

7. Улицы Бреста рассказывают... / Л. Илларионова, Ю. Рубашевский, Н. Свинтилова, Т. Стасюк; под общ. ред. П.Н. Тишука. – Брест: ООО «РИА «Вечерний Брест», 2007. – 140 с., фотографии.

УДК 624.01

Джигило А.В.

Научный руководитель: к.т.н., доцент Игнатюк В.И.

### РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ СНЕГОВОЙ НАГРУЗКИ, РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПО КОСИНУСОИДАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ, НА ПОКРЫТИЯ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОЧЕРТАНИЯ

Рассматривается действие снеговой нагрузки на криволинейные поверхности покрытий, в частности на поверхности круговой цилиндрической формы, образованные, например, рядом расположенными сегментными деревянными фермами (рис. 1), верхний пояс которых изменяется по круговому закону.

Согласно СНиП [1] снеговая нагрузка на криволинейные покрытия в одном из нагружений изменяется по зависимости:

$$q_x = q^* \cos 1,8\varphi_x, \quad (1)$$

где  $\varphi_x$  – угол наклона касательной к поверхности покрытия (рис. 1);  $q^*$  – наибольшее значение нагрузки (при  $x = \ell/2$ ). Зависимость (1) справедлива для  $\varphi < 50^\circ$ .

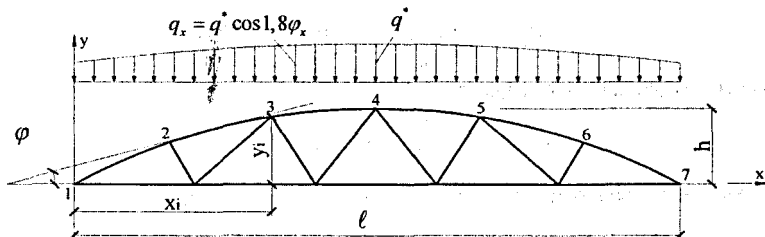


Рисунок 1 – Расчетная схема сегментной фермы

Угол наклона касательной к поверхности покрытия, изменяющегося по круговому закону, определяется зависимостью [2]

$$\varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{\ell}{2R} - \frac{x}{R}\right)^2}, \quad (2)$$

где  $R$  – радиус соответствующей окружности, вычисляемой по выражению

$$R = \frac{\ell^2 + 4h^2}{8h}; \quad (3)$$

$\ell$  и  $h$  – пролет и высота покрытия (рис. 1).

С учетом (2) изменение снеговой нагрузки для кругового покрытия будет характеризоваться выражением

$$q_x = q^* \cos \left( 1,8 \arccos \left( \frac{\ell}{2R} - \frac{x}{R} \right) \right) \quad (4)$$

БРЕСТСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА<sup>17</sup>

Равнодействующая такой нагрузки на произвольном участке ( $x_n \leq x \leq x_k$ ) определяется интегралом

$$R_q = \int_{x_n}^{x_k} q(x) dx = q^* \int_{x_n}^{x_k} \cos \left( 1,8 \arccos \sqrt{1 - \left( \frac{\ell - x}{2R} \right)^2} \right) q x,$$

Для удобства его вычисления введем замену

$$\frac{\ell - x}{2R} = \sin t,$$

в соответствии с которой получим

$$x = \frac{\ell}{2} - R \sin t; \quad dx = -R \cos t dt. \quad (5)$$

В результате выражение для равнодействующей (5) получим в виде

$$\begin{aligned} R_q &= -q^* R \int_{x_n}^{x_k} \cos \left( 1,8 \arccos \sqrt{1 - \sin^2 t} \right) \cos t dt = \\ &= -q^* R \int_{x_n}^{x_k} \cos [1,8 \arccos (\cos t)] \cos t dt = -q^* R \int_{x_n}^{x_k} \cos 1,8t \cos t dt. \end{aligned}$$

Применяя для произведения косинусов двух углов формулу [3]:

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)],$$

последнее выражение преобразуем к виду:

$$R_q = -\frac{1}{2} q^* R \int_{x_n}^{x_k} [\cos 2,8t + \cos 0,8t] dt.$$

Теперь интеграл легко вычисляется:

$$R_q = -\frac{1}{2} q^* R \left[ \frac{1}{2,8} \sin 2,8t + \frac{1}{0,8} \sin 0,8t \right]_{x_n}^{x_k}$$

