МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра информатики и прикладной математики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЗАДАНИЯ

к лабораторным работам по дисциплине
«Математические модели в расчетах на ЭВМ и компьютеризация технологии в системах автоматизации»
для студентов специальности
«Автоматизация технологических процессов и производств»
дневной формы обучения.
Часть 1. Основы анализа математических моделей с помощью электронных таблиц и систем компьютерной математики

БРЕСТ 2007

УДК 519.816

В настоящем пособии представлены 12 лабораторных работ по дисциплине «Математические модели в расчетах на ЭВМ и компьютеризация технологии в системах автоматизации» для студентов специальности «Автоматизация технологических процессов и производств». Из них 3 работы связаны с решением прикладных задач с помощью электронных таблиц Excel; 7 работ знакомят студентов с численным и аналитическим исследованием математических моделей в системе компьютерной математики (СКМ) Mathemtica; 2 работы дают представление об основных возможностях СКМ MatLab

Описания работ содержат необходимые для их выполнения сведения (или ссылки на них), 25 вариантов заданий, требования к оформлению отчетов. Издание в 2-х частях. Часть 1.

Составитель: В.М. Ракецкий, доцент, к.ф.-м.н.

Рецензент: В.Ф. Савчук, заведующий кафедрой информатики и прикладной математики Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина, к.ф.-м.н., доцент

СОДЕРЖАНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

Работа с матрицами и решение систем линейных алгебраических уравнений в EXCEL

<u>**Цель работы:**</u> изучение возможностей электронных таблиц EXCEL по работе с матрицами и решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.

<u>**Постановка задачи**</u>. 1.Используя операции над массивами, найти сумму, разность и произведение двух матриц с размерами (3*3). Исходные матрицы задать самостоятельно.

2. Решить в соответствии с полученным вариантом систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) ***Ax=b***. Проверить правильность найденного решения, вычислив его невязку.

1. Порядок выполнения работы.

1. Используя встроенный HELP, ознакомиться с понятиями массива, операций над массивами, изучить назначение функций МОПРЕД, МУМНОЖ, МОБР.
2. Задать на рабочем листе 2 матрицы.
3. Используя операции над массивами, вычислить сумму, разность и произведение матриц.
4. Ввести матрицу заданной СЛАУ и вектор правых частей. Найти
   - определитель матрицы;
   - обратную матрицу;
   - решение системы (по формуле $x=A^{-1}b$);
   - невязку полученного решения ($r=Ax-b$).
5. Оформить отчет по работе.

2. Требования к отчету.

Отчет должен содержать:

- постановку задачи с условием заданного варианта СЛАУ;
- теоретические сведения, необходимые для выполнения работы:
  - определение массива;
  - понятие операции над массивами;
  - назначение и порядок использования функций МОПРЕД, МУМНОЖ, МОБР;
- распечатку рабочего листа (можно переписать результаты вычислений в отчет вручную).

3. Варианты заданий.

Вариант №1

$2x_1+4x_2+3x_3=22$
$-x_1+7x_2+11x_3=24$
$4x_1+x_2-5x_3=-16$

Вариант №2

$7x_1+x_2-4x_3=-7$
$x_1+4x_2-2x_3=15$
$2x_1-x_2+3x_3=4$

Вариант №3

$x_1+3x_2-2x_3=9$
$10x_1-x_2+3x_3=-6$
$4x_1+2x_2-6x_3=8$

Вариант №4

$3x_1+x_2-4x_3=7$
$7x_1+4x_2-2x_3=5$
$-x_1+9x_2+12x_3=-3$

Вариант №5

$4x_1-2x_2+8x_3=20$
$x_1-9x_2+2x_3=-11$
$8x_1+6x_2-5x_3=-1$

Вариант №7

$8x_1+14x_2+8x_3=14$
$3x_1-3x_2+7x_3=41$
$-2x_1+5x_2-x_3=-10$

Вариант №9

$12x_1-6x_3=31$
$-8x_1+26x_2+x_3=42$
$6x_1+x_2-15x_3=-16$

Вариант №11

$4x_1-x_2+13x_3=38$
$19x_1+x_2-14x_3=-14$
$-4x_1+7x_2+25x_3=19$

Вариант №13

$2x_1+4x_2+7x_3=22$
$-x_1+x_2+11x_3=10$
$-x_1+8x_2-5x_3=-71$

Вариант №15

$3x_1+24x_2-3x_3=12$
$2x_1+7x_2-10x_3=21$
$4x_1+6x_2-15x_3=11$

Вариант №17

$32x_1+2x_2+x_3=64$
$-7x_1+27x_2+4x_3=29$
$x_1+5x_2-25x_3=-42$

Вариант №19

$23x_1-x_2+2x_3=-20$
$5x_1-16x_2+3x_3=-40$
$-2x_1+3x_2-24x_3=-42$

Вариант №21

$2x_1-3x_2+7x_3=33$
$-x_1+2x_2+6x_3=-2$
$-x_1+8x_2-5x_3=30$

Вариант №23

$x1+5x2-3x3=17$
$-x1+x2+11x3=19$
$2x1+4x2-9x3=-26$

Вариант №25

$2x_1+4x_2+3x_3=18$
$-7x_1+x_2+16x_3=-10$
$2x_1+4x_2-6x_3=42$

Вариант №6

$x_1-11x_2-x_3=23$
$12x_1+6x_2-8x_3=-5$
$5x_1-x_2+12x_3=14$

Вариант №8

$5x_1+24x_2+15x_3=46$
$-3x_1+17x_2-4x_3=-25$
$-7x_1-12x_2+9x_3=30$

Вариант №10

$17x_1+2x_2-x_3=-7$
$-3x_1-34x_2+22x_3=15$
$2x_1-3x_2+13x_3=4$

Вариант №12

$6x_1+x_2-3x_3=-7$
$18x_1+4x_2-x_3=15$
$x_1-2x_2-16x_3=-14$

Вариант №14

$7x_1-9x_2+12x_3=7$
$-3x_1+x_2-14x_3=15$
$2x_1-x_2+23x_3=44$

Вариант №16

$28x_1+x_2-4x_3=20$
$x_1-2x_3=9$
$-3x_1-2x_2+17x_3=-31$

Вариант №18

$4x_1+x_2-x_3=10$
$x_1+34x_2-6x_3=75$
$2x_1-x_2+13x_3=18$

Вариант №20

$-9x_1+2x_2-2x_3=19$
$x_1+14x_2-6x_3=53$
$x_1-3x_2+10x_3=40$

Вариант №22

$2x_1-9x_2+6x_3=17$
$3x_1+2x_2-4x_3=9$
$x_1-3x_2+13x_3=21$

Вариант №24

$8x1+x2+11x3=34$
$-5x1+2x2-7x3=15$
$2x1-x2-10x3=29$

4. Образец выполнения работы

1. ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ								
Матрица А				**Матрица В**				
1	5	1		0	7	2		
2	4	4		1	3	4		
3	2	2		6	1	6		
А+В				**А-В**				
1	12	3		1	-2	-1		
3	7	8		1	1	0		
9	3	8		-3	1	-4		
		А*В						
		4	13	-13				
		-14	9	-35				
		-12	-7	-41				
2. РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ								
Матрица системы				**Вектор**				
23	1	-2		17				
-4	-14	0		-40				
9	3	26		52				
det(A)		**A^{-1}**				**$x=A^{-1}b$**		**r**
		0,04284	0,00377	0,00330		0,74906		3,552E-15
-8496		-0,01224	-0,07250	-0,00094		2,64313		0
		-0,01342	0,00706	0,03743		1,43573		0

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N2

Отделение корней нелинейного уравнения и их уточнение с помощью инструмента "Подбор параметра"

<u>**Цель работы:**</u> изучение возможностей электронных таблиц EXCEL по решению нелинейных уравнений.

<u>**Постановка задачи**</u>. Для заданной функции ***y=f(x)*** на отрезке [a,b]

- построить таблицу значений в 20-30 точках;
- по таблице значений построить график функции;
- по таблице и графику найти приближенные корни уравнения ***f(x)=0***;
- уточнить корни уравнения ***f(x)=0*** с помощью инструмента «Подбор параметра».

<u>1. Порядок выполнения работы.</u>

1. Используя встроенный HELP ознакомиться с инструментом «Подбор параметра»
2. Используя VBA запрограммировать заданную функцию.
3. Построить таблицу значений функции, используя для этого VBA-функцию.
4. Выполнить остальные пункты задания.
5. Оформить отчет по работе.

<u>2. Методические указания.</u>

Наряду со встроенными функциями EXCEL пользователь может определять свои собственные функции, используя для этого Visual Basic for Application. Для того, чтобы создать свою собственную функцию, можно придерживаться следующей схемы:

1. Запустить VBA (это можно сделать через Alt+F11; это же сочетание клавиш переводит нас из VBA на рабочий лист)
2. После запуска VBA появляется меню, в котором нужно щелкнуть по команде Insert и выбрать Module;
3. После появления окна в раскрытой папке Modules предлагается создать Module1;
4. Далее следует снова щелкнуть пункт меню Insert и выбрать уже Procedure при этом появится окошко Add Procedure (Добавить Процедуру);
5. В этом окне в текстовом поле Name следует ввести имя функции, например, m_f, а затем выбрать тип процедуры Function и Public (Scope - сфера действия)
6. Затем, точно по тем же правилам, как и в Qbasic, сформировать нужную процедуру, например:

```
Public Function m_f(x)
    z1=1+x^2
    z2=Sqr(a)
    m_f = Sin(z2)
End Function
```

7. Перейти на рабочий лист.

Теперь, если вызвать мастер функций, имя функции будет видно в полном алфавитном перечне. Это означает, что заданной функцией можно пользоваться наравне с обычными встроенными функциями рабочего листа.

Замечание. При задании функции нескольких переменных в процедуре VBA аргументы разделяются запятыми, а при вызове этой функции, задаваемом при записи в ячейке соответствующей формулы, аргументы разделяются символом «;» (точка с запятой).

3. Требования к отчету.

Отчет должен содержать:

- постановку задачи с условием заданного варианта ;
- теоретические сведения, необходимые для выполнения работы;
- распечатку рабочего листа (можно переписать результаты вычислений в отчет вручную)

4. Варианты заданий.

№ вар.	Функция и отрезок
1	$y=\dfrac{(7+h)x\sin^4(0,05+5,2\ arctg\ x)-0,4}{g\cdot arctg^2\left(1+\sin\left(2,05+5,2\ arctg\ \dfrac{x}{2}\right)\right)+e^x}$ $[a;b]=[\,0\,;8]$ $g=5,754$ $h=1,162$
2	$y=\dfrac{(h+5)\ln\left(4,7-\dfrac{3,8x^2}{x^2+1}\right)\sin 2x+0,2}{\sqrt{4,7-3,8\dfrac{\sin^2 x}{\sin^2 x+1}+gx^2}}$ $[\,a;b]=[\,0\,;3,2]$ $g=7,961$ $h=2,25$
3	$y=\dfrac{5h\ln(2,14-2\cos(x-1))}{\sqrt{1+\left(\dfrac{x}{2}\right)^2+\left(\dfrac{x}{2}\right)^4}}+\dfrac{g\sqrt{1+x^2+x^4}}{e^{\sqrt{1+(2x)^2+(2x)^4/10}}}$ $[a;b]=[\,0\,;2,8]$ $g=3,969$ $h=3,654$
4	$y=\dfrac{(h+10)\cos^2(x+1,4)}{\sin^2(x+1,5)+\dfrac{e^x}{2,44+x^2}}-\dfrac{arctg^2(x+1,45)}{g+\dfrac{e^{x/2}}{2,44+\left(\dfrac{x}{2}\right)^2}}$ $[a;b]=[\,1\,;8]$ $g=6,353$ $h=4,047$
5	$y=\dfrac{h\ \sin\left(1+\lg\left(2,64+100\sqrt[3]{\lvert 1-x\rvert^3}\right)\right)-0,2}{g\ \sin^2\left(0,73+\lg\left(2,64+100\sqrt[3]{\lvert 1-x\rvert^3}\right)\right)+e^{0,01x^2+0,03}}$ $[a;b]=[\,0,4\,;2,6]$ $g=3,083$ $h=3,88$
6	$y=\dfrac{h\left(e^{2+\sin^2 x}-8,63\right)}{\lvert arctg x\rvert+\lvert arctg(x-1)\rvert}+\dfrac{\sqrt{\left\lvert arctg\dfrac{x}{15+x^2}\right\rvert}}{g+\dfrac{\left\lvert arctg\dfrac{x}{2}\right\rvert}{1+x^2}}$ $[a;b]=[\,0,2\,;3,2]$ $g=2,932$ $h=2,443$

7	$$y = \frac{h\cos^2 x - 0,5}{ln\left(1+\sqrt{1+x^2}\right) + \dfrac{g}{ln\left(1+\sqrt{1+\left(\frac{x}{2}\right)^2}\right)}}\left(2 + ln\left(1+\sqrt{1+\left(\frac{x}{10}\right)^2}\right)\right)$$ $[a;b] = [\ 0,4\ ;\ 3,2]$ $g = 3,912$ $h = 1,784$
8	$$y = \frac{h \cdot \sin 2x \cdot e^{\cos^2 x} arctg\sqrt{2,71 + x^2} - 0,02}{g \cdot arctg^4\sqrt{1,56 + x^2} + ln\left(1 + arctg\sqrt{5,24 + x^2}\right)}$$ $[a;b] = [\ 0\ ;\ 2,6]$ $g = 2,628$ $h = 4,842$
9	$$y = \frac{0,14 + h\sin^3 x\sqrt{\dfrac{\lvert x\rvert + 1}{1 + x^2 + x^4}}}{\sqrt{\dfrac{\left\lvert\frac{x}{2}\right\rvert + 1}{1 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^4 + (1 + \cos 2x)^2}}} + \frac{gx\sin x}{346,2}$$ $[a;b] = [\ 0,6\ ;\ 4,8]$ $g = 9,991$ $h = 3,388$
10	$$y = \frac{g\cos(1,4x + 1) + h\sin^3\sqrt{\dfrac{2x^2 + 1}{1 + 0.2x^2 + 0.013x^4}}}{\sqrt{\left\lvert\frac{x}{2}\right\rvert} + 1 + e^{g\sin x + h\cos x}} + \frac{g\sin 2x}{276,2 + x^2} - 0.015$$ $[a;b] = [\ -0,3\ ;\ 3,2]$ $g = 5,691$ $h = 7,388$
11	$$y = \frac{h\,ln\left(1,5 + \sin x\right)}{ln^2\left(2,84 + \sin x\right) + 1} + \frac{g\sqrt{ln\left(2 + \sin x\right)}}{100 + x^2 + e^{x+3}}$$ $[a;b] = [\ 0,6\ ;\ 4,8]$ $g = 4,433$ $h = 2,166$
12	$$y = \frac{\left(e^{0,24 + h\cos 2,5x} - 0,8\right)10}{g\,ln\left(2,48 + x^2\right) + \cos^2 x\,ln\left(2,48 + \left(\frac{x}{2}\right)^2\right)}$$ $[a;b] = [\ 0,2\ ;\ 2,6]$ $g = 5,944$ $h = 4,846$
13	$$y = \frac{\left[(x - h)^2\sin(x - g) - 0,56\right]15,5}{\sqrt{1 + lg\left(1 + x^2\right) + e^{x+1}}}\sqrt{1 + lg\left(1 + (2x)^2\right)}$$ $[a;b] = [\ 1,2\ ;\ 3,8]$ $g = 8,433$ $h = 3,89$
14	$$y = \frac{h\left(2,07^{x^2 - 1,98x - 1,18} - 0,6\right) + 0,07}{\sin^2\left(\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 1,98\left(\frac{x}{2}\right) + 1,18\right) + g}$$ $[a;b] = [\ 0,4\ ;\ 2,2]$ $g = 8,197$ $h = 4,916$

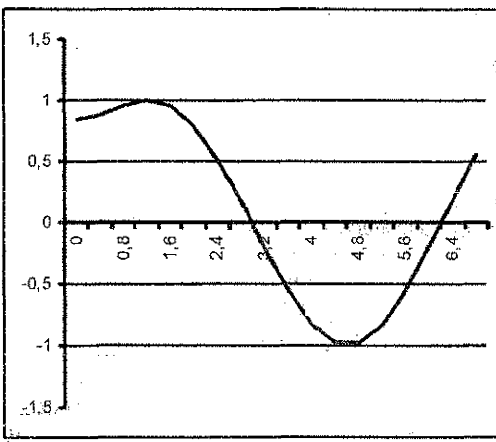
15	$y = \dfrac{h\, e^{\sin x - 0,25x}}{10 + 0,15\left(\sin\dfrac{x}{20} - 0,25\left(\dfrac{x}{20}\right)\right)^3} + g\,\sin(x \cdot 0,12)$ $[a;b] = [\,0\,;\,5\,]$ $g = 6,097$ $h = 4,884$
16	$y = \dfrac{h\,\ln\left(2 + x^2 - x\right) - e^{0,2x^2}}{0,568x^2\,\ln^4\left(2 + \sin^2 x - \sin x\right) + \mathrm{arctg}\,(x+2)^2}$ $[a;b] = [\,0\,;\,1,8\,]$ $g = 1,233$ $h = 1,711$
17	$y = \dfrac{h\,\mathrm{tg}^2\dfrac{x}{3,2} - g\sqrt{1 + (x - 0,72)^2}}{e^{\mathrm{tg}^2\frac{x}{14,1}} + \dfrac{x^2}{x^2 + 3,74}} + \left(0,83 + \mathrm{tg}^2\dfrac{x}{100}\right)^{0,38}$ $[a;b] = [\,0,4\,;\,4,2\,]$ $g = 9,247$ $h = 3,167$
18	$y = \dfrac{h \cdot \lg\left(1 + e^{0,72 + \sin x}\right)\cos 2x}{\lg^2\left(1 + e^{0,6 + \sin x}\right) + g\sqrt{\dfrac{\sin^2 x}{1 + \sin^2 x}}}$ $[a;b] = [\,0,2\,;\,3,2\,]$ $g = 6,162$ $h = 2,865$
19	$y = \dfrac{\sin\left(h\,\mathrm{arctg}(x - 1,14) + 0,078x\right)}{1,08^{\sin(h\,\mathrm{arctg}(x-1,62) + 0,078x)}} + g\sqrt{0,6x^2 + 0,2x + 4,2}$ $[a;b] = [\,0\,;\,2,4\,]$ $g = 1,781$ $h = 1,755$
20	$y = \dfrac{h\left(\lg\left(1,72 + 5,36x^2 + 0,01x^4\right) + 0,52x - 1,3\right)}{\sqrt{1 + \lg^2\left(1,72 + 5,36\left(\dfrac{x}{2}\right)^2 + 0,01\left(\dfrac{x}{2}\right)^4\right) + ge^x}}$ $[a;b] = [\,0,2\,;\,2\,]$ $g = 8,106$ $h = 2,451$
21	$y = \dfrac{h\,\ln\left(1 + x^2 - x\right)\sin x + 0,64\left\|\mathrm{arctg}x\right\| - 0,1}{\ln^2\left(1 + \sin^2 x - \sin x\right) + g \cdot 2\dfrac{x}{x^2 + 1}}$ $[a;b] = [\,0\,;\,2,4\,]$ $g = 6,196$ $h = 2,979$
22	$y = \dfrac{(h + 10)\cos^2(x + 1,4)}{\sin^2(x + 1,5) + \dfrac{e^x}{2,44 + x^2}} - \dfrac{\mathrm{arctg}^2(x + 1,45)}{g + \dfrac{e^{x/2}}{2,44 + \left(\dfrac{x}{2}\right)^2}}$ $[a;b] = [\,1\,;\,8\,]$ $g = 6,353$ $h = 4,047$

23	$$y=\frac{h\cdot\frac{x^2}{1+x^4}+\left(x^2+1{,}62x-2{,}06\right)\sin 3x}{g\ \sin(0{,}024x\text{-}1{,}72)+\frac{arctg^2\frac{x}{2}}{1+arctg^4\frac{x}{2}}}$$ $[a;b]=[\,0\,;\,1\,]$ $g=8{,}895$ $h=2{,}156$
24	$$y=\frac{h\cos\left(x\ln(x+3{,}14)+0{,}078x\right)}{1{,}5^{\sin(h\ x\ln(x+3{,}14)+0{,}138x)}}+g\sqrt{1{,}6x^2+2{,}2}$$ $[a;b]=[\,0\,;\,2\,]$ $g=1{,}563$ $h=4{,}755$
25	$$y=\frac{(5+h)x^2\sin^4(0{,}005+5.2\ arctg\ x)-0{,}7x}{g\cdot arctg^2\left(1+\cos\left(2{,}05+5{,}2\ \ln(x^2+1.56)\right)\right)+e^{x/10.3}}$$ $[a;b]=[\,\text{-}0{,}3\,;\,1\,]$ $g=2{,}571$ $h=3{,}525$

5. Образец выполнения работы

а) Локализация корней

X	F(X)
0	0,841471
0,4	0,880555
0,8	0,958195
1,2	0,999962
1,6	0,950486
2	0,786749
2,4	0,515501
2,8	0,167584
3,2	-0,20946
3,6	-0,56027
4	-0,83134
4,4	-0,98003
4,8	-0,98188
5,2	-0,83487
5,6	-0,56018
6	-0,19908
6,4	0,193245
6,8	0,55632



б) Приближенные корни

X	F(X)
3	-0,02068
6	-0,19908

в) Уточнение корней

X	F(X)
2,978163	2,52E-06
6,203091	-6,1E-06

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N3

Построение линейных экономических моделей и их анализ с помощью инструмента "Поиск решения"

Цель работы: знакомство с методами построения линейных экономических моделей; изучение возможностей электронных таблиц EXCEL по решению экстремальных задач с помощью инструмента «Поиск решения».

