

УДК 528.48

Андреев М.С., Коцуба Е.И.

Научный руководитель: доц. Зуева Л.Ф.

СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СПОСОБОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ

Целью настоящей работы является сравнение точностных характеристик двух способов нивелирования. Исследования выполнены, чтобы доказать, что тригонометрическое нивелирование не уступает по точности геометрическому, а это, в свою очередь, позволяет расширить сферу применения способа тригонометрического нивелирования.

Нивелирование – вид геодезических измерений, в результате которых определяют превышения между точками, а также их отметки в принятой системе высот.

Геометрическое нивелирование – это определение превышения с помощью горизонтального визирного луча и отвесно установленных нивелирных реек. Для получения горизонтального луча используют прибор, который называется нивелиром.

В геометрическом нивелировании превышения определяют как разность отсчетов, взятых по нивелирным рейкам.

Превышение между точками получают с контролем:

– при использовании шашечных реек как среднее из превышений, полученных по черной и красной сторонам реек $h = (h_{\text{ч}} + h_{\text{к}}) / 2$,

– при использовании штриховых реек как среднее из превышений, полученных по основной и дополнительной шкалам $h = (h_{\text{о}} + h_{\text{д}}) / 2$.

Точность геометрического нивелирования зависит в основном от приборной погрешности и точности отсчитывания по рейке. В табл. 1 приведены точностные характеристики геометрического нивелирования при создании государственных нивелирных сетей [1].

Таблица 1. Технические характеристики и допуски геометрического нивелирования

Приборы, технические характеристики и допуски	Класс нивелирования			
	I	II	III	IV
Нивелиры	H-05, Ni002	H-1, H-2, Ni007	H-3	H-3, H-5, H-10
Рейки	РН-05 (односторонние штриховые инварные)		РН-3 (двухсторонние шашечные)	
Допустимая невязка, вычисленная по длине хода, мм	$3\sqrt{L_{\text{км}}}$	$5\sqrt{L_{\text{км}}}$	$10\sqrt{L_{\text{км}}}$	$20\sqrt{L_{\text{км}}}$
Допустимая невязка в замкнутом ходе, вычисленная через число станций, мм	$0,15\sqrt{n}$	$0,5\sqrt{n}$	$1,5\sqrt{n}$	$5,0\sqrt{n}$
Предельная с.к.п. превышения на станции, мм, не более	0,3	0,4	2,0	4,0
Техническое нивелирование выполняется по методике IV класса, допустимая невязка составляет $50\text{мм}\sqrt{L, \text{км}}$.				

Геометрическое нивелирование коротким лучом по программе I либо II классов применяется для наблюдений за осадками на крупных промышленных объектах, высотных жилых зданиях, на плотинах и зданиях ГЭС, судоводных шлюзах, элеваторах и других ответственных и прецизионных сооружениях.

Длина визирного луча при нивелировании коротким лучом (средняя длина составляет 10-15 м), высота над поверхностью не менее 0,5 м. Нивелирование производится только при вполне благоприятных условиях видимости и при достаточно отчетливых,

спокойных изображениях штрихов реек. Уменьшение длины визирного луча не приводит к увеличению средней квадратической погрешности превышения на 1 км хода, т. к. при этом ослаблено влияние некоторых внешних условий: рефракции, конвекции воздуха, а также повышается точность отсчета. Осадочные марки закладываются примерно на одном уровне для ослабления влияния погрешностей делений рейки. При выполнении измерений в зависимости от класса нивелирования применяют специальную методику и соответствующие приборы. Нивелирование выполняют при двух горизонтах прибора, в прямом и обратном направлениях.

Применение методики геометрического нивелирования коротким лучом визирования позволяет определить разность высот двух точек, расположенных на расстоянии 10–15 м со средней квадратической погрешностью 0,05–0,1 мм. Превышения между точками, удаленными на несколько сотен метров, определяется с погрешностью до 0,5 мм [3].

Тригонометрическое нивелирование – косвенное определение превышения между точками земной поверхности по измеренному углу наклона и горизонтальному расстоянию.

Тригонометрическое нивелирование (рис.1) выполняют теодолитами – приборами, позволяющими измерять горизонтальные и вертикальные углы, а также расстояния с помощью нитяного дальномера. Для угловых измерений используется теодолит, для линейных – стальная рулетка, лазерная рулетка или светодальномер. Также можно использовать электронный тахеометр, который позволяет измерять углы и расстояния.

