_p, T_p + n \cdot h]$, где $n = 5$ и $h = 0.1$, сформировать решение задачи

$$s''(t) = \frac{-F_c - m \cdot g \cdot \sin(\alpha)}{m}$$

с начальными условиями $s(T_p) = s_p$, $v(T_p) = v_p$,

используя функцию **rkfixed()**.

Определить параметры функции rkfixed():

$usl := \begin{pmatrix} sp \\ vp \end{pmatrix}$ --- начальные условия

$D(x, usl) := \begin{pmatrix} usl_1 \\ \dfrac{-Fc - m \cdot g \cdot \sin(\alpha)}{m} \end{pmatrix}$ --- вектор-функция из правых частей системы дифференциальных уравнений

$Tt := Tp + 5 \cdot 0.1$ $\quad Tt = 0.86796436$ --- правая граница отрезка

$y := rkfixed(usl, Tp, Tt, 5, D)$ --- формирование решения

Результат вычислений:

$$y = \begin{pmatrix} 0.36796436 & 0.4 & 2.18039753 \\ 0.46796436 & 0.56103975 & 1.04039753 \\ 0.56796436 & 0.60807951 & -0.09960247 \\ 0.66796436 & 0.54111926 & -1.23960247 \\ 0.76796436 & 0.36015901 & -2.37960247 \\ 0.86796436 & 0.06519877 & -3.51960247 \end{pmatrix}$$

2) Для полученной совокупности **{x, y}** найти параметры квадратичной зависимости[1] $\varphi(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$ с помощью функции **linfit()**:

Определить параметры квадратичной функции ϕ(t):

$F(t) := \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \end{pmatrix} := linfit(y^{\langle 0 \rangle}, y^{\langle 1 \rangle}, F)$

[1] Поскольку a(t) есть константа, то необходимо подобрать параметры квадратичной зависимости.

$a2 = -5.7 \quad a1 = 6.37519119 \quad a0 = -1.17407585$

Определить вспомогательные функции:

$$\phi(t) := a2 \cdot t^2 + a1 \cdot t + a0 \qquad \phi1(t) := \frac{d}{dt}\phi(t) \qquad \phi2(t) := \frac{d^2}{dt^2}\phi(t)$$

3) Поскольку в момент торможения T_t выполняется условие $\mathbf{s}(T_t) = \mathbf{0}$, то для определения момента T_t необходимо решить уравнение $\varphi'(x) = 0$.

Найти значение Tt:

$$Tt := root(\phi1(Tt), Tt)$$

$$Tt = 0.5592273 \qquad \phi1(Tt) = 6.4333927 \times 10^{-15}$$

4) Сформировать на отрезке $[T_p, T_t]$ при количестве разбиений N таблицу значений функций $\{\varphi(x), \varphi'(x), \varphi''(x)\}$:

Сформировать таблицу значений функций:

$$i := 0..20 \qquad t_i := Tp + \frac{Tt - Tp}{20} \cdot i$$

$$\phi_i := \phi(t_i) \quad \phi1_i := \phi1(t_i) \quad \phi2_i := \phi2(t_i)$$

$zBC := augment(t, \phi, \phi1, \phi2)$ — объединение массивов

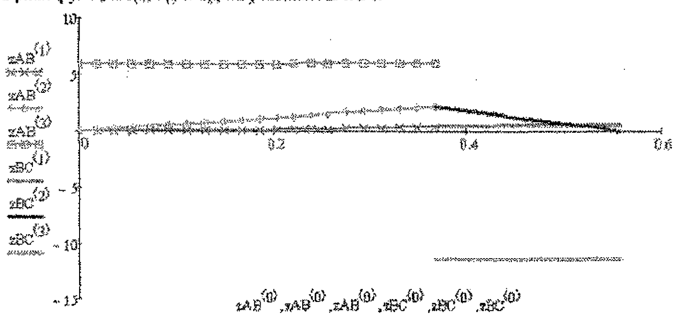
zBC =

	0	1	2	3
0	0.36766868	0.40000001	2.18249896	-11.4
1	0.37724104	0.42036939	2.07337401	-11.4
2	0.38681341	0.43969419	1.96424906	-11.4
3	0.39638577	0.4579744	1.85512411	-11.4
4	0.40595814	0.47521004	1.74599917	-11.4
5	0.4155305	0.49140108	1.63687422	...

3. Построить графики $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$ в диапазоне от начала до окончания движения.

По полученным данным (импортированным из Excel и таблицы значений функций $\{\varphi(x), \varphi'(x), \varphi''(x)\}$) построить графики функций $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$:

Графики функций s(t), v(t) и a(t) на участках AB и BC:



ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ ПО КУРСУ «ИНФОРМАТИКА»

Семестр III

Теоретическая часть.

