

2. Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1–3: Supplementary rules for cold-formed members and sheeting: EN 1991-1-3:2006. – Brussels: European Committee for Standardization, October 2006. – 134 p.

3. Жданов, Д. А. К определению эффективных сечений стальных бескаркасных арочных покрытий по Еврокоду / Д. А. Жданов, В. П. Уласевич // Строительная наука и техника. – 2013. – № 2. – С. 22–26.

4. Евчук, Д. И. Расчёт листовых гнутых профилей по ТКП EN 1993-1-3 / Д. И. Евчук // сборник конкурсных научных работ студентов и магистрантов : в. 2ч. – Брест, 2018. – Ч. 1. – С.193–196.

УДК 624.04:681

Каковко В. И.

Научный руководитель: к. т. н., доцент, профессор Уласевич В. П.

АЛГОРИТМ И ПРОГРАММА DresCAD ДЛЯ РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ МАТРИЧНЫМ МЕТОДОМ ДЕФОРМАЦИЙ В PTS MathCAD

Постановка задачи. При проектировании конструктивных схем зданий и сооружений наметилась тенденция использования стержневых систем из прямолинейных легких стальных тонкостенных конструкций (ЛСТК) и стальных тонкостенных холоднодеформированных профилей (СТХП), обладающих повышенной деформативностью. Вычисление перемещений и внутренних сил в таких стержневых системах требует применения методов, позволяющих предельно близко приблизить их расчетные модели к реальной их работе. При этом *расчетная модель* должна уметь учитывать геометрическую нелинейность, проявляемую при деформировании. А склонность тонкостенных сечений к потере местной устойчивости требует надежной оценки устойчивости формы равновесия в деформированных состояниях. Кроме того, поскольку стержневые системы сложной стержневой структуры обладают большим числом так называемых лишних связей, важно, чтобы алгоритм расчета при выявлении потери устойчивости отдельными стержнями позволял анализировать проявленную стержневой системой *конструктивную нелинейность* с точки зрения оценки устойчивости *вновь образованной расчетной модели* вплоть до потери устойчивости ее равновесия. Важно также, чтобы расчетная модель учитывала перемещения системы и внутренние усилия в ее стержнях с учетом проявляемой деформированной схемы равновесия под расчетными воздействиями, что даст возможность прогнозировать возможность и вероятность наступления так называемого «прогрессирующего обрушения».

Отсюда вывод: дальнейшее совершенствование моделей эффектов воздействий путем учета повышенной деформативности входящих в нее стержней из ЛСТК или СТХП – задача актуальная как в теоретическом, так и в практическом плане.

1. О матричном методе деформаций. Ниже кратко излагаются основные положения алгоритма матричного метода расчета стержневых систем сложной геометрической структуры, построенного на методе деформаций, изложенном в [1]. Его основная отличительная особенность от классического метода перемещений: возможность учета продольных деформаций стержней; возможность учета деформированной геометрии стержней в принятой *основной системе* под расчетными поперечными воздействиями; универ-

сальность представления распределенной по длинам стержней функции поперечной нагрузки в параметрическом виде $q(x)$; матричная форма алгоритма расчета. Основная система метода деформаций образуется, в отличие от метода перемещений, путем наложения на все узлы рассчитываемой модели жестких связей, препятствующих как повороту, так и горизонтальному смещению концов ее стержней.

Для стержневой системы, порядка $k=m \cdot n$ (где m – число связей в узлах; n – число узлов) матричная система уравнений метода деформаций имеет вид

$$[K] \cdot \{\Delta\} = \{P_u\} + \{P_s\} + \{R\}, \quad (1)$$

где $[K]$ – матрица внешней жесткости свободной системы; $\{\Delta\}$ – вектор неизвестных перемещений ее узловых точек; $\{P_u\}$ – вектор внешних нагрузок, действующих в узлах рамы в глобальной системе; $\{P_s\}$ – вектор реакций начала и конца стержня, от воздействия распределенных по его длине поперечных нагрузок, температурных воздействий, предварительного натяжения с учетом граничных условий закрепления стержней в узлах, приложенных с обратным знаком к узлам системы; $\{R\}$ – вектор опорных реакций, на которые наложены опорные связи (если в узле нет связей, то соответствующие им величины равны нулю).

Очевидно, что точность метода перемещений определена методикой вычисления составляющих вектора опорных реакций $\{P_s\}$ на стадии определения напряженно-деформированного состояния стержней рамы в основной системе.

Оценка деформированного состояния каждого гибкого стержня стержневой системы в основной системе метода деформаций (рисунок 1) построена на аналитическом решении дифференциального уравнения [1] вида

$$\frac{dv^4}{dx^4} - \frac{H}{EI} \frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{q(x)}{EI}, \quad (2)$$

где H, v – распор и функция прогибов от воздействия сплошной нагрузки $q(x)$; EI – изгибная жесткость стержня; M^a, M^b – изгибающие моменты в опорных связях основной системы.

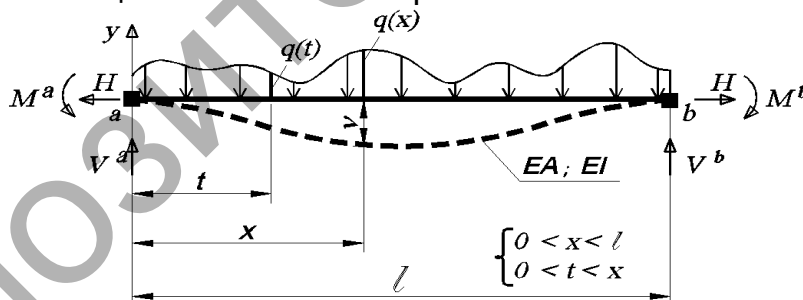


Рисунок 1 – Деформированное состояние прямолинейного гибкого стержня

Решение уравнения (2) в интегральных квадратурах при краевых условиях

$$v|_{x=0} = 0; \quad v|_{x=l} = 0; \quad v''|_{x=0} = \frac{M^a}{EI}; \quad v''|_{x=l} = \frac{M^b}{EI},$$

изложено в [1] относительно прогибов v и изгибающих моментов M_s , но содержащее в себе основные неизвестные – распор H и опорные моменты M^a, M^b

$$v = -\frac{1}{H} \left[R_b x - \int_0^x (x-t)q(t)dt + M^a - (M^a - M^b) \frac{x}{l} - M_s \right], \quad (3)$$

$$M_s = \frac{r_s}{a_1} sh(a_1 x) - \frac{1}{a_1} \int_0^x sh(a_1(x-t))q(t)dt + \frac{M^a}{sh(a_1 l)} sh(a_1(l-x)) + \frac{M^b}{sh(a_1 l)} sh(a_1 x), \quad (4)$$

где $a_1 = \sqrt{\frac{H}{EI}}$; $R_b = \frac{1}{l} \int_0^l (x-t)q(t)dt$; $r_s = \frac{1}{sh(a_1 l)} \int_0^l sh(a_1(l-t))q(t)dt$; $Q_s = \frac{dM_s}{dx}$.

