УДК 517.977

# КРИТЕРИИ ПОЛНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ И КОНСТРУКТИВНОЙ ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА СО МНОГИМИ ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ

**Павловская А.Т.**
*УО «Гродненский государственный университет им. Я.Купалы», Гродно*
*Научный руководитель – Хартовский В.Е, к. ф.-м. н., доцент*

Рассмотрим линейную автономную дифференциально-разностную систему нейтрального типа с соизмеримыми запаздываниями $\sum$:

$$\dot{x}(t)-\sum_{i=1}^{m}D_i\dot{x}(t-ih)=\sum_{i=0}^{m}A_i x(t-ih)+\sum_{i=0}^{m}B_i u(t-ih),\ t\geq 0, \quad (1)$$

$$x(t)=\varphi(t), t\in[-mh,0], u(t)\equiv 0, t<0, \quad (2)$$

где $x-n$ – вектор-столбец решения уравнения (1), $u-r$ – вектор доступных измерению выходных величин, $D_i, A_i, B_i$ – постоянные матрицы соответствующих размеров, $0<h$ – постоянное запаздывание, начальная функция $\varphi\in\mathbf{D}([-mh,0],\mathbf{R}^n)$, где $\mathbf{D}([-mh,0],\mathbf{R}^n)$ – пространство абсолютно непрерывных функций.

Определение 1. Начальную функцию $\varphi$ в (2) назовем полностью управляемой, если существуют момент времени $t_1>0$ и управление, $u(t),\ t\in[0,t_1-mh]$, обеспечивающее $x(t)\equiv 0,\ t\geq t_1$, при $u(t)\equiv 0,\ t>t_1-mh$.

Если полностью управляемы все начальные функции $\varphi\in\mathbf{D}([-mh,0],\mathbf{R}^n)$, то систему $\sum$ назовем полностью управляемой.

Рассмотрим систему наблюдения $\sum_1$ дифференциально-разностных уравнений нейтрального типа:

$$\dot{z}(t)-\sum_{i=1}^{m}Q_i\dot{z}(t-ih)=\sum_{i=0}^{m}C_i z(t-ih),\ t\geq 0, \quad (3)$$

$$z(t)=\eta(t), t\in[-mh,0], \quad (4)$$

$$y(t)=\sum_{i=0}^{m}G_i z(t-ih), t\in T=[0;t_1], \quad (5)$$

где $z-n$ – вектор-столбец решения уравнения (3), $y-m$ – вектор доступных измерению выходных величин, $Q_i=D_i', C_i=A_i', G_i=B_i'$ – постоянные матрицы соответствующих размеров, $0<h$ – постоянное запаздывание, $t_1$ – фиксированный достаточно большой момент времени. Начальная функция $\eta\in\mathbf{D}([-mh,0],\mathbf{R}^n)$.

Определение 2. Систему $\sum_1$ назовем конструктивно идентифицируемой в направлении $q\in\mathbf{D}(H^-,\mathbf{R}^n)$, если найдутся момент времени $t_1>0$ и кусочно-непрерывная r – вектор-функция $v(t), t\in[mh,t_1]$, для которой выполняется соотношение

$$\int_{mh}^{t_1}v'(t)y(t)dt=\left(q'(0)-\sum_{i=1}^{m}q'(-ih)Q_i\right)z(t_i)+\sum_{i=1}^{m}\int_{t_1}^{t_1+ih}q'(t_1-t)\left(Q_i\dot{z}(t-ih)+C_i z(t-ih)\right)dt, \quad (6)$$

каково бы ни было решение системы $\sum_1$, порожденное начальной функцией $\eta$. Если конструктивная идентифицируемость системы $\sum_1$ возможна в любом направлении $q \in \mathbf{D}([-mh,0],\mathbf{R}^n)$, то систему $\sum_1$ назовем полностью конструктивно идентифицируемой.

**Теорема 1.** Если система наблюдения $\sum_1$ конструктивно идентифицируема в направлении $p$, то начальное состояние $\varphi$ двойственной системы управления $\sum$, где $\varphi(t) = q(t), t \in [-mh,0]$, полностью управляемо посредством $u(t) = -v(t_1 - t), t \in [0, t_1 - mh]$. Если начальное состояние $\varphi$ системы $\sum$ полностью управляемо функцией $u(t), t \in [0, t_1 - mh]$, то система $\sum_1$ конструктивно идентифицируема в направлении $p(t) = \eta(t)$, причем разрешающая функция $v(t) = -u(t_1 - t), t \in [mh, t_1]$.

**Теорема 2.** Система $\Sigma$ полностью конструктивно идентифицируема при достаточно большом тогда и только тогда, когда одновременно выполняются два условия:

$$1)\qquad \operatorname{rank}\begin{bmatrix} \sum\limits_{i=0}^{m} G_i e^{-\lambda ih} \\ \lambda E - C_0 - \sum\limits_{i=1}^{m}(C_i + \lambda Q_i)e^{-\lambda ih} \end{bmatrix} = n \ \forall \lambda \in \mathrm{C},$$

$$2)\qquad \operatorname{rank}\begin{bmatrix} F \\ FK \\ \dots \\ FK^{mn-1} \\ K^{mn} \end{bmatrix} = \operatorname{rank}\begin{bmatrix} F \\ FK \\ \dots \\ FK^{mn-1} \end{bmatrix}.$$

где $E$ – еденичная матрица; $\mathrm{C}$ – множество комплексных чисел,

$$\overline{G_i} = \left(\begin{bmatrix} G_i \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}\right)', \quad i = \overline{0,m}, \quad K = \begin{bmatrix} Q_1 & E & 0 & \dots & 0 \\ Q_2 & 0 & E & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{m-1} & 0 & 0 & \dots & E \\ Q_m & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad F = \sum_{i=0}^{m} \overline{G_i} K^{m-i}.$$

Обозначим $\widetilde{D} = [D_1, \dots, D_{m-1}]$, $\overline{B_i} = \operatorname{col}[B_i, 0, \dots, 0]$, $i = \overline{0,m}$, $R = \begin{bmatrix} \widetilde{D} & D_m \\ E & 0 \end{bmatrix}$, $L = \sum\limits_{i=0}^{m} R^{m-i}\overline{B_i}$.

Из теоремы 1 о двойственности задач полной управляемости и полной конструктивной идентифицируемости вытекает критерий полной управляемости системы $\Sigma$.

**Теорема 3.** Для полной управляемости $\Sigma$ необходимо и достаточно, чтобы одновременно выполнялись условия

$$1)\qquad \operatorname{rank}\left[\lambda E - \sum_{i=0}^{m} C_i e^{-\lambda ih} + \lambda \sum_{i=1}^{m} D_i e^{-\lambda ih}, \sum_{i=o}^{m} B_i e^{-\lambda ih}\right] = n, \forall \lambda \in C,$$

$$2)\qquad \operatorname{rank}\left[L, RL, \dots, R^{mn-1}L\right] = \operatorname{rank}\left[L, RL, \dots, R^{mn-1}L, R^{mn}\right].$$

В случае $m = 1$, $B_0 = 0$ теорема 3 совпадает с критерием полной управляемости, полученным в [1].

**Список цитированных источников**

1. Метельский, А.В. Критерии конструктивной идентифицируемости полной управляемости линейных стационарных систем нейтрального типа / А.В. Метельский, С.А. Минюк // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2006. – № 5. – С. 15–23.