

УДК 519.85 (075.4)

РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ В СОВРЕМЕННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПАКЕТАХ

Федченко Т.В.

УО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк
 Научный руководитель – Чеснокова О.В, ст. преп. кафедры ВМиП ДонНТУ

Решение реальных дифференциальных уравнений и систем представляет собой довольно сложную математическую задачу. Существуют уравнения (системы уравнений), для которых нельзя найти точное решение. Но даже для уравнений с известным аналитическим решением очень часто необходимо вычислить числовое значение в определённых точках. Поэтому при решении дифференциальных уравнений и систем широко используются математические пакеты. Рассмотрим возможности таких программ, как MatLab, Scilab и Octave на примере решения дифференциального уравнения [3]

$$y'(x) = 6y - 13x^3 - 22x^2 + 17x + \sin(x), y(0) = 2 \quad (1)$$

и системы [1]

$$\begin{cases} x' = \cos(x + 2y), \\ y' = \sin(3x - 4y), \\ x(0) = 2, y(0) = 1. \end{cases} \quad (2)$$

Для решения дифференциальных уравнений и систем в MatLab [1] предусмотрены следующие функции: ode45(f, interval, X0 [, options]), ode23(f, interval, X0 [, options]), ode113(f, interval, X0 [, options]), ode15s(f, interval, X0 [, options]), ode23s(f, interval, X0 [, options]), ode23t(f, interval, X0 [, options]) и ode23tb(f, interval, X0 [, options]). Входными параметрами этих функций являются: f – вектор-функция для вычисления правой части уравнения $x' = f(x, t)$ или системы уравнений $\frac{d\bar{x}}{dt} = \bar{f}(t, \bar{x})$; interval – массив из двух

чисел, определяющий интервал интегрирования дифференциального уравнения или системы; X0 – вектор начальных условий системы дифференциальных систем; options – параметры управления ходом решения дифференциального уравнения или системы. Все функции возвращают: массив T – координаты узлов сетки, в которых определяется решение; матрицу X, i-й столбец которой является значением вектор-функции решения в узле T_i.

В функции ode45 реализован метод Рунге-Кутты 4–5 порядка точности, в функции ode23 также реализован метод Рунге-Кутты, но второго-третьего порядка, функция ode113 реализует метод Адамса.

Далее приведены примеры применения функции ode45.

%Решение дифференциального уравнения (1).

```
function y=A(t,x)
```

```
y=6*x-13*t^3-22*t^2+17*t-11+sin(t);
```

```
end
```

```
x0=[2]; interval=[0 0.5]; [T,X]=ode45(@A,interval,x0); plot(T,X,'-g'); grid on;
```

%Решение системы дифференциальных уравнений (2).

```
function y=t1(t,x)
```

```

y=[cos(x(1)+2*x(2));sin(3*x(1)-4*x(2))];
end
x0=[2;1]; interval=[0 5]; [T,X]=ode45(@t1,interval,x0); plot(T,X); grid on;

```

Наиболее часто используемыми в Octave функциями для решения дифференциальных уравнений являются [3]: `ode23(@f, interval, X0, options)`, `ode45(@f, interval, X0, options)` – функции решений обыкновенных нежёстких дифференциальных уравнений (или систем) методом Рунге-Кутты 2-3-го и 4-5-го порядка точности соответственно; `ode5r(f, interval, X0, options)`, `ode2r(f, interval, X0, options)` – функции решений обыкновенных жёстких дифференциальных уравнений (или систем). Входные и выходные параметры этих функций такие же, как и в MatLab. Параметр управления ходом решения дифференциального уравнения задается функцией `odeset`.

Пример использования функции `ode45`:

```

%Решение дифференциального уравнения (1).
function y=g(t,x)
y=6*x-13*t^3-22*t^2+17*t-11+sin(t);
end
par=odeset ("RelTol", 1e-5, "AbsTol", 1e-5, 'InitialStep', 0.025, 'MaxStep', 0.1);
[X45,Y45]=ode45(@g,[0 0.5],2,par);
plot(X45,Y45,'*b'); grid on;

%Решение системы дифференциальных уравнений (2).
function dx=syst2(t,x)
dx=zeros(2,1);dx(1)=cos(x(1)+2*x(2));dx(2)=sin(3*x(1)-4*x(2));
end
par=odeset ("RelTol", 1e-5, "AbsTol", 1e-5, 'InitialStep', 0.025, 'MaxStep', 0.1);
[X45,Y45]=ode45(@syst2,[0 5],[2;1],par); plot(X45,Y45); grid on;

```

График решения системы дифференциальных уравнений (2), найденного в Octave, представлен на рис. 1.

