

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С ДИНАМИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ ПРИ ИХ РАБОТЕ

**Введение.** Величины динамических нагрузок, возникающих при работе зубчатых передач, зависят от многих факторов, среди которых можно выделить погрешности основных шагов зубчатых колес, деформации зубьев, валов, опор и других элементов передачи, движения неуравновешенных масс колес и упруго связанных с ними элементов, погрешности монтажа и т.д. Совместное рассмотрение всех этих обстоятельств сопряжено со значительными трудностями, как при решении поставленной задачи, так и в использовании полученных результатов.

Анализ работ, посвященных проблеме возбуждения вибрации в цилиндрических зубчатых передачах, позволяет выделить такие основные модели вибровозбуждения в зубчатом зацеплении [1]:

- параметрического возбуждения;
- одиночного удара зубчатых колес (ударная модель);
- одиночного кромочного взаимодействия зубьев (кромочная модель);
- кинематического возбуждения;
- виброударных колебаний;
- обобщенная модель.

Наиболее часто в инженерных расчетах используется ударная модель. В соответствии с ней, основной причиной возникновения динамических нагрузок и виброакустических явлений при работе зубчатых передач в ударной концепции являются удары в процессе пересопряжения зубьев. Этому имеется большое множество подтверждений в литературе, которые, в общем, сводятся к следующему заключению: динамические и виброакустические явления взаимосвязаны между собой и являются следствием внутренних возмущений в системе, в первую очередь ударных явлений [2, 3, 4, 5, 6, 7 и др.]. Поскольку при непрерывно меняющихся нагрузках невозможно избежать динамических явлений, необходимо использовать дополнительные мероприятия, не связанные с обеспечением точности пересопряжения зубьев и плавности работы передач (конструктивные изменения элементов привода, подбор оптимальных массо-жесткостных параметров, демпфирование и другие методы). Расчет динамических нагрузок, возникающих в зубчатых зацеплениях, чрезвычайно сложен и проводится, как правило, на основе усредненных среднестатистических исходных данных (значений массо-жесткостных и геометрических параметров, скорости) [4, 5, 6]. Установление точных исходных данных при расчете динамических нагрузок в каждом конкретном случае проблематично, поэтому результаты расчетов могут находиться в довольно широких пределах. Исходные зависимости для практических расчетов, отражающих в большей степени качественную сторону процесса, строятся главным образом, на упрощенных моделях. Прямая экспериментальная оценка динамических нагрузок, несмотря на ее высокую информативность, является весьма трудоемкой, что не позволяет ее использовать в условиях эксплуатации.

### 1. Оценка динамических нагрузок при зацеплении зубьев.

Исследования показали, что максимальные значения динамических нагрузок вполне достоверно определяются из теории удара [4, 5, 6]. Расчет динамической нагрузки сводится к определению силы удара и определяется исходя из скорости удара при представлении зубчатой передачи в виде двухмассовой модели (рисунок 1), а сила удара определяется из совместного рассмотрения закона сохранения кинетической энергии и закона количества движения, из которых можно определить силу удара [5]:

$$\frac{m_1^{np} v_1^2}{2} + \frac{m_2^{np} v_2^2}{2} - \frac{(m_1^{np} + m_2^{np}) v_{\Sigma}^2}{2} = \frac{U^2}{2c} \quad (1)$$

и закона количества движения

$$m_1^{np} v_1 + m_2^{np} v_2 = (m_1^{np} + m_2^{np}) v_{\Sigma}, \quad (2)$$

где  $v_1$  и  $v_2$  – скорости колес в направлении общей нормали к профилям в момент перед ударом;

$v_{y\partial} = v_1 - v_2$  – скорость соударения;

$v_{\Sigma}$  – общая скорость при максимальном сжатии зубьев;

$c$  – жесткость пары зубьев;

$m_1^{np}$  и  $m_2^{np}$  – приведенные массы шестерни и колеса.

Совместное решение приведенных уравнений позволяет определить силу удара как:

$$U = v_{y\partial} \sqrt{cm}, \quad (3)$$

где  $m = \frac{m_1^{np} m_2^{np}}{m_1^{np} + m_2^{np}}$  – удельная эффективная масса зубчатых колес.