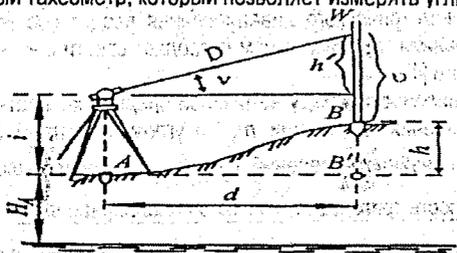


Рис.1. Тригонометрическое нивелирование

В тригонометрическом нивелировании над точкой А устанавливают теодолит и измеряют высоту инструмента i , а в точке В устанавливают нивелирную рейку (визирную марку, веху-отражатель). Для повышения точности и контроля определения превышения углы наклона измеряют в прямом и обратном направлениях [2].

Для определения превышения h измеряют угол наклона v , горизонтальное положение d и фиксируют высоту визирования u . Высота визирования – это отсчет по рейке, на который наведен визирный луч теодолита (высота визирной цели).

Тогда формула тригонометрического нивелирования будет иметь вид:

$$h = d \cdot \operatorname{tg} v + i - u - f \quad (1)$$

где i – высота теодолита над точкой, u – высота наведения при измерении угла наклона, f – поправка за кривизну Земли и рефракцию, выбираемая из специальных таблиц. Поправку вводят при расстояниях между точками, больших 300 м.

Для получения средней квадратичной погрешности тригонометрического нивелирования найдём частные производные:

$$\frac{\partial h}{\partial d} = \operatorname{tg} v; \quad \frac{\partial h}{\partial v} = \frac{d}{\cos^2 v}; \quad \frac{\partial h}{\partial i} = 1; \quad \frac{\partial h}{\partial u} = -1. \quad (2)$$

Подставляя частные производные и значения средних квадратичных погрешностей

измеренных элементов в формулу (1), получим:

$$m_h^2 = m_d^2 \cdot \operatorname{tg} v + \frac{d^2}{\cos^4 v} \cdot \frac{m_v^2}{\rho^2} + m_i^2 + m_s^2 \quad (3)$$

где m_h – средняя квадратичная погрешность определения превышения тригонометрическим нивелированием.

При углах $|v| \leq 5^\circ$ можно принять: $\operatorname{tg} v = \frac{v}{\rho}$, $\cos v = 1$. С учётом этого формула (8)

примет вид:

$$m_h^2 = (v^2 m_d^2 + d^2 m_v^2) \cdot \frac{1}{\rho^2} \quad (4)$$

Погрешность определения превышений методом тригонометрического нивелирования может быть уменьшена за счет повышения точности измерения углов наклона и расстояний более точными геодезическими приборами.

Поэтому для этих целей применяют теодолиты Т1 и Т2, а для повышения точности определения превышения высоту инструмента и высоту наведения измеряют стальной рулеткой с миллиметровыми делениями ($m_i = m_v = 1$ мм), используют марки со специальными горизонтальными штрихами.

Следует иметь в виду, что на результатах тригонометрического нивелирования сказывается влияние вертикальной рефракции и кривизны Земли. Поэтому при производстве точного тригонометрического нивелирования вводят соответствующие поправки. Методика нивелирования коротким лучом позволяет свести к нулю поправку за рефракцию и кривизну Земли [4].

Рассмотрим зависимость между величиной средней квадратической погрешностью определения превышения на станции $m_{\text{кр}}$ и углом наклона v (табл.2) при заданной точности угловых и линейных измерений, расчеты выполним по формулам (3) и (4).