Постановка задачи. Для заданного варианта задачи

- построить математическую модель;
- найти оптимальное решение с помощью инструмента «Поиск решения»;

1. Порядок выполнения работы.

1. Разработать математическую модель задачи.
2. Используя встроенный Help, ознакомиться с инструментом «Поиск решения»
3. Построить таблицу исходных данных.
4. Используя «Поиск решения», найти оптимальное решение задачи.
5. Оформить отчет по работе.

2. Требования к отчету.

Отчет должен содержать:

- постановку задачи;
- подробное описание построения математической модели.
- распечатку рабочего листа (можно переписать результаты вычислений в отчет вручную).
- распечатку отчета о решении.

3.Варианты заданий.

ЗАДАНИЕ 1. Небольшое предприятие выпускает два типа автомобильных деталей. Оно покупает литье, подвергаемое токарной обработке, сверловке и шлифовке. Данные, характеризующие производительность станочного парка предприятия, приведены в таблице.

Станки	Деталь А, штук/ч	Деталь В, штук/ч
Токарные	25	40
Сверлильные	28	35
Шлифовальные	35	25

Каждая отливка, из которой изготовляют деталь А, стоит 2 долл. Стоимость отливки для детали В - 3 долл. Продажная цена деталей равна соответственно 5 и 6 долл. Стоимость часа станочного времени составляет по трем типам используемых станков 20, 14 и 17,5 долл.

Определить план выпуска продукции, обеспечивающий предприятию максимальную прибыль.

ЗАДАНИЕ 2. Производственный участок включает три станка, которые производят детали типов А и В. Станки различаются по производительности: станок 1 производит в одну минуту 5 деталей типа А или 5 деталей типа В, станок 2 - 6 деталей типа А или 2 детали типа В, станок 3 – 5 деталей типа А или 3 детали типа В.

Требуется найти план загрузки станков, который обеспечивает максимальную производительность участка в следующих условиях:

1) ни один из станков не должен простаивать;

2) продукция должна быть комплектной: количество деталей типа А должно быть равно количеству деталей В;

3) длительность смены - 6 часов.

ЗАДАНИЕ 3. Имеется некоторый материал в виде стандартных листов, которые необходимо раскроить для получения не менее 80 деталей типа 1 и не менее 40 деталей типа 2. Известны 4 способа раскроя листа (см. таблицу).

Способ раскроя		1	2	3	4
Количество деталей	1	3	2	1	-
	2	1	6	9	13

Составить план изготовления деталей, при котором общий расход листов будет минимальным.

ЗАДАНИЕ 4. Процесс изготовления двух видов промышленных изделий состоит в последовательной обработке каждого из них на трех станках. Время использования этих станков для производства данных изделий ограничено 10 ч в сутки. Время обработки и прибыль от продажи одного изделия каждого вида приведены в таблице. Найти оптимальные объемы производства изделий каждого вида.

Изделие	Время обработки 1 изделия, мин			Прибыль от одного изделия, долл.
	станок 1	станок 2	станок 3	
1	10	6	8	2
2	5	20	15	3

ЗАДАНИЕ 5. Изделия четырех типов проходят последовательную обработку на двух станках. Время обработки одного изделия каждого типа на каждом из станков приведено в таблице.

Станок	Время обработки одного изделия, ч			
	тип 1	тип 2	тип 3	тип 4
1	2	3	4	2
2	3	2	1	2

Стоимость одного машино-часа составляет 10 долл. для станка 1 и 15 долл. - для станка 2. Допустимое время использования станков для обработки изделий всех типов ограничено следующими значениями: 500 машино-часов для станка 1 и 380 машино-часов для станка 2. Цены изделий типов 1, 2, 3 и 4 равны 70, 70, 55 и 60 долл. соответственно, составить план выпуска изделий, при котором прибыль будет максимальной.

ЗАДАНИЕ 6. Предприятие располагает ресурсами сырья, рабочей силой и оборудованием, необходимым для производства любого из 4 видов производимых товаров. Затраты ресурсов на изготовление единицы каждого вида товара и запасы ресурсов (на день) указаны в следующей таблице.

Вид ресурса	Вид товара				Объем ресурсов
	1	2	3	4	
Сырье, кг	15	10	8	20	70
Рабочее время, ч	25	15	7	10	100
Оборудование, ст.-ч.	9	10	13	16	110

Стоимость одного килограмма сырья - 8 долл., одного часа рабочего времени - 6 долл., одного станко-часа - 5 долл. Цена единицы товара 1 и 4 - по 350, 2 - 245, 3 - 350 долл.

Найти, какой ассортимент товаров надо выпускать, чтобы прибыль была максимальной.

ЗАДАНИЕ 7. *Компания выпускает два вида сукна: А и В. От производства единицы длины сукна А предприятие получает прибыль 12 фунтов стерлингов, от производства единицы длины сукна В - 8 фунтов стерлингов. Для их производства используется шерсть трех цветов. Количество сырья, необходимое для производства единицы длины сукна каждого вида, и общее кол-во имеющейся шерсти каждого цвета приведены в таблице.*

Цвет	Расход на единицу длины сукна, кг		Количество шерсти, кг
	А	В	
Красный	4	4	1400
Зеленый	6	3	1800
Желтый	2	5	1800

Определить, сколько сукна каждого вида необходимо выпускать, чтобы прибыль от его выпуска была максимальной.

ЗАДАНИЕ 8. Фирма имеет возможность рекламировать свою продукцию, используя местные радио- и телевизионную сети. Затраты на рекламу в бюджете фирмы ограничены величиной 1000 долл. в месяц. Каждая минута радиорекламы обходится в 5 долл., а каждая минута телерекламы – в 100 долл. Фирма хотела бы использовать радиосеть по крайней мере в два раза чаще, чем сеть телевидения, а также приобрести время для рекламы на телевидении не менее 5 минут. Из опыта известно, что объем сбыта, который обеспечивает каждая минута телерекламы, в 25 раз больше сбыта, обеспечиваемого одной минутой радиорекламы. Определить оптимальное распределение времени рекламы между радио и телевидением.

ЗАДАНИЕ 9. Фирма производит два вида продукции - А и В. Известно, что спрос на продукцию А составляет не менее 60% общего объема спроса на оба вида продукции. Кроме того, фирма должна выполнить заказ на производство 15 единиц продукции А. Для изготовления продукции А и В используется одно и то же сырье, суточный запас которого ограничен величиной 100 фунтов. Расход сырья на единицу продукции А составляет 2 фунта, а на единицу продукции В - 4 фунта. Цены продукции А и В равны 20 и 40 долл. соответственно.

Определить оптимальные объемы выпуска продукции А и В.

ЗАДАНИЕ 10. Компания производит полки для ванных комнат двух размеров - А и В. Известно, что за неделю на рынке может быть реализовано не более 550 полок. По заказу фирма должна выпускать в течение недели 100 полок типа В. Для каждой полки типа А требуется 2 м^2 материала, а для полки типа В - 3 м^2 материала. Компания может получить до 1200 м^2 материала в неделю. Для изготовления одной полки типа А требуется 12 мин. работы на станке, а для изготовления одной полки типа В - 30 мин.; станки можно использовать 160 ч. в неделю.

1 м^2 материала стоит 0,5 долл. Затраты на 1 час работы станка - 15 долл. Прочие расходы на выпуск одной полки составляют 7 долл. Полки типа А продаются по цене 14 долл., а типа В - по 20 долл.

Определить, сколько полок каждого типа следует выпускать еженедельно, чтобы получить максимальную прибыль.

ЗАДАНИЕ 11. Завод выпускает изделия трех видов (I, II и III). Для их изготовления используется один вид ресурса, запас которого составляет 4000 единиц. Расход ресурса на одно изделие вида I, II и III составляет 2, 3 и 5 единиц соответственно.

Трудоемкость изготовления изделия вида I вдвое больше, чем изделия вида II, и втрое больше, чем изделия вида III. Численность рабочих завода позволяет выпускать 1500 изделий вида I (если выпускать только эти изделия). По условиям комплектации соотношение выпуска изделий видов I, II и III должно быть равно 2 : 1 : 5. Известно также, что спрос на изделие II не превышает 200 единиц, а на изделие III - 150 единиц. Прибыли от реализации одного изделия вида I, II и III составляют 30, 20 и 50 долл. соответственно.

Определить объемы выпуска изделий каждого вида, при которых прибыль будет максимальной.

ЗАДАНИЕ 12. Автозавод выпускает две модели автомобилей: "Каприз" и "Фиаско". На заводе работает 1000 неквалифицированных и 800 квалифицированных рабочих, каждому из которых оплачивается 40 ч в неделю. Для изготовления модели "Каприз" требуется 30 ч неквалифицированного и 50 ч квалифицированного труда; для "Фиаско" требуется 40 ч неквалифицированного и 20 ч квалифицированного труда. Каждая модель "Фиаско" требует затрат в размере 500 долл. на сырье и комплектующие изделия, тогда как каждая модель "Каприз" требует затрат в размере 1500 долл.; суммарные затраты не должны превосходить 900 тыс. долл. в неделю. Рабочие, осуществляющие доставку, работают по пять дней в неделю и могут забрать с завода не более 210 машин в день.

Каждая модель "Каприз" приносит фирме 1000 долл. прибыли, а каждая модель "Фиаско" - 500 долл. прибыли. Определить, сколько автомобилей каждой модели следует выпускать.

ЗАДАНИЕ 13. Предприятие-производитель элементов центрального отопления изготовляет радиаторы четырех моделей. Ограничения на производство обусловлены количеством рабочей силы (500 человеко-часов) и количеством стальных листов (2500 кв. м), из которых изготовляются радиаторы.

Затраты времени и материала, а также цена одного радиатора каждого вида приведены в таблице.

Модель радиатора	A	B	C	D
Рабочее время, чел.-ч	0.5	1.5	2	1.5
Стальной лист, кв. м	4	2	6	8
Цена, долл.	14	15	25,5	23

1 час рабочего времени стоит 2долл., 1кв. м стального листа - 0,5 долл. Прочие расходы на выпуск одного радиатора любого вида составляют 6 долл.

Кроме того, предприятию требуется выполнить заказ на выпуск 200 радиаторов модели А.

Определить объем выпуска радиаторов каждого типа, при котором прибыль фирмы максимальна.

ЗАДАНИЕ 14. Небольшая фирма производит два типа подшипников А и В, каждый из которых должен быть обработан на трех станках: токарном, шлифовальном и сверлильном. Время, требуемое для каждой из стадий производственного процесса, приведено в таблице.

Тип подшипника	Время обработки, мин.		
	Токарный станок	Шлифовальный станок	Сверлильный станок
А	1	2	4
В	2	1	1
Полное возможное время работы в неделю, ч	160	120	150

1 час работы токарного и шлифовального станка стоит 24 долл., 1 час работы сверлильного станка - 30 долл. Материал для изготовления одного подшипника стоит 6 долл. Подшипники типа А продаются по цене 10 долл., В - 9 долл.

Фирма имеет заказ на выпуск 1000 подшипников каждого типа, при котором прибыль фирмы максимальна.

ЗАДАНИЕ 15. Фирма рекламирует свою продукцию с использованием четырех средств: телевидения, радио, газет и афиш. По результатам исследований эффективности рекламы разработаны следующие рекомендации по распределению средств, расходуемых на рекламу:

- прибыль на 1 долл., затраченных на рекламу на телевидении, радио, в газетах и через афиши, составляет соответственно 10, 3, 7 и 4 долл.;
- не менее 10% всех средств, направляемых на рекламу, следует расходовать на афиши;
- на рекламу в газетах следует расходовать не менее половины средств, затраченных на рекламу на телевидении и радио.

Кроме того, фирма хотела бы приобрести не менее 30 минут рекламного времени на телевидении. Затраты на 1 мин. такого времени составляют 2000 долл.

Всего на рекламу фирма выделяет 0,5 млн. долл. Найти оптимальный вариант распределения этих средств.

ЗАДАНИЕ 16. Предприятие выпускает два продукта: продукт Р, продаваемый по 2 тыс. долл. за 1т, и продукт Q, продаваемый по 1 тыс. долл. за 1 т. Продукты могут производиться из двух типов сырья: А - по 600 долл. за 1 т и В - по 900 долл. за 1 т. Из каждых 100 т сырья А производят 30 т продукта Р и 50 т Q, а из каждых 100 т сырья В - 60 т Р и 10 т Q. Всего предприятие способно обработать не более 10000 т сырья ежегодно. Поставщики могут обеспечить не более 6000 т сырья А и не более 8000 т сырья В в год. Спрос на продукт Р не превышает 5000 т, на продукт Q - 3200 т в год.

Определить, сколько сырья А и В необходимо закупить, чтобы получить от выпуска продуктов Р и Q максимальную прибыль.

ЗАДАНИЕ 17. Фабрика производит три основных типа товара. Для производства изделия типа I требуется 3 единицы сырья А и 1 единица сырья В, для производства изделия типа II - 4 единицы сырья А и 3 единицы сырья В, для производства изделия типа III - 1 единица сырья А и 2 единицы сырья В. Поставщики могут обеспечить не более 20 тыс. единиц сырья А и 10 тыс. единиц сырья В. Цена единицы сырья А и В - соответственно 5 и 8 тыс. долл. Цены на изделия I, II и III - 26,54 и 23 тыс. долл. соответственно.

Изделий типа I необходимо выпустить не менее чем в 1,5 раза больше, чем изделий типа II. Кроме того, требуется выпустить не менее тысячи изделий типа III.

Найти оптимальный план производства.

ЗАДАНИЕ 18. Изделия А, В и С продаются по ценам 3, 4 и 5 долл. соответственно. Для изготовления каждого изделия требуется использовать станки I и II, которые могут работать соответственно не более 3600 и 4500 часов в год. Необходимое время работы на каждом станке при изготовлении одного изделия (в часах) приведено в таблице.

	A	B	C
I	3	2	3
II	4	1	2

Затраты на один час работы станка I составляют 20 центов, а на 1 час работы станка II - 10 центов. Кроме того, необходимо выполнить заказ на 200 изделий А. Найти оптимальный план производства.

ЗАДАНИЕ 19. Фирма выпускает буфеты трех типов: А, В и С. Их выпуск требует различных затрат труда на каждой стадии производства (см. табл.)

Производственный участок	Затраты труда, чел.-ч		
	A	B	C
Лесопилка	1	2	4
Сборочный цех	2	4	2
Отделочный цех	1	1	2

В течение недели можно планировать работу на лесопилке на 360 чел.-ч, в сборочном цехе - на 520 чел.-ч, в отделочном цехе - на 220 чел.-ч. Затраты фирмы, связанные с 1 ч работы по изготовлению буфетов, составляют: для лесопилки - 2 долл., для сборочного цеха - 3 долл., для отделочного цеха - 8 долл. Прочие расходы на выпуск одного буфета любого типа составляют 15 долл. Буфеты типов А, В и С продаются по цене 40, 50 и 60 долл. соответственно. Кроме того, фирма должна выполнить заказ на выпуск 50 буфетов типа А. Составить план производства, обеспечивающий фирме максимальную прибыль.

ЗАДАНИЕ 20. Фирма производит на фабрике 4 сорта изделий. Производство ограничивается временем использования станков и количеством комплектующих изделий. Известно, что суммарное время использования станков - 90 ч в день, а комплектующих изделий может быть поставлено не более 80 в день.

Производственные характеристики изделий приведены в таблице.

Показатель	Изделие			
	1	2	3	4
Время использования станка, ч	1	3	8	4
Количество комплект. изделий	2	2	1	3
Себестоимость изделия, долл.	20	25	40	55
Цена изделия, долл.	30	45	80	85

По условиям комплектации изделия 1 и 2 должны выпускаться в соотношении 5:1.

Составить оптимальный план ежедневного производства изделий.

ЗАДАНИЕ 21. Компания производит столы трех типов (1,2,3). Объемы работ, необходимые для каждой операции, приведены в таблице.

ОПЕРАЦИЯ	Объемы работ, чел.-ч		
	1	2	3
Изготовление частей	2	3	2
Сборка	1	2	3
Полировка и проверка	1	1	2

Объем работ в неделю составляет не более 360 чел.-ч на изготовление частей столов, 240 чел.-ч - на сборку, 180 чел.-ч - на полировку. Возможности хранения ограничивают производство 170 столами в неделю. Кроме того, для выполнения заказа фирма должна выпускать еженедельно не менее 50 столов типа 1. Затраты на изготовление одного стола типа 1,2,3 составляют соответственно 40, 52 и 31 долл., а цена при продаже - 55, 74 и 50 долл. Составить план производства, обеспечивающий максимальную прибыль.

ЗАДАНИЕ 22. Компания производит сверлильные станки трех видов: D1, D2, D3. Каждый станок видов D1 и D2 приносит прибыль 10 долл., станок D3 - 30 долл. Количество станков, которое может быть произведено в течение недели, ограничено поставками комплектующих изделий F1,F2,F3. Для станка D1 требуется 1 штука F1, 4 штуки F2 и 2 штуки F3, для D2 - 2 штуки F1, 3 штуки F2 и 3 штуки F3, для D3 - 10 штук F1, 10 штук F2 и 8 штук F3. Каждую неделю можно закупать не более чем по 650 штук изделий F1 и F3 и не более 850 - изделий F2. По контракту фирма должна выпустить 20 станков вида D2. Составить недельный план производства станков, обеспечивающий максимальную прибыль.

ЗАДАНИЕ 23. Механический завод при изготовлении двух разных типов деталей использует токарные, фрезерные и строгальные станки. При этом обработку каждой детали можно вести двумя различными технологическими способами. В следующей таблице указаны ресурсы (в станко-ч) каждой группы станков, нормы расхода времени при обработке детали на соответствующем станке по данному технологическому способу и прибыль от выпуска одной детали каждого вида:

Типы деталей		I		II		Ресурсы времени
Технологические способы		1	2	3	4	
Станки	Токарный	0,4	0,9	0,5	0,3	250
	Фрезерный	0,5	-	0,6	0,2	450
	Строгальный	0,3	0,5	0.4	1,5	600
Прибыль, долл.		12		18		

Заводу необходимо выпустить не менее 50 деталей типа I.

Составить оптимальный план загрузки производственных мощностей, обеспечивающий максимальную прибыль.

ЗАДАНИЕ 24. Мебельная фабрика выпускает столы, стулья, бюро и книжные шкафы. При изготовлении этих товаров используется два различных типа досок , причем еженедельно фабрика может закупать не более 1500 м досок I типа и 1000 м досок II типа.

Ресурсы	Затраты на одно изделие			
	столы	стулья	бюро	книжные шкафы
Доски I типа,м	7	2	8	10
Доски II типа,м	1	1	3	2

В таблице приведены нормативы затрат досок на изготовление одного изделия.

Трудозатраты на выпуск одного стола или бюро в 4 раза, а одного шкафа - в 8 раз превышают трудозатраты на выпуск одного стула. Численность рабочих фабрики позволяет выпускать 800 стульев в неделю.

Фабрика имеет заказ на выпуск 10 бюро.