Основное достоинство функции прогибов (3) и изгибающих моментов (4), а также ее производных, состоит в том, что они непрерывны и дифференцируемы. Это позволило в [1] на основании равенства полных линейных и угловых деформаций разработать систему трех разрешающих уравнений в *замкнутом виде* относительно входящих в них неизвестных – распора H и опорных моментов M^a , M^b в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{H \cdot l}{EA} + \left(\frac{H}{EA} - \frac{1}{2} \right) \frac{D(H)}{H^2} + \left[H \cdot (c_h^a - c_h^b) + \left(\alpha \cdot l \cdot \Delta t - \frac{P_n \cdot l}{EA} \right) \right] = 0; \\ \left(\frac{th(al) - al}{H \cdot l \cdot th(al)} - c_\varphi^a \right) \cdot M^a - \frac{sh(al) - al}{H \cdot l \cdot sh(al)} \cdot M^b = - \frac{dv}{dx} \Big|_{x=0; M^a=0; M^b=0}; \\ \frac{sh(al) - al}{H \cdot l \cdot sh(al)} \cdot M^a - \left(\frac{th(al) - al}{H \cdot l \cdot th(al)} - c_\varphi^b \right) \cdot M^b = - \frac{dv}{dx} \Big|_{x=l; M^a=0; M^b=0}, \end{array} \right. \quad (5)$$

где $D(q, H) = \int_0^l \left(R_b - \int_0^x q(t)dt - \frac{1}{l} (M^a - M^b) - \frac{dM_s}{dx} \right)^2 dx$; (6)

c_u^a , c_u^b , c_φ^a , c_φ^b – коэффициенты линейной и угловой податливости левой и правой опор стержня соответственно; l – длина стержня; α – коэффициент линейного расширения стали; Δt – расчетный перепад температуры.

При известных значениях M^a и M^b вертикальные реакции V^a и V^b равны

$$V^a = R_b - \frac{1}{l} (M^a - M^b); \quad V^b = \int_0^l q(t)dt - V^a. \quad (7)$$

После расчета всех стержней в основной системе рамы по уравнениям (5) есть возможность с учетом (7) сформировать вектор $\{P_s'\}$ в локальной системе координат. Тогда векторы $\{P_s\}$ вычислим в глобальной системе координат так

$$\{P_s\} = [T_\alpha]^T \cdot \{P_s'\}, \quad (8)$$

а связь реакций узлов всей системы $\{r\}$ (2) с реакциями и перемещениями концов ее элементов $\{\delta'\}$ может быть определена по формуле

$$\{r\} = [T_\alpha]^T \cdot \{r'\} = [T_\alpha]^T \cdot \{ [K'] \cdot \{\delta'\} \} = [T_\alpha]^T \cdot [K'] \cdot [T_\alpha] \cdot \{\delta\}. \quad (9)$$

Вектор перемещений в глобальной системе координат вычисляем по выражению

$$\{\Delta\} = [K^*]^{-1} \cdot (\{P_u^*\} + \{P_s^*\}). \quad (10)$$

Действительные реакции $\{r'\}$ по концам каждого стержня рамы в местной системе координат рамы в свободной от связей системе рамы равны

$$\{r'\} = [K'] \cdot [T_\alpha] \cdot \{\Delta\} - \{P_s'\}. \quad (11)$$

Перемещения и внутренние усилия вычисляем по (3) (4), (5), смотри [1].

2. О компьютерной программе CsdCAD расчета рам в MathCAD.

Изложенные в п. 1 настоящей статьи основные положения метода деформаций [1] реализованы в разработанном алгоритме и компьютерной программе CsdCAD, средствами программирования PTS MathCAD-15 (опубликована в [2, 3]). Там же приведены отладочные и контрольные примеры, демонстрирующие возможности алгоритма и компьютерной программы.

3. Оценка устойчивости стержневых систем. Разработанный В. П. Уласевичем метод деформаций [1] и реализованный нами в компьютерной программе CsdCAD [2, 3], а также опубликованная им работа [4] о расчете стержневых систем на устойчивость качественным методом, позволили поставить задачу о разработке алгоритма расчета стержневых систем на устойчивость по деформированной схеме с учетом геометрической и конструктивной нелинейности.

Полученная при расчете стержневой системы матрица закрепленной системы $[K^*]$, входящая в (10), является матрицей мгновенной жесткости $[K(H)]$ вследствие того, что дополнительные узловые нагрузки при расчете на устойчивость полагаются нулевыми, получается однородной, вида

$$[K(H)] \cdot \{\Delta\} = 0, \quad (12)$$

где $[K(H)]$ – матрица мгновенной жесткости, элементы которой – реакции r_{ik} во введенных связях на узлы основной системы, зависящие от продольных сил H в ее стержнях.

Особенность расчета на устойчивость в необходимости учета дополнительного изгибающего действия продольных сил H , за счет которого эпюры изгибающих моментов от единичных перемещений получаются криволинейными. Реакции во введенных связях содержат поправочные множители в виде специальных функций от безразмерных параметров ν . Для сжатых стержней с $H \leq 0$ и

$$\nu = l \sqrt{\frac{|H|}{EI}}$$

специальные поправочные коэффициенты к элементам матриц внутренней жесткости сжатых стержней от безразмерных параметров ν приведены в [5, с. 229]. Для растянутых стержней смотреть [6, с. 235].

