

## СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Устройство для замораживания грунта: патент РФ на полезную модель №5455 / Авт. П.С. Пойта, В.П. Чернюк, С.М. Семенюк, В.А. Тимошук, О.С. Семенюк. М. кл. – E02D 3/00.
2. Устройство для замораживания грунта: патент РФ на полезную модель №5456 / П.С. Пойта, В.П. Чернюк, С.М. Семенюк, С.М. Ивасюк, О.С. Семенюк. М. кл. – E02D 3/00.
3. Холодильная камера: патент РФ на полезную модель №5073 / П.С. Пойта, В.П. Чернюк, С.М. Семенюк, В.Н. Пчёлин, Н.А. Сташевская. М. кл. – E02D 3/00.
4. Холодильная камера: патент РФ на полезную модель №5630 / П.С. Пойта, В.П. Чернюк, С.М. Семенюк, О.С. Семенюк. М. кл. – E02D 29/00.

УДК 681.3: 634.04

Семенюк О.С.

Научный руководитель: к.т.н., доцент Игнатюк В.И.

### СТАТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ БЕСШАРНИРНЫХ АРОК НА ДЕЙСТВИЕ РАДИАЛЬНО НАПРАВЛЕННЫХ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ НАГРУЗОК

В практике проектирования находят применение длинные цилиндрические оболочки, выполненные из лёгких материалов. Для таких оболочек особую роль играет ветровая нагрузка, действующая в радиальных направлениях [1]. Расчётная схема длинной цилиндрической оболочки может быть сведена к бесшарнирной арке. Поэтому расчёт бесшарнирных арок кругового очертания на действие радиально направленных равномерно распределённых нагрузок актуален и представляет интерес.

**Постановка задачи.** Рассматривается задача определения усилий в бесшарнирных арках постоянной жёсткости кругового очертания при статическом действии радиально направленных равномерно распределённых нагрузок (рис. 1). Для решения задачи используется метод сил с переносом неизвестных в упругий центр (рис. 2). При определении перемещений наряду с изгибающими моментами учитываются поперечные и продольные силы. Так как рассматриваются круговые арки, для упрощения вычисления интегралов Мора воспользуемся полярной системой координат. За полюс принимается точка в центре окружности (точка О), а в качестве оси, относительно которой будем отсчитывать угол ( $\theta$ ), примем вертикальную ось, направленную от полюса вертикально вверх.

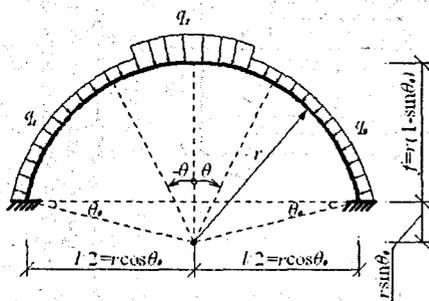


Рисунок 1 – Расчётная схема арки

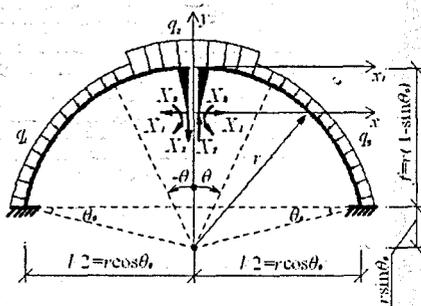


Рисунок 2 – Основная система метода сил

Получение расчётных зависимостей. Зависимость между декартовой (x, y) и полярной (r, θ) координат здесь имеет вид:

$$\begin{cases} x = r \sin \theta; \\ y = c - r(1 - \cos \theta) \end{cases}$$

где c – расстояние от верхней средней точки до упругого центра, определяемое выражением [2]:

$$c = \frac{\int y_1 ds}{\int \frac{ds}{EI}} = \frac{\int \frac{[r(1 - \cos \theta)]rd\theta}{EI}}{\int \frac{rd\theta}{EI}} = \frac{\int [r(1 - \cos \theta)]d\theta}{\int \frac{d\theta}{EI}}$$

В случае  $EI = \text{const}$ , получим:

$$c = r - r \frac{\cos \theta_0}{\frac{\pi}{2} - \theta_0}$$

Бесшарнирная арка как статически неопределимая система имеет три лишних связи. Система канонических уравнений будет иметь вид [2]:

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \Delta_{1p} = 0 \\ \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0 \\ \delta_{33}X_3 + \Delta_{3p} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Выражения усилий в сечениях от действия единичных неизвестных записываются в виде:

$$\begin{aligned} \bar{M}_1 = c - r(1 - \cos \theta); \quad \bar{Q}_1 = \sin \theta; \quad \bar{N}_1 = -\cos \theta; \\ \bar{M}_2 = r \sin \theta; \quad \bar{Q}_2 = -\cos \theta; \quad \bar{N}_2 = -\sin \theta; \\ \bar{M}_3 = 1; \quad \bar{Q}_3 = 0; \quad \bar{N}_3 = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Единичные перемещения вычислим по формуле Мора [2]:

$$\delta_{ik} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\bar{M}_i \bar{M}_k ds}{EI} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \eta \frac{\bar{Q}_i \bar{Q}_k ds}{GA} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\bar{N}_i \bar{N}_k ds}{EA}, \quad (3)$$

где  $EI$ ,  $GA$ ,  $EA$  – жёсткости сечений арки соответственно на изгиб, сдвиг и растяжение-сжатие;  $\eta$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений по высоте сечений при изгибе.

Подставив выражение (2) в (3), учитывая, что  $ds = rd\theta$  (рис. 2) и выполнив интегрирование, получим единичные перемещения в виде:

$$\begin{aligned} \delta_{11} = \frac{r}{EI} \left\{ \left( \frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) [2(c - r)^2 + r^2] + 4r(c - r) \cos \theta_0 + \frac{1}{2} r^2 \sin 2\theta_0 \right\} + \\ + \eta \frac{r}{GA} \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) - \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 \right] + \frac{r}{EA} \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) + \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 \right]; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \delta_{22} = \frac{r^3}{EI} \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) - \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 \right] + \frac{r}{GA} \eta \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) + \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 \right] + \frac{r}{EA} \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) - \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 \right]; \\ \delta_{33} = \frac{2r}{EI} \left( \frac{\pi}{2} - \theta_0 \right). \end{aligned}$$

Грузовые перемещения найдём по формулам Мора [2]:

$$\Delta_{ip} = \sum \int \frac{\bar{M}_i \bar{M}_p ds}{EI} + \sum \int \eta \frac{\bar{Q}_i \bar{Q}_p ds}{GA} + \sum \int \frac{\bar{N}_i \bar{N}_p ds}{EA}. \quad (5)$$

Выражения внутренних сил в произвольном сечении от действия внешних радиально направленных равномерно распределённых нагрузок определяется выражениями:

$$\begin{aligned}
 M_p = & \sum_{i=1}^{n_i^*} q_i r^2 [\sin \theta (\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') + \cos \theta (\cos \theta_i^* - \cos \theta_i'')] + q_i r^2 (1 - \sin \theta \sin \theta_i'' - \cos \theta \cos \theta_i'') - \\
 & - \sum_{j=1}^{n_j^*} q_j r^2 [\sin \theta (\sin \theta_j^* - \sin \theta_j'') + \cos \theta (\cos \theta_j^* - \cos \theta_j'')] - q_j r^2 (1 - \sin \theta \sin \theta_j'' - \cos \theta \cos \theta_j''); \\
 Q_p = & - \sum_{i=1}^{n_i^*} q_i r [\cos \theta (\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') - \sin \theta (\cos \theta_i^* - \cos \theta_i'')] + \\
 & + q_i r (\cos \theta \sin \theta_i'' - \sin \theta \cos \theta_i'') + \sum_{j=1}^{n_j^*} q_j r [\cos \theta (\sin \theta_j^* - \sin \theta_j'') - \sin \theta (\cos \theta_j^* - \cos \theta_j'')] + \\
 & + q_j r (\cos \theta \sin \theta_j'' - \sin \theta \cos \theta_j'');
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
 N_p = & - \sum_{i=1}^{n_i^*} q_i r [\sin \theta (\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') + \cos \theta (\cos \theta_i^* - \cos \theta_i'')] - q_i r (1 - \sin \theta \sin \theta_i'' - \cos \theta \cos \theta_i'') - \\
 & - \sum_{j=1}^{n_j^*} q_j r [\sin \theta (\sin \theta_j^* - \sin \theta_j'') + \cos \theta (\cos \theta_j^* - \cos \theta_j'')] + q_j r (1 - \cos \theta \cos \theta_j'' - \sin \theta \sin \theta_j'').
 \end{aligned}$$

