Для качественной проверки результатов желательно иметь «доступ» к генеральной совокупности с известными параметрами. Указанную возможность может предоставить метод имитационного моделирования. Были построены имитационные модели, реализующие процессы получения выборок из генеральных совокупностей с известными параметрами и построения на их основе бутстраповских выборок. Используя эти модели, были получены результаты, которые не согласуются с объявленными в указанных источниках.

Во-первых все методы построения доверительных интервалов дают один и тот же результат. Это не является удивительным, так как, например, при устранении смещения, используя рецентрирование, мы вновь вносим его при построении доверительного интервала.

Во-вторых все предлагаемые методы дают более узкие доверительные интервалы, которые растут с ростом объема выборки.

Список цитированных источников

1. Анатольев, С.А. Асимптотические приближения в современной эконометрике // Экономика и математические методы. – 2005. – № 41. – С. 84–94.
2. Анатольев, С.А. Основы бутстрапирования // Квантиль. – 2007. – № 3. – С. 1–12.
3. Дэвидсон, Р. Бутстрапирование эконометрических моделей // Квантиль. – 2007. – № 3. – С. 13–36.

УДК 519.24

ВЫЧИСЛЕНИЕ МОМЕНТОВ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ПЕРИОДОГРАММЫ МНОГОМЕРНОГО ВРЕМЕННОГО РЯДА

Стасюк Т.Г.

УО «Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина», г. Брест

Научный руководитель – Мирская Е.И., к. ф.- м. н., доцент

Спектральный анализ временных рядов является одним из основных направлений в исследованиях ученых многих стран мира, причем особое внимание уделяется методам спектрального анализа стационарных случайных процессов с дискретным временем.

В настоящее время существует большое количество различных методов и алгоритмов спектрального анализа временных рядов, касающихся в основном стационарных случайных процессов и однородных случайных полей с конечными вторыми моментами.

В данной работе исследованы первые два момента модифицированной периодограммы многомерного временного ряда. Вычислены математическое ожидание, дисперсия и ковариация модифицированной периодограммы, которая исследована в качестве оценки взаимной спектральной плотности процесса. Исследовано асимптотическое поведение математического ожидания и ковариации оценки.

Пусть $X^r(t),\ t \in Z$ – r-мерный действительный стационарный случайный процесс. Будем предполагать, что $MX_a(t) = 0$, а $f_{ab}(\lambda),\ \lambda \in \Pi = [-\pi, \pi],\ a,b = \overline{1,r}$ неизвестная взаимная спектральная плотность процесса.

Пусть $X_a(0), X_a(1), \ldots, X_a(T-1)$ – T последовательных, полученных через равные промежутки времени наблюдений за составляющей $X_a(t),\ a = \overline{1,r}$ процесса $X^r(t), t \in Z$.

В данной работе в качестве оценки взаимной спектральной плотности исследована модифицированная периодограмма вида

$$I_{ab}^{T}(\lambda) = d_{a}^{T}(\lambda)\overline{d_{b}^{T}(\lambda)}, \tag{1}$$

где $d_a^T(\lambda)$ – модифицированное конечное преобразование Фурье наблюдений, исследованное в работе [1]. Доказаны

Теорема 1. *Для статистики (1) справедливо равенство*

$$MI_{ab}^{T}(\lambda) = \int_{\Pi} f_{ab}(u+\lambda)\Phi_T(u)du,$$

$\lambda \in \Pi$*, где функция* $\Phi_T(u)$ *задается выражением*

$$\Phi_T(x) = \left[2\pi\sum_{t=0}^{T-1} h_T^2(t)\right]^{-1} |\varphi_T(x)|^2.$$

Теорема 2. *Если взаимная спектральная плотность* $f_{ab}(\lambda)$ *непрерывна в точке* $\lambda \in \Pi$*, ограничена на* Π*,то*

$$\lim_{T\to\infty} MI_{ab}^{T}(\lambda) = f_{ab}(\lambda),$$

где $\lambda \in \Pi,\ a,b = \overline{1,r}$.

Теорема 3. *Для любых точек* $\lambda_1, \lambda_2 \in \Pi$ *ковариация модифицированной периодограммы (1) имеет вид*

$$\begin{aligned}
\operatorname{cov}\{I_{a_1b_1}^{T}(\lambda_1), I_{a_2b_2}^{T}(\lambda_2)\} &= 2\pi\left[\sum_{t=0}^{T-1} h_T^2(t)\right]^{-2}\sum_{t=0}^{T-1} h_T^4(t)\times \\
&\times\iiint_{\Pi^3} f_{a_1b_1a_2b_2}(\mu_1+\lambda_1, \mu_2-\lambda_1, \mu_3-\lambda_2)\Phi_T(\mu_1,\mu_2,\mu_3)d\mu_1 d\mu_2 d\mu_3 + \\
&+\int_{\Pi} f_{a_1a_2}(v)\Phi_T(v-\lambda_1, v-\lambda_2)dv\int_{\Pi} f_{b_1b_2}(\mu)\Phi_T(\mu+\lambda_1,\mu+\lambda_2)d\mu + \\
&+\int_{\Pi} f_{a_1b_2}(v)\Phi_T(v-\lambda_1, v+\lambda_2)dv\int_{\Pi} f_{b_1a_2}(\mu)\Phi_T(\mu+\lambda_1,\mu-\lambda_2)d\mu,
\end{aligned}$$

