

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Практикум по статистике

для студентов экономических специальностей

ЧАСТЬ II

Брест 2016

УДК 311 (076.5)

Настоящая разработка содержит в краткой форме методические указания по курсу «Статистика». Рассмотрены статистические показатели, необходимые для решения практических заданий, приведены типовые примеры с подробными решениями, способствующие развитию профессиональных навыков, которые могут быть использованы для решения задач в социально-экономической статистике, статистике финансов, в системе национальных счетов. Также включены задания для самостоятельной работы.

Материалы данной разработки могут быть использованы на занятиях со студентами экономических специальностей всех форм обучения.

Издаётся в 2-х частях. Часть 2.

Составители: Журавель М.Г., ассистент

Золотухина Л.С.

Копайцева Т.В.

Кузьмина Е.В.,

Шамовская Г.В.

Рецензент: Грицук Е.В., доцент
дифференциальн.
образования «Брест
им. А.С. Пушкина»

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ СВЯЗЬ И ЕЕ СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ

Корреляционная связь – связь, проявляющаяся не в каждом отдельном случае, а в массе случаев в средних величинах в форме тенденции.

Связи между явлениями и их признаками классифицируются по степени тесноты, направлению и аналитическому выражению.

1. По направлению выделяют **прямую** и **обратную** связь.

2. По аналитическому выражению выделяют:

- **прямолинейные (линейные)** связи, которые могут быть приблизительно выражены уравнением прямой;

- **нелинейные** связи, которые выражаются уравнением какой-либо кривой линии.

3. Для измерения тесноты связи применяются: линейный коэффициент корреляции, теоретическое корреляционное отношение, индекс корреляции.

Можно использовать следующую формулу для расчета линейного коэффициента корреляции:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y},$$

где

$$\overline{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{n}, \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}, \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}, \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2}, \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n} - (\bar{y})^2}.$$

Верно, что $-1 \leq r \leq 1$. Если $r > 0$, то зависимость между признаками прямая, а если $r < 0$, то зависимость обратная.

Линейный коэффициент корреляции применяется для измерения тесноты связи только при линейной форме связи.

Значимость коэффициента линейной корреляции:

а) для $n < 30$ проверяется на основе t-критерия Стьюдента, для чего определяется расчетное значение критерия по формуле:

$$t_{расч} = \sqrt{\frac{r^2(n-2)}{1-r^2}}$$

и сопоставляется с табличным значением $t_{табл} = t(\alpha; \nu = n - 2)$; коэффициент r считается значимым, только если $t_{табл} < t_{расч}$.

б) для $n \geq 30$ проводится с использованием $t_{расч} = \frac{|r|}{\sigma_r}$, где $\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}}$

Определение формы связи между признаками состоит в нахождении уравнения связи (уравнения регрессии). Возможны различные формы связи:

1. Линейная $\hat{y}_{лин} = a + bx$.

Нормальная система уравнений для нахождения параметров a и b имеет вид:

$$\begin{cases} b \sum x_i^2 + a \sum x_i = \sum x_i y_i, \\ b \sum x_i + a \cdot n = \sum y_i. \end{cases}$$

Параметр b – коэффициент при x в уравнении линейной регрессии – называется **коэффициентом регрессии**, который показывает, на сколько в среднем изменяется значение результативного признака y при изменении факторного признака x на единицу.

При наличии прямой корреляционной зависимости коэффициент регрессии имеет положительное значение, а в случае обратной зависимости коэффициент регрессии – отрицательный.

Проверка значимости коэффициента регрессии осуществляется с помощью t -критерия Стьюдента. Необходимо найти

$$t_{\text{расч}} = \frac{|b|}{\sqrt{\sigma_b^2}}$$

где σ_b^2 – дисперсия коэффициента регрессии, наиболее простая формула которой имеет вид:

$$\sigma_b^2 = \frac{\sigma_{\text{ост}}^2}{\sigma_x^2(n-2)}$$

$\sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_{xi})^2}{n}$, σ_x^2 – дисперсия факторного признака. Далее находят $t_{\text{табл}}$ по таблице Стьюдента при заданном уровне значимости α и числе степеней свободы $\nu = n - 2$ (для линейной регрессии). Коэффициент регрессии считается значимым, только если $t_{\text{табл}} < t_{\text{расч}}$.

Коэффициент регрессии применяют для определения **коэффициента эластичности**, который показывает, на сколько процентов изменится величина результативного признака y при изменении признака-фактора x на один процент. Коэффициент эластичности в случае линейной зависимости определяется по формуле:

$$\mathcal{E}_x = b \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$$

Линейный коэффициент корреляции и коэффициент регрессии связаны соотношением:

$$r = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

2. Квадратичная $\hat{y}_{кв} = a + bx + cx^2$.

Система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} c \sum x_i^4 + b \sum x_i^3 + a \sum x_i^2 = \sum x_i^2 y_i, \\ c \sum x_i^3 + b \sum x_i^2 + a \sum x_i = \sum x_i y_i, \\ c \sum x_i^2 + b \sum x_i + a \cdot n = \sum y_i. \end{cases}$$

3. Гиперболическая регрессия $\hat{y}_{гип} = a + \frac{b}{x}$.

Введем замену переменной $t = 1/x$, тогда $\hat{y}_{гип} = a + bt$ и нормальная система уравнений для определения a и b (смотри линейную регрессию) имеет вид:

$$\begin{cases} b \sum t_i^2 + a \sum t_i = \sum t_i y_i, \\ b \sum t_i + a \cdot n = \sum y_i. \end{cases}$$

4. Показательная регрессия $\hat{y}_{\text{пок}} = a \cdot b^x$.

Введем замены $z = \lg y$, $a_1 = \lg a$, $b_1 = \lg b$. Тогда уравнение связи имеет вид: $z = a_1 + b_1 x$. Коэффициенты a_1 и b_1 находятся из системы:

$$\begin{cases} b_1 \sum x_i^2 + a_1 \sum x_i = \sum x_i z_i, \\ b_1 \sum x_i + a_1 \cdot n = \sum z_i. \end{cases}$$

Тогда $a = 10^{a_1}$, $b = 10^{b_1}$.

5. Степенная регрессия $\hat{y}_{\text{степен}} = a \cdot x^b$.

Обозначим $\lg y = z$, $\lg a = a_1$, $\lg x = u$, тогда уравнение связи $z = a_1 + b u$, а нормальная система уравнений:

$$\begin{cases} b \sum u_i^2 + a_1 \sum u_i = \sum u_i z_i, \\ b \sum u_i + a_1 \cdot n = \sum z_i. \end{cases}$$

6. Логарифмическая регрессия $\hat{y}_{\text{лог}} = a + b \cdot \lg x$. Сделаем замену $u = \lg x$. Тогда $\hat{y} = a + b u$ и нормальная система имеет вид:

$$\begin{cases} b \sum u_i^2 + a \sum u_i = \sum u_i y_i, \\ b \sum u_i + a \cdot n = \sum y_i. \end{cases}$$

Для всей совокупности наблюдаемых значений рассчитывается средняя квадратическая ошибка уравнения регрессии S_e , которая представляет собой среднее квадратическое отклонение фактических значений y_i , относительно значений, рассчитанных по уравнению регрессии \hat{y}_i , то есть

$$S_e = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - m}},$$

где m – число параметров в уравнении регрессии.

В качестве меры достоверности уравнения корреляционной зависимости используем процентное отношение средней квадратической ошибки уравнения (S_e) к среднему уровню результативного признака (\bar{y}):

$$\frac{S_e}{\bar{y}} \cdot 100\%.$$

Если эта величина не превышает 10–15 %, то уравнение регрессии достаточно хорошо отображает взаимосвязь двух признаков и может быть использовано в практической работе.

Для результативного признака можно определить доверительные границы, в пределах которых с заданной доверительной вероятностью будет находиться теоретическое значение y при значении факторного признака x_0 :

$$\hat{y}_{x_0} - t_{\alpha} \frac{S_e}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sigma_x^2}} \leq y \leq \hat{y}_{x_0} + t_{\alpha} \frac{S_e}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sigma_x^2}},$$

где t_{α} определяется в соответствии с уровнем значимости по t -распределению Стьюдента с $(n - m)$ степенями свободы.