Подставив (2) и (6) в (5) и выполнив интегрирование, получим выражения для определения грузовых перемещений:

$$\begin{aligned}
 \Delta_{1p} = & \frac{r^3}{EI} \sum_{i=1}^{n_i^*} q_i \{ (c-r)(\theta_i^* - \theta_i'') + (c-r) \sin \theta_i'' (\cos \theta_i^* - \cos \theta_i'') - (c-r) \cos \theta_i'' (\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') + \\
 & + r(\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') - \frac{1}{2} r \sin \theta_i'' (\sin^2 \theta_i^* - \sin^2 \theta_i'') - \frac{1}{2} r \cos \theta_i'' (\theta_i^* - \theta_i'') - \frac{1}{4} r \cos \theta_i'' (\sin 2\theta_i^* - \sin 2\theta_i'') \} + \\
 & + \frac{r^3}{EI} \sum_{i=1}^{n_i^*} q_i \{ (c-r)(\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') (\cos \theta_i^* - \sin \theta_0) + (c-r)(\cos \theta_i^* - \cos \theta_i'') (\cos \theta_0 - \sin \theta_i^*) + \\
 & + \frac{r}{2} (\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') (\cos^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_i^*) - \frac{r}{2} (\cos \theta_i^* - \cos \theta_i'') (\frac{\pi}{2} - \theta_0 - \theta_i^*) + \frac{r}{4} (\sin 2\theta_0 - \sin 2\theta_i^*) \} + \\
 & + \frac{r^3}{EI} \sum_{j=1}^{n_j^*} q_j \{ (c-r)(\theta_j^* - \theta_j'') + (c-r) \sin \theta_j'' (\cos \theta_j^* - \cos \theta_j'') - (c-r) \cos \theta_j'' (\sin \theta_j^* - \sin \theta_j'') + \\
 & + r(\sin \theta_j^* - \sin \theta_j'') - \frac{1}{2} r \sin \theta_j'' (\sin^2 \theta_j^* - \sin^2 \theta_j'') - \frac{1}{2} r \cos \theta_j'' (\theta_j^* - \theta_j'') - \frac{1}{4} r \cos \theta_j'' (\sin 2\theta_j^* - \sin 2\theta_j'') \} - \\
 & - \frac{r^3}{EI} \sum_{j=1}^{n_j^*} q_j \{ (c-r)(\sin \theta_j^* - \sin \theta_j'') (\sin \theta_0 - \cos \theta_j'') + (c-r)(\cos \theta_j^* - \cos \theta_j'') (\cos \theta_0 + \sin \theta_j'') + \\
 & + \frac{r}{2} (\sin \theta_j^* - \sin \theta_j'') (\sin^2 \theta_j^* - \cos^2 \theta_0) + \frac{r}{2} (\cos \theta_j^* - \cos \theta_j'') (\frac{\pi}{2} - \theta_0 + \theta_j'') + \frac{r}{4} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_j'') \} + \\
 & + \eta \frac{r}{GA} \sum_{i=1}^{n_i^*} q_i (\cos \theta \sin \theta_i'' - \sin \theta \cos \theta_i'') - \eta \frac{r}{GA} \sum_{i=1}^{n_i^*} q_i [\cos \theta (\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') - \sin \theta (\cos \theta_i^* - \cos \theta_i'')] + \\
 & + \eta \frac{r}{GA} \sum_{i=1}^{n_i^*} q_i (\cos \theta \sin \theta_i^* - \sin \theta \cos \theta_i'') + \eta \frac{r}{GA} \sum_{i=1}^{n_i^*} q_i [\cos \theta (\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') - \sin \theta (\cos \theta_i^* - \cos \theta_i'')] - \\
 & - \frac{r}{EA} \sum_{i=1}^{n_i^*} q_i (1 - \sin \theta \sin \theta_i'' - \cos \theta \cos \theta_i'') - \frac{r}{EA} \sum_{i=1}^{n_i^*} q_i [\sin \theta (\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') + \cos \theta (\cos \theta_i^* - \cos \theta_i'')] +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{r}{EA} \sum_{j=1}^{n_2^*} q_j (1 - \cos \theta \cos \theta_j^* - \sin \theta \sin \theta_j^*) - \frac{r}{EA} \sum_{j=1}^{n_2^*} q_j [\sin \theta (\sin \theta_j^* - \sin \theta_j'') + \cos \theta (\cos \theta_j^* - \cos \theta_j'')]; \\