Прибыль от выпуска одного стола, стула, бюро и книжного шкафа составляет соответственно 15, 8, 17 и 10 долл.

Определить оптимальный ассортимент, обеспечивающий максимальную прибыль.

ЗАДАНИЕ 25. Ткань трех артикулов (I,II,III) производится на ткацких станках двух типов с различной производительностью. Прибыль от продажи 1 м ткани артикулов I и III составляет 15 долл., от 1 м ткани артикула II - 10 долл. Для изготовления ткани используются пряжа и красители . В таблице указаны мощности станков (в тыс. станко-ч.), ресурсы пряжи и красителей (в тыс. кг), производительности станков по каждому виду пряжи (в м/ч) и нормы расхода пряжи и краски (в кг на 1000 м).

Виды ресурсов	Объем ресурсов	Производительность и нормы расхода		
		I	II	III
Станки типа A	50	10	1	20
Станки типа B	30	20	20	5
Пряжа	60	140	100	200
Красители	5	5	5	8

По заказу фабрике требуется выпустить 5 тыс. м ткани артикула II.

Определить оптимальный ассортимент, обеспечивающий фабрике максимальную прибыль.

4. Образец выполнения работы.

Постановка задачи.

Кондитерская фабрика для производства трех видов карамели (A, B, C) использует три основных вида сырья: сахарный песок, патоку и фруктовое пюре. Сырьё закупается по следующим ценам (в долларах за 1 тонну)| сахарный песок - 1220, патока - 1500, фруктовое пюре - 2100.

Нормы расхода сырья на 1 т карамели каждого вида приведены в таблице.

Вид сырья	Нормы расхода на 1 т карамели, т		
	A	B	C
Сахарный песок	0,8	0,5	0,6
Патока	0,4	0,4	0,3
Фруктовое пюре	-	0,1	0,1

Возможности поставки: не более 800 тонн сахарного песка, 600 тонн патоки, 120 тонн фруктового пюре.

Прочие расходы на выпуск 1 т карамели каждого из видов составляют 450 долл.

Карамель продается фабрикой по ценам: A - 2040, B - 1990, C - 1970 д/т.

Составить план выпуска карамели, обеспечивающий фабрике максимальную прибыль.

Математическая модель

$$14x_1 + 120x_2 + 128x_3 \to max,$$

$$\begin{cases} 0.8x_1 + 0.5x_2 + 0.6x_3 \le 800, \\ 0.4x_1 + 0.4x_2 + 0.3x_3 \le 600, \\ \quad\quad 0.1x_2 + 0.1x_3 \le 120, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0. \end{cases}$$

(Приводится подробное описание построения математической модели)

Реализация в Excel

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N3

Построение линейных экономических моделей

и их анализ с помощью инструмента

"Поиск решения"

	Карамель 1	*Карамель 2*	*Карамель 3*			
План выпуска	100	0	1200			
Прибыль от ед.	14	120	128	max		
		Нормы расхода			Расход на план выпуска	Запасы сырья
Сахарный песок	0,8	0,5	0,6		800	800
Патока	0,4	0,4	0,3		400	600
Джем	0	0,1	0,1		120	120

Microsoft Excel 9.0 Отчет по результатам
Рабочий лист: [lr3.xls]Лист1
Отчет создан: 26.02.03 15:55:49

Целевая ячейка (Максимум)

Ячейка	Имя	Исходно	Результат
$G$8	max Суммарная прибыль	0	155000

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходно	Результат
$C$7	План выпуска Карамель 1	0	100
$D$7	План выпуска Карамель 2	0	0
$E$7	План выпуска Карамель 3	0	1200

Ограничения

Ячейка	Имя	Значение	формула	Статус	Раз-кица
$G$10	Сахарный песок Расход на план выпуска	800	$G$10<=$H$10	связанное	0
$G$11	Патока Расход на план выпуска	400	$G$11<=$H$11	не связан.	200
$G$12	Джем Расход на план выпуска	120	$G$12<=$H$12	связанное	0
$C$7	План выпуска Карамель 1	100	$C$7>=0	не связан.	100
$D$7	План выпуска Карамель 2	0	$D$7>=0	связанное	0
$E$7	План выпуска Карамель 3	1200	$E$7>=0	не связан.	1200

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N4

Знакомство с системой компьютерной математики (СКМ) Mathematica

Цель работы: знакомство с интерфейсом СКМ, простейшими вычислениями в системе

1.Теоретические сведения.

1.1. Для того, чтобы вычислить в системе Mathematica какое-нибудь выражение, достаточно набрать его с помощью клавиатуры и нажать сочетание клавиш **Shift+Enter**. Например:

2+3*(4+5) Shift+Enter

После некоторого «обдумывания» система выдаст ответ:

29

Это «обдумывание» носит продолжительный характер только при вычислении первого выражения и связано с тем, что система перед его вычислением загружает в оперативную память свое ядро (программное обеспечение, необходимое для проведения вычислений).

1.2. Исходное выражение и результат вычислений отображаются на экране специальным образом – в ячейках. Исходное выражение – в ячейке ввода *In*, результат – в ячейке вывода *Out*. По правому краю документа ячейки помечаются специальными скобками. Две ячейки *In* и *Out* объединяются в секцию и им присваиваются порядковые номера. Скобки носят информационный и служебный характер. По их виду можно определить тип ячейки (обратите внимание, что скобки ячеек *In* и *Out* несколько разные). Служебное назначение скобок состоит в том, что, подводя к ним курсор «мышки», с помощью щелчков и протяжки «мышкой» можно выделять как отдельные ячейки и секции, так и группы ячеек и секций. С выделенными ячейками можно выполнять стандартные Windows-операции: удалять, копировать, перемещать, форматировать и т.п.

1.3. В одной ячейке ввода можно ввести несколько выражений, отделяя их друг от друга символом «;». Нажатие клавиши **Enter** позволяет переходить на новую строчку в ячейке ввода. После нажатия **Shift+Enter** *будут* вычислены все выражения, введенные в ячейку. Однако в ячейку вывода будет выведен результат только последнего выражения. Например:

2+2; Enter
3*4; Enter
5^2 Shift+Enter
25

1.4. Простейшее арифметическое выражение в системе Mathmatica состоит из констант и переменных, между которыми находятся знаки математических операций.

1.4.1. Константа – это величина, которая не может изменять своего значения в процессе вычислений. В СКМ Mathematica константы могут быть:

- целыми: **1, -3, 587, ...;**
- рациональными: **1/5, 24/31, -56735678/2345676234, ...;**
- иррациональными: $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{7}$, ...;
- вещественными: **0.234, -34.890, 1.34E+8, -0.234E-12, ...;**
- комплексными: **2+3I; -3+0.234I, 2/3+4/7I, ...**

В СКМ Mathematica имеются именованные константы:

Обозначение в СКМ	Математическое обозначение	Численное значение
Pi	π	≈ 3.141592
E	e	≈ 2.71828
I	i	$\sqrt{-1}$
Degree	$1° = \pi/180$	≈ 0.017453
GoldenRatio	$\dfrac{(1+\sqrt{5})}{2}$	≈ 1.61803
EulerGamma	γ	≈ 0.577216
Infinity	∞	-

1.4.2. Переменная – это величина, которая может изменять свое значение в процессе вычислений. Каждая переменная имеет имя (идентификатор). Для именования переменных в системе Mathematica могут использоваться:

- большие и маленькие буквы латинского алфавита;
- большие и маленькие буквы греческого алфавита;
- цифры.

При этом в системе Mathematca распознаются большие и маленькие буквы, т.е. **A, a, α** – это три разные переменные.
Имя переменной обязательно должно начинаться с буквы.

Примеры идентификаторов: **A, Alfa, X123, BETA, Skorost20**.

1.4.3. Переменная может иметь значение, а может его и не иметь. При вычислении выражений над переменными, которые не имеют значения, проводятся аналитические преобразования. Например, если переменная **A** не имеет значения, то результатом выражения

A+2.34+2A-1
будет выражение

1.34+3A .

Присвоить значение переменной можно с помощью оператора присваивания:

<переменная>=<выражение>

Например,

A=1; Delta=2+A; C=A+Delta^2

Если переменная A имеет значение 2, то результатом выражения

A+2.34+2A-1

будет число

7.34 .

1.4.4. В системе Mathematica используются стандартные обозначения математических операций:

- + (сумма), - (разность),
- * (произведение), / (частное),
- ^ (степень).

В этом списке операции приведены в соответствии с возрастанием их приоритета. Операции одинакового приоритета выполняются в порядке следования слева направо. Для изменения порядка выполнения операций, как обычно, используются круглые скобки. Например:

(2+3)*A+5-4/B .

В тех случаях, когда это не приводит к неопределенности, знак умножения можно опускать. Так, вместо **2*x+3*y** можно записать **2x+3y**. Но в выражении **x*y+1** знак умножения опустить нельзя: **xy+1** Mathematica "поймет" как выражение с переменной **xy**.

1.5. При записи арифметических выражений могут использоваться стандартные функции системы Mathematica. Количество стандартных функций исчисляется сотнями. Приведем наиболее известные и употребимые из них:

Математическая запись	Запись в СКМ Matematica	Математическая запись	Запись в СКМ Matematica
$\|x\|$	**Abs[x]**	sin x	**Sin[x]**
lnx	**Log[x]**	cos x	**Cos[x]**
$\log_a b$	**Log[a,b]**	tg x	**Tan[x]**
e^x	**Exp[x]**	ctg x	**Cot[x]**
$\sqrt{x}$	**Sqrt[x]**	arcsin x	**ArcSin[x]**
arcos x	**ArcCos[x]**	arctg x	**ArcTan[x]**

С другими функциями можно познакомиться в разделе Mathematical Function встроенного Help-а системы Matematica.

Обратим внимание на некоторые особенности записи функций в системе Mathematica:

1) имя стандартной функции всегда начинается с большой буквы; при записи стандартных функций необходимо соблюдать заданную последовательность чередования больших и маленьких букв;
2) аргументы стандартной функции всегда заключаются в квадратные скобки.

1.6. При вычислении арифметического выражения система Mathematica пытается проводить вычисления максимально точно. Поэтому результатом вычислений с рациональными дробями являются рациональные дроби, с иррациональными числами – иррациональные числа и т.п. Например:

$$19/20+5/17$$

$$\frac{423}{340}$$

$$\sqrt{2}+5\sqrt{2}-\sqrt[3]{3}$$

$$5\sqrt{2}-3^{1/3}$$

Для преобразования точного результата в десятичную дробь (возможно, приближенную) используется функция **N[x]**:

$$a=15/19;\ b=3/4;\ a+b$$

$$\frac{117}{76}$$

N[%]

1.53947

Символ % в этом примере означает, что аргументом функции N является результат предыдущей операции. Пара %% означает результат пре-предыдущей операции. Обозначение %n используется для ссылки на результат ячейки с номером n.

Функция N может записываться в формате N[x,m], где m – точность представления величины x:

```
N[10 Pi,51]
31.4159265358979323846264338327950288419716939937511

N[1/3,17]
0.33333333333333333
```

1.7. Mathematica может оперировать с очень большими числами

```
2^100
1267650600228229401496703205376

30!
265252859812191058636308480000000

%+%%
266520510412419288037805183205376
```

1.8. В СКМ Mathematica можно задавать функции, определяемые пользователем. Например, функцию $f(x,y)=x^2+y^2$ можно задать с помощью оператора

```
F[x_,y_]:=x^2+y^2
```

Здесь F[x_,y_] – заголовок функции, x_ и y_ - так называемые формальные параметры, от которых зависит функция (ее аргументы). В заголовке функции ее аргументы обязательно указываются с символом «_» (подчеркивание), который присоединяется к имени аргумента в его конце.

Знак := означает *отложенное* присваивание. Вместо него можно использовать обычный оператор присваивания =. Отложенное присваивание означает, что выражение для вычисления функции будет сформировано не в момент определения функции, а при первом ее вызове.

x^2+y^2 – тело функции. Оно содержит формулу для вычисления значения функции. В отличие от заголовка в ее теле аргументы указываются уже без знака подчеркивания.

Используется функция, заданная пользователем, так же как и стандартные функции СКМ Mathematica.

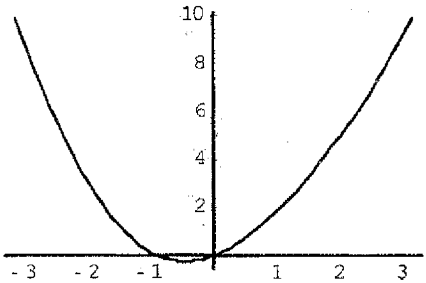
```
F[3,4]
25

F[Sin[z],Cos[z]]
Sin[z]²+Cos[z]²

T=1+F[1,z]^2
1+(1+z²)²
```

1.9. График функции одной переменной можно построить с помощью оператора **Plot**:

```
G[x_]:=x^2+Sin[x]
Plot[G[x],{x,-Pi,Pi}]
```



В этом операторе задаются следующие параметры:
G[x] – функция, для которой строится график;
{x,-Pi,Pi} – переменная, от которой зависит функция и границы ее изменения.

2. Задание к лабораторной работе

I. Общая часть.

1. Вычислить выражения:

а) $\dfrac{2+4}{5+2^3}+\dfrac{17+56}{2\cdot 3^4-1}$;

б) $\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt[7]{5}}{3+4}-\dfrac{5\sqrt[7]{5}-4\sqrt{2}}{3^2-1}$

в) $\dfrac{x+2y}{3\cdot 7-4}+\dfrac{-3x+5y}{2\cdot 5^2}$

г) $\dfrac{\log_2 64+\sin\dfrac{\pi}{2}}{|\cos\pi|+\sin\dfrac{\pi}{4}}$

д) 2^{500}

е) 127!

ж) разность двух последних выражений.

2. Преобразовать, используя функцию **N**, точные результаты, полученные в п. I.1, к приближенным (с различным количеством значащих цифр в приближенном значении).

II. Индивидуальное задание.

1. Запрограммировать функцию из ПР№2.
2. Найти ее значения на концах и в середине заданного отрезка.
3. Построить график на заданном отрезке.
4. Сравнить с графиком, полученным в ПР№2.

3. Требования к отчету.

Отчет по работе предоставляется в электронном виде, т.е. в файле с именем LR5.nb. Файл должен находиться на диске R в папке Mathematica.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N5

Символьные вычисления в среде Mathematica

Цель работы: знакомство со средствами символьных (аналитических) преобразований в среде Mathematica, такими как:

1. Преобразование алгебраических выражений;
2. Вычислений сумм и произведений;
3. Аналитическое решение алгебраических уравнений;
4. Дифференцирование и интегрирование функций.

1. Теоретические сведения.

1.1. Преобразование алгебраических выражений. Для преобразования алгебраических выражений используются следующие функции:

Функция	Назначение	Пример использования
Simplify[expr]	Найти для expr простейшую форму, применяя к нему стандартные преобразования	Simplify[x^2+2y^3+3x^2-y^3]; Simplify[x*y^3*x^5]
FullSimplify[expr]	Найти для expr простейшую форму, применяя к нему более сильные преобразования	
Expand[expr]	Раскрыть скобки и привести подобные	Expand[(x^2+y^+ 1)^3*(y+ 3)^3]
Factor[expr]	Разложить на множители	Factor[x^2-5x-6]
Togeter[expr]	Привести к общему знаменателю	Together[1/(x+y)+1/(x-y)]
Apart[expr]	Разложить на сумму простых дробей	Apart[(x-1)/(x^2-5x-6)]
Cancel[expr]	Сократить общие множители в числителе и знаменателе	Cancel[(x-y)/(x^2-y^2)]
Collect[expr,x]	Представить выражение по степеням x	Collect[x^3-x(x-y)+x^2*y+ 2x*y+x-1,x]
FactorTerms[expr,x]	Вынести за скобки множитель, не зависящий от x	FactorTerms[x^2*y-x^2+ x*y-x]
Numerator[expr]	Числитель дроби	Numerator[(a+ b)/(a^2+b^2)]
Denominator[expr]	Знаменатель дроби	Denominator[(a+ b)/(a^2+b^2)]
ExpandNumerator[x]	Раскрыть скобки в числителе дроби	ExpandNumerator[(a+ b)(b+c)/(a+c)]
ExpandDenominator[x]	Раскрыть скобки в знаменателе дроби	ExpandDenominator[(a+ b)/((a+c)(B+C))]
ExpandAll[expr]	Раскрыть скобки и в числителе, и знаменателе	ExpandAll[(a+b)(b+ c)/((a+b)(A+B))]
ComplexExpand[expr]	Раскрыть скобки, полагая все переменные комплексными	ComplexExpand[(a+b) (1+2i)/((1-i) (A+B))]
PowerExpand[expr]	Раскрыть вложенные степени, логарифмы произведений и степеней и т.п.	PowerExpand[Sqrt[x*y^3* Log[x*y]]]

Для работы с тригонометрическими функциями используют:

Функция	Назначение	Пример использования
TrigExpand[expr]	Заменить тригонометрические функции кратных углов степенями и произведениями	TrigExpand[Sin[3*x]]
TrigFactor[expr]	Разложить на множители	TrigFactor[Sin[2*x]+ Sin[4*x]]
TrigReduce[expr]	Перейти от степеней к функциям кратных углов	TrigReduce[Sin[x]^3+ Cos[x]^2]
TrigToExp[expr]	Записать тригонометрические функции через экспоненту	TrigToExp[Sin[x]+Cos[x]]
ExpToTrig[expr]	Обратное действие	ExpToTrig[ie^{-ix}- ie^{ix}- (1/2)ie^{-3ix}- (1/2)ie^{3ix}]

Примечание. Функции для алгебраических манипуляций содержатся на панели Algebraic-Manipulation.

1.2. Вычислений сумм и произведений. Для вычисления сумм используют функцию **Sum[f,{I,Imin,Imax}]**, что эквивалентно

$$\sum_{I=Imin}^{Imax} f$$

Примеры: **Sum[1/n^2,{n,1,Inf}] //N**
Sum[x^k/k!,{k,0,5}]

Для двойного и более суммирования используется функция в форме **Sum[f,{I,Imin, Imax},{J,Jmin,Jmax},...]**.

Примеры: Sum[m/(m+1),{m,1,50}]
Sum[1/(m+n),{m,1,100},{n,1,100}] // N

Для вычислений произведений используется функция **Product**, идентичная **Sum.**

Примеры: **Product[(i+1)/(i+2)^2,{i,1,20}]**
Product[(i^2+i+1)/(i+2)^2,{i,1,20}] //N

Примечание. На панели **BasicInput** содержатся кнопки для вычисления сумм и произведений

1.3. Аналитическое решение алгебраических уравнений. Для аналитического решения уравнений и их систем существуют 6 функций: **Solve, Roots, Eliminate, Reduce, SolveAlways, LinearSolve.** Наиболее часто используют **Solve**, которая позволяет находить символьные решения полиномиальных уравнений вплоть до 4-го порядка, их систем и некоторых других уравнений. Вызывают функцию **Solve** следующим образом: **Solve[eq, var]**, где eq – уравнение (система), var – искомая переменная (список переменных).

Пример: **Solve[x^2+a*x+b==0,x]**
Solve[{a*x+b*y==c,x/y==d},{x,y}]

Функция **Roots[eq,var]** отличается формой представления результата.
Функция **Eliminate[eq,var]** исключает из системы одну или несколько переменных (**var** – список исключаемых переменных), например:

Eliminate[{a*x+b*y==c, d*x+e*y==f},y]

Функция **Reduce** позволяет находить дополнительные условия, при которых решения существуют.
Функция **SolveAlways** находит значения параметров, при которых уравнения системы удовлетворяются при любых значениях переменных.
Функция **LinearSolve** позволяет находить решения систем линейных алгебраических уравнений, заданных в матричной форме:

LinearSolve[{{a,2,1}, {0,b,-3}, {1,-1,c}},{1,d,2}]

1.4. Дифференцирование и интегрирование функций. Для вычисления производных используется функция **D[expr,var]**, где **expr** – дифференцируемое выражение, **var** – переменная дифференцирования (в простейшем случае). Поясним использование функции на примерах:

D[Sin[2x],x]	Вычисление 1-ой производной
D[Sin[2x],{x,3}]	Вычисление 3-ей производной
D[Sin[2x+3y],{x,2},{y,3}]	Смешанная производная 2-го порядка по x и 3-го порядка по y

Вычисление неопределенных интегралов осуществляется с помощью функции **Integrate[expr, var]**:

Integrate[Cos[2x+3],x]	Вычисление обычного неопределенного интеграла
Integrate[Sin[x+y],x,y]	Вычисление кратного неопределенного интеграла.