Учитывая, что в соответствии с (5)  $t = \arcsin \left( \frac{\ell - x}{2R} \right)$ , получим выражение для равнодействующей снеговой нагрузки на произвольном участке в виде:

$$\begin{aligned} R_q &= -\frac{1}{2} q^* R \left\{ \frac{1}{2,8} \sin \left[ 2,8 \arcsin \left( \frac{\ell - x}{2R} \right) \right] + 1,25 \sin \left[ 0,8 \arcsin \left( \frac{\ell - x}{2R} \right) \right] \right\} \Big|_{x_n}^{x_k} = \\ &= -\frac{1}{2} q^* R \left\{ \frac{1}{2,8} \sin \left[ 2,8 \arcsin \left( \frac{\ell - x_k}{2R} \right) \right] - \frac{1}{2,8} \sin \left[ 2,8 \arcsin \left( \frac{\ell - x_n}{2R} \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + 1,25 \sin \left[ 0,8 \arcsin \left( \frac{\ell - x_k}{2R} \right) \right] - 1,25 \sin \left[ 0,8 \arcsin \left( \frac{\ell - x_n}{2R} \right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Приняв  $x_n = 0$ , а  $x_k = \ell$ , получим выражение для полной равнодействующей всей снеговой нагрузки рассматриваемого вида:

$$R_q^* = q^* R \left[ \frac{1}{2,8} \sin \left( 2,8 \arcsin \frac{\ell}{2R} \right) + 1,25 \sin \left( 0,8 \arcsin \frac{\ell}{2R} \right) \right].$$

При расчете покрытий, несущими конструкциями которых являются фермы (например, деревянные сегменты фермы), необходимо уметь вычислять узловые сосредото-

ченные нагрузки (силы), действующие в узлы ферм и передающие в эти узлы соответствующую часть нагрузки, распределенной по неравномерному закону. Для вычисления этих узловых сил нужно знать равнодействующую нагрузки между соседними узлами и точку ее приложения.

Величину равнодействующей нагрузки на  $i$ -ую панель между узлами  $i-1$  и  $i$  (рис. 2), получим по выражению (6), подставив вместо  $x_n$  и  $x_k$  ординаты соответствующих узлов  $x_{i-1}$  и  $x_i$ :

$$R_{qi} = -\frac{1}{2} q^* R \left[ \frac{1}{2,8} \sin \left[ 2,8 \arcsin \left( \frac{\ell}{2R} - \frac{x_i}{R} \right) \right] - \frac{1}{2,8} \sin \left[ 2,8 \arcsin \left( \frac{\ell}{2R} - \frac{x_{i-1}}{R} \right) \right] + 1,25 \sin \left[ 0,8 \arcsin \left( \frac{\ell}{2R} - \frac{x_i}{R} \right) \right] - 1,25 \sin \left[ 0,8 \arcsin \left( \frac{\ell}{2R} - \frac{x_{i-1}}{R} \right) \right] \right]. \quad (6)$$

Для определения точки приложения равнодействующей вычислим моменты нагрузки на участке относительно начала координат  $O$  (рис. 2).

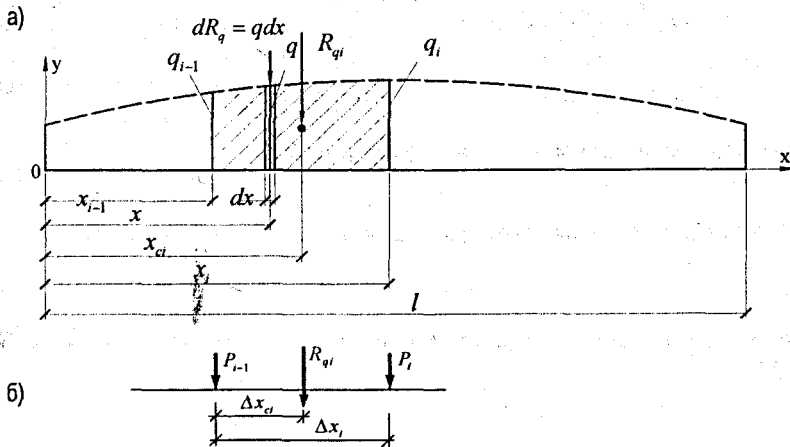


Рисунок 2

$$M_{oi} = \int_{x_{i-1}}^{x_i} x dR_q = \int_{x_{i-1}}^{x_i} q x dx = q^* \int_{x_{i-1}}^{x_i} x \cos \left( 1,8 \arccos \sqrt{1 - \left( \frac{\ell}{2R} - \frac{x}{R} \right)^2} \right) dx.$$