1. Определения из теории дифференциальных уравнений: дифференциальное уравнение, решение дифференциального уравнения, виды дифференциальных уравнений, общее и частное решения дифференциального уравнения.
2. Методы решения дифференциальных уравнений.
3. Суть численных методов решения дифференциальных уравнений.
4. Решение задачи Коши для ОДУ первого порядка методом Эйлера.
5. Решение задачи Коши для ОДУ первого порядка методом Рунге-Кутты четвертого порядка.
6. Решение задачи Коши для ОДУ второго порядка методом Рунге-Кутты четвертого порядка.
7. Метода наименьших квадратов (МНК): постановка задачи отыскания параметров эмпирических формул и основная схема её решения.
8. Классы эмпирических формул.
9. МНК для линейной зависимостей.
10. Способы оценки качества подгонки эмпирических формул.

Система компьютерной математики (СКМ) MathCAD.

11. Отделение корней функции одной переменной; использование функции Root() для уточнения корней.
12. Использование блока *Given/Minimize/Maximize* для уточнения экстремумов.
13. Аналитические вычисления. Работа с выражениями (*Simplify*, *Expand*, *Factor*, *Collect*).
14. Аналитические вычисления. Вычисление рядов и произведений.
15. Аналитические вычисления. Дифференцирование (Differentiate), интегрирование (*Integrate*).
16. Аналитические вычисления. Разложение в ряд (*Expand to Series*).
17. Аналитические вычисления. Решение уравнений (*Solve*).
18. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) первого порядка. Вычислительный блок *Given/OdeSolve*.
19. ОДУ первого порядка. Встроенные функции *RkFixed*(), *RkAdapt*(), *Bulstoer*().
20. Системы ОДУ. Встроенные функции для решения систем ОДУ.
21. МНК. Встроенные функции *Line*(), *Slope*(), *Intercept*(), *Linfit*().

Табличный процессор Excel.

22. Ввод и редактирование данных. Ввод серийных данных (дат, чисел). Форматирование ячеек (шрифт, выравнивание, ориентация, фон, рамки, тени).
23. Типы данных, вводимых в ячейки. Форматы числовых данных. Смена форматов. Копирование форматов.

24. Перемещения и копирование ячеек, диапазонов.
25. Операция *Специальная вставка.*
26. Правила записи формул. Ячейка, диапазон ячеек. Адресация ячеек. Абсолютная и относительная адресация ячеек.
27. Статистические функции *Наклон*(), *Отрезок*(), *Линейн*().
28. Инструмент "Поиск решения" и его использование для отыскания экстремумов.
29. Использование надстройки "Поиск решения" для подбора параметров эмпирической функции методом наименьших квадратов.
30. Графическое представление табличных данных. Типы диаграмм.
31. Структура диаграммы: область диаграммы, область построения диаграммы, оси значений и категорий, основные линии сетки, названия осей, заголовок диаграммы, легенда, ряды данных.
32. Построение линий тренда и прогнозов. Получение прогнозных значений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Бином, 2006. – 636 с.
2. Васильев, А. Excel 2007 на примерах. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 656 с.
3. Гурский, Д.А. Вычисления в MathCAD 12 / Д.А. Гурский, Е.С. Турбина. – СПб.: Питер, 2006. – 544 с.
4. Корнелл, П. Анализ данных в Excel. Просто как дважды два. – М.: ЭКСМО, 2007. – 224 с.
5. Макаров, Е.Г. Инженерные расчеты в MathCAD: учебный курс. – СПб: Питер, 2004. – 448 с.
6. Половко, А.М. MathCAD для студента / А.М. Половко, И.В. Ганичев. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 336 с.
7. Попов, А.А. Excel: Практическое руководство: учебное пособие для вузов. – М.: ДессКом, 2000. – 301 с.
8. Рудикова, Л. Microsoft Excel для студента. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 368 с.
9. Самарский, А.А. Введение в численные методы. – М.: Лань, 2009. – 288 с.
10. Саймон, Дж. Анализ данных в Excel. – М.: Вильямс, 2004. – 528 с.
11. Турчак, Л.И. Основы численных методов / Л.И. Турчак , П.В. Плотников . – М.: Физматлит, 2002. – 304 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №____
по дисциплине **«ИНФОРМАТИКА»**

Выполнил студент

____
(Группа, факультет шифр)

____
(Фамилия И.О.)

____
(Номер бланка)

____
(Подпись)

Допущен к защите

____
(Фамилия И.О. преподавателя)

____
(Дата Подпись)

БРЕСТ 20__

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители: Татьяна Георгиевна Хомицкая
Валерий Анатольевич Кофанов

ЗАДАНИЯ и МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению

КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 2

по дисциплине **«Информатика»**
для студентов инженерно-технической специальности
1 - 70 03 01 «Автомобильные дороги»
заочной формы обучения

Ответственный за выпуск: Хомицкая Т.Г.
Редактор: Боровикова Е.А.
Компьютерная вёрстка: Кармаш Е.Л.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 12.12.2012 г. Бумага «Снегурочка». Формат 60x84 1/16.
Гарнитура Arial. Усл. печ. л. 2,09. Уч. изд. л. 2,25. Заказ № 1376. Тираж 50 экз.
Отпечатано на ризографе Учреждения образования
«Брестский государственный технический университет»
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.