1.5. **Вычисление пределов и разложение функций.** Для вычисления пределов используется функция **Limit[f[x],x->x₀]**. Например,

Limit[Sin[x]/x,x->0]

Limit[Log[x]/x,x->Infinyty]

Limit[(2x^2+x-3)/(3x^2-5x+4),x->Infinyty]

Разложение функций в ряд Тейлора в окрестности точки x0 осуществляется с помощью функции Series[f[x],{x,x0,n}]:

Series[Cos[x]/x^4,{x,0,4}]

Series[Cos[x]/x^4,{x,Pi/2,4}]

Функция Series позволяет производить разложение в ряд в окрестности бесконечно удаленной точки

Series[Log[1+1/x]/x^4,{x,Infinity,7}]

Series[(x^3+1)/x^3,{x,Infinity,4}]

Однако ряд, полученный с помощью функции Series, использовать для численных расчетов напрямую нельзя. Его необходимо предварительно обработать («нормализовать») с помощью функции Normal[expr]. Например:

R1=Series[Log[1+x]/(x^4+1),{x,0,7}]

$$x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-\frac{4x^5}{5}+\frac{x^6}{3}-\frac{4x^7}{21}+O[x]^8$$

R2=Normal[R1]

$$x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-\frac{4x^5}{5}+\frac{x^6}{3}-\frac{4x^7}{21}$$

R2 /. x→2

$$-\frac{3148}{105}$$

2. Задание к лабораторной работе.

2.1. Изучить теоретические сведения, проделав все вычисления, приведенные в качестве примеров.

2.2. По каждому из разделов самостоятельно подобрать и выполнить по 5 примеров.

3. Требования к отчету.

Отчет по работе предоставляется в электронном виде, т.е. в файле с именем LR5.nb. Файл должен находиться на диске R в папке Mathematica.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N6

Аналитическое и численное решение алгебраических уравнений и их систем

<u>Цель работы:</u> знакомство с функциями для аналитического и численного решения алгебраических уравнений и их систем в среде Mathematica.

1. Теоретические сведения.

Для аналитического и численного решения алгебраических уравнений и их систем используют следующие функции: **Solve, Roots, LinearSolve.**

1.1. Функция **Solve** позволяет находить символьные решения полиномиальных уравнений вплоть до 4-го порядка, их систем и некоторых других уравнений. Вызывают функцию Solve следующим образом: **Solve[eq, var]**, где **eq** – уравнение (система), **var** – искомая переменная (список переменных). Например:

Solve[x^2+a*x+b==0,x]

Аналитическое решение этого уравнения представляется в виде списка

$$\left\{\left\{x\to\frac{1}{2}(-a-\sqrt{a^2-4b})\right\},\left\{x\to\frac{1}{2}(-a+\sqrt{a^2-4b})\right\}\right\}$$

Получить решение для конкретных a и b можно, задав их значения и обратившись к результату решения системы:

a=-2;b=-4; %

$$\left\{\left\{x\to\frac{1}{2}(2-2\sqrt{5})\right\},\left\{x\to\frac{1}{2}(2+\sqrt{5})\right\}\right\}$$

Как видно, Mathematica снова выдала точное решение. Получить численное решение можно с помощью функции N:

N[%]

$$\{\{x\to-1.23607\},\{x\to3.23607\}\}$$

Аналогичные манипуляции возможны с системами. Например:

Solve[{a*x+b*y==c,x/y==d},{x,y}]

$$\left\{\left\{x\to\frac{cd}{b+ad}\right\},\left\{y\to\frac{c}{b+ad}\right\}\right\}$$

a=1; b=d=2; c=3; %

$$\left\{\left\{x\to\frac{3}{2}\right\},\left\{y\to\frac{3}{4}\right\}\right\}$$

N[%]

$$\{\{x\to1.5\},\{y\to0.75\}\}$$

1.2. Численное решения уравнения или системы, все параметры которых определены, можно найти с помощью функции Nsolve:

Nsolve[x^3+x+8,x]

$$\{\{x\to-1.83375\},\{x\to0.916875-1.87669i\},\{x\to0.916875+1.87669i\}\}$$

Nsolve[{2*x^2-y==7,x+y==9}, {x,y}]

$\{\{x \to -3.08945, y \to 12.0895\} \{x \to 2.58945, y \to 6.41055\}\}$

1.3. Функция **Roots[eq,var]** используется для решения полиномиальных уравнений (в т.ч. для степеней выше 4). Она отличается от функций **Solve, NSolve** формой представления результата:

Roots[x^5-2x^3+2==0,x]

$x == Root[2-2\#1^3+\#1^5\ \&,\ 1]\ ||\ x == Root[2-2\#1^3+\#1^5\ \&,\ 2]\ ||$
$x == Root[2-2\#1^3+\#1^5\ \&,\ 3]\ ||\ x == Root[2-2\#1^3+\#1^5\ \&,\ 4]\ ||$
$x == Root[2-2\#1^3+\#1^5\ \&,\ 5]$

Численное представление этого результата можно получить с помощью функции N:

N[%]

$x == -1.58259\ ||$
$x == -0.38996 - 0.827396\,i\ ||\ x == -0.38996 + 0.827396\,i\ ||$
$x == 1.18125 - 0.339309\,i\ ||\ x == 1.18125 + 0.339309\,i$

1.4. Функция **LinearSolve** позволяет находить решения систем линейных алгебраических уравнений, заданных в матричной форме:

LinearSolve[{{a,2,1}, {0,b,-3}, {1,-1,c}},{1,d,2}]

$$\left\{\frac{-15-2b+bc-d-2cd}{-6-3a-b+abc}, \frac{-3+6a-d+acd}{-6-3a-b+abc}, \frac{-b+2ab+2d+ad}{-6-3a-b+abc}\right\}$$

1.5. Функции **Eliminate, Reduce, SolveAlways** позволяют выполнять над системами определенные манипуляции.

Функция **Eliminate[eq,var]** исключить из системы одну или несколько переменных (**var** – список исключаемых переменных), например: **Eliminate[{a*x+b*y==c, d*x+e*y==f},y]**

Функция **Reduce** позволяет находить дополнительные условия, при которых решения существуют.

Функция **SolveAlways** находит значения параметров, при которых уравнения системы удовлетворяются при любых значениях переменных.

1.6. Численное решение трансцендентных и алгебраических уравнений, а также их систем выполняют с помощью функции **FindRoot**. Например:

FindRoot[Sin[2x]==0.5, {x,1}]

$\{x \to 1.309\}$

Вместе с переменной указывается начальное значение, с которого начинается поиск корня.

FindRoot[{x^2==9, y^2==16, x+y+z==10}, {x,1.}, {y,1.}, {z,1.}]

$\{x \to 3., y \to 4., z \to 3.\}$

Для поиска сразу множества корней можно использовать функцию Table:

Table[FindRoot[Sin[x]==0.1, {x,a}, {a, 0., 3*Pi, Pi}]

$\{\{x \to 0.100167\}, \{x \to 3.04143\}, \{x \to 6.38335\}, \{x \to 9.32461\}\}$

Здесь список {a, 0., 3*Pi, Pi} задает начальное, конечное переменной **a** и шаг ее изменения.

2. Задание к лабораторной работе.

2.1. С помощью функции **Solve** найти аналитические, точные и приближенные решения алгебраических уравнений при заданных параметрах:

Вар	Уравнение	a	b	C
1	$ax^3+2x^2+bx+c=0$	1	-1	2
2	$x^3+ax^2+bx+c=0$	3	1	2
3	$ax^3+bx^2+c=0$	2	3	1
4	$-2x^3+ax^2+bx+c=0$	-3	2	8
5	$ax^3+bx^2+3x-c=0$	4	1	9
6	$ax^3-bx^2-cx+3=0$	-1	-3	7
7	$ax^3+2bx^2-c=0$	4	2	5
8	$ax^3-bx^2+2cx+1=0$	5	2	5
9	$3x^3+ax^2+bx+2c=0$	6	9	1
10	$2ax^3+bx^2+c-1=0$	5	-2	6
11	$-2ax^3+bx+c=0$	4	8	1
12	$3ax^3-x^2+bx+c+1=0$	3	-2	2
13	$2x^3+ax^2+3bx+c=0$	-1	4	0
14	$ax^3+2bx^2+x-2c=0$	2	-2	1
15	$-x^3+ax^2+bx+c=0$	-3	1	5
16	$ax^3-bx^2+5x-c=0$	3	0	4
17	$2ax^3+bx^2+cx-7=0$	-6	2	4
18	$ax^3+2bx-c=0$	5	-2	5
19	$ax^3-bx^2+cx-4=0$	5	2	5
20	$-x^3+ax^2-bx+2c=0$	2	1	-3
21	$2ax^3+bx^2+c-1=0$	5	-2	6
22	$-ax^3+2bx+c=0$	3	5	-1
23	$ax^3+bx^2-c-2=0$	3	2	3
24	$x^3-ax^2+bx+2c=0$	5	-1	2
25	$ax^3+bx^2-4x+c=0$	2	3	-3

2.2. Подставив вместо параметров их значения, найти и сравнить решения уравнений с помощью функций **Solve** и **NSolve**, **Roots**.

2.3. С помощью функции **Solve** найти аналитические, точные и приближенные решения систем алгебраических уравнений при заданных параметрах:

Вар	Система	s	t	p
1	sx+ty=5; px-y=10	1	-1	2
2	x+sy=t; x+y=p	3	1	2
3	x+sy+t=0; x-y=p	2	3	1
4	sx+ty=10; tx+py=3	-3	2	8
5	x+sy=0; x+ty=p	4	1	9
6	x+py=t; x-y+7=0	-1	-3	7
7	x-3y=0;sx+ty-p=0	4	2	5
8	sx+y=t; px+y=0	5	2	4
9	3x+y=s; x+ty-p=0	6	9	1
10	sx+ty=p; x+y-3=0	5	-2	6

11	x+sy=4; x+ty-p=0	4	8	1
12	sx+ty=18; px+y=13	4	-9	1
13	4x+sy=t; 2x+y=p	7	-1	3
14	x+sy+t=3; sx-y=p	1	3	9
15	sx+ty=3; tx+py=9	-1	4	5
16	x+sy=0; 3x+ty=p	0	2	-4
17	-x+py=t; sx-y=-7	-2	-7	1
18	px-3y=0;sx+ty=p	1	-1	9
19	sx+y=t; px+y=4	2	8	3
20	3x+4y=s; 2x+ty-p=0	1	9	-1
21	sx+ty=p; -x+y-3=0	3	-8	1
22	2x+sy=4; 3x+ty-p=0	9	1	-3
23	3x-y=s; x-ty+p=0	3	8	-1
24	sx-ty=p; 2x+y-3=0	6	-7	1
25	-x+sy=4; 3x+ty+p=0	1	8	0

2.4. Подставив вместо параметров их значения, найти решения уравнений с помощью функций **NSolve**.

2.5. Решить, используя функцию **LinearSolve**, систему линейных алгебраических уравнений из ЛР№1

3. Требования к отчету.

Отчет по работе предоставляется в электронном виде, т.е. в файле с именем LR6.nb. Файл должен находиться на диске R в папке Mathematica.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N7

Графические построения в среде Mathematica

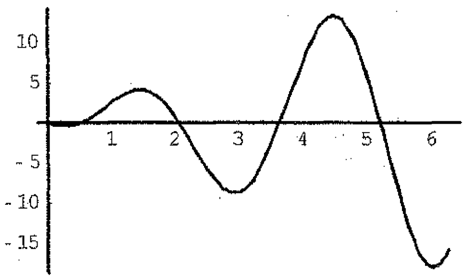
<u>Цель работы:</u> знакомство со средствами графических построений в среде Mathematica.

<u>1. Теоретические сведения.</u>

1.1. Построение графиков функции одной переменной y=f(x) на отрезке [a,b]. Для построение графика функции одной переменной **y=f(x)** на отрезке **[a,b]** используется функция **Plot[f[x],{x,a,b}]**.

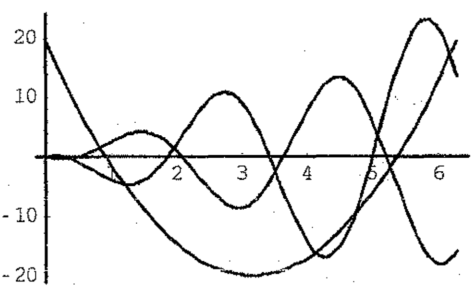
Например,

Plot[3x*Sin[2x-1], {x, 0, 2Pi}]



Эту же функцию можно использовать для построения нескольких графиков на одном координатном поле:

Plot[{3x*Sin[2x-1], 4x*Cos[2x+1], 4(x-Pi)^2-20}, {x, 0, 2Pi}]



Как видно из этого примера, для одновременного построения графиков нескольких функций, необходимо задать список этих функций (перечень функций, отделяемых друг от друга запятой и заключенных в фигурные скобки).

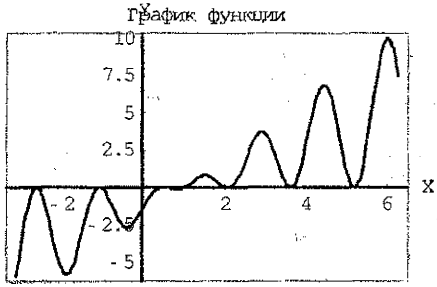
То, как будут построены графики, зависит от большого числа параметров, которые называются опциями. Каждая опция задается с помощью правила:

<Option> -> <Value>,

где **<Option>** - название опции, **<Value>** - ее значение, знак «->» набирается последовательным нажатием клавиш «-» и «>».

Приведем пример построения графика с использованием опций:

Plot[2(x-1)*Sin[2x-1]^2, {x, -Pi, 2Pi}, Frame→True, FrameTicks→None, Axes→True, AxesLabel→{"X","Y"}, PlotLabel→"График функции"]



Первая опция **Frame->True** «включает» рамку вокруг графика; опция **FrameTics -> None** отключает вывод на рамке масштабирующей разметки и цифровых надписей (таких, какие имеются на осях); опция **Axis->True** предписывает разместить на графике оси системы координат и т.д.

Для многих опций (но далеко не для всех) набор возможных значений стандартен:

- **Automatic** – право выбора значения опции «отдается» СКМ Mathematica;
- **None** – не использовать параметров опции (если их несколько);
- **All** – «включить» все параметры опции (если их несколько);
- **True** - использовать опцию (или ее параметр);
- **False** - не использовать опцию (или ее параметр).

Рассмотрим некоторые из опций подробнее.

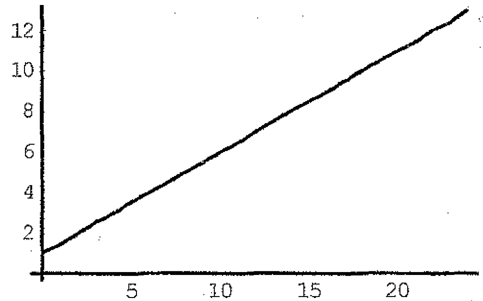
1.1.1 Опции, определяющие размеры, расположение и точность построения графика

Название	*Назначение*	*Возможные значения*	*Значения по умолчанию*
AspectRatio	Отношение высоты к ширине области, в которой строится график	Automatic – значение $\frac{1}{\text{GoldenRatio}}$; число, задающее отношение, например AspectRatio->2	Automatic
PlotRange	Диапазон значений по оси OY, отображаемый на графике	Automatic – диапазон подбирается автоматически (часть графика- область больших значений может не отображаться); All – отображается весь график; {y1,y2} – отображается часть графика, попадающая в диапазон [y1,y2]	Automatic
PlotRegion	Определяет подобласть в области, предназначенной для построения графика, в которой график будет построен действительно. При этом координаты нижнего левого угла области принимаются равными {0,0}, правого верхнего – {1,1}	PlotRegion-> $\{\{x_{min}, x_{xmax}\}, \{y_{min}, y_{max}\}\}$, где $0 \le x_{min} < x_{xmax} \le 1$, $0 \le y_{min} < y_{xmax} \le 1$. Например, PlotRegion->{{0.2,0.7}, {0,0.5}}	
ImageSize	Размеры области, в которой строится график (в точках принтера)	Automatic – размеры области подбираются автоматически; n – количество точек по горизонтали; {n1,n2}, где n1- количество точек по горизонтали, n2 – по вертикали. Например, ImageSize-> {300,200}	Automatic

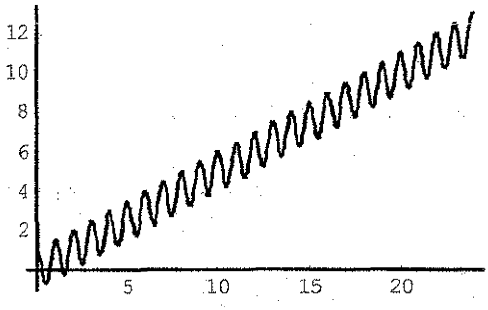
PlotLabel	Общая надпись к графику	None – надписи нет; **текст надписи**, например PlotLabel ->Надпись к графику (текст надписи необязательно заключать в кавычки)	None
PlotPoints PlotDivision MaxBend	От этих трех опций зависит точность построения графика. Первоначально график строится по точкам в количестве **PlotPoints**, которые равномерно располагаются на заданном отрезке. Значения функции на графике соединяются отрезками прямых. Затем проверяются углы между соседними звеньями ломаной. Если угол между ними отличается от 180° больше, чем на **MaxBend**, то происходит уточнение: отрезки делятся пополам, добавляются внутренние точки. После этого снова проверяется угол между отрезками ломаной и т.д. Максимальное количество делений каждого отрезка ограничено величиной **PlotDivision**	В качестве значений опций используются целые числа. Например, PlotPoints->50 PlotDivision->10 MaxBend->3	PlotPoints->25 PlotDivision->30 MaxBend->10

Опции **PlotPoints, PlotDivision, MaxBend** очень важны при построении графиков быстроизменяющихся функций. Это видно из следующих примеров:

Plot[x/2+Cos[2Pi x], {x, 0, 24}]



Plot[x/2+Cos[2Pi x], {x, 0, 24}, PlotPoints→50]



1.1.2 Опции, определяющие цвета и стиль линий графика

Название	*Назначение*	*Возможные значения, способ задания*	*Значения по умолчанию*
BackGround	Цвет фона, на котором строится график	**Automatic;** **None;** цвет, определяемый одной из «цветовых» директив **CMYKColor, GrayLevel, Hue** или **RGBColor** (см. ниже)	Automatic
DefaultColor	Определяет цвет, которым по умолчанию будут строиться графики	**Automatic** – цвет, «дополнительный» к **BackGround;** цвет, определяемый одной из «цветовых» директив **CMYKColor, GrayLevel, Hue** или **RGBColor**	Automatic
PlotStyle	Определяет цвет, толщину и шаблон (пунктирность, штрихпунктирность и т.п.) линий графика	Данная опция задается следующим образом **PlotSyle->Стиль** - заданный стиль используется для построения всех графиков на координатном поле; **PlotSyle->{Стиль1, Стиль2, ...}** – для каждого графика на координатном поле используется свой стиль. Что такое **Стиль** – см. ниже	

Стиль – это совокупность трех параметров **{цвет, толщина, шаблон}.**

Параметр **Цвет** определяет цвет графика и может задаваться одной из 4-х «цветовых» директив системы Mathematica: **RGBColor, CMYKColor, Hue** или **GrayLevel.**

Директива **RGBColor** основана на классической цветовой палитре ***Red (красный), Green(зеленый), Blue(синий),*** т.е. любой цвет получается в результате смешивания трех базовых цветов. Обращение к директиве имеет вид:

RGBColor[Red,Green,Blue],

где параметры **Red,Green,Blue** определяют интенсивность базовых цветов и могут принимать значения в пределах от 0 до 1. Например:

RGBColor[0,0,0] – черный;
RGBColor[1,0,0] – красный;
RGBColor[0,1,0] – зеленый;
RGBColor[0,0,1] – синий;
RGBColor[1,1,0] – желтый;
RGBColor[1,1,1] – белый.

Функция **CMYKColor** аналогична **RGBColor** и базируется на цветовой палитре ***Cyan(Бирюзовый), Magenta(Фиолетовый), Yellow(Желтый), Black(Черный).*** Обращение к функции имеет вид:

CMYKColor[Cyan, Magenta,Yellow,Black].