где $f_{abab}(\mu_1,\mu_2,\mu_3)$ – *семиинвариантная спектральная плотность четвертого порядка,* $\mu_i \in \Pi,\ i=1,2,3,\ a_1,b_1,a_2,b_2 = \overline{1,r}$

$$\Phi_T(\mu_1,\mu_2,\mu_3) = \left[(2\pi)^3\sum_{t=0}^{T-1} h_T^4(t)\right]^{-1} \varphi_T(\mu_1)\varphi_T(\mu_2)\varphi_T(\mu_3)\overline{\varphi_T(\mu_1+\mu_2+\mu_3)}, \tag{2}$$

$$\Phi_T(x,y) = \left[2\pi\sum_{t=0}^{T-1} h_T^2(t)\right]^{-1} \varphi_T(x)\overline{\varphi_T(y)}, \tag{3}$$

$$\varphi_T(x) = \sum_{t=0}^{T-1} h_T(t)e^{ixt}. \tag{4}$$

Теорема 4. *Для любого* $\lambda, \lambda \in \Pi$*, дисперсия модифицированной периодограммы (1) имеет вид*

$$\begin{aligned}
DI_{ab}^{T}(\lambda) = 2\pi\left[\sum_{t=0}^{T-1} h_T^2(t)\right]^{-2}\sum_{t=0}^{T-1} h_T^4(t)\times&\iiint_{\Pi^3} f_{abab}(\mu_1+\lambda,\mu_2+\lambda,\mu_3+\lambda)\Phi_T(\mu_1,\mu_2,\mu_3)d\mu_1 d\mu_2 d\mu_3 + \\
&+\int_{\Pi} f_{aa}(v)\Phi_T(v-\lambda, v-\lambda)dv\int_{\Pi} f_{bb}(\mu)\Phi_T(\mu+\lambda,\mu+\lambda)d\mu + \\
&+\int_{\Pi} f_{ab}(v)\Phi_T(v-\lambda, v-\lambda)dv\int_{\Pi} f_{ba}(\mu)\Phi_T(\mu+\lambda,\mu+\lambda)d\mu,
\end{aligned}$$

где $f_{abab}(\mu_1,\mu_2,\mu_3)$ *– семиинвариантная спектральная плотность четвертого порядка,* $\mu_i \in \Pi, i=1,2,3,$ *а функции* $\Phi_T(x,y)$, $\varphi_T(x)$, $\Phi_T(\mu_1,\mu_2,\mu_3)$ *задаются соответственно равенствами (3), (4), (2).*

Теорема 5. *Если семиинвариантная спектральная плотность четвертого порядка ограничена, выполнены условия теоремы 3 и*

$$\iiint_{\Pi^3} |\Phi_T(\mu_1,\mu_2,\mu_3)| d\mu_1 d\mu_2 \mu_3 \le D < \infty,$$

то для $\lambda_1 \pm \lambda_2 \ne 0 (\mathrm{mod}\, 2\pi)$

$$\lim_{T\to\infty} \mathrm{cov}\{I^T_{a_1b_1}(\lambda_1), I^T_{a_2b_2}(\lambda_2)\} = 0.$$

Список цитированных источников

1. Труш, Н.Н. Асимптотические методы статистического анализа временных рядов / Н.Н. Труш. – Мн.: БГУ, 1999. – 218 с.

УДК 518.948

НЕЛОКАЛЬНЫЙ ВАРИАНТ ГРАДИЕНТНОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ С НЕДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫМ ОПЕРАТОРОМ

Ступкин А.А., Харитонюк А.А.

УО «Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина», г. Брест

Научный руководитель – Мадорский В.М. к. ф.- м. н., доцент

Пусть необходимо решить уравнение

$$F(x) = f(x) + g(x) = 0, \quad f \in C^2_D,\ g \in C_D. \tag{1}$$

Для решения уравнения (1) применим следующую итерационную процедуру:

Шаг 1. Последовательное приближения находятся по формуле

$$x_{k+1} = x_k - \beta_k \frac{\overline{f'}(x_k) f(x_k)(\|f(x_k)\|^2 + \beta_{k-1}\|g(x_k)\|^2)}{\left\|\overline{f'}(x_k) f(x_k)\right\|^2} \tag{2}$$

Шаг 2. Если $\|f(x_k) + g(x_k)\| < \varepsilon$, то приближенное решение уравнения (1) найдено, иначе пересчитывается шаговая длина по формуле

$$\beta_{k+1} = min\left\{1, \frac{\beta_k(\|f(x_k)\|^2 + \beta_{k-1}\|g(x_k)\|^2)}{\|f(x_{k+1})\|^2 + \beta_k\|g(x_{k+1})\|^2}\right\},\ \beta_0, \beta_{-1}, \in [10^{-3}, 10^{-1}], \tag{3}$$

и переходим на шаг 1.

Относительно операторов f и g полагаем, что имеют место соотношения:

$$\|f''(x)\| \le K,\ \|\beta_n g(x_{n+1}) - \beta_{n-1} g(x_n)\| \le \beta_n L \|x_{n+1} - x_n\|.$$

Теорема.

Пусть в интересующей нас области D существует решение уравнения (1). Тогда при выполнении перечисленных выше условий, накладываемых на операторы f *и* g, если начальное приближение x_0 и шаговая длина β_0 таковы, что выполняется соотношение $\varepsilon_0 = (KB^2 + LB)\beta_0 f(x_0) < 1$, итерационный процесс (2)-(3) со сверхлинейной (локально с квадратичной) скоростью сходится к решению уравнения (1).

Доказательство теоремы вполне аналогично тому, как это проводится в работе [2].