Пример 1. На основе выборочных данных о деловой активности однотипных коммерческих структур (см. табл. 1) оценить тесноту связи между прибылью y (млн. руб.) и затратами на 1 руб. произведенной продукции x (коп.), полагая, что зависимость между признаками линейная. Построить уравнение связи.

Затраты на 1 руб. произведенной продукции, коп.	96	77	77	89	82	81
Прибыль, млн руб.	221	1070	1001	606	779	789

Решение. Воспользуемся вспомогательной таблицей.

Расчетная таблица для определения уравнения регрессии, коэффициента корреляции и корреляционного отношения

№ п/п	x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2	\hat{y}_{x_i}	$y_i - \hat{y}_{x_i}$	$(y_i - \hat{y}_{x_i})^2$
1	96	221	21216	9216	48841	247,52	-26,52	703,31
2	77	1070	82390	5929	1144900	1012,84	57,16	3267,27
3	77	1001	77077	5929	1002001	1012,84	-11,84	140,186
4	89	606	53934	7921	367236	529,48	76,52	5855,31
5	82	779	63878	6724	606841	811,44	-32,44	1052,35
6	81	789	63909	6561	622521	851,72	-62,72	3933,8
Итого	502	4466	362404	42280	3792340	4466,84	0,16	14952,2

Считая, что зависимость описывается линейным уравнением $\hat{y}_{\text{лин}} = a + bx$, параметры a и b определим из системы нормальных уравнений:

$$\begin{cases} 42280b + 502a = 362404, \\ 502b + 6a = 4466. \end{cases}$$

Решив систему, получим $a = 4114,4$ и $b = -40,28$.

Тогда $\hat{y}_{\text{лин}} = 4114,4 - 40,28x$.

Вывод: при увеличении затрат на 1 коп. прибыль уменьшится в среднем на 40,28 млн. руб.

Определим значимость коэффициента регрессии. Для нашего случая:

$$\sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{14952,2}{6} = 2492,03.$$

$$\bar{x} = \frac{502}{6} \approx 83,67, \quad \sigma_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{42280}{6} - (83,67)^2 = 51,017.$$

$$\sigma_6^2 = \frac{2492,03}{51,017 \cdot 4} = 12,21.$$

$$t_{расч} = \frac{|-40,28|}{\sqrt{12,21}} = \frac{40,28}{\sqrt{12,21}} = 11,54, \quad t_{табл}(0,05; 4) = 2,7764.$$

Так как $t_{табл} < t_{расч}$, то коэффициент регрессии b значим.

Рассчитаем коэффициент корреляции:

$$\bar{xy} = \frac{362\,404}{6} = 60400,67, \quad \bar{y} = \frac{4466}{6} \approx 744,33,$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{42280}{6} - (83,67)^2} \approx 6,78, \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{3792340}{6} - (744,33)^2} \approx 279,34.$$

$$r = \frac{60400,67 - 83,67 \cdot 744,33}{6,78 \cdot 279,34} \approx -0,99.$$

Оценка значимости (существенности) линейного коэффициента корреляции:

$$t_{расч} = \frac{|r| \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,99 \cdot \sqrt{4}}{\sqrt{1-(0,99)^2}} = 14,036.$$

Пусть $\alpha = 0,05$, тогда $t_{табл} = t(0,05; 6-2) = 2,7764$. $t_{табл} < t_{расч}$, то r считается значимым.

Таким образом, связь между признаками обратная ($r < 0$) и очень тесная ($|r| > 0,9$).

Рассчитаем коэффициент эластичности:

$$\varepsilon_x = b \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = b \frac{\sum x_i}{\sum y_i} = -40,28 \cdot \frac{502}{4466} = -4,5.$$

Если затраты на 1 руб. произведенной продукции растут на 1%, то прибыль уменьшается на 4,5%.

Рассчитаем среднюю квадратическую ошибку уравнения регрессии S_e :

$$S_e = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-m}} = \sqrt{\frac{14952,2}{6-2}} = 61,14.$$

Найдем процентное отношение средней квадратической ошибки уравнения (S_e) к среднему уровню результативного признака ($\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{4466}{6} = 744,33$):

$$\frac{S_e}{\bar{y}} \cdot 100\% = \frac{61,14}{744,33} \cdot 100\% = 8,21\%.$$

Если эта величина не превышает 10–15%, а значит уравнение регрессии

$\hat{y}_{плн} = 4114,4 - 40,28x$ достаточно хорошо отображает взаимосвязь двух признаков и его можно использовать для дальнейшей работы (составлении прогнозов).

Пример 2. По данным группировки 40 предприятий легкой промышленности по величине балансовой прибыли и объему произведенной продукции построить уравнение связи.

Расчетная таблица для определения параметров уравнения регрессии по данным группировки предприятий легкой промышленности по величине балансовой прибыли в I квартале 2004 г. (цифры условные)

Балансовая прибыль, млн руб. y	Объем произведенной продукции, млн руб., x					f_y	y_f	xy_f	
	x'	300-400	400-500	500-600	600-700				700-800
	y'	350	450	550	650	750			
10-20	15	2					2	30	10500
20-30	25	4	1				5	125	46250
30-40	35	2	5	4			11	385	180250
40-50	45		3	8	2		13	585	317250
50-60	55			2	4	3	9	495	327250
f_x		8	9	14	6	3	40	1620	881500
xf_x		2800	4050	7700	3900	2250	20700		
x^2f_x		980000	1822500	4235000	2535000	1687500	11260000		
\bar{y}_i		25,0	37,2	42,6	51,7	55,0			

Решение. Анализ таблицы показывает, что частоты f_{xy} расположены по диагонали сверху вниз, что свидетельствует о наличии прямой связи между объемом произведенной продукции и балансовой прибылью. Кроме того, наблюдается концентрация частот f_{xy} вдоль главной диагонали и незаполненность оставшихся клеток, поэтому можно предположить достаточно тесную связь между признаками.

Расчет и анализ средних значений \bar{y}_i по группам факторного признака подтверждает наличие прямой зависимости между X и Y . Считая, что зависимость описывается линейным уравнением $\hat{y} = a + bx$, параметры a и b определим из системы:

$$\begin{cases} na + b \sum x f_x = \sum y f_y, \\ a \sum x f_x + b \sum x^2 f_x = \sum xy f_{xy}. \end{cases}$$

Так как значения признаков Y и X заданы в определенных интервалах, то для каждого интервала сначала находим его середину. Покажем промежуточные расчеты:

по первой группе

$$x'_1 = \frac{300 + 400}{2} = 350;$$

$$y f_y = 15 \cdot 2 = 30;$$

$$x f_x = 350 \cdot 8 = 2800;$$

$$xy f_y = 350 \cdot 15 \cdot 2 = 10500;$$

$$x^2 f_x = 350^2 \cdot 8 = 980000.$$

по второй группе

$$x'_2 = \frac{400 + 500}{2} = 450;$$

$$y f_y = 25 \cdot 5 = 125;$$

$$x f_x = 450 \cdot 9 = 4050;$$

$$xy f_y = 350 \cdot 25 \cdot 4 + 450 \cdot 25 \cdot 1 = 46250;$$

$$x^2 f_x = 450^2 \cdot 9 = 1822500.$$

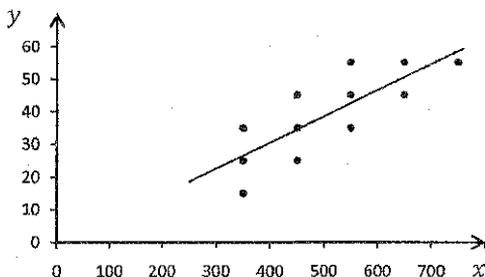
И так далее. Таким образом, подставив в систему уравнений итоговые значения из табл. 1, получим:

$$\begin{cases} 40a + 20700b = 1620, \\ 20700a + 11260000b = 881500. \end{cases}$$

Откуда $a = -0,9$; $b = 0,08$. Следовательно, $\hat{y}_x = -0,9 + 0,08x$.

