ции. Крепление эклиметра должно жестко фиксироваться, чтобы обеспечить его надежную неподвижность при вращении конструкции.

Таблица 1 – Интервалы $\Delta\omega$ поворота конструкций

φ / Δφ	30°	40°	50°	60°	70°	80°
10'	8°	6°	5°	5°	5°	6°
5'	6°	4°	3°	3°	3°	4°
2'	4°	3°	2°	2°	2°	3°
1'	2°	2°	1°	1°	1°	2°
30"	2°	1°	1°	1°	1°	1°
5"	0,8°	0,6°	0,5	0,5	0,5	0,6°

3. Повернуть конструкцию вокруг оси вращения на два-три интервала $\Delta\omega$.

4. Поворачивая конструкцию в обратном направлении, взять 5-6 отсчетов по эклиметру через каждый интервал $\Delta\omega$. Определить по измерениям отсчет № 1 – экстремальный.

5. Повернуть конструкцию примерно на 180°, не довернув 2-3 интервала $\Delta\omega$.

6. Поворачивая конструкцию в том же направлении, взять 5-6 отсчетов по эклиметру через каждый интервал $\Delta\omega$, по ним определить второй экстремальный отсчет № 2.

7. По формуле (1) или (2) вычислить угол φ.

Предлагаемая методика рассчитана на применение типовых эклиметров. В случае необходимости для измерения угла наклона оси вращения конструкции можно применить теодолит соответствующей точности [3].

По описанной методике были выполнены полевые испытания и измерены углы наклона оси вращения опорно-поворотных устройств крупного радиотелескопа ООО «Сигнал» г. Бреста.

При использовании измерений вертикальным кругом теодолита точность определения угла наклона оси вращения конструкции составляет 5"÷3".

ЛИТЕРАТУРА

1. Неумывакин Ю.К., Сухов А.Н., Шмелин Н.А. Геодезический контроль качества строительно-монтажных работ. – М.: Стройиздат, 1988.

2. Руководство по геодезическому обеспечению монтажа и эксплуатации технологического оборудования цементной промышленности. – М.: Недра, 1989.

3. Михелев Д.Ш. Инженерная геодезия. – М., Высшая школа, 2001.

УДК 519.3: 681.3

Рудлевский Д.В.

Научный руководитель: к.т.н., доцент Игнатюк В.И.

К РАСЧЕТУ ПЛОСКИХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ УПРУГОЙ ПОДАТЛИВОСТИ УЗЛОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

В реальных сооружениях соединение стержней в узлах чаще всего не является идеально жестким либо шарнирным, а имеет определенную упругую податливость, которая обычно не учитывается в расчетах, но может существенно влиять на распределение усилий в системе. Для учета этого фактора необходимо в методике расчета учитывать возможность упругой податливости узловых соединений.

В качестве метода расчета выбран метод конечных элементов, который сегодня является одним из основных и наиболее мощных инструментов численного исследования конструкций и сооружений при решении задач расчета сооружений [2]. Метод конечных элементов отличают достаточная простота, физическая наглядность, высокая логичность и универсальность.

При расчете сооружений методом конечных элементов основным разрешающим уравнением [3] является уравнение вида:

$$[K]\{\Delta\} = \{P\}, \tag{1}$$

где $[K]$ – матрица жесткости системы,

$\{\Delta\}$ – вектор перемещений узлов системы,

$\{P\}$ – вектор внешних узловых нагрузок.

Учет упруго-податливого соединения элементов в узлах вызовет соответствующие изменения в матрицах $[K]$ и $\{P\}$. Так как эти матрицы могут быть сформированы из матриц отдельных конечных элементов (КЭ) [3], учет упругой податливости присоединения КЭ к узлам может быть выполнен на уровне определения матриц жесткости и векторов нагрузок КЭ.

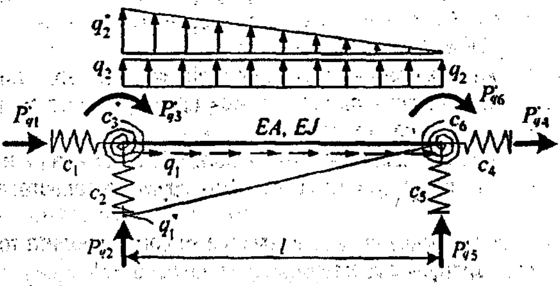

Рис. 1 – Схема конечного элемента с упруго-податливыми связями

Для КЭ, присоединяющихся к узлам с помощью упруго-податливых связей, жесткости которых определяются величинами c_1-c_6 (рис. 1) (c_1, c_4 – жесткости горизонтальных связей в начале и в конце стержня, c_2, c_5 – жесткости соответствующих вертикальных связей, c_3, c_6 – жесткости угловых связей), матрица жесткости в местной системе координат получена в работе [1] и имеет вид:

$$[K'_Э]=\left[\begin{array}{ccc|ccc}
\frac{EA}{l}k_N & 0 & 0 & -\frac{EA}{l}k_N & 0 & 0 \\
0 & \frac{12EJ}{l^3}k_1 & -\frac{6EJ}{l^2}k_2 & 0 & -\frac{12EJ}{l^3}k_1 & -\frac{6EJ}{l^2}k_4 \\
0 & -\frac{6EJ}{l^2}k_2 & \frac{3EJ}{l}(k_2+k_3) & 0 & \frac{6EJ}{l^2}k_2 & \frac{3EJ}{l}(k_2-k_3) \\
\hline
-\frac{EA}{l}k_N & 0 & 0 & \frac{EA}{l}k_N & 0 & 0 \\
0 & -\frac{12EJ}{l^3}k_1 & \frac{6EJ}{l^2}k_2 & 0 & \frac{12EJ}{l^3}k_1 & \frac{6EJ}{l^2}k_4 \\
0 & -\frac{6EJ}{l^2}k_4 & \frac{3EJ}{l}(k_2-k_3) & 0 & \frac{6EJ}{l^2}k_4 & \frac{3EJ}{l}(k_4+k_5)
\end{array}\right], \tag{2}$$

где EA, EJ – продольная и изгибная жесткости стержня. В (2) обозначено:

$$k_N = \frac{1}{1+(c_1+c_4)\dfrac{EA}{l}}; \qquad k_1 = \frac{t_4}{t_2 t_4 - 3t_3^2}; \qquad k_2 = \frac{t_3+t_4}{t_2 t_4 - 3t_3^2};$$

$$k_3 = \frac{1}{3t_4} + \frac{t_3}{t_4}k_2; \qquad k_4 = \frac{t_4 - t_3}{t_2 t_4 - 3t_3^2}; \qquad k_5 = \frac{1}{3t_4} + \frac{t_3}{t_4}k_4, \tag{3}$$

$$t_2 = 1+(c_2+c_5)\frac{12EJ}{l^3} + (c_3+c_6)\frac{3EJ}{l}; \qquad t_3 = (c_6 - c_3)\frac{EJ}{l}; \qquad t_4 = 1+(c_3+c_6)\frac{EJ}{l}. \tag{4}$$

При действии на конечные элементы распределённых нагрузок в методе конечных элементов их необходимо преобразовывать к узловым. Это преобразование для конечных элементов, упруго-податливо присоединяемых к узлам, не будет совпадать со случаями жёстко-шарнирного соединения конечных элементов в узлах и может быть получено также на основе расчётов соответствующих конечных элементов [1]. Для случая нагружения КЭ распределенными нагрузками, представленными на рис. 1, величины узловых нагрузок для него будут определяться выражением

$$\left\{P'_q\right\} = \begin{Bmatrix} P'_{q1} \\ P'_{q2} \\ P'_{q3} \\ \hline P'_{q4} \\ P'_{q5} \\ P'_{q6} \end{Bmatrix} = \left\{\begin{array}{c} \dfrac{q_1 l}{2} f_{q1} + \dfrac{q_1^* l}{6}\left(3 - s_{q1}\right) \\ \dfrac{q_2 l}{2}\left(1 - f_{q2}\right) + \dfrac{q_2^* l}{20}\left(10 - u_{q1}\right) \\ -\dfrac{q_2 l^2}{12}\left(1{,}5 - 3f_{q2} - f_{q3}\right) - \dfrac{q_2^* l^2}{120}\left(20 + u_{q2} - 6u_{q1}\right) \\ \hdashline \dfrac{q_1 l}{2} f_{q1} + \dfrac{q_1^* l}{6} s_{q1} \\ \dfrac{q_2 l}{2}\left(1 + f_{q2}\right) + \dfrac{q_2^* l}{20} u_{q1} \\ \dfrac{q_2 l^2}{12}\left(1{,}5 + 3f_{q2} - f_{q3}\right) + \dfrac{q_2^* l^2}{120} u_{q2} \end{array}\right\}, \tag{5}$$