Директива **Hue** позволяет задавать цвет с помощью одного параметра:

Hue[h].

Параметр **h** при этом принимает значения от0 до 1, а цветовая гамма меняется в следующей последовательности: красный (0), желтый(~0.2), зеленый(~0.35), бирюзовый(~0.5), голубой(~0.6), фиолетовый (~0.8), красный(1).

Директива **GrayLevel[g]** с помощью параметра **g** позволяет управлять оттенками серого цвета - от черного (0) до белого (1).

Параметр **Толщина** определяет толщину линии. Управление осуществляется с помощью директивы **Thickness[t],** при этом параметр **t** определяет отношение толщины линии к ширине всего графика. Директива **AbsoluteThickness[t]** задает толщину линии в абсолютных единицах (1 ~ 1/72 дюйма).

Параметр **Шаблон** определяет «рисунок» линии – ее пунктирность, штрихпунктирность и т.п. Для этого используется директива **Dashing[{d_1,d_2,d_3,...}].** Ее аргументы {d_1, d_2, d_3, ...} соответствуют длинам изображаемых и неизображаемых сегментов кривой. **Dashing** – «относительная» директива, т.е. числа d_1, d_2, d_3 задают длины сегментов относительно ширины графика. Директива **AbsoluteDashing[{d_1,d_2,d_3,...}]** определяет длины сегментов в абсолютных единицах. Приведем примеры:

Dashing[{0.05}] – штриховая линия с равными сегментами, длиной 0.05 ширины графика;

Dashing[{0.05,0.01}] – штриховая линия с изображаемым сегментом длиной 0.05 и разрывом длиной 0.01 ширины графика

AbsoluteDashing[{20,5,1,5}] – штрих-пунктирная линия, заданная в абсолютных единицах.

Приведем комплексные примеры, в которых используются рассмотренные опции:

```
Plot[Sin[x], {x, 0, 4 Pi}, PlotStyle→{RGBColor[1, 0, 0], Thickness[0.003],
   Dashing[{0.05, 0.01, 0.001, 0.01}]}]
```

```
Plot[ {3x*Sin[x], 4x*Cos[2x+1], 4(x-Pi)^2 - 20}, {x, 0, 2 Pi},
   PlotStyle→{{RGBColor[1, 0, 0], Thickness[0.003],
      Dashing[{0.05, 0.01, 0.001, 0.01}]},
   {CMYKColor[0, 0, 1, 0], Thickness[0.01], AbsoluteDashing[{5}]},
   {Hue[0.5], AbsoluteThickness[3], Dashing[{0.05, 0.03, 0.01, 0.03}]}}]
```

Заметим, что в последнем графике для построения каждой кривой задан свой набор опций стиля. Если задать один набор опций, то он будет применен ко всем кривым.

Задавать все три параметра стиля необязательно. Недостающие параметры принимаются по умолчанию. Это демонстрирует следующий пример:

```
Plot[ {3x*Sin[x], 4x*Cos[2x+1], 4(x-Pi)^2 - 20}, {x, 0, 2 Pi},
   PlotStyle→{{Dashing[{0.05, 0.01, 0.001, 0.01}]},
   {CMYKColor[0, 0, 1, 0] }, {Hue[0.5], AbsoluteThickness[3] }}]
```

Если для построения графика задается одна единственная опция, то заключать ее в фигурные скобки не обязательно. Если графиков много, а опций мало, то они повторяются циклически:

```
Plot[ {x, 2x, 3x, 4x, 5x, 6x, 7x}, {x, 0, 10},
   PlotStyle→{ RGBColor[1, 0, 0],
   {Dashing[{0.03}], RGBColor[0, 1, 0]}, RGBColor[0, 0, 1]}]
```

1.1.3 Опции, для управления рамкой вокруг графика

Название	*Назначение*	*Возможные значения*	*Значения по умолчанию*
Frame	Наличие/отсутствие контурной рамки вокруг графика	**Automatic, None, True, False**	False
FrameLabel	Подпись к рамке	**None**, любая последовательность символов.	**None**
FrameTicks	Вывод масштабирующей разметки на сторонах рамки	**Automatic, None, True, False**	**Atomatic**
FrameStyle	Стиль линий рамки	Те же значения, что и у опции **PlotStyle**	**Atomatic**

Рассмотрим пример:

```
Plot[Sin[x], {x, 0, 3 Pi}, PlotStyle→{RGBColor[1, 0, 0], AbsoluteThickness[5]},
   Frame→True, FrameTicks→{True, False},
   FrameStyle→{{ RGBColor[0, 1, 0]}, {RGBColor[0, 0, 1], Thickness[0.02]}}]
```

Из этого примера видно, что такие опции как **FrameTicks**, **FrameStyle** позволяют управлять вертикальными и горизонтальными сторонами рамки по отдельности. Для этого задается список из двух значений, первый элемент в котором соответствует горизонтальным сторонам, второй – вертикальным.

1.1.4 Опции, для управления осями и линиями сетки

Название	*Назначение*	*Возможные значения*	*Значения по умолчанию*
Axes	Наличие/отсутствие осей координат на графике	**Automatic, None, True, False**	Automatic
AxesLabel	*Подписи к осям*	**None,** **AxesLabel->***метка_оси_y*, **AxesLabel->**{*метка_оси_x*, *метка_оси_y*} *Здесь метка_оси* – обычный текст, заключенный в кавычки.	None
AxesOrigin	Координаты расположения точки пересечения осей	**Automatic,** **AxesOrigin->**{*x,y*}, где *x,y* – координаты точки пересечения	Automatic
AxesStyle	Стиль линий осей	Те же значения, что и у опции **PlotStyle**. Может задаваться для обеих осей одновременно (**AxesStyle->Стиль**) или для каждой оси в отдельности (**AxesStyle->{Стиль1, Стиль2}**)	$TextStyle
Ticks	Наличие/отсутствие делений на осях	**Automatic, None,** **Ticks->**{*x_ticks*, *y_ticks* }. Здесь *x_ticks*, *y_ticks* – параметры, которые определяют нанесение делений на каждой оси в отдельности. Могут принимать значения **Automatic, None**, а также в виде списков следующей структуры: {x_1, x_2, x_3, …} – список координат, где располагаются деления; {{x_1,*метка*$_1$}, {x_2,*метка*$_2$}, {x_3,*метка*$_3$}, …}– список координат, где располагаются деления, + метки; {{x_1,*метка*$_1$,l_1}, {x_2,*метка*$_2$,l_2}, {x_3,*метка*$_3$,l_3}, …} - список координат, где располагаются деления, + метки + длина делений; {{x_1,*метка*$_1$,l_1,*стиль*$_1$}, {x_2,*метка*$_2$,l_2, *стиль*$_2$}, {x_3,*метка*$_3$,l_3, *стиль*$_3$}, …} - список координат, где располагаются деления, + метки + длина делений + стиль делений.	
GridLines	Наличие/отсутствие сетки на графике	**Automatic, None,** **GridLines->**{*x_grid*, *y_grid* }. Здесь *x_grid*, *y_grid* – параметры, которые определяют нанесение линий на каждой оси в отдельности. Могут принимать значения **Automatic, None**, а также в виде списков следующей структуры: {x_1, x_2, x_3, …} – список координат, где располагаются линии сетки; {{x_1,*Стиль1*},{x_2,*Стиль2*}, {x_3,*Стиль3*} …} – список координат и стилей.	

Пример использования опций управления осями:

```
Plot[Sin[x], {x, 0, 3 Pi},
   PlotStyle→{RGBColor[1, 0, 0], AbsoluteThickness[2]},
   Axes→True, AxesOrigin→{4,0},
   AxesStyle→{{ RGBColor[0, 1, 0]}, {RGBColor[0, 0, 1], Dashing[{0.05}]}},
   AxesLabel→{"X", "Y"}]
```

Пример построения сетки на графике:

```
Plot[Sin[x], {x, 0, 3 Pi}, Frame→True,
   GridLines→{Table[{t, {RGBColor[1, 0, 0]}}, {t, 0, 3 Pi, 1}],
   {-1, -0.7, -0.3, 0, 0.3, 0.7, 1}}]
```

1.2. Построение графиков функций, заданных параметрически. Для построения графиков функций, заданных параметрически, используется функция

ParametricPlot[{f_x(t),f_y(t)},{t,t_{min},t_{max}}].

Например,

```
ParametricPlot[{Sin[t], Cos[3 t]}, {t, 0, 2 Pi}]
```

Несколько графиков можно построить следующим образом:

```
ParametricPlot[{{Sin[t], Cos[3 t]}, {t*Cos[t]/4, Sin[t]},
   {t*Sin[t]/5, t^2*Cos[2 t]/50}}, {t, 0, 2 Pi},
   PlotStyle→{{Dashing[{0.05, 0.02, 0.01, 0.02}]},
     {CMYKColor[0.1, 0.5, 0.9, 0]}, {Hue[0.8], AbsoluteThickness[2]}}, Frame→True]
```

Из последнего примера видно, что в функции **ParametricPlot** используются те же опции, что и в функции **Plot**.

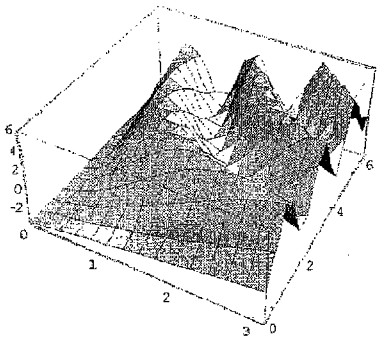
1.3. Построение графиков функций, заданных последовательностью точек. Для построения графиков функций, заданных последовательностью точек $\{\{x_1,y_1\}, \{x_2,y_2\}, \{x_3,y_3\}, ...\}$, используется функция **ListPlot[{{x1,y1}, {x2,y2}, {x3,y3}, ...}]**. Например,

```
Plot[{{-3, 6}, {-2, 2}, {-1, -1}, {0, 0}, {2, 2}, {3, 7}},
   Frame→True, Axes→True,
   PlotStyle→{PointSize[0.02], RGBColor[1, 0, 0]}]
```

Из этого примера видно, что для настройки графика используются новая директива **PointSize (AbsolutePointSize)** – размер точки. Для того, чтобы соединить точки отрезками прямых, задают опцию **PlotJoined->True** (в этом случае толщина линии задается директивой **Thickness**):

```
Plot[Table[{t, Sin[t]}, {t, -Pi, 2 Pi, Pi/4}],
   Frame→True, Axes→True,
   PlotStyle→{Thickness[0.01], RGBColor[1, 0, 0], Dashing[{0.05}]},
   PlotJoined→True]
```

1.4. Трехмерные графические построения. Для визуализации функций двух переменных используется встроенная функция **Plot3D[f(x,y),{x,x_{min},x_{max}},{y,y_{min},y_{max}}]**:




```
Plot3D[x-3Cos[x*y], {x, 0, Pi}, {y, 0, 2 Pi}]
```

Вид получаемой поверхности зависит от множества опций, часть которых совпадают с соответствующими опциями, используемыми при построении двухмерных графиков. К ним относятся **AspectRatio, Axes, AxesLabel, AxesStyle, BackGround, ColorOutput, DefaultColor, DefaultFont, ImageSize, PlotLabel, PlotPoints, PlotRange, PlotRegion, Ticks** и некоторые другие. Следует иметь в виду, что трехмерный график – это три измерения. Поэтому ряд опций, например, **AxesStyle**, могут задаваться списком из трех элементов. Например,

```
Plot3D[x-3*y*Cos[x+y], {x, 0, Pi}, {y, 0, 2 Pi},
   AxesStyle→{{RGBColor[1, 0, 0]}, {RGBColor[0, 1, 0], Thickness[0.03]},
   {RGBColor[0, 0, 1], Thickness[0.02]}}]
```

Приведем описание некоторых других (не всех) опций, которые могут использоваться при трехмерных построениях:

Название	*Назначение*	*Возможные значения*	*Значения по умолчанию*
Mesh	Наличие/отсутствие прямоугольной сетки на графике	**True, False**	True
Boxed	Наличие/отсутствие параллелепипеда вокруг графика	**True, False**	True
MeshStyle	Определяет стиль линий сетки	Те же, что и **PlotStyle**	
BoxStyle	Определяет стиль линий параллелепипеда	Те же, что и **PlotStyle**	
BoxRatios	Задает соотношение длин сторон рамки	**Automatic**; ***{xr,yr,zr}*** – три числа в пределах от 0 до 1, например: **BoxRatio-> {1,1,0.4}**	

2. Задание по работе.

2.1. Изучить теоретический материал.

2.2. Повторить все примеры, приведенные в теоретических сведениях.

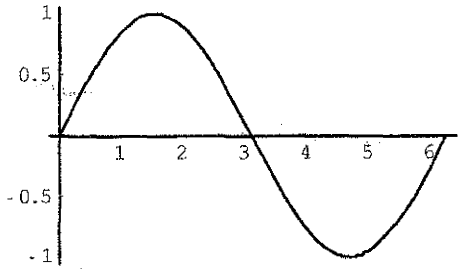
2.3. На базе каждого из примеров разработать по 1 собственному примеру, добавив, удалив или изменив не менее 3 опций (директив).

2.4. Перед каждым из собственных примеров вставить ячейку с комментарием, в которой описать проделанные изменения.

3. Пример выполнения работы:

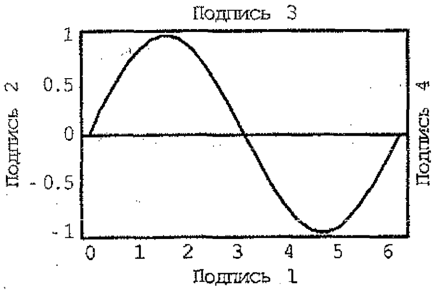
Пример №1 - исходный график

Plot[Sin[x], {x, 0, 2 Pi}]



Пример №1 - Модификация 1: Добавляем опции стиля, рамки и подписей к рамке

**Plot[Sin[x], {x, 0, 2 Pi},
PlotStyle→{RGBColor[0, 0, 1], AbsoluteThickness[2]}, Frame→True,
FrameLabel→{"Подпись 1", "Подпись 2", "Подпись 3", "Подпись 4"}]**



4. Требования к отчету. Отчет по работе предоставляется в электронном виде, т.е. в файле с именем LR7.nb. Файл должен находиться на диске R в папке Mathematica.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8

Аналитическое и численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем

__Цель работы:__ знакомство с функциями для решения дифференциальных уравнений и их систем в среде Mathematica.

__1. Теоретические сведения.__

1.1. Для решения дифференциальных уравнений и их систем используется функция: **DSolve**. Например:

d1 = DSolve[y'[x]+ky[x]==0, y[x], x]

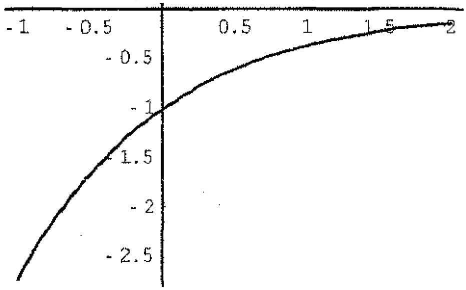
Полученное решение

{{y[x]→e^{-kx} C[1]}}

нельзя использовать напрямую, требуется предварительная обработка:

f1[x_]:=y[x] /. D1 /. {k→1, C[1]→-1}

Этой командой создается специальная функция **f1[x]**, которую в дальнейшем можно использовать как обычную функцию типа **Sin[x]**, **Cos[x]**. Для создания этой функции используется так называемый оператор подстановки **/.** Первый из них предписывает подставить в определение функции вместо **y[x]** найденное ранее решение **d1**. Второй – определяет правило замены параметра **k** и постоянной интегрирования **C[1]**.



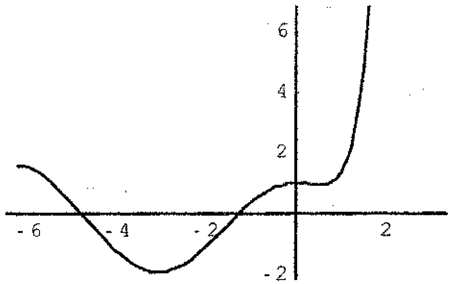
Построим график функции **f1[x]** на отрезке [-1,2]:

Plot[f1[x], {x, -1,2}]

1.2. Если дифференциальное уравнение задано с начальными и граничными условиями, то первым параметром функции Dsolve является список из дифференциального уравнения и начальных (граничных) условий. Например:

d2=DSolve[{y''[x]-3y'[x]+y[x]==5Sin[x], y'[0]==0, y[0]==1}, y[x], x]

$$\left\{\left\{y[x] \to \left(4\left(5e^{\left(\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)x} + 3\sqrt{5}e^{\left(\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)x} + 5e^{\left(\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)x} - 3\sqrt{5}e^{\left(\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)x} - 25\mathrm{Cos}[x]\right)\right) \Big/ \left(15(-3+\sqrt{5})(3+\sqrt{5})\right)\right\}\right\}$$




```
f2[x_]:=y[x] /. d2
Plot[f2[x], {x, -2Pi, Pi}]
```

1.3. Аналогичным образом решаются системы дифференциальных уравнений:

```
d3=DSolve[{x'[t] - x[t] + 2y[t] == 1, y'[t] + x[t] - y[t] == 2, x[0]==a,
   y[0]==b}, {x[t], y[t]}, t] // Flatten
```

$$\Big\{x[t] \to -\frac{1}{2}e^{-(1+\sqrt{2})t}\Big(-5e^{(1+\sqrt{2})t} + 3\sqrt{2}e^{(1+\sqrt{2})t} + 5e^{2(1+\sqrt{2})t} - 3\sqrt{2}e^{2(1+\sqrt{2})t} -$$

$$a e^{2(1+\sqrt{2})t} + \sqrt{2}b e^{2(1+\sqrt{2})t} - 5e^{2\sqrt{2}t+(1-\sqrt{2})t} - 3\sqrt{2}\,e^{2\sqrt{2}t+(1-\sqrt{2})t} + 5e^{(1-\sqrt{2})t+(1+\sqrt{2})t} +$$

$$3\sqrt{2}\,e^{(1-\sqrt{2})t+(1+\sqrt{2})t} - a e^{(1-\sqrt{2})t+(1+\sqrt{2})t} - \sqrt{2}\,b e^{(1-\sqrt{2})t+(1+\sqrt{2})t}\Big),$$

$$y[t] \to -\frac{1}{4}e^{-(1+\sqrt{2})t}\Big(-6e^{(1+\sqrt{2})t} + 5\sqrt{2}e^{(1+\sqrt{2})t} + 6e^{2(1+\sqrt{2})t} - 5\sqrt{2}e^{2(1+\sqrt{2})t} +$$

$$\sqrt{2}a e^{2(1+\sqrt{2})t} + 2b e^{2(1+\sqrt{2})t} - 6e^{2\sqrt{2}t+(1-\sqrt{2})t} - 5\sqrt{2}\,e^{2\sqrt{2}t+(1-\sqrt{2})t} + 6e^{(1-\sqrt{2})t+(1+\sqrt{2})t} +$$

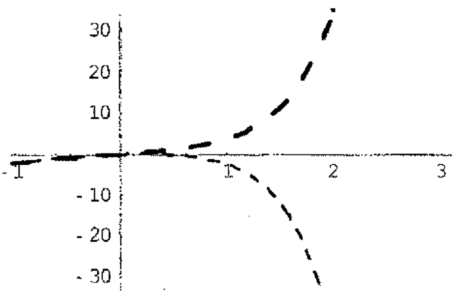
$$5\sqrt{2}\,e^{(1-\sqrt{2})t+(1+\sqrt{2})t} - \sqrt{2}a e^{(1-\sqrt{2})t+(1+\sqrt{2})t} - 2b e^{(1-\sqrt{2})t+(1+\sqrt{2})t}\Big)\Big\}$$

Функция **Flatten** необходима здесь для понижения уровня вложенности списка, в виде которого представляется решение. Как и ранее, определим 2 функции:

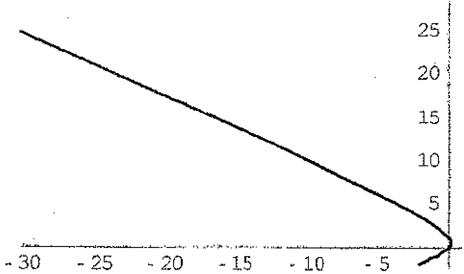
```
fx[t_]:=x[t] /. d3 /. {a→0, b→0}
fy[t_]:=y[t] /. d3 /. {a→0, b→0}
```

Теперь можно построить графики полученных функций:

```
Plot[{fx[t], fy[t]}, {t,-1,3},
   PlotStyle→{{Thickness[0.008], Dashing[{0.02, 0.03}]},
      {Thickness[0.012], Dashing[{0.04, 0.06}]}}]
```



ParametricPlot[{fx[t], fy[t]}, {t, -1, 3}, PlotStyle→Thickness[0.009]]



2. Задание по работе.