Параметр уравнения регрессии показывает, что с увеличением объема выпускаемой продукции на 1 млн руб. балансовая прибыль возрастает на 80 тыс. руб.

Изобразим на одной координатной плоскости поле корреляции и эмпирическую линию регрессии.



Пример 3. По группе частных предприятий региона имеются следующие данные. Оценить тесноту связи между товарооборотом и расходами на реализацию продукции.

№ предприятия	Товарооборот, тыс. руб.	Расходы на реализацию, тыс. руб.
1	866	39,6
2	328	17,8
3	207	12,7
4	185	14,9
5	109	4,0
6	104	15,5
7	327	6,4
8	113	10,1
9	91	3,4
10	849	13,4

Решение. В анализе социально-экономических явлений часто приходится прибегать к различным условным оценкам, например рангам, а взаимосвязь между отдельными признаками измерять с помощью непараметрических коэффициентов связи. Среди непараметрических методов оценки тесноты связи наибольшее значение имеют ранговые коэффициенты Спирмена (ρ) и Кендалла (τ). Чем ближе модуль каждого коэффициента к единице, тем более сильной является связь между измеряемыми величинами.

1. Для расчета коэффициента корреляции рангов Спирмена предварительно выполним ранжирование банков по уровню каждого признака. Ранжирование – это процедура упорядочения объектов изучения, которая выполняется на основе предпочтения. Ранг – это порядковый номер значений признака, расположенных в порядке возрастания или убывания их величин. (В нашей задаче будем ранжировать в порядке возрастания.)

№ предприятия	Товарооборот (тыс. руб.), x_i	Ранг по X	№ предприятия	Расходы на реализацию (тыс. руб.), y_i	Ранг по Y
9	91	1	9	3,4	1
6	104	2	5	4,0	2
5	109	3	7	6,4	3
8	113	4	8	10,1	4
4	185	5	3	12,7	5
3	207	6	10	13,4	6
7	327	7	4	14,9	7
2	328	8	6	15,5	8
10	849	9	2	17,8	9
1	866	10	1	39,6	10

Для дальнейших расчетов воспользуемся вспомогательной таблицей:

№ предприятия	Товарооборот (тыс. руб.)	Расходы на реализацию (тыс. руб.)	Ранги		d_i (ранг X – ранг Y)	d_i^2
			X	Y		
1	866	39,6	10	10	0	0
2	328	17,8	8	9	-1	1
3	207	12,7	6	5	1	1
4	185	14,9	5	7	-2	4
5	109	4,0	3	2	1	1
6	104	15,5	2	8	-6	36
7	327	6,4	7	3	4	16
8	113	10,1	4	4	0	0
9	91	3,4	1	1	0	0
10	849	13,4	9	6	3	9
Итого	-	-	-	-	0	68

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

где d_i^2 – квадраты разности рангов, n – число наблюдений (число пар рангов). В нашем случае имеем

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 68}{10(100 - 1)} = 0,588 \quad (\rho \in [-1; 1])$$

По таблице значений коэффициент корреляции рангов Спирмена для двусторонних пределов уровня значимости α по объему выборки $n = 10$ и уровню значимости 5% ($\alpha = 0,05$) критическая величина для рангового коэффициента корреляции составляет $\rho_{кр.} = \pm 0,6364$. Поэтому вывод по результату анализа: есть необходимость увеличить объем выборки.

2. Расчет рангового коэффициента Кендэлла осуществляется по формуле:

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)},$$

где n – число наблюдений, S – сумма разностей между числом последовательностей и числом инверсий по второму признаку ($S = P - Q$).

Расчет данного коэффициента выполняется в следующей последовательности:

- 1) значения X ранжируют в порядке возрастания или убывания;
- 2) значения Y располагают в порядке, соответствующем значениям X ;
- 3) для каждого ранга Y определяют число следующих за ним значений рангов, превышающих его величину. Суммируя таким образом числа, определяют величину P ;
- 4) для каждого ранга Y определяют число следующих за ним рангов, меньших его величины. Суммарная величина обозначается через Q ;
- 5) определяют сумму $S = P - Q$ баллов по всем членам ряда.

В нашем примере

Ранг X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ранг Y	1	8	2	4	7	5	3	9	6	10

$$P = 9 + 2 + 7 + 5 + 2 + 3 + 3 + 1 + 1 = 33,$$

$$Q = 0 + 6 + 0 + 1 + 3 + 1 + 0 + 1 + 0 = 12.$$

Таким образом,

$$S = P - Q = 33 - 12 = 21.$$

Тогда

$$\tau = \frac{2 \cdot 21}{10(10-1)} = 0,47.$$

Так как $\tau < 0,5$, то связь статистически незначима.

Аудиторные задания

1. Используя метод приведения параллельных данных, установите направление и характер связи между прибылью и затратами на 100 руб. продукции по 10 предприятиям:

№ района	Прибыль, тыс. руб.	Затраты на 100 руб. продукции, руб.
1	208	87
2	163	69
3	204	86
4	149	62
5	187	68
6	190	63
7	177	64
8	169	54
9	157	53
10	152	58

Составьте линейное уравнение регрессии. Вычислите линейный коэффициент корреляции. Охарактеризуйте тесноту и направление связи между признаками.

2. Взаимосвязь между стоимостью активной части основных фондов и затратами на производство работ по 35 строительным фирмам представлена следующей таблицей:

Затраты на производство строительно-монтажных работ, % к стоимости активной части основных фондов	Стоимость активной части основных фондов, тыс. руб.				Всего фирм
	50 - 100	100 - 150	150 - 200	200 - 250	
1 - 5			2	4	6
5 - 9		2	6	4	12
9 - 13		5	3		8
13 - 17	2	2			4
17 - 21	5				5

Постройте поле корреляции и эмпирическую линию регрессии.

3. Имеются следующие данные о стоимости основных фондов и среднесуточной переработки сырья:

Стоимость основных фондов, тыс. руб.	Среднесуточная переработка сырья, тыс. ц			
	3 - 5	5 - 7	7 - 9	9 - 11
300 - 400	2			
400 - 500	5	2		
500 - 600	2	4	6	
600 - 700		2	3	5
700 - 800			2	2

Определите вид корреляционной зависимости, найдите параметры уравнения регрессии, определите тесноту связи. Проанализируйте полученные результаты.

4. Взаимосвязь между суммарными активами, объемами вложений акционеров и чистым доходом 15 банков одной из стран характеризуется следующими данными:

№ банка	Суммарный актив, млрд долл.	Объем вложений акционеров, млрд долл.	Чистый доход, млрд долл.
1	507,2	19,5	352,9
2	506,6	19,8	187,1
3	487,8	21,1	375,2
4	496,0	18,6	287,9
5	493,6	19,6	444,0
6	458,9	11,7	462,4
7	429,3	10,5	459,5
8	386,9	13,6	511,3
9	311,5	10,8	328,6
10	302,2	10,9	350,0
11	262,0	10,3	298,7
12	242,4	10,6	529,3
13	231,9	8,5	320,0
14	214,3	6,7	502,0
15	208,4	8,3	194,9

Вычислите:

1) ранговые коэффициенты Спирмена и Кендалла между суммарными активами и объемом вложений акционеров банков;

2) ранговый коэффициент Спирмена между суммарными активами и чистыми доходами банков.

5. В результате выборочного наблюдения предполагаемой зависимости между скоростью оборачиваемости оборотных средств (признак X) и стоимостью реализованной продукции (признак Y) получены следующие данные:

X, дни	40	43	47	50	52
Y, млн ден. ед.	1,7	2,4	2,8	2,1	3,6

1. Полагая, что зависимость между X и Y линейная $\hat{y}_x = ax + b$, определите значения параметров a и b.

2. Сделайте прогноз стоимости продукции, если скорость оборачиваемости оборотных средств будет равна 55 дням. Найдите доверительный интервал для полученного значения ($\alpha=0,05$).

