УДК 624.04(75.8)

Лешко М. А., Колесник В. Р.

Научный руководитель: к. т. н., доцент Игнатюк В. И.

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ УСИЛИЙ В ТРЕХШАРНИРНЫХ КРУГОВЫХ АРКАХ, ЗАГРУЖЕННЫХ РАДИАЛЬНО ДЕЙСТВУЮЩИМИ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ НАГРУЗКАМИ

Ветровые нагрузки на покрытия цилиндрической формы действуют в радиальных направлениях [1]. Расчет таких покрытий, которые широко применяются в зданиях и сооружениях, может быть сведен к расчету арочных систем [2]. Таким образом, расчет трехшарнирных арок кругового очертания на действие радиально направленных равномерно распределенных нагрузок (рис. 1) актуален и представляет интерес.

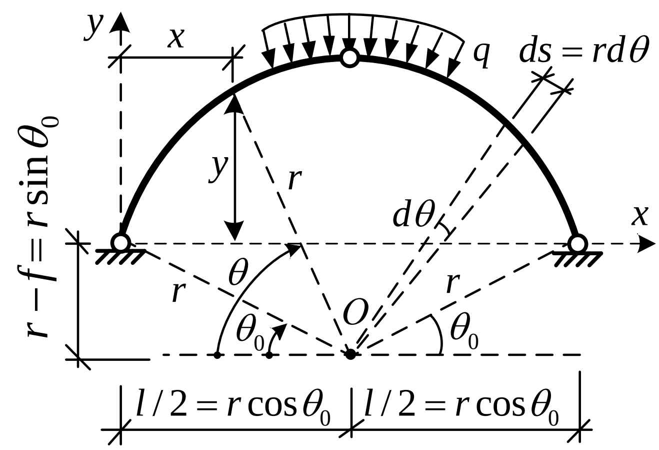

Рисунок 1 – Расчетная схема и системы координат

Рассматриваются трехшарнирные арки кругового очертания постоянной жесткости пролетом l (рис. 1), загруженные статическими радиально действующими равномерно распределенными нагрузками. Расчет выполняется статическим методом.

Так как оси арок изменяются по окружности, получение зависимостей удобно выполнять в полярной системе координат [2]. Зависимость между декартовой (x, y) и полярной ($r,\ \theta$) системами координат имеют вид:

$$x = r(\cos\theta_0 - \cos\theta); \qquad y = r(\sin\theta - \sin\theta_0).$$

Геометрические соотношения здесь определяется зависимостями:

$$ds = r\,d\theta. \qquad r = \frac{l^2/4 + f^2}{2f}. \qquad \operatorname{tg}\theta_0 = \frac{2(r-f)}{l}.$$

Выражения для определения усилий в сечениях рассматриваемых арок – изгибающих моментов, поперечных и продольных сил – получены в работе [2] и имеют для произвольного сечения вид:

$$M_P = R_A\left(\frac{l}{2} - r\cos\theta\right) - H_A(r\sin\theta - r + f) +$$

$$+r^2\sum_{i=1}^{n_q^{лев,полн}} q_i\left[\frac{1}{2}\left(\cos^2\theta_{q_i}^{кон}-\cos^2\theta_{q_i}^{нач}\right)-\cos\theta\left(\cos\theta_{q_i}^{кон}-\cos\theta_{q_i}^{нач}\right)-\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\left(\sin^2\theta_{q_i}^{кон}-\sin^2\theta_{q_i}^{нач}\right)-\sin^2\theta\left(\sin\theta_{q_i}^{кон}-\sin\theta_{q_i}^{нач}\right)\right]-$$

$$+q_j r^2\left[\frac{1}{2}\left(\cos^2\theta-\cos^2\theta_{q_j}^{нач}\right)-\cos\theta\left(\cos\theta-\cos\theta_{q_j}^{нач}\right)-\sin\theta\left(\sin\theta-\sin\theta_{q_j}^{нач}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\left(\sin^2\theta-\sin^2\theta_{q_j}^{нач}\right)\right]. \qquad (1)$$

Поперечная сила в сечении равна:

$$Q_P=R_A\sin\theta-H_A\cos\theta+r\sum_{i=1}^{n_{qi}^{\text{полн}}} q_i\left[\sin\left(\theta-\theta_{qi}^{кон}\right)-\sin\left(\theta-\theta_{qi}^{нач}\right)\right]-r\,q_j\sin\left(\theta-\theta_{qj}^{нач}\right). \qquad (2)$$