Участие в зацеплении в начале удара неударяющейся пары зубьев, а также упругость валов несколько ослабляют силу удара, что учитывается коэффициентом ослабления силы удара  $\Psi$ :

$$U = \Psi v_{y\partial} \sqrt{cm}. \quad (4)$$

Анализ основных положений теории удара позволил констатировать, что важнейшим параметром, определяющим силу удара, а значит и динамическую нагрузку в зацеплении, является скорость соударения. В связи с этим задача оценки динамических нагрузок в передаче может вполне обоснованно сводиться к определению фактической скорости соударения зубьев. На основе этого выдвинуто предложение, что скорость удара, как характеристика движения колес передачи, может быть достоверно определена экспериментально.

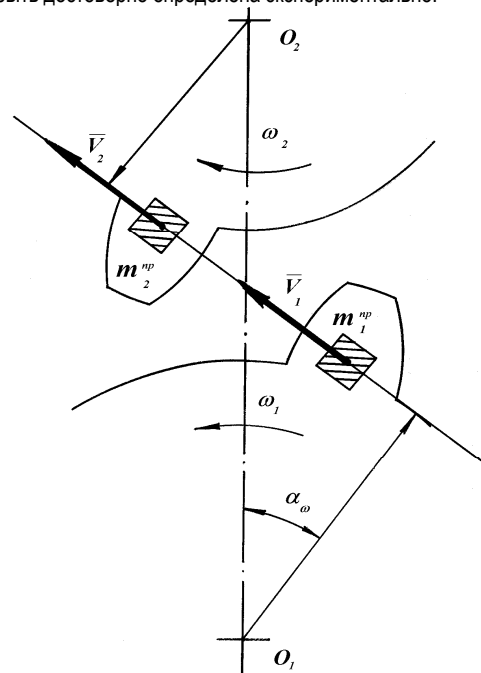


Рис. 1. Динамическая модель зубчатой передачи

Аналитически скорость соударения зубьев определяется из условия ее пропорциональности угловой скорости колес и плечу вектора скорости соударения относительно полюса зацепления. Это плечо в свою очередь пропорционально смещению точки контакта зубьев от линии зацепления.

Для определения скорости ударов зубьев в литературе предлагается несколько подходов [4, 5 и др.], в том числе и инженерных, на основе рассмотрения геометрических параметров зацепления при наличии погрешности шага. Однако все они содержат целый ряд допущений. Вместе с тем отказ от принятия многих из них сильно усложняет вычисления, что затрудняет их практическое использование. Учитывая, что угловые колебания в виде кинематической погрешности и ударные явления при работе передач по своей сути являются результатом ошибочных движений звеньев, актуальной представляется задача поиска взаимосвязи между этими параметрами, в том числе и количественной.

В имеющихся в настоящее время литературных сведениях присутствует информация о качественной взаимосвязи кинематических параметров и ударных явлений при пересопряжении зубьев. В работе [8] проведено описательное исследование погрешности шага зацепления на движение колеса зубчатой передачи с помощью картин приращения его окружной скорости, что позволяет уменьшить число допущений при рассмотрении зацепления двух колес. Данный метод также позволяет констатировать наличие зон контакта: кромочного на входе или выходе в зависимости от «знака» суммарной погрешности шага и эвольвентного и доказывает возможность определения скорости удара при пересопряжении зубьев по данным кинематического контроля.

Принимая во внимание существующую взаимосвязь кинематических характеристик зубчатых передач с геометрическими, а также последней с виброакустическими и динамическими параметрами, представляется актуальным установление количественных характеристик данной взаимосвязи, что позволит значительно расширить возможности кинематического контроля и является предметом проводимых исследований.

**2. Исследование проявления ударных явлений при работе зубчатых передач в кинематических характеристиках.** В ходе проведенных исследований доказано, что представление о скорости удара зубьев вследствие погрешностей в зацеплении можно получить при рассмотрении зубьев в относительном движении, когда скорость ведущего колеса является постоянной, а ведомого переменной [9], т.е. располагая законом кинематической погрешности.

Возникновение избыточного перемещения  $\Delta X$  приводит к изменению скорости контактной точки профиля этого же зуба по сравнению с теоретической.