3. На одном чертеже изобразите исходные данные и график теоретической линии.

4. Найдите выборочный коэффициент линейной корреляции. Что можно сказать о тесноте связи между признаками?

6. По следующим данным рассчитайте коэффициент корреляции и сформулируйте выводы: $\sum x = 70$, $\sum y = 50$, $\sum xy = 320$, $\sum x^2 = 500$, $\sum y^2 = 500$, $n = 10$.

7. По следующим данным постройте линейное уравнение регрессии, вычислите линейный коэффициент корреляции: $\overline{xy} = 100$, $\bar{x} = 10$, $\bar{y} = 8$, $\overline{x^2} = 136$, $\overline{y^2} = 100$.

8. По следующим данным постройте линейное уравнение регрессии, вычислите линейный коэффициент корреляции: $\overline{xy} = 120$, $\bar{x} = 10$, $\bar{y} = 10$, $\overline{x^2} = 149$, $\overline{y^2} = 125$, $\Theta_x = 0,6$.

Домашние задания

1. Имеются данные о часовой оплате труда (признак X) и уровне текучести кадров (признак Y).

X, усл. ден. ед.	3	4	5	6	7	8	9	10
Y, чел.	34	35	33	28	20	24	15	11

Вычислите ранговые коэффициенты Спирмена и Кендалла. Что можно сказать о тесноте связи между признаками?

2. В результате выборочного наблюдения предполагаемой зависимости между стоимостью основных фондов (признак X) и валовым выпуском продукции (признак Y) получены следующие данные:

X, млн ден. ед.	12	16	25	38	43	55	60
Y, млн ден. ед.	28	40	38	65	80	101	95

1. Полагая, что зависимость между X и Y линейная $\hat{y}_x = ax + b$, определите значения параметров a и b.

2. Сделайте прогноз выпуска продукции для случая, когда стоимость основных фондов составит 80 млн ден. ед. Найдите доверительный интервал для полученного значения ($\alpha=0,05$).

3. На одном чертеже изобразите исходные данные и график теоретической линии.

4. Найдите выборочный коэффициент линейной корреляции. Проанализируйте полученные результаты.

РЯДЫ ДИНАМИКИ

Ряд динамики – числовые значения статистического показателя, представленные во временной последовательности. Он состоит из двух граф: в первой указываются периоды (или даты), во второй – показатели, характеризующие изучаемый объект за эти периоды. Уровни ряда могут быть выражены абсолютными, средними или относительными величинами. Различают интервальные ряды динамики и моментные.

Для получения характеристики скорости и интенсивности развития явления уровни динамического ряда сопоставляются между собой. В результате получается система абсолютных и относительных показателей динамики, к числу которых относятся:

1. *Абсолютный прирост* (Δ). Показывает, на сколько уровень одного периода больше или меньше уровня какого-либо предшествующего периода. В зависимости от базы сравнения рассчитывают:

$$\text{цепные} \quad \Delta = y_i - y_{i-1}$$

$$\text{базисные} \quad \Delta' = y_i - y_k$$

абсолютные приросты.

2. *Коэффициент роста* (K_p). Показывает, во сколько раз уровень данного периода больше уровня базы сравнения или какую часть его составляет. В зависимости от базы сравнения рассчитывают:

$$\text{цепные} \quad K_p = \frac{y_i}{y_{i-1}}$$

$$\text{базисные} \quad K'_p = \frac{y_i}{y_k}$$

коэффициенты роста.

3. *Темп роста* (T_p , %). Показывает, сколько процентов составляет уровень данного периода от уровня базы сравнения. В зависимости от базы сравнения рассчитывают:

$$\text{цепные} \quad T_p = K_p \cdot 100\%$$

$$\text{базисные} \quad T'_p = K'_p \cdot 100\%$$

темпы роста.

4. *Темп прироста* (T_n , %) показывает на сколько процентов данный уровень больше (или меньше) другого, принимаемого за базу сравнения. В зависимости от базы сравнения рассчитывают:

$$\text{цепные} \quad T_n = (K_p - 1) \cdot 100\%, \quad T_n = T_p - 100\%, \quad T_n = \frac{\Delta}{y_{i-1}} \cdot 100\%,$$

$$\text{базисные} \quad T'_n = (K'_p - 1) \cdot 100\%, \quad T'_n = T'_p - 100\%, \quad T'_n = \frac{\Delta'}{y_k} \cdot 100\%$$

темпы прироста.

5. *Абсолютное значение 1% прироста* (A) равно одной сотой предыдущего уровня. Рассчитывается: $A = \frac{\Delta}{T_n}$, $A = \frac{y_{i-1}}{100}$.

Для базисных абсолютных приростов и темпов прироста расчет A не имеет смысла.

При расчете показателей были приняты следующие условные обозначения:
 y_t – уровень любого периода (кроме первого) или уровень текущего периода,
 y_{t-1} – уровень периода, предшествующего текущему,
 y_k – уровень, принятый за постоянную базу сравнения (часто начальный уровень).

Для характеристики интенсивности развития за длительный период рассчитываются **средние показатели динамики**.

1. **Средний уровень ряда (\bar{y}):**

а) для интервального ряда с равными интервалами

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n},$$

б) для интервального ряда с неравными интервалами

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i},$$

в) для моментного ряда с равными интервалами

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1},$$

г) для моментного ряда с неравными интервалами

$$\bar{y} = \frac{\sum \left(\frac{y_i + y_{i+1}}{2}\right) t_i}{\sum t_i}.$$

2. **Средний абсолютный прирост:**

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta}{n-1} \text{ или } \bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1}.$$

3. **Средний коэффициент роста:**

$$\bar{k}_p = \sqrt[n]{k_{p1} \cdot k_{p2} \cdot \dots \cdot k_{pn-1}} \text{ или } \bar{k}_p = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_1}}.$$

4. **Средний темп роста (%):** $\bar{T}_p = \bar{k}_p \cdot 100\%$.

5. **Средний темп прироста (%):**

$$\bar{T}_n = \bar{T}_p - 100\% \text{ или } \bar{T}_n = (\bar{k}_p - 1) \cdot 100\%.$$

6. **Средняя величина абсолютного значения 1% прироста:** $\bar{A} = \frac{\bar{\Delta}}{\bar{T}_n}$.

Пример 1. Имеются данные о перевозке пассажиров в автобусе № 39, г. Бреста:

Годы	2013	2014	2015	2016
Перевезено пассажиров, чел.	15 872	16 310	18 267	19 054

Определить показатели динамики перевозки людей от года к году и средние показатели за весь анализируемый период.

Решение. Расчет абсолютных и относительных показателей динамики проведем в таблице:

Год	Перевезено пассажиров, чел.	Абсолютный прирост Δ , чел.		Кoeffициент роста K_p		Темп роста T_p , %		Темп прироста T_n , %		Абсолютное значение 1% прироста A , чел.
		Цепной	Базисный	Цепной	Базисный	Цепной	Базисный	Цепной	Базисный	
2013	15 872	-	-	-	1,000	-	100,0	-	-	-
2014	16 310	438	438	1,028	1,028	102,8	102,8	2,8	2,8	158,72
2014	18 267	1957	2395	1,120	1,151	112,0	115,1	12,0	15,1	163,10
2015	19 063	796	3191	1,044	1,201	104,4	120,1	4,4	20,1	182,67

Средний уровень интервального ряда динамики:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{15872 + 16310 + 18267 + 19063}{4} = 17378 \text{ (чел.)}$$

т. е. в среднем ежегодно количество пассажиров составляло 17 378 человек.

Средний абсолютный прирост:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta}{n-1} = \frac{438 + 1957 + 796}{4-1} = 1063,7 \text{ (чел.)}$$

Средний коэффициент роста:

$$\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[4-1]{\frac{19063}{15872}} = \sqrt[3]{1,201} = 1,063.$$

Средний темп роста:

$$\bar{T}_p = \bar{K}_p \cdot 100\% = 1,063 \cdot 100\% = 106,3\%$$

Средний темп прироста:

$$\bar{T}_n = (\bar{K}_p - 1) \cdot 100\% = (1,063 - 1) \cdot 100\% = 6,3\%$$

т. е. в среднем ежегодно количество пассажиров увеличивалось на 1063,7 человек или на 6,3%.