В излагаемом здесь методе *деформаций* при расчете на устойчивость специальные функции к элементам матриц внутренней жесткости, приведенные в [5], пересчитаны на зависимость их от параметра $a_1 l$ (4), (5)

$$a_1 l = l \sqrt{\frac{|H|}{EI}}. \quad (13)$$

Тогда специальные функции как поправочные коэффициенты к элементам матрицы внутренней жесткости, зависящие от параметра $a_1 l$ (11) имеют вид:

$$\varphi_1 = \frac{(a_1 l)^2 \operatorname{tg}(a_1 l)}{3(\operatorname{tg}(a_1 l) - a_1 l)}; \quad \varphi_2 = \frac{a_1 l (\operatorname{tg}(a_1 l) - a_1 l)}{8 \operatorname{tg}(a_1 l) \left(\operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right) - \frac{a_1 l}{2} \right)}; \quad \varphi_3 = \frac{a_1 l (a_1 l - \sin(a_1 l))}{4 \sin(a_1 l) \left(\operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right) - \frac{a_1 l}{2} \right)};$$

$$\phi_4 = \frac{\left(\frac{a_1 l}{2}\right)^2 \operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right)}{3 \left(\operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right) - \frac{a_1 l}{2} \right)}; \quad \eta_1 = \frac{(a_1 l)^3}{3(\operatorname{tg}(a_1 l) - a_1 l)}; \quad \eta_2 = \frac{\left(\frac{a_1 l}{2}\right)^3}{3 \left(\operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right) - \frac{a_1 l}{2} \right)}. \quad (14)$$

Для растянуто-изогнутых стержней в формулах (14) необходимо произвести следующие замены: $(a_1 l)^2 \rightarrow -(a_1 l)^2$; $\sin(a_1 l) \rightarrow \sinh(a_1 l)$; $\text{tg}(a_1 l) \rightarrow \text{th}(a_1 l)$.

Для прямолинейного стержня с обоими защемленными концами (рисунок 1)

$$[K'_s] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EJ}{l^3} \eta_2 & -\frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & 0 & -\frac{12EJ}{l^3} \eta_2 & -\frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 \\ 0 & -\frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & \frac{4EJ}{l} \varphi_2 & 0 & \frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & \frac{2EJ}{l} \varphi_3 \\ \hline -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EJ}{l^3} \eta_2 & \frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & 0 & \frac{12EJ}{l^3} \eta_2 & \frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 \\ 0 & -\frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & \frac{2EJ}{l} \varphi_3 & 0 & \frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & \frac{4EJ}{l} \varphi_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Для стержня с жестким закреплением левого конца и шарнирным – правого

$$[K'_s] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EJ}{l^3} \eta_1 & -\frac{3EJ}{l^2} \varphi_1 & 0 & -\frac{3EJ}{l^3} \eta_1 & 0 \\ 0 & -\frac{3EJ}{l^2} \varphi_1 & \frac{3EJ}{l} \varphi_1 & 0 & \frac{3EJ}{l^2} \varphi_1 & 0 \\ \hline -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3EJ}{l^3} \eta_1 & \frac{3EJ}{l^2} \varphi_1 & 0 & \frac{3EJ}{l^3} \eta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Для стержня с жестким закреплением правого конца и шарнирным – левого

$$[K'_s] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EJ}{l^3} \eta_1 & 0 & 0 & -\frac{3EJ}{l^3} \eta_1 & -\frac{3EJ}{l^2} \varphi_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3EJ}{l^3} \eta_1 & 0 & 0 & \frac{3EJ}{l^3} \eta_1 & \frac{3EJ}{l^2} \varphi_1 \\ 0 & -\frac{3EJ}{l^2} \varphi_1 & 0 & 0 & \frac{3EJ}{l^2} \varphi_1 & \frac{3EJ}{l} \varphi_1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Для стержня с шарнирным закреплением обоих концов

$$[K'_s] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{H}{l} & 0 & 0 & \frac{H}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{H}{l} & 0 & 0 & -\frac{H}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Очевидно, что коэффициенты матриц мгновенной жесткости стержневой системы при расчете на устойчивость зависят от безразмерных функций (12), связанных с параметром $(a_1 l)$.

Критическому состоянию деформированного равновесия стержневой системы отвечает ненулевые перемещения $\{\Delta\}$ (10) ее узлов

$$\{\Delta\} \neq 0,$$

что возможно, если матрица мгновенной жесткости системы **вырождена** и ее определитель, как ее количественная характеристика, равен нулю

$$\text{Def}[K(a_1/l)]=0. \quad (19)$$

Выражение (19) и есть нелинейное (трансцендентное) уравнение критического равновесия относительно параметра (a_1/l) как основного неизвестного. При оценке устойчивости представляет интерес наименьший из корней (a_1/l) матричного уравнения (19).

Решение уравнения устойчивости (19) с целью поиска наименьшего параметра (a_1/l) как основного неизвестного задача математически сложная и трудоемкая. В настоящее время для оценки устойчивости стержневых систем используется **качественный метод исследования** их расчетной модели, суть которого изложена в [5]:

Для оценки устойчивости стержневых систем **качественным методом** [5] нами разработана средствами программирования PTS MathCAD компьютерная программа DresCAD по алгоритму, построенному на расчете стержневых систем по методу деформаций [1] и реализованному в программе CsdCAD, суть которого изложена в пп. 1 и 2 настоящей статьи, а более подробно – в [2] и [3]:

а) выполняется статический расчет стержневой модели при заданном уровне нагрузки и других воздействиях по методу деформаций [1], [2], [3];

б) по известным формулам Эйлера проверяется устойчивость всех стержней расчетной модели с учетом закреплений их в узлах основной системы метода деформаций (ОСМД). Критическая сила для каждого стержня определяются путём приравнивания нулю определителей матриц жёсткостей для каждого из них. Проверка всех стержней на устойчивость выполняется методом сравнения критических сил с продольными силами в стержнях, вычисленных по методу деформаций [1];

в) если устойчивость всех стержней ОСМД обеспечена, то анализируется полученная в результате расчета матрица мгновенной жесткости стержневой системы с учетом вычисленных внутренних сил в ее стержнях **в деформированном состоянии**. Все главные диагональные элементы матрицы мгновенной жесткости **в деформированном состоянии должны** быть положительны. Если в процессе анализа будет выявлено наличие отрицательных или нулевых элементов, делается вывод о неустойчивости деформированной системы в исследуемом состоянии равновесия. В этом случае дальнейший расчет должен быть либо прекращен, либо продолжен во вновь сформированной расчетной модели, учитывающей конструктивную нелинейность;