Значения  $\Delta X$  в моменты пересопряжения впереди и сзади идущих зубьев определяют величины избыточных скоростей по линии зацепления, разность которых обуславливает возникновение удара со скоростью:

$$v_{y\partial} = v_{\partial}^{\prime} - v_{\partial}^{\prime\prime} = \frac{d(\Delta x^{\prime})}{dt} - \frac{d(\Delta x^{\prime\prime})}{dt}, \quad (5)$$

где  $v_{\partial}^{\prime}$  – фактическая скорость контактной точки профиля ведущего зуба в момент пересопряжения впереди и сзади идущих пар;

$v_{\partial}^{\prime\prime}$  – фактическая скорость контактной точки профиля ведомого зуба в момент пересопряжения впереди и сзади идущих пар.

Перейдя к дифференцированию по  $d\varphi_1$ , пропорциональному  $dt$ , получена зависимость:

$$v_{y\partial} = \omega_1 r_{o2} \left( \frac{d(\Delta\varphi^{\prime})}{d\varphi_1} - \frac{d(\Delta\varphi^{\prime\prime})}{d\varphi_1} \right) = \omega_1 r_{o2} (\Delta\omega^{\prime} - \Delta\omega^{\prime\prime}), \quad (6)$$

где  $\omega_1$  – угловая скорость шестерни;

$r_{o2}$  – радиус основной окружности ведомого колеса;

$\Delta\omega^{\prime} = \frac{d(\Delta\varphi^{\prime})}{d\varphi_1}$  – величина, пропорциональная отклонению скорости контактной точки по линии зацепления при входе в зацепление

сзади идущей пары зубьев;

$\Delta\omega^{\prime\prime} = \frac{d(\Delta\varphi^{\prime\prime})}{d\varphi_1}$  – величина, пропорциональная отклонению

скорости контактной точки по линии зацепления при выходе из зацепления впереди идущей пары зубьев.

В точке, соответствующей моменту удара, возникает разрыв функции кинематической погрешности, поэтому в данной точке она не дифференцируется. Однако наличие разрыва функции не является основанием того, что следует отказаться от дифференцирования кинематической погрешности вообще, т.к. на величине углового шага функция непрерывна и дифференцируема. Величина разности производных в точках входа зуба в зацепление и выхода из него имеет чрезвычайно важное практическое значение, т.к. характеризует скорость удара зубьев. В выражении (6)  $\Delta\omega^{\prime}$  определяет скорость точки контакта ведущего зуба по линии зацепления в момент соударения, а  $\Delta\omega^{\prime\prime}$  – ведомого зуба. Формула (6) показывает, что скорость удара при пересопряжении зубьев может быть определена как разность производных от  $\Delta\varphi(\varphi_1)$  в точке разрыва, соответствующей моменту пересопряжения профилей при ударе, при приближении к ней слева и справа, умноженная на известные значения  $\omega_1$  и  $r_{o2}$ .

Таким образом, зная закон изменения кинематической погрешности при каждом значении угла поворота зуба на величине углового шага, можно вычислить величину скорости соударения зубьев при входе их в зацепление. Это позволяет производить оценку ударных взаимодействий зубьев ведущего и ведомого колеса независимо от вида имеющихся погрешностей.

Оценка плавности по удару целесообразна в том случае, когда имеет место мгновенное изменение скорости в момент входа в зацепление пары зубьев, существенно превышающее амплитуды колебаний на других участках фазы пересопряжения, поскольку предполагаемые динамические нагрузки будут определяться в данном случае именно ударными процессами.

В качестве примера на рисунке 2 представлены графики угловой скорости за один оборот колеса, в ходе исследования зубчатых колес с различными погрешностями, нарушающими плавность работы. На графике отчетливо видны периоды работы каждой пары зубьев, характеризующиеся изменением скорости в момент входа в зацепление каждой пары зубьев. Размах зубцовой составляющей угловой скорости, как видно из рисунка, формируется на малом начальном участке фазы зацепления, т.е. в момент входа зубьев в зацепление. Этот размах, в соответствии с (6) будет представлять собой величину, пропорциональную скорости удара зубьев, который предлагается считать критерием оценки плавности и назвать относительной скоростью удара  $X$ . Действительная величина скорости удара  $v_{y\partial}$  может быть полу-

чена умножением  $X$  на одинаковые для всех пар  $\omega_1$ ,  $r_{o2}$  и коэффициент пропорциональности  $k$ , учитывающий, что дифференцирование проводилось по углу  $d\varphi = 2\pi/N$ :

$$v_{y\partial} = k\omega_1 r_{o2} X, \quad (7)$$

$$k = 1296000/N,$$

где 1296000 – количество угловых секунд на угле  $2\pi$ ,

$\omega_1$  – угловая скорость шестерни,

$r_{o2}$  – радиус основной окружности колеса,

$N$  – число отсчетов датчика за один оборот исследуемого колеса.