Средняя величина абсолютного значения 1% прироста:

$$\bar{A} = \frac{\bar{\Delta}}{\bar{T}_n} = \frac{1063,7}{6,3} = 168,8 \text{ (чел.)}$$

Одной из задач, возникающих при анализе рядов динамики, является установление закономерности изменения уровней изучаемого показателя во времени. **Выявление основной тенденции развития (тренда)** называется в статистике также **выравниванием временного ряда**. Широко используется аналитическое выравнивание, выражающее закономерность изменения явления как функцию от времени $\hat{y}_t = f(t)$.

Вычислительный процесс нахождения параметров уравнения может быть *упрощен*, если ввести обозначения периодов (дат) времени с помощью целых чисел так, чтобы сумма показателей времени изучаемого ряда динамики была равна нулю ($\sum t = 0$). В этом случае система нормальных уравнений при выравнивании по прямой примет вид:

$$\begin{cases} a_0 n = \sum y, \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt, \end{cases} \text{ откуда } a_0 = \frac{\sum y}{n}; a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}.$$

По полученной модели для каждого периода (каждой даты) определяются теоретические уровни тренда (\hat{y}_t) и стандартная ошибка аппроксимации (среднее квадратичное отклонение тренда) по формуле $S_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_t)^2}{n - m}}$, где y и \hat{y}_t – соответственно фактические и расчетные значения уровней динамического ряда; n – число уровней ряда; m – число параметров в уравнении тренда.

Нахождение по имеющимся данным за определенный период времени некоторых недостающих значений признака внутри этого периода называется **интерполяцией**, за пределами анализируемого периода **экстраполяцией**.

При составлении прогнозов уровней социально-экономических явлений обычно оперируют интервальной оценкой, рассчитывая доверительные интервалы прогноза. Границы интервалов определяются по формуле $\hat{y}_t \pm t_\alpha \cdot S_y$, где \hat{y}_t – точечный прогноз, рассчитанный по модели; t_α – коэффициент доверия по распределению Стьюдента при уровне значимости α .

Пример 2. На основе следующих отчетных данных по грузовому автотранспортному предприятию рассчитать интервальный прогноз объема перевозок на 2017 г. с вероятностью 0,99.

Пример 2. На основе следующих отчетных данных по грузовому автотранспортному предприятию рассчитать интервальный прогноз объема перевозок на 2017 г. с вероятностью 0,99.

Годы	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Перевезено, тыс. т	360	381	401	422	443	463	485	505

Решение. Для определения формы тренда и расчета его параметров составляем вспомогательную таблицу

Год	Объем перевозок, тыс. т, y	Первые разности	t	t^2	yt	Теоретический уровень	$(y - \hat{y}_t)^2$
2009	360	-	-7	49	-2520	359,7	0,09
2010	381	21	-5	25	-1905	380,5	0,25
2011	401	20	-3	9	-1203	401,3	0,09
2012	422	21	-1	1	-422	422,1	0,01
2013	443	21	+1	1	443	442,9	0,01
2014	463	20	+3	9	1389	463,7	0,49
2015	485	22	+5	25	2425	484,5	0,25
2016	505	20	+7	49	3535	505,3	0,09
Итого	$\sum y = 3460$		0	168	1742	$\sum \hat{y}_t = 3460$	1,28

Первые разности приблизительно равны между собой, что позволяет в виде модели принять уравнение прямой: $\hat{y}_t = a_0 + at$. Для упрощения расчетов показатели времени t обозначим так, чтобы $\sum t = 0$. Тогда система примет вид

$$\begin{cases} a_0 n = \sum y, \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 8a_0 = 3460, \\ 168a_1 = 1742. \end{cases}$$

Из системы найдем a_0 и a_1 : $a_0 = 432,5$ тыс. т., $a_1 = 10,4$ тыс. т. Значит модель тренда: $\hat{y}_t = 432,5 + 10,4t$.

Точечный прогноз для 2017 г. ($t = 9$): $\hat{y}_t = 432,5 + 10,4 \cdot 9 = 526,1$ тыс. т.

Для нахождения интервального прогноза объема перевозок для 2017 г по формуле $\hat{y}_t \pm t_\alpha \cdot S_y$ выполним вспомогательные расчеты в таблице.

Вычислим теоретические уровни (\hat{y}_t):

2009 г.: $\hat{y}_t = 432,5 + 10,4 \cdot (-7) = 359,7$ тыс. т.

2010 г.: $\hat{y}_t = 432,5 + 10,4 \cdot (-5) = 380,5$ тыс. т. и т. д.

Найдем среднее квадратическое отклонение тренда

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_t)^2}{n - m}} = \sqrt{\frac{1,28}{8 - 2}} = 0,462 \text{ тыс. т.}$$

По таблице распределения Стьюдента при вероятности $p = 0,99$, $k = n - 1 = 7$ найдем $t_\alpha = 3,4$.

Интервальный прогноз объема перевозок для 2017 г:

$$\hat{y}_{\text{прогн}} = 526,1 \pm 3,4 \cdot 0,462;$$

$$524,53 \text{ тыс. т.} \leq \hat{y}_{\text{прогн}} \leq 527,67 \text{ тыс. т.}$$

Слагаясь под совместным воздействием систематических и случайных факторов, уровень ряда динамики испытывает также воздействие причин, обусловленных периодичностью колебаний. **Сезонные колебания** – это сравнительно устойчивые внутригодовые колебания, то есть когда из года в год в одни месяцы уровень явления повышается, а в другие – снижается.

Измеряются сезонные колебания (сезонная волна) при помощи особых показателей, которые называются индексами сезонности. Их расчет выполняют двумя методами в зависимости от характера динамики.

Если годовой уровень явления из года в год остается относительно неизменным, то индексы сезонности исчисляются по формуле: $i_c = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}_0} \cdot 100$, где \bar{y}_i – средняя из фактических месяцев; \bar{y}_0 – общая средняя за исследуемый период.

Индексы сезонности исчисляются в три этапа:

1. Рассчитываются средние уровни для каждого месяца по данным за все годы исследуемого периода (\bar{y}_i), что позволяет избавиться от случайных колебаний месячных уровней по годам.

2. Определяется общая средняя (\bar{y}_0) за весь исследуемый период. При расчете сезонных колебаний по абсолютным данным об объеме явления за каждый месяц \bar{y}_0 исчисляется путем деления общего объема явления за весь исследуемый период (сумма исходных данных) на число месяцев в исследуемом периоде. При расчете сезонных колебаний на основе среднесуточных уровней \bar{y}_0 определяется путем деления суммы исходных данных на общее число календарных дней в исследуемом периоде.

3. Исчисляются индексы сезонности по приведенной формуле.

Если уровни сезонного явления имеют тенденцию к развитию (от года к году повышаются или снижаются), то индексы сезонности исчисляются по формуле $i_c = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}_i'} \cdot 100$,

где \bar{y}_i – средняя из фактических уровней одноименных месяцев; \bar{y}_i' – средняя из сглаженных (выровненных) уровней одноименных месяцев.

Расчет индексов сезонности осуществляется в следующей последовательности:

1. Определяются средние уровни для каждого месяца исследуемого периода (\bar{y}_i).
2. Для выявления общей тенденции ряда производится аналитическое выравнивание или сглаживание 12-месячной скользящей средней, условно центрированной на 7-й месяц.
3. Определяются для каждого месяца средние из выровненных или сглаженных (центрированных) скользящих средних \bar{y}_i' .
4. Исчисляются индексы сезонности для каждого месяца.

Для сопоставления величины сезонных колебаний по нескольким предприятиям или периодам может быть использовано среднее квадратическое отклонение, исчисляемое по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(i_c - 100)^2}{n}}$$

где i_c – индекс сезонности для каждого месяца, n – число месяцев (12).

Чем меньше среднее квадратическое отклонение, тем меньше величина сезонных колебаний.