\Delta_{2p} = & \frac{r^4}{EI} \sum_{i=1}^{n_1^*} q_i \{ -(\cos \theta_i^* - \cos \theta_i'') - \frac{1}{2} \cos \theta_i'' (\sin^2 \theta_i^* - \sin^2 \theta_i'') - \frac{1}{2} \sin \theta_i'' (\theta_i^* - \theta_i'') + \\
& + \frac{1}{4} \sin \theta_i'' (\sin 2\theta_i^* - \sin 2\theta_i'') \} + \frac{r^4}{EI} \sum_{i=1}^{n_1^*} q_i \{ (\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') (\frac{\pi}{2} - \theta_0 - \theta_i^*) - \\
& - \frac{1}{2} (\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') (\sin 2\theta_0 - \sin 2\theta_i'') + (\cos \theta_i^* - \cos \theta_i'') (\cos^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_i^*) \} + \\
& + \frac{r^4}{EI} \sum_{j=1}^{n_2^*} q_j \{ -(\cos \theta_j^* - \cos \theta_j'') - \frac{1}{2} \cos \theta_j'' (\sin^2 \theta_j^* - \sin^2 \theta_j'') - \frac{1}{2} \sin \theta_j'' (\theta_j^* - \theta_j'') + \\
& + \frac{1}{4} \sin \theta_j'' (\sin 2\theta_j^* - \sin 2\theta_j'') \} + \frac{r^4}{EI} \sum_{j=1}^{n_2^*} \frac{1}{2} q_j \{ (\sin \theta_j^* - \sin \theta_j'') (\theta_0 - \frac{\pi}{2} - \theta_j'') + \\
& + \frac{1}{2} (\sin \theta_j^* - \sin \theta_j'') (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_j'') - (\cos \theta_j^* - \cos \theta_j'') (\sin^2 \theta_j'' - \cos^2 \theta_0) \} - \\
& - \eta \frac{r}{GA} \sum_{i=1}^{n_1^*} q_i (1 - \sin \theta \sin \theta_i'' - \cos \theta \cos \theta_i'') - \\
& - \eta \frac{r}{GA} \sum_{i=1}^{n_1^*} q_i [\sin \theta (\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') + \cos \theta (\cos \theta_i^* - \cos \theta_i'')] + \\
& + \eta \frac{r}{GA} \sum_{j=1}^{n_2^*} q_j (1 - \cos \theta \cos \theta_j^* - \sin \theta \sin \theta_j'') - \frac{r}{EA} \sum_{i=1}^{n_1^*} q_i (\cos \theta \sin \theta_i'' - \sin \theta \cos \theta_i'') + \\
& + \frac{r}{EA} \sum_{i=1}^{n_1^*} q_i \cos \theta (\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') - \sin \theta (\cos \theta_i^* - \cos \theta_i'') - \frac{r}{EA} \sum_{j=1}^{n_2^*} q_j (\cos \theta \sin \theta_j^* - \sin \theta \cos \theta_j'') - \\
& - \frac{r}{EA} \sum_{j=1}^{n_2^*} q_j [(\cos \theta (\sin \theta_j^* - \sin \theta_j'') - \sin \theta (\cos \theta_j^* - \cos \theta_j''))]; \\
\Delta_{3p} = & \frac{r^3}{EI} \sum_{i=1}^{n_1^*} q_i \{ (\theta_i^* - \theta_i'') + (\cos \theta_i^* - \cos \theta_i'') (\cos \theta_0 - \sin \theta_i^* + \sin \theta_i'') - \\
& - (\sin \theta_i^* - \sin \theta_i'') (\sin \theta_0 - \cos \theta_i^* + \cos \theta_i'') \} + \frac{r^3}{EI} \sum_{j=1}^{n_2^*} q_j \{ (\theta_j^* - \theta_j'') + \\
& + (\cos \theta_j^* - \cos \theta_j'') (\sin \theta_j^* - \sin \theta_j'') - \cos \theta_0 + (\sin \theta_j^* - \sin \theta_j'') (\cos \theta_j^* - \cos \theta_j'') - \sin \theta_0 \}.
\end{aligned}$$