Продольная сила:

$$N_P=-R_A\cos\theta-H_A\sin\theta-\sum_{i=1}^{n_q^{полн}} q_i\,r\left[\cos\left(\theta-\theta_{qi}^{кон}\right)-\cos\left(\theta-\theta_{qi}^{нач}\right)\right]-$$

$$q_j\,r\left[1-\cos\left(\theta-\theta_{qj}^{нач}\right)\right], \qquad (3)$$

где:

$$R_A=-\sum_{i=1}^{n_q}\left[q_i\,r\left(\cos\theta_{q_i}^{кон}-\cos\theta_{q_i}^{нач}\right)\right]+\frac{r^2}{l}\sum_{i=1}^{n_q}q_i\left[-\left(\sin^2\theta_{q_i}^{кон}-\sin^2\theta_{q_i}^{нач}\right)+\right.$$

$$\left.+\left(\sin\theta_{q_i}^{кон}-\sin\theta_{q_i}^{нач}\right)\left(1-\frac{f}{r}\right)+\left(\frac{l}{2r}\right)\left(\cos\theta_{qi}^{кон}-\cos\theta_{qi}^{нач}\right)\right]; \qquad (4)$$

$$H_A=\frac{1}{f}\left\{R_A\cdot\frac{l}{2}-r^2\sum_{i=1}^{n_q^{кон}}q_i\left[\left(\sin^2\theta_{q_i}^{кон}-\sin^2\theta_{q_i}^{нач}\right)-\left(\sin\theta_{q_i}^{кон}-\sin\theta_{q_i}^{нач}\right)\right]-\right.$$

$$\left.-q_j r^2\left(\sin\theta_{q_i}^{нач}-\sin^2\theta_{q_i}^{нач}\right)\right\}. \qquad (5)$$

Здесь: n_q – число равномерно распределенных радиально направленных нагрузок, действующих на арку в целом; q_i, $n_{q_i}^{лев}$ – нагрузки и их число, которые полностью (от начала до конца) действуют слева от рассматриваемого сечения; q_j – нагрузки, которые рассекаются рассматриваемым сечением, в результате чего слева от сечения будет действовать только часть этих нагрузок.

Каждое из выражений (1)–(3) имеет три слагаемых, которые в зависимости от типа участка, на котором находится сечение, будут присутствовать или могут не присутствовать в выражениях. Первое слагаемое определяет влияние на усилие опорных реакций и будет присутствовать всегда. Второе и третье слагаемые отражают воздействие распределенных нагрузок и будут присутствовать, если соответствующая нагрузка действует слева от сечения. При этом второе слагаемое учитывает распределенные нагрузки, которые полностью действуют слева от сечения (q_i), а третье слагаемое учитывает распределенные нагрузки, действующие частично слева от сечения, то есть рассекаемые сечением, поэтому третье слагаемое будет присутствовать в случае, если рассматриваемое сечение находится на участке действия распределенной нагрузки (q_j).

На основе зависимостей (1)–(3) с учетом выражений (4) и (5) выполним расчет арки, представленной на рис. 6. Эпюры изгибающих моментов и поперечных сил получим в виде, показанном на рис. 2–4.