Пример 3. По грузовому автотранспортному предприятию имеются следующие данные об объеме перевозок.

Месяц	Среднесуточный объем перевозок, тыс. т		
	2011 г	2012 г	2013 г
январь	10,2	10,7	10,3
февраль	10,4	10,4	10,6
март	10,6	10,8	10,9
апрель	11,0	11,1	11,3
май	11,3	11,2	11,2
июнь	11,5	11,0	11,7
июль	11,6	11,3	11,8
август	12,0	11,7	12,4
сентябрь	11,2	11,6	11,7
октябрь	10,9	10,7	11,2
ноябрь	10,2	10,4	10,8
декабрь	10,0	10,3	10,5

На основе приведенных данных требуется: 1) выявить наличие сезонной неравномерности; 2) определить величину сезонной волны, используя индексы сезонности.

Решение. Для выявления сезонной неравномерности используем графический метод.



Рисунок – Динамика перевозки грузов

Поскольку объем перевозок от года к году существенно не меняется, индекс сезонности определяется по формуле $i_c = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}_0} \cdot 100$. Расчет индексов сезонности выполним в таблице:

Месяц	Среднесуточный объем перевозок, тыс.т				Индексы (i_c) сезонности, %
	2011 г	2012 г	2013 г	2011–2013 гг, \bar{y}_i	
январь	10,2	10,7	10,3	10,4	94,5
февраль	10,4	10,4	10,6	10,5	95,5
март	10,6	10,8	10,9	10,8	98,2
апрель	11,0	11,1	11,3	11,1	100,9
май	11,3	11,2	11,2	11,2	101,8
июнь	11,5	11,0	11,7	11,4	103,6
июль	11,6	11,3	11,8	11,6	105,5
август	12,0	11,7	12,4	12,0	109,1
сентябрь	11,2	11,6	11,7	11,5	104,5
октябрь	10,9	10,7	11,2	10,9	99,0
ноябрь	10,2	10,4	10,8	10,5	95,5
декабрь	10,0	10,3	10,5	10,3	93,6

Расчет индексов осуществляется так:

1. Определяются средние суточные уровни для каждого месяца:

$$\bar{y}_1 = \frac{10,2 + 10,7 + 10,3}{3} = 10,4 \quad \bar{y}_2 = \frac{10,4 + 10,4 + 10,6}{3} = 10,5 \text{ и т. д.}$$

2. Определяется общая средняя за весь период:

$$\bar{y}_0 = (10,4 \cdot 31 + 10,5 \cdot 28 + 10,8 \cdot 31 + 11,1 \cdot 30 + 11,2 \cdot 31 + 11,4 \cdot 30 + 11,6 \cdot 31 + 12,0 \cdot 31 + 11,5 \cdot 30 + 10,9 \cdot 31 + 10,5 \cdot 30 + 10,3 \cdot 31) : 365 = 11,0 \text{ тыс. т.}$$

3. Исчисляются индексы сезонности:

для января: $i_c = \frac{10,4}{11,0} \cdot 100 = 94,5$; для февраля $i_c = \frac{10,5}{11,0} \cdot 100 = 95,5$ и т. д.

Индексы сезонности показывают, что среднесуточный объем перевозок в январе меньше среднесуточного за весь период на 5,5 % (94,5–100), а в августе превышает его на 9,1 % (109,1–100).

Аудиторские задания

1. Имеются следующие данные о производстве продукции промышленным предприятием за 2005-2010 гг. (в сопоставимых ценах, млн руб.):

Годы	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Произведено продукции	230	249	256	276	299	325

Для анализа ряда динамики:

- определите абсолютные приросты, коэффициенты и темпы роста, темпы прироста цепным и базисным способами, абсолютное значение одного процента прироста;
- вычислите средний уровень ряда, среднегодовые прирост и темп роста;
- постройте график динамики базисных темпов роста.

2. Жилищный фонд области характеризуется следующими данными (общая площадь на конец года, тыс. кв. м):

Годы	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Общая площадь, тыс. кв. м	18 200	18 746	19 215	19 503	20 147	20 540	21 372

Для анализа ряда динамики:

- определите базисные и цепные показатели динамики жилищного фонда;
- вычислите среднегодовой абсолютный прирост и среднегодовой темп роста;
- постройте график динамики по базисным темпам роста.

3. Приводятся данные о продаже основных товаров длительного пользования:

Годы	Наименование товара							
	телевизоры		видеокамеры		холодильники		автомобили	
	1	2	3	4	5	6	7	8
2008	4968	4328	3279	2938	2842	2538	971	831
2009	5216	4153	3234	2841	2859	2487	788	877
2010	5527	4537	3427	2878	2889	2560	810	893
2011	5563	4701	3616	2924	2975	2606	867	798
2012	5628	4768	3915	2983	3035	2673	1428	825
2013	5591	4653	3738	3035	2993	2531	945	843
2014	5653	4831	3855	2984	3101	2725	1223	884
2015	5642	4827	3872	3041	3115	2721	995	849

Определите показатели динамики продажи товаров длительного пользования и средние за весь анализируемый период.

4. Имеются следующие данные о мощности электростанций региона:

Год	Мощность электростанций, (на конец года), млн кВт	Ценные показатели динамики			
		Абсолютный прирост, млн кВт	Коэф. роста	Темп прироста, %	Абсолютное значение 1% прироста
2008	22,3	–	–	–	–
2009		1,3			
2010				2,72	
2011			1,041		
2012			1,071		
2013				1,85	

Требуется вычислить отсутствующие в таблице сведения за 2008-2013 гг., а также определить, в каком периоде (в 2008-2010 гг. или в 2011-2013 гг.) были более высокие абсолютный и относительный приросты мощности электростанций региона.

5. В таблице представлены данные о перевозке грузов речным пароходством:

Год	Объем перевозок грузов, млн т	Ценные показатели динамики		
		Абсолютный прирост, млн т	Темп роста, %	Темп прироста, %
2010	520,6	–	–	–
2011			105,4	
2012		– 9,0		
2013				5,8
2014		26,4		
2015			101,7	

Определите недостающие уровни и цепные показатели динамики.

6. Остатки вкладов в сберегательной кассе на 1-е число месяца составили (тыс. р.): январь – 450, май – 485, июль – 462, октябрь – 443, январь следующего года – 470. Определите среднегодовой остаток вкладов в сберегательной кассе.

7. Численность населения района на конец года характеризуется следующими данными:

Год	2007	2008	2009	2010	2011
Число человек	10200	13000	12500	11100	12800

Определите среднегодовую численность населения за 2007 – 2011 гг.

8. Имеются следующие данные об объеме реализованной продукции строительными предприятиями города за 2003-2013 гг. (в сопоставимых ценах):

Годы	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Млн. руб.	530	501	566	620	580	630	695	645	710	760	720

Для выявления общей тенденции развития:

- 1) произведите сглаживание ряда с помощью трехлетней скользящей средней;
- 2) произведите аналитическое выравнивание ряда динамики по прямой линии;
- 3) нанесите на график эмпирическую кривую, сглаженную кривую и теоретическую прямую линию (тренд). Сделайте вывод.

9. Имеются следующие данные об удельных расходах условного топлива на производство тепло энергии (кг/Гкал) на ТЭЦ по годам:

Годы	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Удельный вес условного топлива, кг/Гкал	167,6	165,8	167,4	168	167,5	167,2	166,5	166,5	166,4

Требуется:

- 1) произвести сглаживание ряда методом трехлетней скользящей средней;
- 2) произведите аналитическое выравнивание ряда динамики по прямой линии;
- 3) методом экстраполяции определить уровни 2012 и 2013 гг.;
- 4) нанесите на график эмпирическую кривую, сглаженную кривую и теоретическую прямую линию (тренд).

Сделать вывод.

10. Добыча и производство газа в регионе характеризуется следующими данными:

Годы	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Добыча и производство газа, млн м ³	157	169	181	198	212	221	236

Требуется:

- 1) произвести аналитическое выравнивание по показательной кривой;
- 2) определить интервальный прогноз для 2015 г., гарантируя результат с вероятностью 0,95.