г) если все главные диагональные элементы матрицы мгновенной жесткости в деформированном состоянии положительны, то выполняется разложение матрицы мгновенной жесткости на множители одним из известных методов. В PTS MathCAD для разложения матриц на множители нами использованы встроенные функции;

д) окончательное заключение об устойчивости стержневой системы должно быть сделано путем исследования элементов, расположенных на главной диагонали матрицы мгновенной жесткости при разложении ее на множители. Если все диагональные элементы положительны и среди них нет близких к нулю, то равновесие стержневой системы при заданном для нее

воздействии *устойчиво*; если разложение матрицы мгновенной жесткости прервано, то равновесия является критическим. Если среди диагональных элементов есть хотя бы один отрицательный, то равновесие стержневой системы при данном уровне воздействия *неустойчиво*.

4. Устойчивость и расчет по деформированному состоянию. Предложенный в [5] д. т. н., проф. Е. М. Сидоровичем и развитый в [4] проф. В. П. Уласевичем **качественный метод** оценки устойчивости стержневых систем, позволяет однозначно дать ответ на вопрос «Устойчива или неустойчива принятая для нее расчетная модель при заданном характере и величине воздействия?». И если расчетная модель стержневой системы в этом состоянии равновесия устойчива, то ее матрица мгновенной жесткости положительно определена. А это значит, что система может перейти из устойчивого **исходного состояния** в новое **возмущенное** (рассчитываемое) **деформированное** состояние приложением к ее стержням **дополнительных воздействий**. Тогда матричная система уравнений метода деформаций (1), учитывающая продольные деформации рассчитываемой стержневой системы и перемещения ее узлов $\{\Delta\}$ (10), имеет вид:

$$[K(a_i, l, \Delta)] \cdot \{\Delta\} = \{P_u\} + [T_\alpha]^T \cdot \{P'_s\} + \{R\}. \quad (20)$$

Сформированная положительно определенная матрица мгновенной жесткости $[K(a_i, l, \{\Delta\})]$ системы уравнений (20) отрывает возможность выполнить **деформационный** расчет **возмущенного состояния** стержневой системы путем организации процедуры последовательных приближений, реализуемой программными средствами MathCAD. Для этого:

– Выполняем расчет **возмущенного равновесного состояния** стержневой системы **методом деформаций** [1] как первое приближение. Анализ полученных результатов дает возможность получить вектор перемещений узлов $\{\Delta\}$ с учетом продольных деформаций (а в случае загрузки их поперечной нагрузкой) и поперечных деформаций, а также внутренние усилия в стержнях. Вектор перемещений узлов $\{\Delta_1\}$ дает возможность откорректировать матрицу мгновенной жесткости $[K(a_i, l, \{\Delta_1\})]$.

– Выполняя последующие расчеты матричной системы (20) с анализом результатов расчета и корректировкой матрицы мгновенной жесткости $[K(a_i, l, \{\Delta_i\})]$, необходимой для последующего $(i+1)$ статического расчета **методом деформаций**, получаем быстро сходящийся итерационный процесс вплоть до достижения заданной точности.

Полученное решение стержневой системы в деформированном возмущенном равновесном состоянии необходимо проверить на устойчивость вышеизложенным **качественным методом**. И если стержневая система устойчива, то вычисленный вектор $\{\Delta\}$ дает возможность строить эпюры перемещений v , изгибающих моментов M_s и сдвигающих сил Q_s с использованием аналитических выражений (3), (4) и (5) соответственно. Продольные силы N необходимо вычислять по формуле

$$N = H \cos \varphi + Q_s \sin \varphi, \quad (21)$$

где φ – угол поворота хорды стержня в возмущенном деформированном состоянии равновесия по отношению к исходному состоянию.

5. Блок-схема компьютерной программы DresCAD в PTS MathCAD. Сказанное в п. 2÷4 настоящей статьи позволило разработать алгоритм расчета моделей эффектов воздействий (расчетных схем) стержневых систем зданий и сооружений по деформированному состоянию, оценить их устойчивость и реализовать его в компьютерной программе DresCAD.

На рисунке 4 представлена блок-схема компьютерной программы DresCAD, разработанная на алгоритмическом языке MathCAD [2]