где
$$f_{q2} = \frac{3\,t_{q2}t_4 - t_{q3}t_3}{6t_3^2 - 2t_2 t_4}; \qquad f_{q3} = 3f_{q2}\frac{t_3}{t_4} + \frac{t_{q3}}{2t_4}; \qquad u_{q2} = \frac{3u_2 u_{q1} - 5s_{q3}}{u_3},$$

$$u_{q1} = \frac{8s_{q2}u_3 - 5s_{q3}u_2}{4u_1 u_3 - 3u_2^2}; \qquad t_{q2} = \frac{EJ}{l}\left(\frac{1}{c_6} - \frac{1}{c_3}\right) + \frac{8EJ}{l^3}\left(\frac{1}{c_5} - \frac{1}{c_2}\right);$$

$$t_{q3} = 1 + \frac{3EJ}{l}\left(\frac{1}{c_3} + \frac{1}{c_6}\right); \qquad s_{q2} = 1 + \frac{15EJ}{c_2 l^3}; \qquad s_{q3} = 1 + \frac{4EJ}{c_3 l}; \tag{6}$$

$$u_1 = 1 + \frac{3EJ}{l^3}\left(\frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_5}\right) + \frac{3EJ}{c_3 l}; \quad u_2 = 1 + \frac{2EJ}{c_3 l}; \quad u_3 = 1 + \left(\frac{1}{c_3} + \frac{1}{c_6}\right)\frac{EJ}{l}; \quad t_2,\ t_3,\ t_4 - \text{см. (3)}.$$

Преобразование матриц жесткости и векторов внешних нагрузок конечных элементов из местных в общую систему координат производится с помощью выражений [3]:

$$[K] = [T_\alpha]^T \cdot [K'] \cdot [T_\alpha]; \qquad \left\{P_q\right\} = [T_\alpha]^T \left\{P'_q\right\}, \tag{7}$$

где $[T_\alpha]$, $[T_\alpha]^T$ – обычная и транспонированная матрицы преобразования координат.

Процедура формирования матрицы жесткости системы из матрицы жесткости ее элементов описана в работе [2].

После определения перемещений узлов из решения системы уравнений (1) усилия в элементах сооружения (в местной системе координат) определяются с помощью зависимости

$$\{r_s'\} = [K_s']\cdot[T_{as}]\cdot\{\Delta_s\} - \{P_{qs}'\}, \qquad (8)$$

где $\{\Delta_s\}$ – перемещение узлов рассматриваемого элемента;

$\{P_{qs}'\}$ – вектор узловых сосредоточенных сил в местной системе координат от действия на элемент распределенных нагрузок.

В соответствии с изложенной методикой для расчета систем методом конечных элементов может быть предложен следующий алгоритм [2]:

1. Определение расчетной дискретной модели стержневой системы (разделение ее на конечные элементы, назначение узлов) и описание ее структуры (нумерация узлов и стержней).

2. Выбор общей и местных систем координат и определение координат узлов в общей системе координат.

3. Составление матрицы перемещений узлов расчетной дискретной модели системы $\{\Delta\}$.

4. Идентификация конечных элементов (определение их типов, длин, жесткостей и установление соответствия между номерами стержней и номерами начального и конечного узлов КЭ).

5. Преобразование внешних нагрузок (преобразование пролетных равномерно распределенных нагрузок на стержни к узловым нагрузкам, преобразование сосредоточенных узловых сил из местных систем в общую систему координат, определение суммарных узловых сил в каждом узле дискретной модели).

6. Построение матриц жесткости конечных стержневых элементов $[K_s']$ в местных системах координат.

7. Определение для каждого конечного элемента направляющих синусов и косинусов и составление матриц преобразования $[T_{as}']$.

8. Получение матриц жесткости конечных элементов $[K_s]$ в общей системе координат (2).

9. Формирование матрицы жесткости $[K]$ всей системы в общей системе координат.

10. Получение системы разрешающих уравнение путем учета граничных условий (наличия или отсутствия опорных связей).

11. Решение системы разрешающих уравнений и определение узловых перемещений $\{\Delta\}$ расчетной модели.

12. Определение усилий $\{r_s'\}$ в конечных элементах (8), построение эпюр внутренних сил в системе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борисевич А.А. Строительная механика: учебное пособие / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк. – Мн.: БНТУ, 2007. – 821 с.

2. Игнатюк В.И. Метод конечных элементов в расчетах стержневых систем: учебное пособие. – Брест: БрГТУ, 2007. – 172 с.