11. Рассчитайте индекс сезонности по данным трех лет и постройте график сезонной волны.

Отправление каменного угля за 2004-2015 гг. со станции (тыс. т):

№ варианта	год	месяцы											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2004	14,8	15,3	23,1	24,3	25,4	29,2	35,6	26,0	25,3	15,9	19,7	15,1
1; 2	2005	16,0	16,9	18,5	20,9	21,3	23,9	20,2	17,8	18,0	18,0	17,7	15,4
1; 2; 3	2006	19,4	19,0	18,5	18,9	19,7	19,8	20,6	20,5	19,8	20,7	16,1	17,7
2; 3; 4	2007	19,7	20,0	21,3	21,4	21,9	22,1	22,5	23,0	22,1	22,3	18,4	18,3
3; 4; 5	2008	18,5	21,6	22,5	22,6	22,6	23,1	23,7	24,4	23,3	23,8	19,1	17,9
4; 5; 6	2009	21,1	22,8	23,9	23,8	24,5	24,6	25,9	25,7	24,2	25,5	22,3	18,3
5; 6; 7	2010	20,4	24,3	25,9	25,7	26,0	26,4	27,0	26,9	25,3	26,6	22,5	20,0
6; 7; 8	2011	20,2	24,2	27,5	27,6	27,7	28,8	28,9	32,0	29,9	27,1	23,7	19,2
7; 8; 9	2012	20,5	24,8	30,7	31,3	30,7	31,8	33,4	32,5	31,5	30,0	26,2	18,4
8; 9; 10	2013	21,1	22,1	28,4	30,4	30,9	32,0	33,1	33,0	30,4	30,0	29,1	28,4
9; 10	2014	22,3	24,1	26,7	29,8	31,0	31,4	32,0	32,0	33,0	33,1	32,4	30,3
10	2015	24,2	24,9	27,4	30,9	31,2	31,7	32,4	33,1	33,4	33,0	30,8	29,3

Домашние задания

1. Имеется следующая информация о выпуске продукции предприятия:

Год	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Выпуск продукции, тыс. ден. ед.	260	313	301	322	330	328

Определите:

- 1) базисным и цепным способами аналитические показатели динамики;
- 2) средние показатели динамики.

Произведите:

- 1) сглаживание ряда по трехгодичному циклу;
- 2) выравнивание ряда динамики по прямой.

Осуществите прогноз среднего выпуска продукции на следующий год. Сделайте выводы.

2. Определите недостающие уровни и базисные показатели динамики.

Периоды	Произведено автомобилей, тыс. шт.	Базисные показатели динамики		
		Абсолютный прирост, тыс. шт.	Темп роста, %	Темп прироста, %
1	70,2	—	100	—
2		7,1		
3			109,3	
4				14,6
5				16,1
6			119,3	
7		14,2		
8		13,0		
9				21,5

ИНДЕКСЫ

Индексы являются относительными величинами, характеризующими изменение уровней простых или сложных социально-экономических явлений во времени, пространстве или по сравнению с планом.

Показатель, для которого рассчитывается индекс, называется **индексируемой величиной**.

По содержанию и характеру изучаемых показателей различают:

1. Индексы количественных показателей.

К ним относятся индексы физического объема произведенной продукции, физического объема потребления и т. д. В таких индексах объемный показатель является индексируемой величиной, измеряемой в натуральных величинах.

2. Индексы качественных показателей.

К индексам качественных показателей относятся индекс цен, себестоимости единицы продукции, трудоемкости, производительности труда и т. д. Индексируемой величиной в индексах качественных показателей является уровень явления в расчете на единицу совокупности.

По степени охвата элементов совокупности выделяют **индивидуальные и общие (сводные) индексы**.

Индивидуальные индексы характеризуют изменение отдельных элементов, входящих в состав сложного явления.

Сводные индексы характеризуют изменение всего сложного явления, выражаемого сложным показателем. В таком явлении его элементы являются величинами несопоставимыми. Для устранения несопоставимости используют соизмерители индексируемых величин (**веса индекса**).

В международной практике индексы принято обозначать символами i и I : буквой « i » обозначаются индивидуальные индексы, буквой « I » – общие индексы. Знак внизу справа означает период: 0 – базисный; 1 – отчетный.

Индивидуальные индексы являются обычными относительными величинами и представляют собой соотношение двух уровней индексируемой величины.

Например,

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} - \begin{array}{l} \text{индивидуальный индекс} \\ \text{физического объема продукции,} \end{array}$$

где q_1 и q_0 количество произведенной одноименной продукции в отчетном и базисном периодах соответственно.

Этот индекс показывает, во сколько раз больше (меньше) в текущем периоде было произведено продукции по сравнению с базисным.

Сводные (общие) индексы характеризуют изменение всех элементов сложного явления. Методика их расчета зависит от характера индексируемого показателя, качества исходных данных и целей исследования. *Сводные индексы рассчитываются двумя способами: как агрегатные и как средние из индивидуальных.*

Средние индексы, в свою очередь, рассчитываются как *средние арифметические и средние гармонические*.

Из 2-х форм сводных индексов основной является агрегатная форма.

В числителе и знаменателе агрегатных индексов представлены несопоставимые элементы индексируемой величины. Для обеспечения сопоставимости при расчете используются специальные показатели – *соизмерители или веса индексов*.

Таким образом, агрегатный индекс строится как отношение сумм произведений индексируемой величины и показателя-соизмерителя, то есть по формуле:

$$I_x = \frac{\sum_{j=1}^n x_{1j} \mu_j}{\sum_{j=1}^n x_{0j} \mu_j},$$

где x_{1j} , x_{0j} – текущее и базисное значение индексируемой величины j -го элемента,

μ_j – показатель-соизмеритель явления j -го элемента,

n – число элементов явления,

$x_j \mu_j$ – результирующий показатель для j -го элемента.

Показатель-соизмеритель может относиться либо к текущему периоду, либо к базисному.

Пример 1. Имеются следующие данные по машиностроительному заводу:

Изделие	2014		2015	
	Произведено, шт.	Себестоимость единицы продукции, руб.	Произведено, шт.	Себестоимость единицы продукции, руб.
А	650	2400	700	2300
В	350	2000	300	1800

Определите:

1. Индивидуальные индексы физического объема произведенной продукции, себестоимости единицы продукции и издержек производства продукции. Проверьте увязку их в систему. Сделайте выводы.

2. Общие индексы: а) себестоимости продукции; б) физического объема произведенной продукции; в) издержек производства продукции. Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

3. Абсолютные изменения издержек производства продукции – всего и в том числе за счет изменений себестоимости продукции и объема производства.

Решение.

Введем обозначения. 2014 год принимаем за базисный период.

Тогда себестоимость единицы продукции – z_0 ,

количество произведенной продукции – q_0 .

2015 год принимаем за текущий (или отчетный) период.

Себестоимость единицы продукции – z_1 , а количество – q_1 .

1. Индивидуальные индексы:

а) объема произведенной продукции $i_q = \frac{q_1}{q_0}$;

б) себестоимости единицы продукции $i_z = \frac{z_1}{z_0}$;

в) издержки производства $i_{zq} = \frac{z_1 q_1}{z_0 q_0}$.

Так, изделия «А»:

$$i_q = \frac{700}{650} = 1,077, \quad i_z = \frac{2300}{2400} = 0,958, \quad i_{zq} = \frac{z_1 q_1}{z_0 q_0} = \frac{2300 \cdot 700}{2400 \cdot 650} = 1,032.$$

Следовательно, в отчетном году объем производства изделия «А» вырос на 7,7 %, себестоимость единицы продукции снизилась на 4,2%, издержки производства всех изделий «А» увеличились на 3,2% по сравнению с предыдущим годом.