Введя замену (5), получим

$$\begin{aligned} M_{oi} &= -q^* R \int_{x_{i-1}}^{x_i} \left( \frac{\ell}{2} - R \sin t \right) \cos(1,8t) \cos t dt = \\ &= \left[ -q^* R \int_{x_{i-1}}^{x_i} \cos(1,8t) \cos t dt \right] \cdot \frac{\ell}{2} + q^* R^2 \int_{x_{i-1}}^{x_i} \cos 1,8t \sin t \cos t dt. \end{aligned}$$

Выражение в квадратных скобках представляет собой равнодействующую нагрузки на участке  $R_{qi}$  (6), а произведение  $\sin t \cdot \cos t$  равно  $\frac{1}{2} \sin 2t$ . С учетом этого получаем

$$M_{oi} = R_{qi} \frac{\ell}{2} + \frac{1}{2} q \cdot R^2 \int_{x_{i-1}}^{x_i} \cos 1,8t \sin 2tdt.$$

Преобразовывая подинтегральное произведение по формуле [3]

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)],$$

получим

$$M_{oi} = R_{qi} \frac{\ell}{2} + \frac{1}{4} q \cdot R^2 \int_{x_{i-1}}^{x_i} [\sin 3,8t + \sin 0,2t] dt = R_{qi} \frac{\ell}{2} - \frac{1}{4} q \cdot R^2 \left[ \frac{1}{3,8} \cos 3,8t + \frac{1}{0,2} \cos 0,2t \right] \Big|_{x_{i-1}}^{x_i}.$$

Учитывая, что  $t = \arcsin\left(\frac{l}{2R} - \frac{x}{R}\right)$ , после подстановки пределов интегрирования и несложных преобразований получим

$$M_{oi} = R_{qi} \frac{\ell}{2} - \frac{q \cdot R^2}{15,2} \left\{ \cos \left[ 3,8 \arcsin \left( \frac{l}{2R} - \frac{x_i}{R} \right) \right] - \cos \left[ 3,8 \arcsin \left( \frac{l}{2R} - \frac{x_{i-1}}{R} \right) \right] \right\} - 1,25 q \cdot R^2 \left\{ \cos \left[ 0,2 \arcsin \left( \frac{l}{2R} - \frac{x_i}{R} \right) \right] - \cos \left[ 0,2 \arcsin \left( \frac{l}{2R} - \frac{x_{i-1}}{R} \right) \right] \right\}.$$

Момент нагрузки равен моменту равнодействующей  $R_{qi}$

$$M_{oi} = R_{qi} \cdot x_{ci},$$

Откуда найдем положение точки приложения равнодействующей (рис. 2.a)

$$x_{ci} = \frac{M_{oi}}{R_{qi}}.$$

Теперь несложно выразить и распределение равнодействующей между точками  $i$  и  $i-1$  (рис. 2.б)

$$P_i = R_{qi} \frac{\Delta x_{ci}}{\Delta x_i}; \quad P_{i-1} = R_{qi} - P_i.$$

**Заключение.** Получены зависимости, которые позволяют преобразовать снеговую нагрузку, изменяющуюся по зависимости  $q_x = q \cdot \cos 1,8\varphi_x$  и действующую на круговое покрытие, к системе сил в соответствии со структурой и конструкцией покрытия.

### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Нагрузки и воздействия: СНиП 2.01.07-85 / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. – 48 с.

2. Расчет трехшарнирных арок: методические указания по дисциплине «Строительная механика» для студентов строит. специальностей / Сост. В.И.Игнатюк, С.В.Загуляев, В.В. Молош; УО «Брестский государственный технический ун-т». – Брест, 2007. – 32 с.

3. Бронштейн, И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев; под ред. Г.Г. Гроше и В. Циглера. – М.: Наука, 1981. – 720 с.