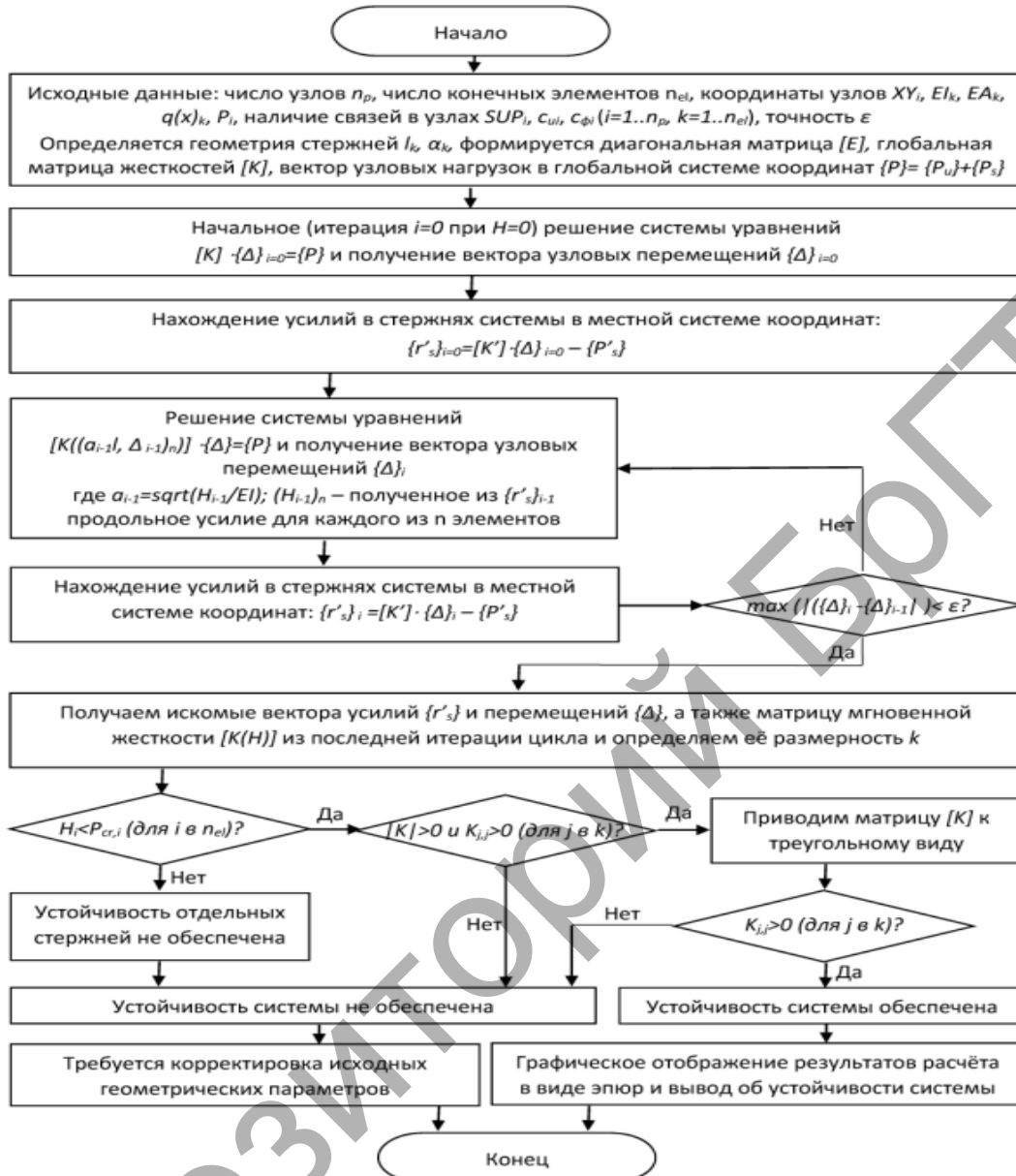


Рисунок 4 – Блок-схема программы DresCAD для расчета стержневых систем на устойчивость методом деформаций по деформированному состоянию

По программе DresCAD проанализированы расчетные модели стержневых систем, представленные на рисунках 5 [7], рисунках 7 [8], рисунке 9. Результаты расчета изложены в таблицах 1, 2, 3, 4.

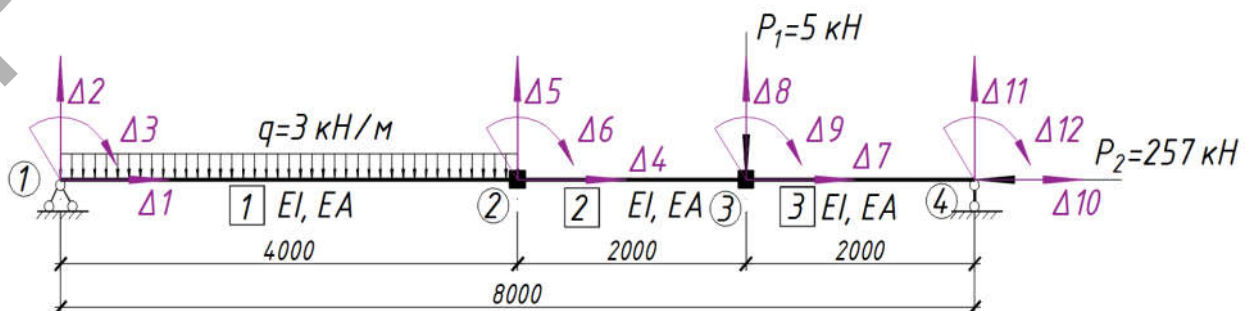


Рисунок 5 – Расчетная модель сжато-изогнутого стержня [7]

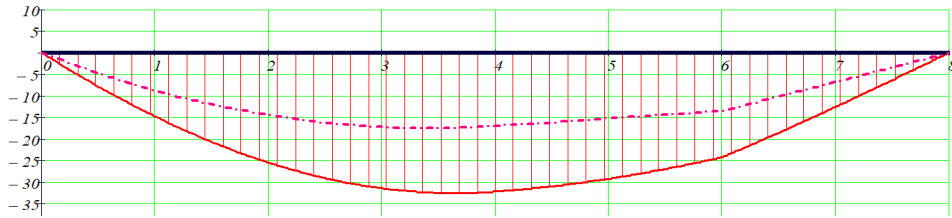


Рисунок 6 – Эпюра изгибающих моментов в сжато-изогнутом стержне ($EI = 3638.04 \text{ кНм}^2$, $EA = 921900 \text{ кН}$) (штрихпунктирная линия – линейный расчёт)

Таблица 1 – Оценка расчетов по различным методам сжато-изогнутого стержня [6]

Анализ расчётов	M_{T2} , кНМ	M_{T4} , кНМ	M_{T6} , кНМ	Δ_{T4} , см	Δ_{T6} , см
Деформационный расчёт (КП DresCAD)	25.459	32.171	24.192	5.903	4.16
Точное решение (6)	25.506	32.253	24.240	5.935	4.179
Линейный расчёт (КП DresCAD)	14.500	17.000	13.500	3.207	2.254
Различие деформационного расчёта с точным расчётом (6), %	0.186%	0.254%	0.2%	0.537%	0.451%