2.1. Выполнить приведенные в настоящем описании примеры.

2.2. С помощью функции DSolve найти аналитические решения и построить графики решений;

а) дифференциальных уравнений

№ вар.	Дифференциальное уравнение	График построить	
		При	на отрезке
1	y'-3y=sin(x)+a, y(0)=b	a=1, b=0	[-2Pi,Pi]
	y''-2y'- 3y=2sin(x)+cos(x), y(0)=1, y'(0)=-1		[-Pi/2,Pi/2]
2	y'-2y=cos(x)+a, y(0)=b	a=-1, b=2	[-2Pi,Pi/3]
	y''+4y'- y=sin(x)+3cos(x), y(0)=-1, y'(0)=2		[0,3Pi]
3	y'+y=a*sin(x), y(0)=b	a=0, b=1	[-Pi/2,2Pi]
	y''-y'+ 3y=3sin(x)+cos(2x), y(0)=2, y'(0)=0		[-Pi,2Pi]
4	y'+2y=sin(2x)+a, y(0)=b	a=2, b=0	[-Pi/2,2Pi]
	2y''-3y'+3y=-sin(2x)+3cos(x), y(0)=-1, y'(0)=1		[-Pi/2,3Pi/2]
5	2y'-y=2cos(x)+a, y(0)=b	a=-2, b=1	[-2Pi,Pi]
	2y''+y'- y=sin(x)+3cos(x), y(0)=2, y'(0)=-3		[-Pi/2,5Pi/2]
6	y'-3y=2sin(x)+a, y(0)=b	a=-1, b=3	[-2Pi,Pi/2]
	y''-3y'- 2y=0.5sin(x)-1.5cos(x), y(0)=1, y'(0)=-1.5		[-Pi,Pi/2]
7	y'+y=cos(2x)+a, y(0)=b	a=1, b=1	[-2,2Pi]
	y''-2y'=2sin(2x)-cos(x)+2, y(0)=1, y'(0)=-3		[-Pi,Pi/2]
8	y'+2y=0.5sin(x)+a, y(0)=b	a=-1, b=-2	[0,3Pi]
	y''-2y'- 3y=2sin(x)+cos(x), y(0)=0, y'(0)=-2		[-2Pi,Pi/2]
9	y'-4y=sin(x)+ax, y(0)=b	a=1, b=3	[-2Pi,0]
	y''+ y'+ y=-2sin(x)+cos(x), y(0)=1, y'(0)=-1		[-Pi/2,2Pi]
10	y'-3y=sin(x)+a, y(0)=b	a=0, b=0	[-2Pi,Pi]
	y''+3y'- y=4sin(x)+cos(2x), y(0)=3, y'(0)=0		[-Pi/3,Pi]
11	y'+3y=sin(2x)+ax², y(0)=b	a=-3, b=3	[0,2Pi]
	y''-2y'+ y=-sin(x)+3cos(x)-x, y(0)=1, y'(0)=-1		[-Pi,Pi]
12	y'-2y=sin(x+1)+a, y(0)=b	a=-1, b=1	[-2Pi,Pi]
	y''-0.5y'+5y=1-2sin(x)+cos(x), y(0)=0, y'(0)=-2		[-Pi,2Pi]
13	y'-y=a³sin(x)+1, y(0)=b	a=1, b=2	[-2Pi,Pi]
	y''-3y' +2y=-sin(x)+cos(2x), y(0)=2, y'(0)=1		[-2Pi,2Pi]
14	y'-2y=2sin(0.5x)+a cos(x), y(0)=b	a=-2, b=-1	[-2Pi,Pi]
	y''-y'- 2y=x-sin(x)+2cos(x), y(0)=0, y'(0)=-1		[-Pi,Pi]

15	$y'+2y=\sin(2x)+\cos(x)+a,\ y(0)=b$	a=-1, b=-1	[-2Pi,Pi]
	$y''-y'+3y=\sin(x)+2\cos(x),\ y(0)=1,\ y'(0)=-3$		[-2Pi,2Pi]
16	$y'-3y=a\sin(2x)+x^2,\ y(0)=b$	a=-3, b=3	[-4,0]
	$y''-2y'+2y=2\sin(x)-\cos(x)-2x,\ y(0)=3,\ y'(0)=-1$		[-8,1]
17	$y'-2y=\sin(x)+2a,\ y(0)=b$	a=1, b=-2	[-3,1]
	$y''-y'+3y=1-\sin(2x)+\cos(x),\ y(0)=1,\ y'(0)=0$		[-2Pi,Pi]
18	$y'-y=(a+3)^2\sin(x)+1,\ y(0)=b$	a=0, b=3	[-2Pi,Pi]
	$y''-2y'+3y=2\sin(x)-\cos(x),\ y(0)=-2,\ y'(0)=1$		[-3Pi,0]
19	$y'-ay=\sin(x)+e^{-x},\ y(0)=b$	a=4, b=-2	[-2Pi,0]
	$2y''+y'-4y=2x-\sin(2x)+\cos(3x),\ y(0)=0,\ y'(0)=-4$		[-Pi/4,Pi]
20	$a\,y'+3y=\sin(2x)+2\cos(x),\ y(0)=b$	a=-1, b=1	[-2Pi,Pi/4]
	$y''+y'-3y=5\sin(x)+2\cos(2x),\ y(0)=1,\ y'(0)=-5$		[0,Pi]
21	$y'+ay=\sin(2x)+3,\ y(0)=b$	a=1, b=0	[-Pi,Pi]
	$2y''-3y'+5y=\sin(2x)-2\cos(x),\ y(0)=-3,\ y'(0)=-1$		[-2Pi,Pi]
22	$3y'-y=\cos(2x)+a\cos(x),\ y(0)=b$	a=1, b=1	[-2Pi,Pi]
	$y''-2y'+6y=4\sin(x)-\cos(x)+3,\ y(0)=2,\ y'(0)=-3$		[-3Pi,0]
23	$y'+2y=a\sin(x)-3,\ y(0)=b$	a=3, b=-2	[-Pi,2Pi]
	$y''-2y'-3y=2\sin(x)+\cos(x),\ y(0)=0,\ y'(0)=-2$		[-Pi,1]
24	$2y'+3y=\sin(x)+ax^2,\ y(0)=b$	a=-4, b=3	[-Pi,2Pi]
	$y''+y'+7y=\sin(x)+4\cos(x),\ y(0)=3,\ y'(0)=-3$		[-Pi, Pi]
25	$y'+3y=\sin(x)+a*\cos(2x),\ y(0)=b$	a=0, b=0	[-Pi,2Pi]
	$-y''+3y'+y=\sin(2x)+3\cos(2x),\ y(0)=0,\ y'(0)=-1$		[-2Pi,0]

b) системы дифференциальных уравнений

№ вар.	Система дифференциальных уравнений	График построить на отрезке
1	$x'(t)=2x-y+\sin(t),\quad x(0)=0$ $y'(t)=-x+2y-2\cos(t),\quad y(0)=1$	[-2Pi,Pi/4]
2	$x'(t)=x-y-\sin(t),\quad x(0)=1$ $y'(t)=-x+3y-2\cos(t),\quad y(0)=-1$	[-3Pi,0]
3	$x'(t)=-2x-y+\sin(t),\quad x(0)=2$ $y'(t)=-x+y-2\cos(t)+1,\quad y(0)=1$	[-Pi/4,Pi]
4	$x'(t)=2x-y+\sin(2t),\quad x(0)=0$ $y'(t)=-x+2y-2\cos(t),\quad y(0)=-1$	[-2Pi,0]
5	$x'(t)=2x+y+0{,}5\sin(t),\quad x(0)=0$ $y'(t)=-x+2y-2\cos(3t),\quad y(0)=2$	[-2Pi,0]
6	$x'(t)=2x-2y+3\sin(t),\quad x(0)=0$ $y'(t)=-x+2y-2\cos(0{,}5t),\quad y(0)=1$	[-3Pi,0]
7	$x'(t)=x-2y+\sin(t)-1,\quad x(0)=1$ $y'(t)=-x+2y-2\cos(2t),\quad y(0)=1$	[-2Pi,Pi/4]
8	$x'(t)=2x-y+\sin(3t)-1,\quad x(0)=-1$ $y'(t)=x+2y-\cos(t),\quad y(0)=1$	[-2Pi,0]
9	$x'(t)=2x-y+2\sin(t),\quad x(0)=3$ $y'(t)=-3x+2y-2\cos(t),\quad y(0)=-1$	[-2Pi,0]
10	$x'(t)=2x-y+\sin(2t),\quad x(0)=0$ $y'(t)=2x-y-2\cos(t),\quad y(0)=3$	[-2Pi,Pi/4]
11	$x'(t)=2x-y+\sin(3t),\quad x(0)=0$ $y'(t)=-x+2y-2\cos(t),\quad y(0)=-1$	[-3Pi,0]

12	x'(t)= x-y+3sin(t)+1, x(0)=0 y'(t)= -2x+3y-cos(t), y(0)=1	[-2Pi,Pi/4]
13	x'(t)= -2x+y+sin(2t)-1, x(0)=-1 y'(t)= -x+3y-cos(t), y(0)=-2	[-3Pi,Pi]
14	x'(t)= 2x-y+sin(-2t), x(0)=0 y'(t)= -4x+2y-cos(3t), y(0)=1	[-3Pi,0]
15	x'(t)= 2x-3y+sin(t)-1, x(0)=4 y'(t)= -x+y-cos(t)+2, y(0)=-3	[-2Pi,Pi/4]
16	x'(t)= 3x+y+2sin(t), x(0)=-2 y'(t)= -x+2y-cos(2t)+2, y(0)=1	[-3Pi,0]
17	x'(t)= x-3y+2sin(t)+1, x(0)=-1 y'(t)= -2x+y-cos(t), y(0)=-2	[-Pi/2,Pi/4]
18	x'(t)= 4x-y+2cos(t), x(0)=1 y'(t)= -3x+2y-cos(2t), y(0)=-2	[-Pi,0]
19	x'(t)= 2x-y+sin(2t), x(0)=1 y'(t)= -x+4y-2cos(3t), y(0)=-1	[-2Pi,0]
20	x'(t)= 2x-y+4sin(t), x(0)=-3 y'(t)= -3x-2y+3cos(2t), y(0)=1	[-Pi/4,Pi/4]
21	x'(t)= 2x-3y+sin(t), x(0)=1 y'(t)= -x+4y-2cos(3t), y(0)=-1	[-Pi,0]
22	x'(t)= 2x-y+3sin(2t), x(0)=0 y'(t)= x- 2y-2cos(t)+1, y(0)=-2	[-Pi/2,Pi/2]
23	x'(t)= 2x-5y+sin(t/2), x(0)=0 y'(t)= -x+2y-2cos(t), y(0)=-1	[-Pi,Pi/8]
24	x'(t)= 4x+y+sin(2t), x(0)=4 y'(t)= -7x+3y-2cos(t), y(0)=-2	[-Pi,0]
25	x'(t)= 2x-3y+sin(t), x(0)=-1 y'(t)= -x+5y+2cos(t), y(0)=-2	[-2Pi,0]

3. Требования к отчету.

Отчет по работе предоставляется в электронном виде, т.е. в файле с именем LR8.nb. Файл должен находиться на диске R в папке Mathematica.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N9

Решение экстремальных задач

__Цель работы:__ знакомство с функциями для отыскания локальных и глобальных экстремумов в среде Mathematica.

1. Теоретические сведения.

1.1. Для поиска максимального и минимального значений ряда чисел, входящих в список, используют следующие функции:

Min[x_1,x_2, ...] – находит минимальное из x_i;

Min[{x_1,x_2, ...},{ y_1,y_2, ...}, ...] – находит минимальный элемент из нескольких списков;

Max[x_1,x_2, ...] – находит максимальное из x_i;

Max[{x_1,x_2, ...},{ y_1,y_2, ...}, ...] – находит максимальный элемент из нескольких списков.

1.2. Для отыскания локального минимума некоторой аналитической функции используют функцию **FindMinimum[f,{x,x_0}]**. Например,

```
FindMinimum[x*Sin[x],{x,1.5*Pi}]
{-4.81447, {x→4.91318}}
FindMinimum[x*Sin[x], {x,3.5*Pi}]
{-11.0407, {x→11.91318}}
```

При отыскании локальных максимумов достаточно перед функцией **f** поставить знак «-»:

```
FindMinimum[-x*Sin[x],{x,2.5*Pi}]
{-7.91673, {x→7.97867}}
```

Возможны и более общие вызовы функции **FindMinimum:**

FindMinimum[*f*, {*x*, x_0, x_1,x_2}] – найти минимум на отрезке **[x_1,x_2]**, используя в качестве начального приближения **x_0**.

FindMinimum[*f*, {*x*, x_0},{y,y_0}, ...] – найти минимум функции многих переменных.

1.3. Для отыскания глобальных экстремумов линейной функции при наличии линейных ограничений (общая задача линейного программирования) используются функции

ConstrainedMax[f,{inequalities},{x,y,...}],

ConstrainedMin[f,{inequalities},{x,y,...}].

Все переменные полагаются неотрицательными.

Например:

```
ConstrainedMax[x+y+t+z, {0.4*x+y+1.2*z+t<=120, 2*x+1.7*y+0.4*z+1.3*t==150}, {x,y,z,t}]
{139.286, {x→58.9286}, {y→0}, {z→80.3571}, {t→0}}
```

1.4. Для решения задачи линейного программирования вида

c'x->min, Ax>=b, x>=0 (*)

можно использовать функцию **LinearProgramming[c,A,b]**, где **c**, **A**, **b** – списки, задающие вектор **c**, матрицу **A** и вектор **b**. Например, рассмотрим задачу

$$2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 \to max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 \le 100, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 50, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \ge 40, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0, x_4 \ge 0. \end{cases} \qquad (^{**})$$

Для того чтобы воспользоваться функцией LinearProgramming, эту задачу необходимо привести к виду (*):

$$-2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - x_4 \to min,$$

$$\begin{cases} -2x_1 - 3x_2 - x_3 - 2x_4 \ge -100, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 \ge 50, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 \ge -50, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \ge 40, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0, x_4 \ge 0. \end{cases}$$

Процесс решения задачи (**) может быть реализован следующим образом:

```
C={-2, 3 -4, -1}
A={{-2, -3, -1, -2}, {-1, 2, 1, -1}, {1, -2, -1, 1}, {1, 1, 1, -1}}
b={-100,50,-50,40}
LinearProgramming{c,A,b}
```

2. Задание к лабораторной работе.

В соответствии с заданным вариантом:

2.1. Построить график функции, по графику найти приближенно точки ее экстремумов и уточнить экстремумы с помощью FindMinimum

№ вар	Функция	Отрезок
1	$x^4-1.1x^3-7.86x^2+x+6.3$	[-4; 4]
2	$(0.375\ x^2+x-1.6)\ \sin(x-1.1)$	[-4.2; 4.9]
3	$(x+2.7)\cos(0.5x^2-0.56)$	[-1; 4.2]
4	$\ln(1+x^2)\sin(x-2.3)\cos^2(x+0.14)$	[2; 7]
5	$e^{0.02x}\ x^2\ \sin(2.34x-0.76)$	[1; 6]
6	$1.1x^4-0.9x^3-8.1x^2+x+5.9$	[-4.2; 3.9]
7	$(0.3\ x^2+x+1.6)\ \sin(x-2.1)$	[-4.1; 5.2]
8	$(x-2.7)\cos(0.6x^2+0.6)$	[-1; 4.3]
9	$\ln(0.8+x^2)\sin(x-2.1)\cos^2(x+1.14)$	[1.9; 6.5]
10	$e^{0.02x}\ (x+0.02)^2\ \sin(2.54x-0.82)$	[0; 6]
11	$2x^4-2.1x^3-136x^2+1.9x+12.1$	[-4.2, 4.5]
12	$(0.75\ x^2+2x-3.2)\ \sin(1.2x-1.1)$	[-4; 5.3]
13	$(1.9x+5.1)\cos(0.3x^2+0.31)$	[-1.1; 2.3]
14	$\ln(2.1+(x-0.1)^2)\sin(x-2.2)\cos^2(x+0.24)$	[2; 7]
15	$e^{0.03x}\ (x-3.1)^2\ \sin(2.1x-1.34)$	[1; 6]
16	$x^5-2.1x^4-1.8x^3+3.1x^2+2x-0.7$	[-3; 3.5]
17	$(x^2-1.3x+1.6)\ \cos(0.89x-1.4)$	[-4; 7.2]
18	$(x-1.5)\sin(1.6x^2+x+2.6)$	[-2.5; 1.2]

19	$\ln(0.5+0.86x^2)\sin^2(x-1.1)\cos(x-2.14)$	[-1.5; 3]
20	$e^{0.23x}(x^2-3)\sin(1.84x-0.78)$	[-2.5; 2]
21	$2.8x^4-3x^3-2.9x^2+2.57x-0.4$	[-1, 1.5]
22	$(x^2-3x-1.5)\sin(0.6x^2+2x+2.6)$	[-1.5; 2.2]
23	$(1.9x+5.1)\cos(1.3x^2-x+1.1)$	[-0.5; 3.2]
24	$\ln(x^2-2x-1.36)\sin(x^2-2.1)\cos^2(x+0.19)$	[-1.1; 2.4]
25	$e^{0.31x}(x+2.7)^2\sin(1.7x^2-2.64)$	[0; 2.5]

2.2. Найти max и min в задаче, используя:

а) функции **ConstrainedMax, ConstrainedMin;**

б) функцию **LinearProgramming.**

№ вар	Целевая функция	Ограничения	
1	3x+4y-2z+5t	0.8x+y+1.2z+t<=120;	2x+1.7y+0.3z+1.3t=150
2	2x+5y+3z-4t	2x+1.6y+0.6z+1.8t<=190;	x+1.1y+0.3z+t=150
3	x+4y-3z+15t	x+2y+z+t=125;	2x+1.1y+0.3z+t<=150
4	-3x+4y+7z+9t	x+y+z+t=78;	3x+1.1y+0.8z+t<=150
5	4x+9y-4z+5t	x+1.6y+1.2z+0.8t=140;	2x+1.1y+0.3z+t<=150
6	8x-3y+7z+5t	0.8x+y+z+1.1t<=110;	2.1x+1.7y+0.6z+1.3t=146
7	2x+7y+12z+5t	1.9x+1.5y+0.6z+1.7t<=195;	1.2x+1.1y+0.3z+0.9t=141
8	-5x+2y-6z+5t	0.8x+2y+z+1.6t=134;	2.1x+1.1y+1.3z+t<=142
9	9x+y-2z+10t	x+2y+z+0.5t=98;	3x+1.1y+0.8z+t<=130
10	17x-y-11z+2t	2x+0.6y+1.2z+0.8t=120;	x+2.1y+0.3z+t<=110
11	13x-9y+z+8t	1.1x+y+0.4z+0.9t=85;	3x+1.1y+0.8z+t<=136
12	7x+3y+14z+4t	x+1.6y+1.2z+0.8t<=163;	2x+1.1y+0.3z+t=147
13	-8x+y+5z-3t	0.8x+y+1.3z+1.1t<=115;	2.1x+1.7y+0.5z+1.3t=140
14	4x-6y-6z+2t	1.9x+2y+0.6z+1.7t<=200;	x+1.1y+0.3z+0.9t=145
15	3x+7y-8z-t	0.8x+2.1y+z+1.6t=139;	2.1x+1.1y+1.2z+0.9t<=140
16	6x+2y-2z+2t	2.1x+1.6y+2z+0.8t=196;	2x+3.1y+0.3z+t<=180
17	10x-9y+6z+7t	1.7x+2y+0.9z-1.9t=85;	3x+1.1y+1.8z+t<=136
18	7x+3y+4z+6t	x+3y+1.9z+0.8t<=163;	x+2.7y-0.6z+0.3t=147
19	8x-3y+7z-5t	1.2x+y+z+2.1t<=150;	0.9x+2y+1.5z+1.9t=127
20	5x-5y+2z+4t	x+1.2y+0.8z+t<=100;	2.1x+3y+0.3z+1.5t=164
21	7x- y+4z-3t	0.8x+y+z+1.1t<=110;	2.1x+1.7y+0.6z+1.3t=146
22	-2x+2y+10z+7t	1.9x+1.5y+0.6z+1.7t<=195;	1.2x+1.1y+0.3z+0.9t=141
23	-3x+4y-7z+5t	0.8x+2y+z+1.6t=134;	2.1x+1.1y+1.3z+t<=142
24	11x+6y-4z+9t	x+2y+z+0.5t=98;	3x+1.1y+0.8z+t<=130
25	7x-4y-9z+12t	2x+0.6y+1.2z+0.8t=120;	x+2.1y+0.3z+t<=110

2.3. Решить задачу линейного программирования из ЛР3, используя:

а) одну из функций **ConstrainedMax, ConstrainedMin;**

б) функцию **LinearProgramming.**

3. Требования к отчету.