Подставив единичные (4) и грузовые (7) перемещения в систему уравнений (1) и решив её, найдём неизвестные метода сил  $X_1, X_2, X_3$ . Эпюры усилий в арке получим по формулам:

$$M = \bar{M}_1 X_1 + \bar{M}_2 X_2 + \bar{M}_3 X_3,$$

$$Q = \bar{Q}_1 X_1 + \bar{Q}_2 X_2 + \bar{Q}_3 X_3,$$

$$N = \bar{N}_1 X_1 + \bar{N}_2 X_2 + \bar{N}_3 X_3.$$

На основе полученных зависимостей составлена MathCad-программа, с использованием которой выполнены расчёты конкретных арок. На рис. 4 представлен один из примеров расчёта. Расчёт этой арки был выполнен методом конечных элементов в программе SCAD. Сравнение результатов расчёта показало их хорошее совпадение, что подтверждает эффективность разработанной методики, полученной в замкнутом виде.

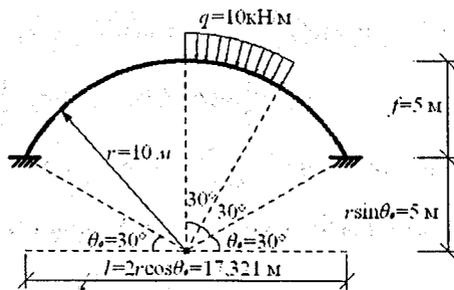
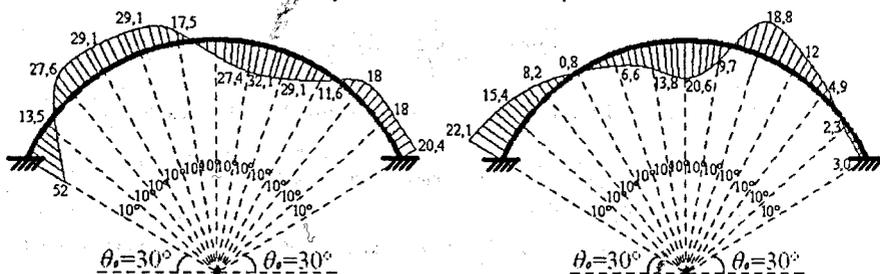


Рисунок 3 – Расчётная схема арки



а) эпюра изгибающих моментов

б) эпюра поперечных сил

Рисунок 4 – Эпюры усилий

**Заключение.** Разработана в замкнутом виде методика расчёта бесшарнирных арок постоянной жёсткости кругового очертания при статическом действии радиально направленных равномерно распределённых нагрузок. Методика реализована в программе, составленной в среде MathCad. Выполнен расчет конкретной арки.

### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Нагрузки и воздействия: СНиП 2.01.07–85 / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. – 48 с.

2. Строительная механика: учебное пособие / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк. – Мн.: БНТУ, 2009. – 756 с.

УДК [725.8:725.57] (063.3)

Славиковская Д.А.

Научный руководитель: доцент Ширяева А.Д.

### ТЕНДЕНЦИИ БУДУЩЕГО РАЗВИТИЯ ДЕТСКИХ ВОСПИТАТЕЛЬНО-РАЗВЛЕКАТЕЛЬНЫХ ЦЕНТРОВ

Во всём мире популярными игровыми и развлекательными центрами, парками отдыха являются «Диснейленды» и «Евроленды». В каждой развитой стране существует свой «Диснейленд». Это воистину сказочный, мультяшный мир для детей. Захватывающие аттракционы, лабиринты, игры-конструкторы и многое другое – увлекает человека