Реализованная путем дифференцирования кинематической погрешности функция разработанных аппаратно-программных средств [10] позволяет осуществить нахождение мест на участках профиля с наибольшими величинами не только кинематической погрешности, но и угловой скорости и ускорений и по результатам ее применения производить ввод возможных корректировок профиля.

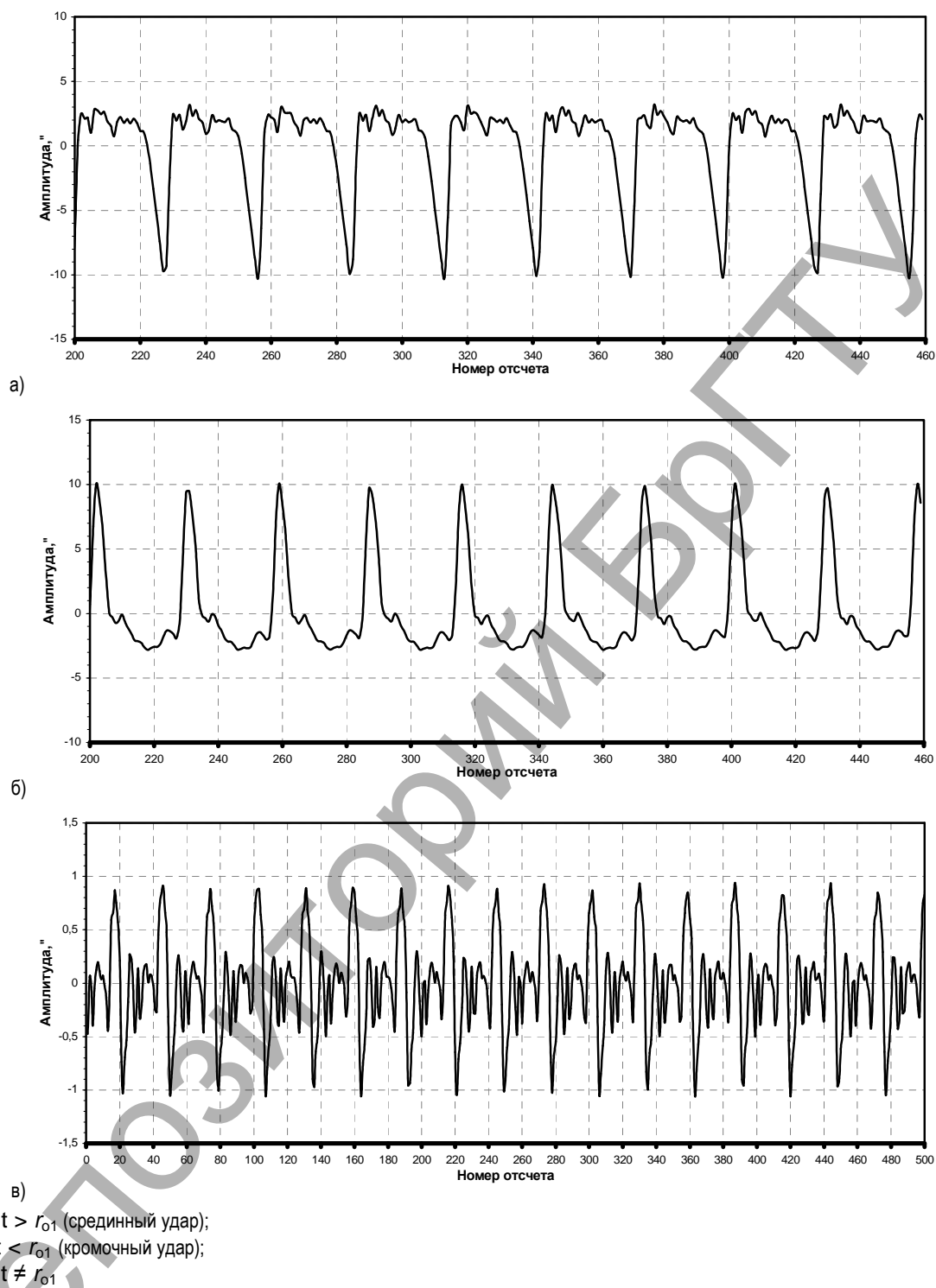


Рис. 2. Графики зубцовой и кратных составляющих угловой скорости

**3. Результаты экспериментальных исследований.** Поскольку скорость удара при входе зубьев в зацепление в соответствии с основными положениями теории удара определяет динамическую нагрузку, то, учитывая ее связь с вибрацией, исследовалось влияние скорости удара на вибрационные параметры, сопровождающие работу передачи. При этом характеристики зубчатых колес и передачи в целом, которые влияют на динамические нагрузки, такие как жесткости зацепления, валов и опор, массы элементов остаются для всех экспериментальных зубчатых пар неизменными, поэтому принимаем, что они не приводят к изменениям вибрационных характеристик.

В качестве объекта при проведении экспериментальной проверки результатов в стендовых условиях в ГНУ «Объединенный институт машиностроения» НАН Беларуси использовался трехвалный редуктор, на второй ступени которого устанавливались экспериментальные зубчатые колеса с модулем  $m = 2$  мм и шириной зубчатого венца  $b = 20$  мм, на которых (за исключением двух, принимаемых в качестве парных эталонных) моделировались исследуемые погрешности. По всем контролируемым параметрам (за исключением моделируемой погрешности) экспериментальные колеса соответствовали степени точности 6В, зубья закалены до твердости HRC 50...54. Исследование погрешностей производилось при установке в

Таблица 1. Показатель скорости удара зубьев и вибрации передач из экспериментальных зубчатых колес

№ n/n	Относительная скорость удара (X)	Уровень виброускорений, дБ	Уровень виброскорости, дБ
1	2,99	96,9	90,6
2	2,87	94,7	-
3	3,4	94,6	88,7
4	10,34	103,2	97,3
5	3,91	98,7	92,2
6	11,07	101,1	94,8
7	11,87	103,8	97,1
8	2,88	98,1	91,5
9	2,94	96,9	90,4
10	4,16	96,5	90,3
11	10,83	105,4	98,0
12	13,05	106,5	100,0
13	4,46	97,9	90,5
14	3,26	97,3	91,0
15	3,34	94,8	88,4
16	4,7	98,7	-

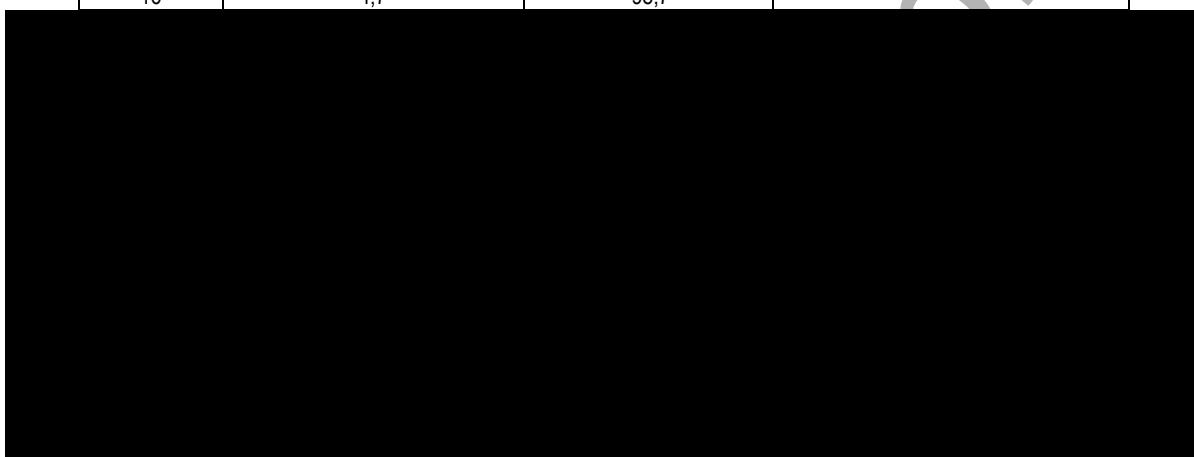


Рис. 3. Зависимость общих уровней виброускорений на подшипниковой опоре испытательной коробки от скорости удара зубьев



Рис. 4. Зависимость общих уровней виброскорости на подшипниковой опоре испытательной коробки от скорости удара зубьев

паре дефектного и эталонного колес. Моделируемые погрешности соответствовали степеням точности 8 и хуже, чтобы уменьшить влияние погрешностей парного колеса, которое должно быть точнее исследуемого как минимум на 2 степени. Исследуемые погрешности вносились в изготавливаемые колеса в ходе технологического процесса изготовления.