Отчет по работе предоставляется в электронном виде, т.е. в файле с именем LR9.nb. Файл должен находиться на диске R в папке Mathematica.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N10

Программирование в системе Matematica

<u>Цель работы:</u> знакомство с элементами программирования в среде Mathematica.

<u>1. Теоретические сведения.</u>

1.1. Функция типа IF. Имеет структуру:

```
If(<условие>,<выражение_если_истина>,< выражение_если_ложь>)
```

Проверяет **<условие>** и возвращает результат **<выражения_если_истина>**, если **<условие>** истинно, и результат **<выражения_если_ложь>** в противном случае.

Например,

```
Fmin[a_,b_]:=If[a<b,a,b]
Fmin[4,3]
3
Fmin[2,9]
2
```

1.2. Цикл типа Do. Имеет структуру:

```
Do[<выражение>, <итератор>]
```

Производит многократное вычисление **<выражения>** в зависимости от **<итератора>:**

Do[<выражение>,{imax}] – выполняет **imax** раз вычисление **<выражения>**;

Do[<выражение>,{i,imax}] – вычисляет **<выражение>** с переменной **i**, последовательно принимающей значения от **1** до **imax** (с шагом 1);

Do[<выражение>,{i,imin,imax}] – вычисляет **<выражение>** с переменной i, последовательно принимающей значения от **imin** до **imax** с шагом **1**;

Do[<выражение>,{i,imin,imax,di}] – вычисляет **<выражение>** с переменной i, последовательно принимающей значения от **imin** до **imax** с шагом **di**.

Например:

```
Do[Print["x=", x, "  y=", x^2], {x, 0, 10, 2}]
X=0  y=0
X=2  y=4
X=4  y=16
X=6  y=36
X=8  y=64
X=10  y=100
```

Цикл типа Do может быть вложенным:

```
Do[Do[Print[i,"  ", j, "  ", i+j], {j,1,3}, {i,1,3}]
1 1 2
1 2 3
1 3 4
2 1 3
2 2 4
2 3 5
3 1 4
3 2 5
3 3 6
```

1.3. Цикл типа For. Имеет структуру

For[<начало>, <тест>, <изменение>, <тело цикла>]

В этом цикле один раз выполняется выражение **<начало>,** а затем поочередно выполняются **<тело цикла>** и **<изменение>** до тех пор, пока условие **<тест>** не перестанет давать логическое значение **<Истина>**. Когда это случится, т.е. когда **<проверка>** даст **<Ложь>**, цикл заканчивается.

Например:

```
Print["i   x"]
For[(x=0; i=0), i<4, i=i+1, (x=x+5; Print[ i,"    ", x ])]
 i  x
0  5
1  10
2  15
3   20
```

1.4. Цикл типа While. Имеет структуру

While[<тест>, expr]

В этом цикле **<тело цикла>** повторяется до тех пор, пока **<тест>** дает логическое значение **<истина>**.

Например:

```
i=1; x=1; Print["i   x"]
While[i<5, (i+=1; x+=2*i; Print[ i,"    ", x ])]
i  x
2  5
3  11
4  19
5  29
```

1.5. Процедуры и функции в Matematica. Простейшая функция в системе Matematica имеет следующую структуру

f_name[x_,y_, ...] := <выражение от x, y, ...>

Здесь

f_name — уникальное имя функции;

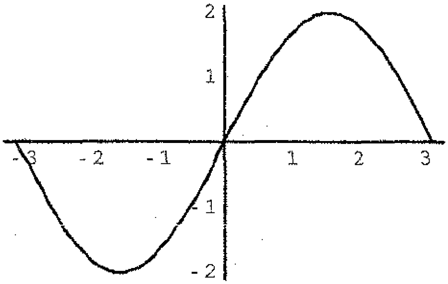
x_, y_, ... — формальные параметры, от которых зависит функция (соответствующие переменные x, y, ... являются локальными в теле функции);

<выражение от x, y, ...> – выражение, определяющее функцию.

Например:

Powerxn[x_,n_]:=x^n
Powerxn[a1,b1]
$a1^{b1}$
Powerxn[3,4]
81

Более сложным является задание функции, тело которой состоит из нескольких выражений. В этом случае, выражения, составляющие тело функции, заключаются в круглые скобки. Функция возвращает результат последнего выражения. Например:




```
Myfn[s_,t_,u_]:=(v=(s+t); v*Sin[u])
Myfn[2.,3.,5.]
-4.79462
```

```
Plot[Myfn[4, -2, x], {x, -Pi, +Pi}]
```

Переменная **v**, используемая в теле функции, является глобальной. Поэтому обращение к функции **Myfn** может «испортить» значение переменной **v**, если она использовалась ранее и содержит значение, которое предполагается использовать в будущем. Поэтому использовать переменные в теле функции нужно весьма осторожно, дабы не испортить проводимые вычисления.

Для создания полноценных процедур и функций, которые могут располагаться в любом числе строк, может использоваться базовая структура **Block**:

f_name[x1_,x2_, ...] := Block[{v1,v2, ... }, <выражения от x1, x2, ..., v1,v2,...>]

или

f_name[x1_,x2_, ...]:= Block[{v1=c1,v2=c2, ... }, <выражения от x1, x2, ..., v1,v2,...>].

Структура **Block** может начинаться списком локальных переменных **{v1=c1, v2=c2, ...}** и содержать любое количество операторов. Если список локальных переменных имеет вид **{v1=c1,v2=c2, ...}**, то переменным **v1,v2,** ... перед началом работы процедуры присваиваются начальные значения **c1, c2, ...**

Например, функция для вычисления n-то числа Фибоначчи, может иметь вид:

```
fibonacci[ n_ ]:=Block[{x0,x1,x2},
    x0=0;
    x1=1;
    x2=If[ n<=0, x0, x1];
    If[ n<=1, 1, Do[x2=x1+x0; x0=x1; x1=x2, {n-1}]];
    x2]
fibonacci[-2]
0
fibonacci[10]
55
fibonacci[100]
354224848179261915075
```

2. Задание к лабораторной работе работе.

2.1. Выполнить примеры, приведенные в описании ЛР.

2.2. В соответствии с заданным вариантом разработать процедуру для вычисления значений заданной функции и построить ее график.

2.3. В соответствии с заданным вариантом разработать процедуру для работы с матрицами (векторами).

3. Варианты заданий.

№ вар.	Задание к п. 2.2.	Задание к п. 2.3
1	$y=\begin{cases} -x, & \text{если} \quad x\le 0, \\ \sin x, & \text{если } 0<x<\frac{\pi}{2}, \\ \left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2+1, & \text{если } \frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}+2, \quad x\in[-2,\ 6] \\ 4, & \text{если } x>\frac{\pi}{2}+2, \end{cases}$	По $(m\times n)$-матрице A и числу α найти количество элементов a_{ij} таких, что $a_{ij}>\alpha$.
2	$y=\begin{cases} (x+5)^3, & \text{если } x\le -5, \\ \sin^2(x+5), & \text{если } -5\le x\le -5+\pi, \quad x\in[-6,6] \\ 0, & \text{если } -5+\pi<x\le 0, \\ \cos x-1, & \text{если } x>0, \end{cases}$	По $(m\times n)$-матрице A сформировать n-вектор y, каждый элемент которого – количество отрицательных элементов в соответствующем столбце матрицы A.
3	$y=\begin{cases} \left(x+\frac{\pi}{2}\right)^2, & \text{если } x<-\frac{\pi}{2} \\ 2\cos x, & \text{если } -\frac{\pi}{2}\le x\le 0, \quad x\in[-6,\ 8] \\ 2-x, & \text{если } 0<x\le 2 \\ \sin^2(x-2), & \text{если } x>2 \end{cases}$	По $(m\times n)$-матрице A и n-вектору y найти $z=Ay$.
4	$y=\begin{cases} 2\sin x, & \text{если } x\le -\pi, \\ (x+\pi)^2, & \text{если } -\pi<x<0, \\ \pi^2-\pi\cdot x, & \text{если } 0\le x\le\pi, \\ \sin x, & \text{если } x>\pi, \end{cases} \quad x\in[-5,\ 5].$	По $(m\times n)$-матрице A и числу α найти количество элементов $\lvert a_{ij}\rvert<\alpha$.
5	$y=\begin{cases} \cos x, & \text{если } x<-\frac{\pi}{2}, \\ -x-\frac{\pi}{2}, & \text{если } -\frac{\pi}{2}\le x\le 0, \\ -\frac{\pi}{2}\cos x, & \text{если } 0<x<\frac{\pi}{2}, \\ \left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2/3, & \text{если } x\ge\frac{\pi}{2}, \end{cases} \quad x\in[-10,\ 10]$	По $(m\times n)$-матрице сформировать вектор, каждый элемент которого равен количеству нулей в соответствующей строке матрицы.
6	$y=\begin{cases} x^2, & \text{если} \quad x<-1, \\ \lvert x\rvert, & \text{если } -1\le x\le 0, \\ \sin x, & \text{если } 0<x\le\frac{\pi}{2}, \\ 1, & \text{если} \quad x>\frac{\pi}{2}, \end{cases} \quad x\in[-5,\ 5]$	В $(m\times n)$-матрице подсчитать сумму положительных элементов.

7	$y=\begin{cases}-1, & \text{если } x\le-\frac{\pi}{2},\\ \sin x, & \text{если } \frac{\pi}{2}<x\le0,\\ x, & \text{если } 0<x\le1,\\ \cos\ (x-1), & \text{если } x>1,\end{cases}\quad x\in[-5,\ 5]$	По *(m×n)*-матрице ***A*** подсчитать количество столбцов, которые содержат нулевые элементы.
8	$y=\begin{cases}e^{x+1}, & \text{если } x<-1,\\ -x, & \text{если } -1\le x\le0,\\ 2\sin\pi x, & \text{если } 0<x<2,\\ -(x-2)^2, & \text{если } x\ge-2,\end{cases}\quad x\in[-3,\ 3]$	По *(m×n)*-матрице ***A*** и ***m***–вектору ***y*** подсчитать количество элементов матрицы таких, что $a_{ij}=y_i$.
9	$y=\begin{cases}3\sin(x+2), & \text{если } x\le-2,\\ \frac{1}{2}(x-2), & \text{если } -2<x\le0,\\ \cos(x\pi), & \text{если } 0<x<1,\\ (x-1)^2-1, & \text{если } x\ge1,\end{cases}\quad x\in[-4,\ 4]$	По *(m×n)*-матрице ***A*** найти суммы положительных и отрицательных элементов
10	$y=\begin{cases}\left(x+\frac{\pi}{2}\right)^2-1, & \text{если } x<-\frac{\pi}{2},\\ \sin x, & \text{если } -\frac{\pi}{2}\le x\le0,\\ x, & \text{если } 0<x\le\pi,\\ -\pi\cos x, & \text{если } x>\pi,\end{cases}\quad x\in[-3,\ 6]$	По *(m×n)*-матрице ***A*** подсчитать количество строк, сумма элементов в которых отрицательна.
11	$y=\begin{cases}\left(x+\frac{\pi}{2}\right)^2, & \text{если } x<-\frac{\pi}{2},\\ \cos^2 x, & \text{если } -\frac{\pi}{2}\le x\le0,\\ 1, & \text{если } 0<x<2,\\ \cos(x-2), & \text{если } x\ge2,\end{cases}\quad x\in[-4,\ 4]$	По ***n***–вектору ***x*** найти единичный вектор y $y=\frac{x}{\lvert x\rvert},\quad \lvert x\rvert=\sqrt{x_1^2+x_2^2+\ldots+x_n^2}$
12	$y=\begin{cases}\ln\left(-\frac{x}{2}\right), & \text{если } x<-2,\\ \frac{1}{2}(x-2), & \text{если } -2\le x<0,\\ \cos x, & \text{если } 0\le x<\frac{\pi}{2},\\ x-\frac{\pi}{2}, & \text{если } x\ge\frac{\pi}{2},\end{cases}\quad x\in[-5,\ 4]$	По *(m×n)*-матрице ***A*** построить ***m***-вектор ***x***, каждый элемент которого равен максимальному элементу в соответствующей строке матрицы.
13	$y=\begin{cases}\lg(-x), & \text{если } x<-1,\\ 0, & \text{если } -1\le x\le0,\\ \sin2x, & \text{если } 0<x\le\pi,\\ (x-\pi)^2, & \text{если } x>\pi,\end{cases}\quad x\in[-6,\ 6]$	По *(m×n)*-матрице ***A*** найти количество строк, сумма элементов в которых больше 0.

14	$y=\begin{cases}(x+\pi)^2, & \text{если } x<-\pi;\\ \sin x, & \text{если } -\pi\le x<0,\\ 1-\cos x, & \text{если } 0\le x<\pi,\\ 2, & \text{если } x\ge\pi,\end{cases}\quad x\in[-5,\ 5]$	По 2-м векторам ***x*** и ***y*** найти число, равное произведению суммы элементов вектора ***x*** на сумму элементов вектора ***y***.
15	$y=\begin{cases}\sin 2x, & \text{если } x<-\pi,\\ x+\pi, & \text{если } -\pi\le x\le 0,\\ \pi\cos x, & \text{если } 0<x<\dfrac{\pi}{2},\\ \left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)^3/2, & \text{если } x\ge\dfrac{\pi}{2},\end{cases}\quad x\in[-5,\ 4]$	По ***(m×n)***-матрице ***A*** и числу α найти количество столбцов, сумма элементов в которых больше α.
16	$y=\begin{cases}(x+\pi)^2, & \text{если } x<-\pi,\\ \sin^2 x, & \text{если } -\pi\le x\le 0,\\ -x/2, & \text{если } 0<x<3,\\ -\cos(x-3), & \text{если } x\ge 3,\end{cases}\quad x\in[-5,\ 6]$	По 2-м векторам *x* и *y* найти число, равное сумме среднего арифметического ($S_n=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$) элементов вектора *x* и среднего геометрического ($q_n=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}y_i}$) модулей элементов вектора *y*.
17	$y=\begin{cases}2x, & \text{если } x\le 0,\\ 2\sin x, & \text{если } 0<x<\pi,\\ (x-\pi)^2, & \text{если } \pi\le x\le\pi+3,\\ 9, & \text{если } x>\pi+3,\end{cases}\quad x\in[-2,\ 6]$	По ***(m × n)***-матрице ***A*** и числу α найти количество элементов a_{ij} таких, что $\lvert a_{ij}\rvert>\alpha$.
18	$y=\begin{cases}(x+\pi)^2-3, & \text{если } x<-\pi,\\ 3\cos x, & \text{если } -\pi\le x<0,\\ 3, & \text{если } 0\le x<\pi,\\ -x+\pi+3, & \text{если } x>\pi,\end{cases}\quad x\in[-6,\ 6]$	По 2-м векторам ***x*** и ***y*** найти число, равное произведению количества положительных элементов вектора ***x*** на количество отрицательных элементов вектора ***y***.
19	$y=\begin{cases}\cos(x+1), & \text{если } x<-1,\\ \lvert x\rvert, & \text{если } -1\le x\le 0,\\ \sin^2 x, & \text{если } 0<x\le\pi,\\ (x-\pi)^2, & \text{если } x>\pi,\end{cases}\quad x\in[-5,\ 5]$	В ***(m×n)***-матрице подсчитать количество строк, произведение элементов в которых не превышает заданное число α.
20	$y=\begin{cases}\sin^3 2x, & \text{если } x\le-\pi,\\ \sqrt{\pi(x+\pi)}, & \text{если } -\pi<x<0,\\ \pi-x, & \text{если } 0\le x\le\pi,\\ \sin x, & \text{если } x>\pi,\end{cases}\quad x\in[-5,\ 5]$	По ***(m×n)***-матрице ***A*** и числу α найти количество элементов $\lvert a_{ij}\rvert>\alpha$.
21	$y=\begin{cases}\lg(-x), & \text{если } x<-1,\\ 0, & \text{если } -1\le x\le 0,\\ \sin 2x, & \text{если } 0<x\le\pi,\\ (x-\pi)^2, & \text{если } x\ge\pi,\end{cases}\quad x\in[-3,\ 5]$	По ***(m×n)***-матрице ***A*** построить ***n***-вектор ***b***, каждый элемент которого равен количеству положительных элементов в соответствующем столбце матрицы.

22	$y=\begin{cases}-x-4, & \text{если } x<-4;\\ x^2-16, & \text{если } -4\le x<0;\\ -16\cos 2x, & \text{если } 0\le x<\pi;\\ (x-\pi)^2-16, & \text{если } x\ge\pi;\end{cases}\quad x\in[-6,\ 5]$	По 2-м *n*-векторам ***x*** и ***y*** сформировать *n*-вектор ***z*** такой, что $z_i=max\{x_i,y_{n+1-i}\}$, $i=1,2,\dots,n$.
23	$y=\begin{cases}-2\cos x, & \text{если } x<-\frac{\pi}{2};\\ x(x+\frac{\pi}{2}), & \text{если } -\frac{\pi}{2}\le x<0;\\ x, & \text{если } 0\le x<4;\\ -(x-4)^2+4, & \text{если } x\ge 4\end{cases}\quad x\in[-6,\ 6]$	По ***(m×n)***-матрице ***A*** найти разность между ее максимальным и минимальным элементами.
24	$y=\begin{cases}\cos x, & \text{если } x<-\frac{\pi}{2},\\ e^{x+\frac{\pi}{2}}-1, & \text{если } -\frac{\pi}{2}\le x<0,\\ (e^{\frac{\pi}{2}}-1)(1-x), & \text{если } 0\le x<1,\\ x^2-2x+1, & \text{если } x\ge 1,\end{cases}\quad x\in[-6,\ 6]$	Элементы ***(n*2)***-матрицы ***A*** суть координаты ***n*** точек ломаной линии на плоскости. Первая пара определяет начало ломаной, последняя – ее конец. Найти длину ломаной линии.
25	$y=\begin{cases}\sqrt{1+\left(x+\frac{\pi}{2}\right)^2}, & \text{если } x<-\frac{\pi}{2},\\ \sin^2 x, & \text{если } -\frac{\pi}{2}\le x\le 0,\\ -x, & \text{если } 0<x<2,\\ -2\cos(x-2), & \text{если } x\ge 2,\end{cases}\quad x\in[-5,\ 5]$	По ***(n*n)***-матрице ***A*** построить *n*-вектор ***b***, состоящий из элементов побочной диагонали матрицы ***A***.

4. Требования к отчету.

Отчет по работе предоставляется в электронном виде, т.е. в файле с именем LR10.nb. Файл должен находиться на диске R в папке Mathematica.