Таблица 2. Точность тригонометрического нивелирования

Геодезические приборы, точность угловых и линейных измерений	Средняя квадратическая погрешность определения превышения на станции $m_{\text{кр}}$, мм при значениях угла наклона v :									
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	8°	10°	12°	15°
Теодолит Т30, землемерная пента										
$m_v = 45''$, $m_d = 5$ см	10,94	11,05	11,22	11,45	11,75	19,61	21,80	23,82	25,72	28,40
Теодолит Т15, стальная рулетка										
$m_v = 22''$, $m_d = 2$ см	5,34	5,38	5,43	5,51	5,61	8,43	9,26	10,04	10,77	11,83
Теодолит Т5, стальная рулетка										
$m_v = 7''$, $m_d = 2$ см	1,73	1,83	1,99	2,20	2,43	6,71	7,69	8,58	9,39	10,51
Теодолит Т5 и лазерная рулетка либо электронный тахеометр 3Та5										
$m_v = 7''$, $m_d = 5$ мм	1,70	1,71	1,72	1,73	1,75	2,36	2,55	2,73	2,91	3,16
Теодолит Т2 и лазерная рулетка										
$m_v = 3''$, $m_d = 5$ мм	0,73	0,75	0,77	0,81	0,85	1,78	2,02	2,23	2,43	2,70
Электронный тахеометр Trimble 3602										
$m_v = 2''$, $m_d = 2$ мм	0,49	0,49	0,50	0,50	0,52	0,81	0,90	0,98	1,05	1,16
Примечание: расчеты выполнены для расстояния между точками, равного 50 метров.										

В процессе выполнения исследований были выполнены опытные измерения. Они показали, что при использовании теодолита 3Т2КП и лазерной рулетки *Disto A5* точность определения превышения, при расстоянии от прибора до рейки 65–70 м, соответствует геометрическому нивелированию III класса.

Таким образом, при использовании точных теодолитов типа Т2 и средств линейных измерений с погрешностью измерения расстояния $m_d = 5$ мм тригонометрическое нивелирование соответствует III классу геометрического. В табл.2. курсивом выделены значения соответствующие этому выводу. Например, $m_{кр} = 3,16$ мм. Тогда погрешность определения на станции при измерении углов наклона в прямом и обратном направлении составит $M_h = m_h / \sqrt{2} = 3,16 / \sqrt{2} \approx 2$ мм, что соответствует величине погрешности определения превышения на станции (0,9–2,0 мм) из геометрического нивелирования III класса, приведенной в табл.1:

Но лучшие результаты дает методика тригонометрического нивелирования [4] коротким лучом при небольших углах наклона. Приведем расчеты в табл.3 при точности угловых измерений $m_\alpha = 3''$ и линейных – $m_d = 5$ мм.

На основе расчетов можно сделать вывод, что тригонометрическое нивелирование коротким лучом при углах наклона меньше 5° по точности соответствует геометрическому нивелированию II класса.

Например, при использовании электронного тахеометра Trimble 3602 точность определения превышения на станции повышается (в табл.2 значения выделены жирным шрифтом) и соответствует точности геометрического нивелирования II класса.

Таблица 3. Точность тригонометрического нивелирования коротким лучом

Величина угла наклона	Средняя квадратическая погрешность определения превышения на станции $m_{кр}$, мм при длинах плеч d								
	5 м	10 м	15 м	20 м	25 м	30 м	40 м	50 м	70 м
$1,5^\circ$	0,15	0,20	0,25	0,32	0,39	0,46	0,60	0,74	0,88
3°	0,27	0,30	0,34	0,39	0,45	0,51	0,64	0,77	0,90
5°	0,44	0,46	0,49	0,52	0,57	0,62	0,73	0,85	0,96
7°	1,75	1,76	1,77	1,78	1,79	1,81	1,85	1,90	1,96
10°	2,10	2,10	2,11	2,12	2,13	2,15	2,18	2,23	2,28
15°	2,59	2,59	2,60	2,61	2,62	2,63	2,66	2,70	2,75

Таким образом, способ тригонометрического нивелирования можно использовать не только при выполнении тахеометрической съемки, но и при наблюдении за осадками фундаментов, частей зданий, при выполнении обмеров зданий и сооружений с помощью электронных тахеометров. По сравнению с геометрическим нивелированием способ тригонометрического нивелирования позволяет измерять с одной станции значительные по величине превышения, отпадает необходимость в рейках, в качестве осадочных марок можно использовать различные облегченные знаки и откраски на конструкциях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов. – М.: Недра, 1990.
2. Курс инженерной геодезии под ред. В.Е.Новака. – М.: Недра, 1989.
3. Пискунов М.Е. Методика геодезических наблюдений за деформациями сооружений. – М.: Недра, 1980.
4. Рабцевич И.С. Тригонометрическое нивелирование коротким лучом. – «Геодезия и картография», 1982, №5 – 29-31 с.