Получение и обработка кинематических и вибрационных характеристик производились с использованием аппаратно-программного комплекса ВИКМА-1, в качестве первичных преобразователей использовались фотоэлектрические преобразователи угловых перемещений ЛИР-158Б.000ПС1 и пьезоэлектрический акселерометр со встроенной электроникой АР-98 [10].

Для всей партии экспериментальных зубчатых колес производились замеры кинематических показателей в квазистатических условиях и вибрационных характеристик при  $n=1500 \text{ мин}^{-1}$  и  $T=120 \text{ Нм}$ , определение показателя относительной скорости удара зубьев X и полного набора вибрационных показателей. Для оценки взаимосвязи скорости удара и вибрационной активности полученные данные сведены в таблицу и представлены на графиках зависимости уровней виброскорости и виброускорений от скорости удара, обусловленной геометрическими погрешностями в ходе изготовления колес (рис. 3 и 4). Полученные на графиках точки аппроксимируются линейной зависимостью, обеспечивая величину коэффициента корреляции более 0,9. Наличие тесной связи между данными параметрами

ми позволяет предположить, что уровни виброскорости и виброускорений для данной передачи в точке измерения могут быть спрогнозированы с точностью 2–3 дБ по данным кинематического контроля.

Аналогичный анализ, проводимый для каждого конкретного зубчатого механизма, к которому предъявляются определенные требования по вибрации, может служить основой для выработки требований к уровню качества зубчатых колес по предлагаемому параметру, что позволит обеспечить уровень виброускорений и виброскорости ниже допустимых величин.

**Заключение.** Ударная модель в большом количестве случаев достаточно достоверно описывает возникновение динамических нагрузок в зубчатых передачах. При принятии ее за основу количественная оценка ударного взаимодействия зубьев может производиться на основе данных о кинематической погрешности, которая определяется геометрическими параметрами зубчатых колес, характеризует скорость удара зубьев в зубчатом зацеплении и уровень виброактивности передачи. Это дает возможность при разработке методов оценки и мониторинга технического состояния и улучшения виброакустических характеристик и повышения надежности зубчатых приводов повысить достоверность и объективность принятия решения.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Phong Dien Nguyen Beitrag zur Diagnostik der Verzahnungen in Getrieben mittels Zeit-Frequenz-Analyse / Dissertation TU Chemnitz, 2002.
2. Wittke, W. Eintrittsstoß und Kopfrücknahme an Stirnradverzahnungen Getriebeeigenschaften verbessern // Industrie-Anz. – 1991, В.113 – № 94. – С. 16–18.
3. Dragan, Alexander V. Kinematic Criteria of Smoothness of Work of Cylindrical Gear Wheels / Alexander V. Dragan, S. Andrew, Scorodov, Vera S. Alexandrova // Proceedings of the 11th World Congress in Mechanism and Machine Science, Tianjin university, 1–4 April 2004 / Edited by Tian Huang. – Tianjin (China), 2004. – Vol. 2. – P. 773–776.
4. Абрамов, Б.М. Колебания прямозубых зубчатых колес. – Харьков: Издательство Харьковского университета, 1968. – 175 с.
5. Петрусевич, А.И. Динамические нагрузки в зубчатых передачах с прямозубыми колесами / А.И. Петрусевич, М.Д. Генкин, В.К. Гринкевич – М.: Издательство Академии наук СССР, 1956. – 134 с.
6. Берестнев, О.В. Аналитические методы механики в динамике приводов / О.В. Берестнев, А.М. Гоман, Н.Н. Ишин – Мн.: Наука и техника, 1992. – 238 с.
7. Влияние основных погрешностей изготовления зубчатых колес на величину ударного импульса / Б.Г. Заверняев, А.Н. Чукарин, А.В. Тишина – Ростов-на-Дону: Ростовский институт с.х. машиностроения, 1992. – Деп. в ВИНТИ 19.11.92. – № 3288-В92 // РЖ: Машиностр. матер., констр. и расчет дет. маш. гидроприв. – 1993. – № 3. – 3.48.336ДЕП. – С. 41.
8. Гушин, В.Г. Прямозубая цилиндрическая передача с разнонаправленными отклонениями шага зацепления у зубчатых колес / В.Г. Гушин, Г.Н. Островский // Известия вузов. – Машиностроение, 1980. – № 11. – С. 54–58.
9. Гавриленко, В.А. Основы расчета точности эвольвентной зубчатой передачи. – М.: Машиностроение, 1969. – 431 с.
10. Драган, А.В. Новые аппаратно-программные средства для исследования и диагностики механических систем / А.В. Драган, И.П. Стецко, Д.А. Ромашко, Н.В. Левкович // Вестник Брестского государственного технического университета. – Машиностроение – 2006. – № 4. – С. 13–18.

