2) последовательные приближения (2) определены для всех $n = 0, 1, \ldots$, принадлежат шару $\overline{B(x_0, t_*)}$ и сходятся к x_*;

3) для всех $n = 0, 1, \ldots$ справедливы оценки

$$\left\| x_{n+1} - x_n \right\| \le t_{n+1} - t_n,$$
$$\left\| x_* - x_n \right\| \le t_* - t_n,$$

где последовательность $\{t_n\}$ определена по правилу (5), монотонно возрастает и сходится к t_*.

Список цитированных источников

1. Galperin, A. Newton's method under a weak smoothness assumption / A. Galperin, Z. Waksman // J. Comp. Appl. Math. – 1991. – Vol. 35. – P. 207–215.
2. Galperin, A. Regular smoothness and Newton's method / A. Galperin, Z. Waksman // Numer. Funct. Anal. and Optimiz. – 1994. – Vol. 15, № 7&8. – P. 813–858.
3. Канторович, Л.В. Функциональный анализ в нормированных пространствах / Л.В. Канторович, Г.П. Акилов. – М.: Физматгиз, 1959. – 684 с.

УДК 517.977

К ВОПРОСУ УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМИ АВТОНОМНЫМИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫМИ СИСТЕМАМИ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА

Урбан О.И.

УО «Гродненский государственный университет им. Я. Купалы», г. Гродно

Научный руководитель – Хартовский В.Е., к. ф.- м. н., доцент

Системы с запаздыванием, в смысле их полной управляемости, начали изучаться Н.Н. Красовским в 60-х годах прошлого века, а затем активно исследовались многими математиками. Параллельно начали развиваться методы управления системами неполного ранга (не обладающие свойством полной управляемости). Настоящее исследование представляет собой изучение возможности построения управляющего воздействия для систем нейтрального типа неполного ранга в случае достаточно широкого класса начальных состояний.

Рассмотрим линейную автономную дифференциально-разностную систему нейтрального типа, которую назовем системой Σ:

$$\dot{x}(t) = D\dot{x}(t-h) + Ax(t) + A_1 x(t-h) + Bu(t) + B_1 u(t-h),\ t \ge 0, \tag{1}$$

$$x(t) = \eta(t),\ t \in [-h, 0],\ u(t) \equiv 0,\ t < 0, \tag{2}$$

где $x - n$ – вектор-столбец решения уравнения (1), $u - r$ – вектор-столбец кусочно-непрерывного воздействия. $D,\ A,\ A_1,\ B,\ B_1$ – постоянные матрицы соответствующих размеров, $h > 0$ – постоянное запаздывание.

Функцию $\eta(t)$ в (2) будем называть начальной функцией и считать, что $\eta \in D(H,\ \text{Ў}^n)$, где $D(H,\ \text{Ў}^n)$ – банахово пространство абсолютно непрерывных функций, определенных на H и со значениями в пространстве n-векторов Ў^n.

Определение 1. Начальную функцию η в (2) назовем управляемой, если для любого натурального числа θ (включая $\theta = +\infty$) существует момент времени $t_1 > 0$ и управление $u(t),\ t \in [0,\ t_1 + \theta h]$, обеспечивающее

$$x(t) \equiv 0,\ t \in [t_1,\ t_1 + \theta h]. \tag{3}$$

Если управляемы все начальные функции η, то систему Σ назовем управляемой.

Обозначим $W(\lambda) = \lambda(E - De^{-\lambda h}) - (A + A_1 e^{-\lambda h})$, $\tilde{B}(\lambda) = B + B_1 e^{-\lambda h}$,
$B_D = \left[(DB + B_1),\ D(DB + B_1),\ ...,\ D^{n-1}(BD + B_1)\right]$.

Рассмотрим последовательность векторов $\left\{g^k\right\}_{k=0}^{k=+\infty}$, определяемых дискретным уравнением $Bg^{k+1} + B_1 g^k = 0$, $k = 0,\ 1,\ ...,$ начальный вектор g^0 считаем заданным. Обозначим через T матрицу подходящего размера, составленную из максимального числа линейно независимых начальных векторов ${}^i g^0$, для которых указанное выше дискретное уравнение имеет решение $g^k,\ k = 0,\ 1,\ ...$ [1].

Для системы нейтрального типа Σ в работе [1] был получен следующий критерий управляемости.

Теорема 1. Для того чтобы система Σ была управляемой, необходимо и достаточно, чтобы одновременно выполнялось два условия:

$$\operatorname{rank}\left[W(\lambda),\ \tilde{B}(\lambda),\ BT\right] = n \ \ \forall \lambda \in \mathrm{J}\ , \tag{4}$$

$$\operatorname{rank}\left[B_D,\ BT\right] = \operatorname{rank}\left[B_D,\ BT,\ D^n\right]. \tag{5}$$

В данной работе рассматривается случай, когда система Σ не является управляемой, а именно, нарушается условие (5). Цель работы – получить более слабые условия, при которых класс управляемых начальных состояний остается достаточно широким.

Управляемость начального состояния (2) определяется [1, 2] набором данных $\eta^s = (\eta(0) - D\eta(-h),\ \eta(\tau),\ \tau \in H)$. Рассмотрим этот набор как элемент гильбертова пространства $M_2^n = \text{Ÿ}^n \times L_2(H,\ \text{Ÿ}^n)$, $L_2(\cdot)$ – стандартное пространство суммируемых в квадрате функций.

Определение 2 [2]**.** Набор данных $x_t^s = (x_t(0) - Dx_t(-h),\ x(\tau),\ \tau \in H)$ назовем s-состоянием системы Σ в момент времени t, где $x_t(\tau) = x(t + \tau),\ \tau \in H.$

Основной результат сформулируем в виде утверждения.

Теорема 2. Для того, чтобы множество всех управляемых начальных функций η в (2) порождало всюду плотное множество s-состояний в пространстве M_2^n, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие:

$$\operatorname{rank}\left[W(\lambda),\ \tilde{B}(\lambda),\ BT\right] = n,\ \forall \lambda \in \mathrm{J}\ . \tag{6}$$

Список цитированных источников

1. Хартовский, В.Е. К вопросу управления линейными системами нейтрального типа / В.Е. Хартовский // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2010. – №4. – С. 68-75.

2. Метельский, А.В. Почти полная управляемость линейных автономных дифференциально-разностных систем нейтрального типа / А.В. Метельский, С.А. Минюк // Дифференц. уравнения. Т. 44. 2008. – №11. – С. 1544-1555.