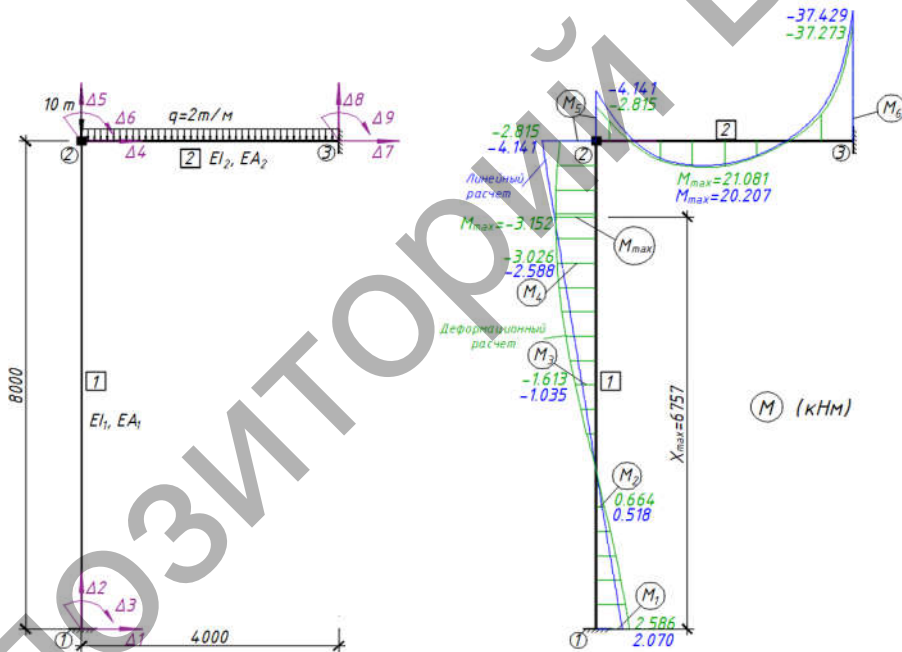


Рисунок 7 – Расчетная схема и эпюры изгибающих моментов для стержня 1 рамы [8] ($EI_1 = 915.6 \text{ кНм}^2$, $EA_1 = 1680000 \text{ кН}$, $EI_2 = 2373 \text{ кНм}^2$, $EA_2 = 21000000 \text{ кН}$)

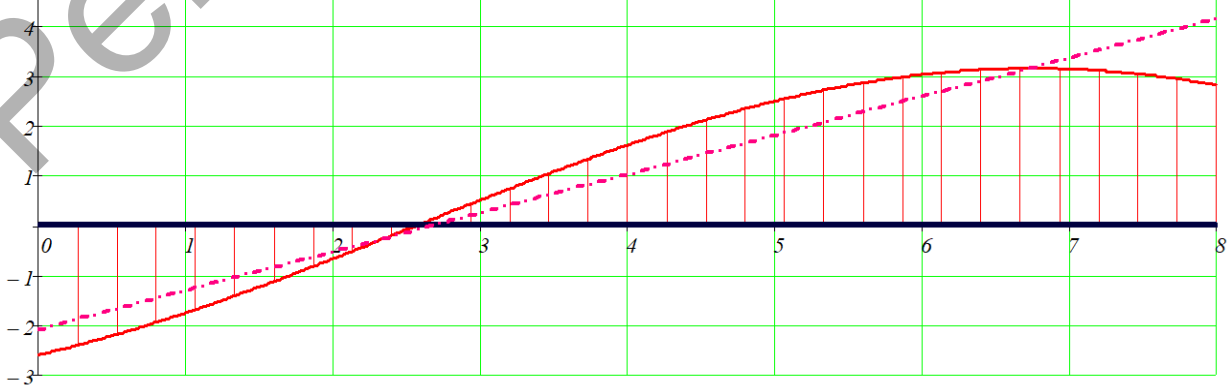


Рисунок 8 – Эпюра моментов, полученная в программе DresCAD для стержня №1 рамы [7] (штрихпунктирная линия – линейный расчёт)

Таблица 2 – Результаты расчетов по различным методам для рамы [8]

Анализ расчётов		M_1 , кНМ	M_2 , кНМ	M_3 , кНМ	M_4 , кНМ	M_5 , кНМ	M_6 , кНМ
Г.К. Клейн и др.	Линейный	2.150				-4.320	-37.900
	Деформац.	2.800				-2.900	-38.600
Программа DresCAD	Линейный	2.070	0.518	-1.035	-2.588	-4.141	-37.429
	Деформац.	2.586	0.664	-1.613	-3.026	-2.815	-38.273