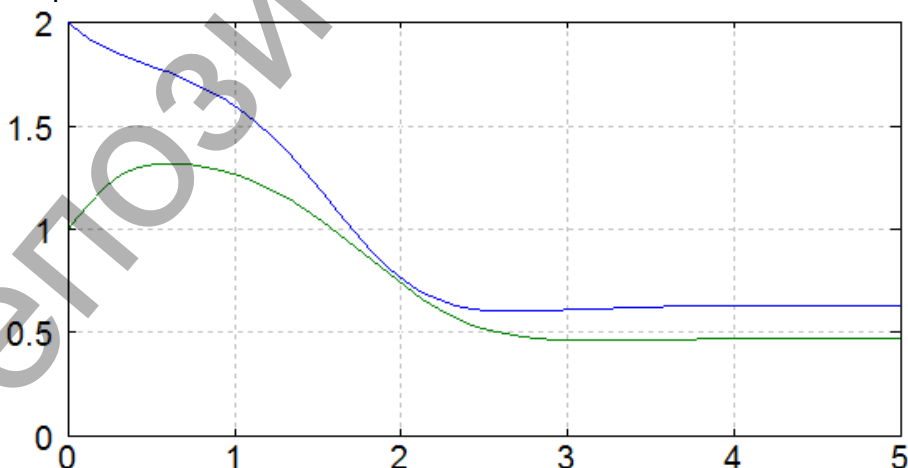


Рисунок 1 – Графическое решение системы дифференциальных уравнений (2)

В *Scilab* [2] для решения дифференциальных уравнений и систем предусмотрен достаточно мощный и универсальный инструмент, функция

$$\text{ode}([\text{type}], y_0, t_0, t [, \text{rtol} [, \text{atol}]], f [, \text{jac}] [, w, iw]),$$

где параметр `type` позволяет выбирать метод решения дифференциального уравнения или системы.

Далее приведены примеры решения дифференциального уравнения (1) и системы методом Рунге-Кутты четвертого порядка в Scilab.

```
%Решение дифференциального уравнения (1).
function y=f(t,x)
y=6*x-13*t^3-22*t^2+17*t-11+sin(t);
endfunction;
x0=2; t0=0; t=0:0.05:0.5; y=ode('rk', x0, t0, t, f); plot(t,y,'g'); xgrid();

%Решение системы дифференциальных уравнений (2).
function dx=syst2(t,x)
dx=zeros(2,1); dx(1)=cos(x(1)+2*x(2)); dx(2)=sin(3*x(1)-4*x(2));
endfunction
x0=[2;1];t0=0;t=0:0.01:5; y=ode('rk',x0,t0,t,syst2); plot(t,y); xgrid()
```

Все рассмотренные пакеты достаточно точно решают дифференциальные уравнение и системы с помощью встроенных функций. Кроме того, пакеты оснащены мощным языком программирования, который дает возможность пользователю самостоятельно запрограммировать любой алгоритм решения дифференциального уравнения или системы.

Опыт решения дифференциальных уравнений и систем в *Scilab* и *Octave* показывает, что эти пакеты можно рассматривать, как серьёзную альтернативу проприетарному пакету *MatLab*. Так, в *Octave*, кроме рассмотренных стандартных функций решения дифференциальных уравнений общего типа, входящих в состав ядра пакета, содержится специализированный модуль расширения *odepkg*, в котором представлено огромное количество специальных функций, предназначенных для решения дифференциальных уравнений различного вида. С другой стороны, наличие в *Scilab* одной функции для решения дифференциальных уравнений и систем позволяет быстро освоить пакет и использовать его для решения конкретных научных и инженерных задач.

Список цитированных источников

1. Алексеев, Е.Р. Решение задач вычислительной математики в пакетах MathCad 12, MATLAB 7, Maple 9. Самоучитель / Е.Р. Алексеев, О.В. Чеснокова. – М.: ИТ Пресс, 2005. – 496 с.
2. Алексеев, Е.Р. Решение инженерных и математических задач в пакете Scilab / Е.Р. Алексеев, Е.А. Чеснокова, Е.А. Рудченко. – М.: ALT Linux, 2008. – 257 с.
3. Алексеев, Е.Р. Черновик книги "GNU OCTAVE для преподавателя и студента" / Е.Р. Алексеев, О.В. Чеснокова. – URL: <http://gnu-octave.narod2.ru> – Дата доступа: 08.08.2011.

УДК 517.977

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ СТАБИЛИЗАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ ПО КАЛМАНУ

Хомицкая Т.Г.

УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест

Рассматривается неустойчивая динамическая система

$$\dot{x} = Ax, \quad (1)$$

где $x = x(t)$ – n -вектор состояния системы в момент времени t , $t \geq 0$, $A \in R^{n \times n}$ – постоянная матрица.