Материал поступил в редакцию 02.11.11

#### DRAGAN A.V. Research of interrelation of geometrical and kinematic parameters of tooth gearings with dynamic processes at their work

In work the interrelation of shock processes in tooth gearings is investigated, defined according to angular fluctuations and a consequence of elementary errors, with the vibrations which are reflection of dynamic loadings in tooth gearings. Results have shown high enough reliability of the shock concept of occurrence of dynamic loadings in tooth gearings.

УДК 622.692.4.62-762

Голуб М.В., Голуб В.М.

## МЕХАНИЧЕСКАЯ ПРОЧНОСТЬ КОНТАКТНЫХ КОЛЕЦ ТОРЦОВЫХ УПЛОТНЕНИЙ ИЗ СИЛИЦИРОВАННОГО ГРАФИТА

**Введение.** С развитием современного машиностроения требования, предъявляемые к уплотнительным устройствам гидромашин, все время повышаются. Особое значение имеет узел уплотнения выхода вала гидромашин из корпуса.

Так, технологические условия перекачки нефти по магистральным нефтепроводам требуют обеспечить надежную и длительную работу уплотнений при высоких значениях давления и температуры перекачиваемой среды, частоте вращения ротора и вибрации насоса.

Естественно, справедливо мнение, что уровень достижений в области уплотнительной техники определяет качественный уровень развития гидромашиностроения.

Совершенствование современных насосов большой гидравлической мощности находится в первую очередь в зависимости от разработки конструкций и состояния уплотнений валов.

Узел уплотнения вала нефтяного насоса магистрального трубопровода является одним из ответственных элементов в системе надежности силового оборудования и в целом трубопроводного транспорта нефти.

В настоящее время герметизация выхода вала из корпуса нефтяного насоса осуществляется торцовыми уплотнениями типа "ТМ" и "УНИ".

Работа торцового уплотнения характеризуется режимом трения

его основного элемента – пары трения, смазка которой осуществляется перекачиваемой средой.

На работу торцового уплотнения оказывает существенное влияние режим перекачки нефти по магистральному трубопроводу. Причинами изменения режима перекачки нефти являются: увеличение числа перекачивающих станций на трубопроводе, подключение подкачки или сброс нефти на каком-либо участке трубопровода, аварийное или плановое отключение одной из промежуточных станций, остановка насосного агрегата с выводом его в ремонт и пуск резервного насоса, пуск новой станции, изменение положения рабочих органов задвижек и т.д.

Все это вызывает возмущение давления на насосных станциях, его пульсацию в камерах уплотнений.

Резкое повышение давления в камере уплотнения может вызвать заклинивание аксиально-подвижной втулки, полное раскрытие контактной пары или даже ее разрушение.

Исходя из допустимых рабочих давлений трубопроводов предусматривается работа одного, двух, трех последовательно соединенных насосов, при четвертом резервном.

В зависимости от количества подключенных насосов изменяется и давление в камерах торцовых уплотнений. В наиболее тяжелых услови-

Голуб Михаил Владимирович, д.т.н., профессор кафедры машиноведения Брестского государственного технического университета.

Голуб Владимир Михайлович, к.т.н., доцент кафедры машиноведения Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224023, г. Брест, ул. Московская, 267.