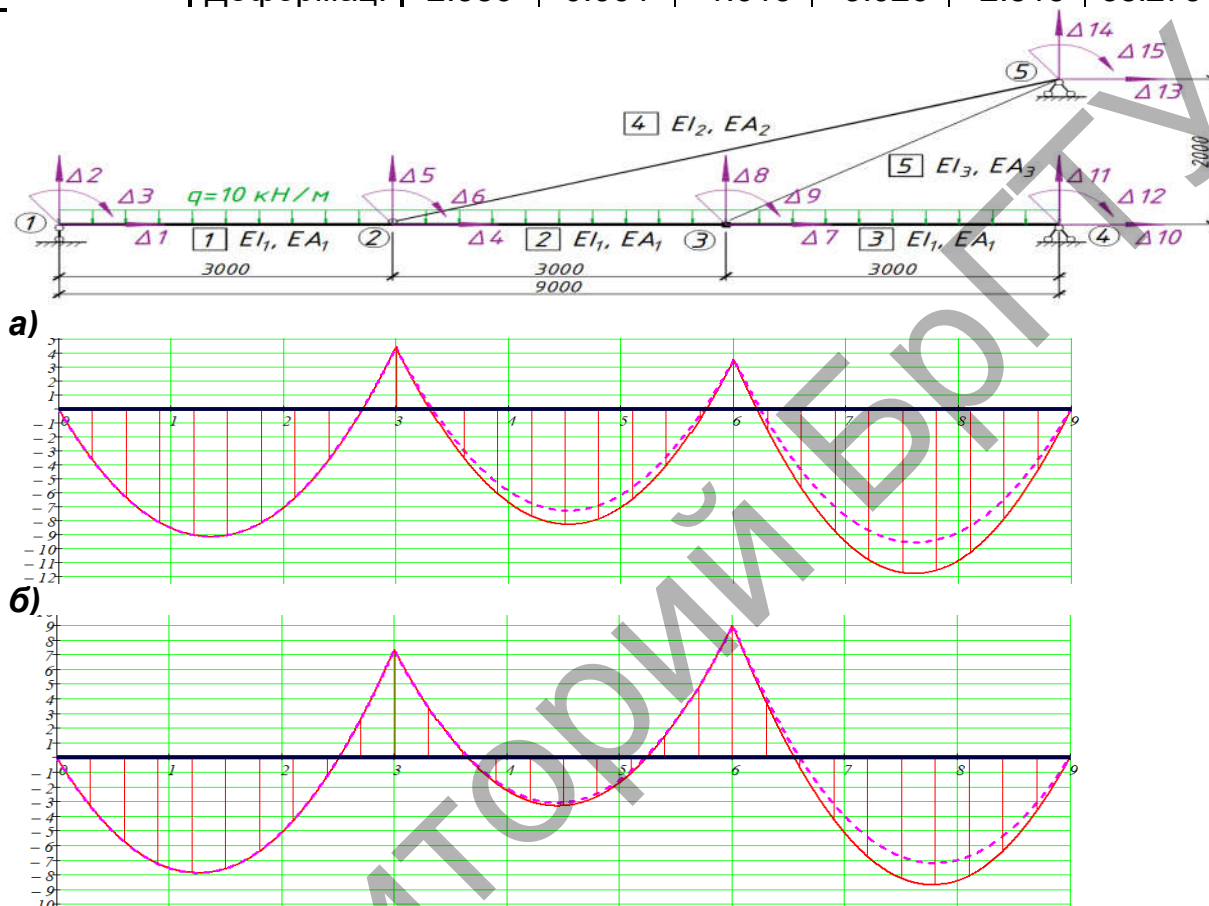


Рисунок 9 – Расчетная схема комбинированной балочно-вантовой системы
 $EI_1=674.61 \text{ кНм}^2$, $EA_1=453.2 \text{ МН}$; $EI_2=0.522 \text{ кНм}^2$, $EA_2=37.11 \text{ МН}$; $EI_3=0.087 \text{ кНм}^2$,
 $EA_3=6.185 \text{ МН}$. Эпюры изгибающих моментов в балке: а) без преднапряжения;
 б) с предварительным напряжением в ванте 4 $P_n = 90 \text{ кН}$ и в ванте 5 $P_n = 55 \text{ кН}$.

Таблица 3 – Анализ расчета комбинированной балочно-вантовой системы (рисунок 9)

Анализ результатов расчётов	Момент в пролёте 1, кНМ	M_{T2} , кНМ	Момент в пролёте 2, кНМ	M_{T3} , кНМ	Момент в пролёте 3, кНМ
Без преднапряжения					
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	9.145	-4.428	8.27	-3.531	11.797
Линейный расчёт в ПК DresCAD	9.139	-4.428	7.27	-3.531	9.546
Различие деформационного с линейным расчетом, %	0.065%	0.00%	13.74%	0.00%	23.59%
С преднапряжением					
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	7.881	-7.334	3.326	-8.987	8.695
Линейный расчёт в ПК DresCAD	7.876	7.334	3.103	-8.987	7.197
Различие деформационного расчета с линейным расчетом, %	0.06%	0.00%	7.17%	0.00%	20.81%

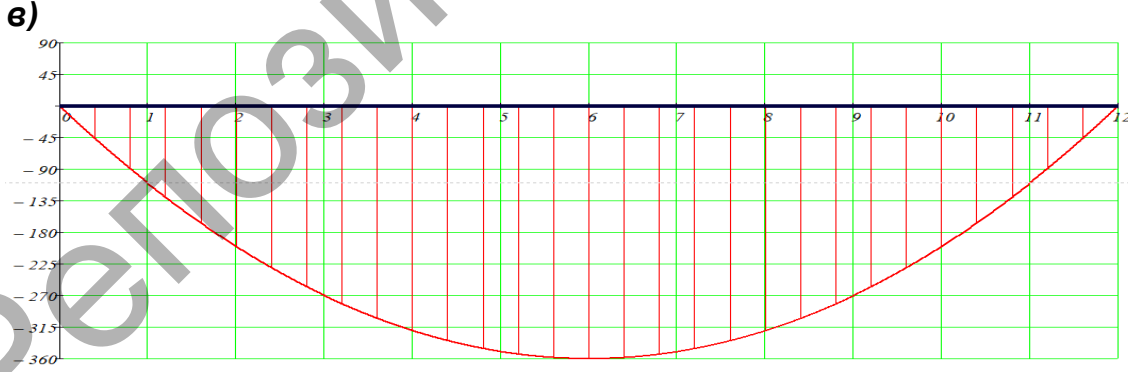
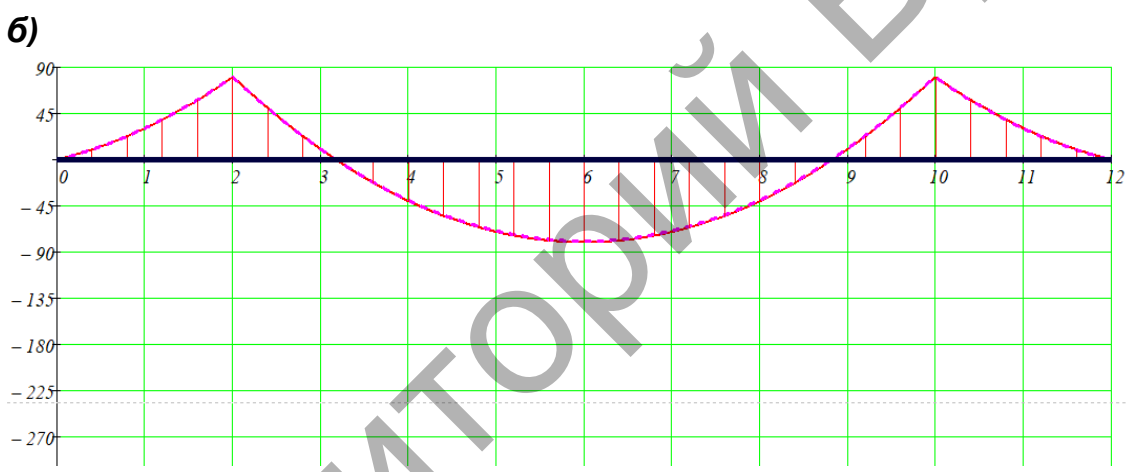
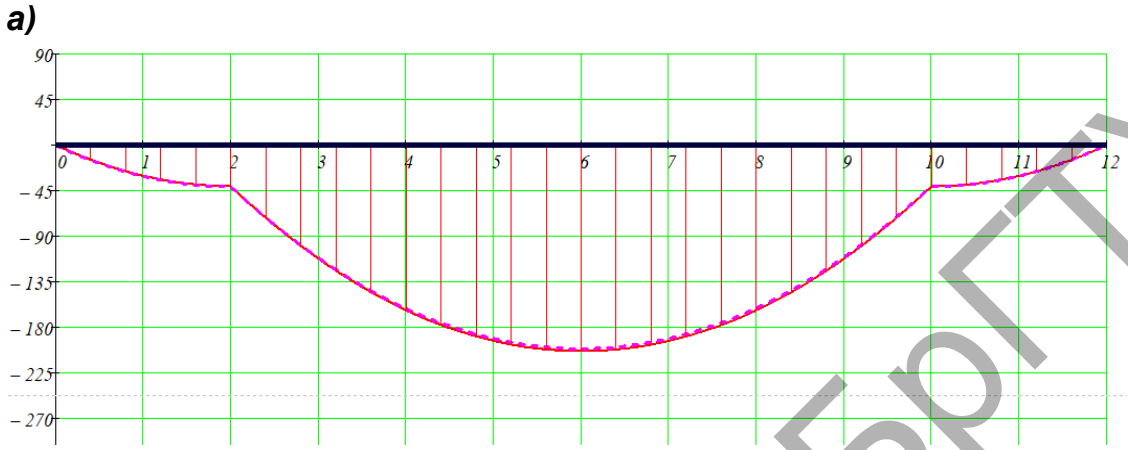
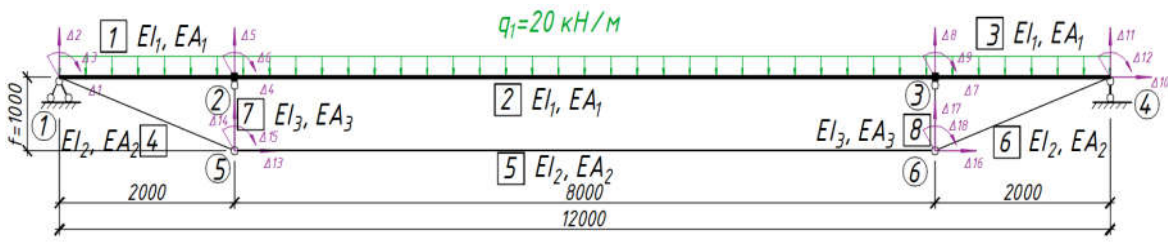