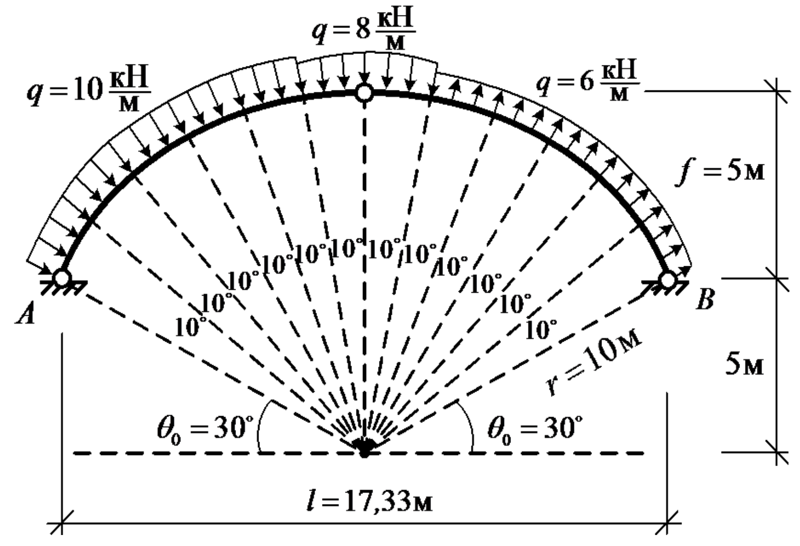

Рисунок 2 – Расчетная схема арки

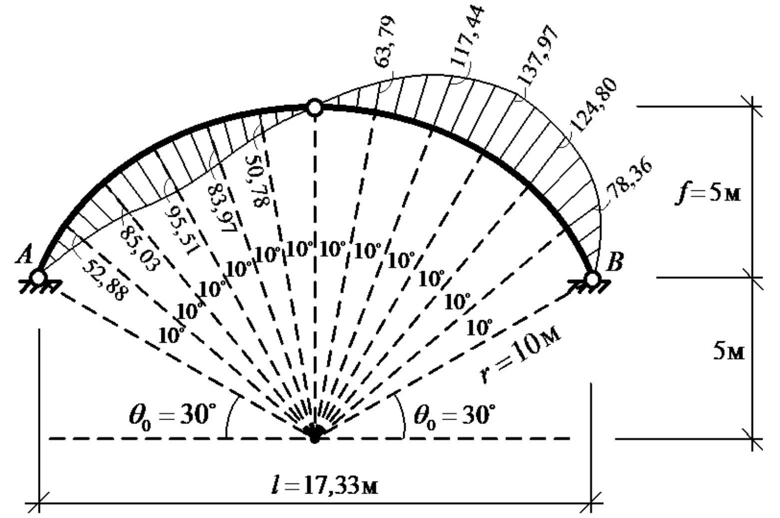

Рисунок 3 – Эпюра изгибающих моментов M

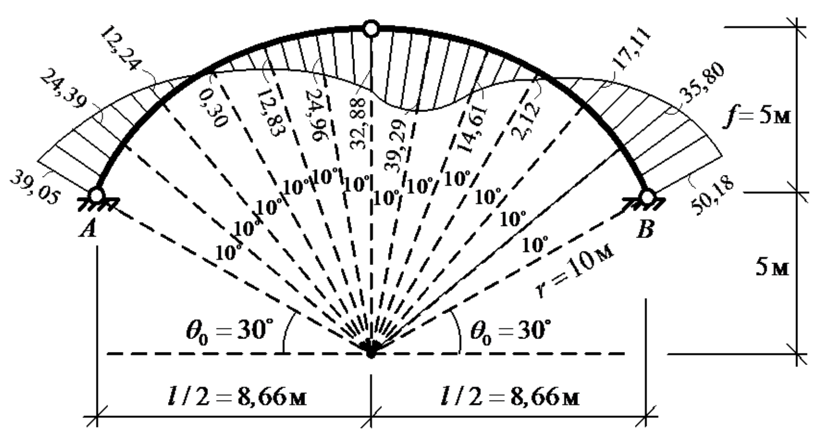

Рисунок 4 – Эпюра поперечных сил Q

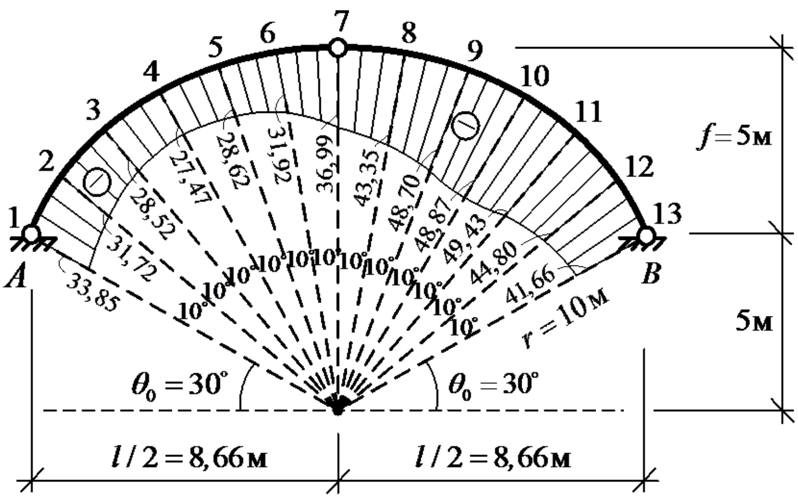

Рисунок 5 – Эпюра продольных сил N

Отметим, что продольная сила во всех сечения арки сжимающая и изменяется от 27,47 до 49,43 кН в сечении 11. Таким образом, на действие ветровых нагрузок арка работает только на сжатие, что отражает эффективность такой системы.

Список цитированных источников

1. СН 2.01.05-2019. Воздействия на конструкции. Общие воздействия. Ветровые воздействия. – Минск : Стройтехнорм, 2020. – 120 с.
2. Лешко, М.А. К определению усилий в трехшарнирных круговых арках, загруженных радиально действующими равномерно распределенными нагрузками / М. А. Лешко, В. Р. Колесник // Сборник конкурсных научных работ студентов и магистрантов / БрГТУ. – Брест, 2021.

УДК 539.3/6

Лошакевич К. Н.
Научные руководители: к.ф.-м.н., доцент Веремейчик А. И.
ст. преподаватель Томашев И. Г.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ НА ПРОГИБ БАЛКИ

Сложно представить себе строительство без предварительных расчетов основных элементов, которые несут на себе нагрузку и ответственность за надежность и долговечность всей конструкции. Одним из основных таких элементов является балка. Известны множество методов определения перемещений при прямом поперечном изгибе балок [1–3], однако наиболее широкое распространение получили метод начальных параметров и метод непосредственного интегрирования дифференциального уравнения (ДУ) упругой линии балки:

$$EI_x \frac{d^2y}{dz^2} = \pm M_x, \tag{1}$$

где E – модуль упругости 1-го рода (Юнга), I_x – осевой момент инерции площади поперечного сечения, M_x – выражение для изгибающего момента.