5. Примеры

Пример 1. По *(m*n)*-матрице ***A*** вычислить сумму ее элементов

```
sumelmatr[a_]:=Block[{i,j,d,m,n,s},
  d=Dimensions[a];
  m=d[[1]];
  n=d[[2]];
  s=0;
  Do[Do[s=s+a[[i,j]],{j,n}],{i,m}];
  s
  ]
sumelmatr[{{1, 2}, {3, 4}}]
10
```

Пример 2. В *(m*n)*-матрице *A* найти строку с максимальной суммой элементов

```
maxsumstrokamatr[a_]:=Block[{i,j,d,m,n,s,smax,irow},
  d=Dimensions[a];
  m=d[[1]];
  n=d[[2]];
  smax=-1E^40;
  irow=0;
  Do[s=0;
   Do[s=s+a[[i,j]],{j,n}];
   If[s>smax,irow=i,irow];
   If[s>smax,smax=s,smax],
   {i,m}];
  {irow,smax}
  ]

maxsumstrokamatr[{{2, 3, -1}, {-2, 3 , 8}, {4, 3, -9}}]
{2,9}
```

Пример 3. По *(m*n)*-матрице *A* сформировать m-вектор, элементы которого есть максимальные элементы строк матрицы.

```
MatrToVectMax[A_]:=Block[{i,j,m,n,v,r},
  d=Dimensions[A];
  m=d[[1]];
  n=d[[2]];
  v={};
  For[i=1,i<=m,i++,
   r=A[[i,1]];
   For[j=2,j<=n,j++,
    r=If[A[[i,j]]>r,A[[i,j]],r]
    ];
   v=Append[v,r];
   ];
  v]

MatrToVectMax[{{1,3,4,6},{3,-1,4,0}}]
{6,4}
```

Пример 4. По *(m*n)*-матрице *A* сформировать *m*-вектор, элементы которого равны сумме элементов соответствующих строк матрицы.

```
MatrSumVect[A_]:=Block[{i,j,m,n,v,s},
  d=Dimensions[A];
  m=d[[1]];
  n=d[[2]];
  v={};
  For[i=1,i<=m,i++,
   s=0;
   For[j=1,j<=n,j++,
    s=s+A[[i,j]]
    ];
   v=Append[v,s];
   ];
  v]

MatrSumVect[{{1,1,1}, {2,2,2}, {3,3,3}}]
{3,6,9}
```

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N 11

Знакомство с системой компьютерной математики MATLAB

Цель работы: знакомство с интерфейсом СКМ, простейшими вычислениями в системе.

1. Теоретические сведения.

1.1. Для того, чтобы вычислить в системе MATLAB какое-нибудь выражение, достаточно набрать его с помощью клавиатуры и нажать клавишу **Enter**. Например:

```
>> 2+3*(4+5) Enter
```

Получим ответ:

```
ans =
  29
```

Здесь символы «>>» обозначают начало строки для ввода команды (приглашение системы) – аналог ячейки *In* в СКМ MATLAB. Символы «ans=» обозначают «ответ» системы - аналог ячейки *Out* в СКМ MATLAB.

Фактически ans – это имя переменной, содержащей результат последнего вычисленного выражения. Его можно использовать в последующих вычислениях:

```
>> ans*3
ans =
  87
>> ans+2
ans =
  89
```

Если после введенного выражения поставить символ «;», то результат вычислений не будет выводиться на экран.

1.2. Простейшее арифметическое выражение в системе MATLAB состоит из констант и переменных, между которыми находятся знаки математических операций.

1.2.1. *Константа* – это величина, которая не может изменять своего значения в процессе вычислений. В СКМ MATLAB константы могут быть:

- целыми: **1, -3, 587, ...;**
- вещественными: **0.234, -34.890, 1.34E+8, -0.234e-12, ...;**
- комплексными: **2+3i; -3+0.234j, , ...** .

Все числа в СКМ MATLAB представляются в плавающем формате, обеспечивающем точность вычислений до 16 десятичных знаков.

Таким образом, в отличие от системы Mathematica, точность вычислений в системе MATLAB ограничена.

В СКМ MATLAB имеются специальные функции для представления некоторых общеизвестных математических констант:

Обозначение в СКМ	Математическое обозначение	Численное значение
pi	π	≈3.141592
i, j	i	$\sqrt{-1}$
Inf	∞	-
realmin		2^{-1022}
realmax		2^{1023}

1.2.2. *Переменная* – это величина, которая может изменять свое значение в процессе вычислений. Каждая переменная имеет имя (идентификатор). Для именования переменных в системе MATLAB могут использоваться:

- большие и маленькие буквы латинского алфавита;
- цифры.

Как и в системе Mathematica, в системе MATLAB распознаются большие и маленькие буквы, т.е. **A**, **a** – это две разные переменные.

Имя переменной обязательно должно начинаться с буквы, идентифицирующим является первый 31 символ.

Примеры идентификаторов: **A, Alfa, X123, BETA, Skorost20** .

1.2.3. В системе MATLAB используются стандартные обозначения *математических операций*:

- + (сумма), - (разность),
- * (произведение), / (частное),
- ^ (степень).

В этом списке операции приведены в соответствии с возрастанием их приоритета. Операции одинакового **приоритета** выполняются в порядке следования слева направо. Для изменения порядка выполнения операций, как обычно, используются круглые скобки. Например:

(2+3)*A+5-4/B .

Знак операции умножения обязателен, т.е. выражения типа **2x** MATLAB «не понимает».

1.2.4. При записи *арифметических выражений* могут использоваться *стандартные функции* системы MATLAB. Количество стандартных функций исчисляется сотнями. Приведем наиболее известные и употребимые из них:

Математическая запись	Запись в СКМ MATLAB	Математическая запись	Запись в СКМ MATLAB
$\lvert x \rvert$	abs(x)	sin x	sin(x)
lnx	log(x)	cos x	cos(x)
lgx	log10(x)	tg x	tan(x)
e^x	exp(x)	ctg x	cot(x)
$\sqrt{x}$	sqrt(x)	arcsin x	asin(x)
arccos x	acos(x)	arctg x	atan(x)

С другими функциями можно познакомиться во встроенном Help-е системы MATLAB.

1.3. В СКМ MATLAB каждая переменная определяется как двухмерный массив. Обычная переменная имеет размеры 1×1. Присвоить переменной множество значений в виде вектора, вектор-строки или матрицы очень просто:

- *выражение* **c=[1 6 -3]** *или* **c=[1,6,-3]** присваивает переменной **c** набор значений в виде вектор-строки из трех элементов:

```
>> c=[1,6,-3]
c =
   1   6   -3
```

- выражение c=[1; 6; -3] присваивает переменной **c** набор значений в виде вектор-строки из трех элементов:

```
>> c=[1;6;-3]
c =
    1
    6
   -3
```

- выражение **c=[1 -1 0; 6 1.2 -4.1; -3 0 1e2]** присваивает переменной **c** набор значений в виде вектор-строки из трех элементов:

```
>> c=[1 -1 0; 6 1.2 -4.1; -3 0 1e2]
c =
      1.0000  -1.0000        0
      6.0000   1.2000  -4.1000
     -3.0000        0 100.0000
```

- выражение вида **x=a:dx:b** присваивает переменной x вектор-строку из равномерно расположенных на отрезке **[a,b]** чисел с шагом **dx**:

```
>> x=0:0.5:2
x =
      0   0.5000   1.0000   1.5000   2.0000
```

Напомним, что для того, чтобы MATLAB не выводил значения массива на экран, следует после введенного выражения поставить символ «;».

В СКМ MATHLAB имеются специальные функции, которые позволяют автоматически задавать (генерировать) массивы специального вида. Например, функция **rand(m,n)** автоматически создает **(m×n)**-матрицу из случайных чисел из диапазона **(0,1)**:

```
>> rand(3,4)
ans =
   0.9501   0.4860   0.4565   0.4447
   0.2311   0.8913   0.0185   0.6154
   0.6068   0.7621   0.8214   0.7919
```

Укажем другие функции, при помощи которых можно создавать массивы:

Функция	Назначение
zeros(m,n)	Создание нулевой **(m×n)**-матрицы
ones(m,n)	Создание **(m×n)**-матрицы, состоящей из единиц.
eye(n)	Создание единичной **(n×n)**-матрицы
Diag(d)	Создание диагональной матрицы по одномерному массиву **d**.

1.4. Над массивами соответствующих размеров можно выполнять ряд операций:

+ - сумма (почленно);

\- - разность (почленно);

* - произведение (в матричном смысле. Может использоваться для вычисления скалярного произведения векторов, умножения матрицы на вектор и т.п.);

^ - возведение в степень (применимо только для квадратных матриц. В частности, степень -1 приводит к вычислению обратной матрицы);

' - транспонирование;

.* - почленное умножение массивов;

./ - почленное деление массивов;

.^ - почленное возведение в степень.

1.5. Доступ к элементам массива можно получить, указав его индекс (для одномерного) или индексы (для двумерного) после имени массива в круглых скобках:

```
>> v=[9 8 7 6 5 4 3 2 1];
>> v(1)
ans =
   9
>> v(3)
ans =
   7
>> [v(2) v(8)]
ans =
   8   2
>> v(1:4)
ans =
   9   8   7   6
```

Как видно из последних строк, для доступа к блоку элементов указывается диапазон индексов.

1.6. В качестве аргументов обычных скалярных функций можно подставлять аргументы-массивы. При этом получается массив значений функций:

```
>> sin([1 2 3; 4 5 6])
ans =
   0.8415   0.9093   0.1411
  -0.7568  -0.9589  -0.2794
```

1.7. Для работы с векторами и матрицами в СКМ MATLAB имеется множество специальных функций. Приведем некоторые из них

Функция	**Назначение**
det(A)	Вычисление определителя матрицы А.
inv(A)	Вычисление обратной матрицы A^{-1}.
sqrtm(A)	Вычисление корня квадратного их А, т.е. такой матрицы В, что B^2=A.
expm(A)	Вычисление e^A.
sum(V)	Вычисление суммы элементов массива V. Если массив одномерный – одно число, если двухмерный – то вектор, элементами которого являются суммы исходного массива по столбцам. Для суммирования по строкам, необходимо ввести: **sum(V,2)**
prod(V)	Аналогична **sum**, только вычисляет произведение.
sort(V)	Сортирует столбцы матрицы в порядке возрастания.
max(V) **min(V)**	Находят максимальные и минимальные элементы в столбцах.

1.8. Простейший график можно построить с помощью функции **plot(x,y)**, где **x** – одномерный массив значений аргумента, **y** – одномерный массив значений функции. Например,

```
>> x=0:0.1:2*pi
>> y=sin(x)
>> plot(x,y)
```

(ответы системы здесь не приводятся).

Несколько графиков на одном координатном поле можно построить, если перечислить имена нескольких пар массивов, содержащих значения аргумента и функций:

```
>> x=0:0.1:6;
>> y=sin(x);
>> z=cos(x);
>> plot(x,y,x,z)
```

2. Задание к лабораторной работе.

I. Общая часть.

1. Вычислить выражения:

а) $\dfrac{2+4}{5+2^3}+\dfrac{17+56}{2\cdot 3^4-1}$;

б) $\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt[7]{5}}{3+4}-\dfrac{5\sqrt[7]{5}-4\sqrt{2}}{3^2-1}$

в) $\dfrac{x+2y}{3\cdot 7-4}+\dfrac{-3x+5y}{2\cdot 5^2}$ при x=1 и y=2

г) $\dfrac{\log_2 64+\sin\dfrac{\pi}{2}}{|\cos\pi|+\sin\dfrac{\pi}{4}}$

д) 2^{500}

ж) разность двух последних выражений.

2. Задать несколько матриц и векторов. Выполнить над ними операции, перечисленные в п.1.4.

II. Индивидуальное задание.

1. Используя функции, указанные в п.1.7, и матричные операции (п.1.4), найти решение системы линейных алгебраических уравнений из ЛР№1
2. Построить график функции из ЛР№2.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N 12

Знакомство с системой компьютерной математики MATLAB. М-файлы: файл-программы и файл-функции

<u>Цель работы:</u> знакомство с редактором М-файлов, программирование последовательностей команд и функций, знакомство с простейшими элементами программирования.

<u>1. Теоретические сведения.</u>

1.1. В предыдущей работе все вычисления проводились в режиме командной строки в окне Command Window. Это весьма неудобно, т.к. введенные последовательности команд невозможно сохранить и воспроизвести в других сеансах работы. Для хранения последовательностей команд в СКМ MATLAB предназначены М-файлы. В простейшем случае М-файл – это просто последовательность команд СКМ MATLAB, записанная в файл с расширением **.m** . Например:

```
x=0:0.1:6;
y=sin(x);
plot(x,y)
```

Такой файл обычно называют файлом-программой.

1.2. Создаются и редактируются М-файлы в специальном окне редактора М-файлов, которое открывается по командам **File->New->M-file** или **File->**Open->**<Имя М-файла>**. Естественно, вместо команд меню можно использовать кнопки на панелях инструментов.

1.3. Запись (сохранение) М-файлов осуществляется в рабочий директорий, который настраивается в окне Current Directory (закладка с соответствующим названием обычно видна в левой нижней части рабочего окна). ***Поэтому перед работой с М-файлами рекомендуется настроить Current Directory на какую-нибудь папку на диске R:, где Вы будете сохранять свои М-файлы.*** В окне Current Directory отображаются существующие М-файлы. Открыть такой файл можно двойным щелчком мышки.

1.4. Выполнить М-файл, который открыт и отображается в редакторе М-файлов можно командой **Debug->Run** из меню или клавишей F5 (окно редактора М-файлов должно быть активно).

1.5. Для того чтобы выполнить М-файл, не прибегая к помощи редактора М-файлов, достаточно набрать его имя в командной строке, т.е. имя М-файла становится внешней командой системы MATLAB. По этой причине любой М-файл можно выполнить из другого М-файла.

1.6. При необходимости можно выполнить любой фрагмент открытого М-файла. Для этого необходимо выделить этот фрагмент и подать команду **Text-> Evaluate Selection** (или нажать F9).

1.7. М-файлы используются для программирования и хранения нестандартных функций, необходимых в процессе вычислений. В каждом М-файле программируется и хранится одна функция. В отличие от файла-программы такой файл называют файлом-функцией. Файлы-функции имеют специальную структуру. Допустим, что в вычислениях должна использоваться функция y=sin(2x-1)cos(x+1). Такую функцию можно запрограммировать следующим образом

```
function f=sincos(x)
f=sin(2*x+1).*cos(x-1);
```

1.8. Первая строка – заголовок функции. Слово function является служебным; f – имя переменной, предназначенной для хранения результата (выходной параметр); sincos – имя функции; x – входной параметр, от которого зависит функция. После заголовка следует тело функции, которое в донном случае состоит из одной строки. Тело функции обязательно должно содержать оператор вида f=..., в котором вычисленное значение записывается в выходной параметр f.

Обратите внимание, что в приведенном примере вместо знака "*" используется ".*". Это дань специфике MATLABа – аргумент x может быть массивом.

";" предназначена для подавления вывода в командное окно.

1.9. При сохранении файла-функции MATLAB автоматически в качестве имени файла подставит имя функции. Не изменяйте его! Иначе MATLAB не сможет автоматически находить нужную функцию.

1.10. Язык программирования системы MATLAB позволяет использовать различные операторы ветвления и циклов. В рамках этой работы рассмотрим один из них – оператор if. Его структура в простейшем случае такова:

```
if <условие>
    <команды MATLAB>
end
```

Если **<условие>** верно, то выполняются **<команды MATLAB>** между **if** и **end**.

В более сложных случаях структура оператора **if** может содержать конструкции типа **elseif** и **else**. Например, программа для вычисления функции

$$y = \begin{cases} 0, \text{если } x <= -\pi/2; \\ \cos(x), \text{если } -\pi/2 < x < 0; \\ 1, \text{если } x >= 0; \end{cases}$$

может иметь следующий вид:

```
function y=myfun(x)
 if x<=pi/2
   y=0;
 elseif x<0
   y=cos(x);
 else
   y=1;
 end
```

К сожалению, эта функция будет неправильно работать с векторным аргументом. Для правильной работы с векторным аргументом текст этой программы должен быть значительно сложнее и выходить за рамки этой работы.

1.11. Для работы с функциями в СКМ MATLAB имеется ряд специальных команд, которые позволяют достаточно просто работать с функциями, которые хранятся в М-файлах. Так, команда fplot предназначена для построения графиков таких функций. Например, команда

fplot('sincos',[-pi,pi])

строит график описанной выше функции sincos на отрезке от $-\pi$ до π.

Обратите внимание: в команде fplot указывается имя М-файла, содержащего функцию, заключенное в апострофы. Ниже приводится таблица некоторых других команд СКМ MATLAB, предназначенных для работы с М-функциями:

Функция	Назначение	Пример использования
fzero('<функция>',x_0)	Вычисление корня в окрестности x_0	**fzero('sincos',-2)**
fminbnd('<функция>',a,b)	Поиск минимума функции одной переменной на отрезке [a,b]	**fminbnd('sincos',-3,-2)**
quad('<функция>',a,b, ε)	Вычисление определенного интеграла на отрезке [a,b] с точностью ε	**quad('sincos',-3,-1,1e-6)**

1.12. В ходе выполнения данной работы Вам нужно будет написать файл-программу, которая строит графики нескольких функций. Последовательное применение команды fplot приводит к тому, что в графическом окне будет отображаться только последний график (каждый следующий график затирает предыдущий).

Решить проблему позволяет использование нескольких графических окон. Они открываются командой **figure**. Пример использования этой команды приводится ниже.

```
% Объявляем графические окна
gr1=figure;
gr2=figure;
% Строим график первой функции
figure(gr1);
fplot('sincos',[-pi,pi])
title('График 1')
grid on
% Строим график второй функции
figure(gr2);
fplot('myfun',[-3,2])
title('График 2')
grid on
```

Команды **title** и **grid on** позволяют выводить в графическое окно его заголовок и координатную сетку.

Другой способ построения нескольких графиков представляет команда **subplot(m,n,k)**. С ее помощью графическое окно можно разбить на (**m**x**n**) подграфиков и активизировать **k**-ый подграфик. Опять-таки на примере поясним, как пользоваться этой командой.

```
% Задаем разбиение графического окна на 2 подграфика по вертикали
% Активизируем первый подграфик
% Строим график первой функции
subplot(2,1,1)
fplot('sincos',[-pi,pi])
title('График 1')
grid on
% Активизируем второй подграфик
% Строим график второй функции
subplot(2,1,2)
fplot('myfun',[-3,2])
title('График 2')
grid on
```

2. Задание к лабораторной работе

2.1. Составить файл-функцию для вычисления функции из ЛР№2;

2.2. Составить файл-функцию для вычисления функции из ЛР№9 (задание №1);

2.3. Составить файл-функцию для вычисления функции из ЛР№10 (задание №1);

2.4. Написать файл-программу, которая:

a) строит графики трех указанных функций (при этом две первых в одном окне, третью – в другом окне);
b) находит корни функции №1;
c) находит локальные экстремумы функции №2;
d) вычисляет определенные интегралы от заданных функций на заданных отрезках.

ЛИТЕРАТУРА

1. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. - М.: Наука, 1981 - 488 с.
2. Попов А.А. Excel: практическое руководство. – М.:ДЕСС КОМ, 2000.
3. Блатнер П. Использование Excel 2000. Специальное издание. – Вильямс, 2000. – 1024 с.
4. Прокопеня А.Н., Чичурин А.В. Применение системы математика к решению обыкновенных дифференциальных уравнений.
5. Дьяконов В. Mathematica 4. – СПб: Питер, 2001. – 656 с.
6. Лазарев Ю.Ф. MatLAB 5.x. – К.: Издательская группа BHV, 2000. – 384 с.
7. Медведев В.С., Потемкин В.Г. Control System ToolBox. MATLAB 5 для студентов. - М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1999. – 287 с.
8. Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике. -М.:Высшая школа, 1971.
9. Турчак С.И. Основы численных методов. - М.: Наука, 1987. – 320 с.
10. Кузнецов А.В., Сакович В.А., Холод Н.И. Высшая математика: Математическое программирование. - Мн.: Выш. шк., 1994. - 286 с.
11. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. - М.: Высш. шк., 1986. - 319 с.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составитель:
Ракецкий Валерий Михайлович

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЗАДАНИЯ

к лабораторным работам по дисциплине
«Математические модели в расчетах на ЭВМ и компьютеризация технологии в системах автоматизации»
для студентов специальности
«Автоматизация технологических процессов и производств»
дневной формы обучения.
Часть 1. Основы анализа математических моделей с помощью электронных таблиц и систем компьютерной математики

Ответственный за выпуск: Ракецкий В.М.
Редактор: Строкач Т.В.
Компьютерная верстка: Боровикова Е.А.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 12.12.2007 г. Формат 60x84 1/16. Усл. печ. л. 3,95.
Уч.-изд. л. 4,25. Тираж 50 экз. Заказ № 1309. Отпечатано на ризографе
Учреждения образования «Брестский государственный технический университет».
224017, г. Брест, ул. Московская, 267