Рисунок 10 – Расчетная схема шпренгельной системы и эпюры изгибающих моментов:

$EI_1 = 81837.62 \text{ кНм}^2$, $EA_1 = 2060 \text{ МН}$; $EI_2 = 4.6 \text{ кНм}^2$, $EA_2 = 152.053 \text{ МН}$;
 $EI_3 = 95.1 \text{ кНм}^2$, $EA_3 = 252.371 \text{ МН}$;

а) без преднапряжения; б) с предварительным напряжением $P_n = 303 \text{ кН}$;
 в) при потере стойками устойчивости от предварительного напряжения $P_n = 2000 \text{ кН}$ и $f = 1.5 \text{ м}$

— Нелинейный расчёт
 - - - - - Линейный расчёт

Таблица 4 – Анализ расчета шпренгельной системы (рисунок 10)

Анализ расчётов	M_{T2} , кНм	Момент в пролёте, кНм	M_{T3} , кНм
Без преднапряжения			
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	41.202	203.948	41.202
Линейный расчёт в ПК DresCAD	41.202	201.194	41.202
Различие деформационного расчета с линейным расчетом, %	0.00%	1.37%	0.00%
С преднапряжением $P_n = 303$ кН			
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	-80.702	80.774	-80.702
Линейный расчёт в ПК DresCAD	-80.702	79.295	-80.702
Различие деформационного расчета с линейным расчетом, %	0.00%	1.87%	0.00%
При потере стойками устойчивости при $P_n = 2000$ кН и $f=1.5$ м			
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	200.000	360.002	200.000

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. В статье изложен алгоритм расчета стержневых систем на устойчивость по деформированному состоянию с учетом геометрической и конструктивной нелинейности и разработанная на его основе компьютерная программа DresCAD. Результаты расчетов контрольных примеров и выполненный сравнительный их анализ подтверждают высокую точность алгоритма и уникальные вычислительные возможности программы DresCAD.

Список цитированных источников

1. Уласевич, В. П. Статический расчет гибких стержневых систем сложной геометрической структуры методом деформаций / В. П. Уласевич // Вестник БрГТУ. – 2018. – № 1(109): Строительство и архитектура. – С. 73–77.
2. Каковко, В. И. Расчет рам методом перемещений средствами программирования PTS MathCAD, построенный на деформационной модели гибкого стержня / В.И. Каковко, научн. рук. проф. БрГТУ В. П. Уласевич // Сб. конкурсных научных работ студентов и магистрантов. – Ч. 1. – Брест: Изд-во БрГТУ, 2018. – С. 196–201.
3. Уласевич, В. П. Расчет стержневых систем уточненным методом перемещений и его реализация в среде PTS MathCAD / В. П. Уласевич, В. И. Каковко // Перспективные направления инновационного развития строительства и подготовки инженерных кадров : сб. научных статей XXI Международного научно-методического семинара 25–26 октября 2018 г. – Ч. I. – Брест: Изд-во БрГТУ, 2018. – С. 254–261.
4. Уласевич, В. П. Устойчивость и деформационный расчет стержневых систем матричным методом деформаций / В. П. Уласевич // Вестник БрГТУ. – 2019. – № 1 (114) : Строительство и архитектура. – С. 68–72.
5. Сидорович, Е. М. Динамика и устойчивость сооружений. Численные методы решения задач: учебное пособие / Е. М. Сидорович. – Минск: БНТУ, 2006. – 246 с.
6. Борисевич, А. А. Строительная механика / А. А. Борисевич, Е. М. Сидорович, В. И. Игнатюк – Минск: БНТУ, 2007. – 821 с.
7. Безухов, Н. И. Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах / Н. И. Безухов, О. В. Лужин, Н. В. Колкунов. – М.: Стройиздат, 1969. – 424 с.
8. Клейн, Г. К. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (основы теории устойчивости, динамики сооружений и расчета пространственных систем) / Г. К. Клейн, В. Г. Рекач, Г. И. Розенблат. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1972. – 296 с.