Признаки связаны следующим образом:

себестоимость единицы продукции × объем произведенной продукции = издержки производства

Увязка в систему: $z \times q = zq, \quad i_q \cdot i_z = i_{zq}, \quad 1,077 \cdot 0,958 = 1,032.$

Для изделия «В»:

$$i_q = \frac{300}{350} = 0,857, \quad i_z = \frac{1800}{2000} = 0,9, \quad i_{zq} = \frac{z_1 q_1}{z_0 q_0} = \frac{1800 \cdot 300}{2000 \cdot 350} = 0,771.$$

Таким образом, объем производства изделия «В» в отчетном году снизился на 14,3%, себестоимость единицы продукции снизилась на 10%, а поэтому издержки производства всех изделий В снизились на 22,9%.

Проверьте увязку в систему самостоятельно.

2. Общие индексы.

1) общий индекс себестоимости продукции – это агрегатный индекс качественного показателя. Индексируемая величина – себестоимость, физический объем – веса индекса (соизмеритель). Веса берут отчетного периода.

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} = \frac{2300 \cdot 700 + 1800 \cdot 300}{2400 \cdot 700 + 2000 \cdot 300} = 0,943.$$

Это означает, что издержки производства в отчетном году изделий А и В снизились на 5,7% по сравнению с предыдущим годом за счет изменения себестоимости продукции;

2) общий индекс физического объема произведенной продукции – это агрегатный индекс количественного показателя. Индексируемая величина – объем произведенной продукции, вес индекса – себестоимость продукции. Веса берут базисного периода.

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0} = \frac{700 \cdot 2400 + 300 \cdot 2000}{650 \cdot 2400 + 350 \cdot 2000} = 1,009.$$

Это означает, что издержки производства в отчетном году изделий А и В в отчетном году увеличились на 0,9% за счет изменения объема произведенной продукции;

3) общий индекс издержек на производство всех изделий:

$$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{2300 \cdot 700 + 1800 \cdot 300}{2400 \cdot 650 + 2000 \cdot 350} = 0,951.$$

То есть отношение издержек на производство отчетного периода к издержкам базисного периода.

Таким образом, издержки производства изделий вида А и В в 2015 году снизились на 4,9% по сравнению с 2014 годом.

Взаимосвязь между общими индексами: $I_z \cdot I_q = I_{zq}$. Повторяет взаимосвязь между признаками.

$$0,943 \cdot 1,009 = 0,951487 \approx 0,951$$

3. Абсолютное изменение издержек на производство продукции исчисляется как разность между числителем и знаменателем индекса I_{zq} :

$$\Delta_{zq} = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_0 = 2150 - 2260 = -110 \text{ (руб.)}$$

Это снижение издержек производства двух видов изделий на 110 руб. обусловлено изменением себестоимости продукции и изменением объема производства.

Снижение издержек производства за счет изменения себестоимости продукции составило: $\Delta_{zq(z)} = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1 = 2150 - 2280 = -130$ (руб.). Увеличение издержек производства всех видов продукции за счет изменения объема производства составило: $\Delta_{zq(q)} = \sum q_1 z_0 - \sum q_0 z_0 = 2280 - 2260 = 20$ (руб.).

Контрольное равенство:

$$\Delta_{zq(z)} + \Delta_{zq(q)} = \Delta_{zq} \\ -130 + 20 = -110 - \text{верно.}$$

Замечание. Все расчеты можно внести в таблицу:

Изделие	Произведено, шт.		Себестоимость единицы продукции, руб.		Издержки производства всей продукции, руб.		Индивидуальные индексы			Условная величина
	Пред. год	Отчет. год	Пред. год	Отчет. год	Пред. год	Отчет. год	I_z	I_q	I_{zq}	
	q_0	q_1	z_0	z_1	$z_0 q_0$	$z_1 q_1$				
A	650	700	2400	2300	1560000	1610000	0,958	1,077	1,032	1680000
B	350	300	2000	1800	700000	540000	0,900	0,857	0,771	600000
Итого	-	-	-	-	2260000	2150000	-	-	-	2280000

Средние индексы – это вторая форма исчисления общих индексов, применяемая в случаях, когда невозможно вести учет показателей в натуральных измерителях (коммерческие организации, торговля, где в основном ведется стоимостной учет), или в плановых расчетах.

Каждый из средних индексов может быть рассчитан по формулам средней арифметической взвешенной или средней гармонической взвешенной.

Рассмотрим построение этих индексов на примере.

Пример 2. Имеются следующие данные о продаже товаров в торговых предприятиях района:

Товар	Товарооборот в действующих ценах, млн руб.		Изменение средних цен во II квартале по сравнению с I кварталом, %
	I квартал	II квартал	
Обувь	70	85	-3
Трикотаж	30	36	+6
Кожгалантерея	40	52	+2

Определите:

- сводный индекс цен на проданные товары;
- сводный индекс физического товарооборота;
- сводный индекс товарооборота.

Решение.

Обозначим товарооборот в действующих ценах в I квартале – p_0q_0 , во II квартале – p_1q_1 . Определим индивидуальные индексы цен:

для обуви: $100 - 3 = 97\%$ или $i_{p_1} = 0,97$ в долях;

для трикотажа: $100 + 6 = 106\%$ или $i_{p_2} = 1,06$;

для кожгалантереи: $100 + 2 = 102\%$ или $i_{p_3} = 1,02$.

1. Общий индекс цен $I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}$, где q_1 – объем продаж в II квартале.

Так как $i_p = \frac{p_1}{p_0}$, $p_0 = \frac{p_1}{i_p}$, то $p_0q_1 = \frac{p_1}{i_p}q_1 = \frac{p_1q_1}{i_p}$. Тогда $I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum \frac{p_1q_1}{i_p}}$.

Следовательно, $I_p = \frac{85 + 36 + 52}{\frac{85}{0,97} + \frac{36}{1,06} + \frac{52}{1,02}} = \frac{173}{172,57} = 1,002$ или 100,2%.

То есть товарооборот в среднем увеличился на 0,2% за счет изменения цен.

Сумма перерасхода, полученная населением от повышения цен, составила $\Delta_p = 173 - 172,57 = 0,43$ (млн руб.)

2. Общий индекс физического объема товарооборота:

$I_q = \frac{\sum p_0q_1}{\sum p_0q_0} \Rightarrow I_q = \frac{\sum \frac{p_1q_1}{i_p}}{\sum p_0q_0} \Rightarrow I_q = \frac{172,57}{70 + 40 + 30} = \frac{172,57}{140} = 1,234$

или 123,4%. То есть товарооборот увеличился на 23,4% за счет увеличения объема продаж.

3. Общий индекс товарооборота:

$I_{pq} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0} = \frac{85 + 36 + 52}{70 + 30 + 40} = \frac{173}{140} = 1,236$ или 123,6%.

Товарооборот во II квартале вырос по сравнению с I кварталом на 23,6%, а в денежном выражении на 33 млн руб.

Все рассмотренные выше индексы рассчитывались по нескольким товарам, реализуемым в одном месте, или видам продукции, производимым на одном предприятии. Теперь рассмотрим случай, когда один товар реализуется в нескольких местах или один вид продукции производится на ряде предприятий. При изучении динамики качественных показателей приходится определять изменение средней величины индексируемого показателя, которое обусловлено взаимодействием двух факторов – изменением значения индексируемого показателя у отдельных групп единиц и изменением структуры явления.

Индексом переменного состава называется индекс, выражающий соотношение средних уровней изучаемого явления, относящихся к разным периодам времени. Индекс цен переменного состава представляет собой отношение двух полученных средних значений:

$$I_{\text{ПС}} = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}$$

Индекс постоянного (фиксированного) состава – это индекс, исчисленный с весами, зафиксированными на уровне одного какого-либо периода, и показывающий изменение только индексируемой величины. Он определяется как агрегатный индекс. Так, индекс цен фиксированного состава рассчитывают по формуле:

$$I_{\text{ФС}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

Он показывает, каково было бы изменение среднего уровня цен, если бы удельный вес объема реализации в нескольких местах в базисном периоде был таким же, как и в отчетном.

Под **индексом структурных сдвигов** понимают индекс, характеризующий влияние изменения структуры изучаемого явления на динамику среднего уровня этого явления. Индекс определяется по формуле (при изучении изменения среднего уровня цены):

$$I_{\text{СС}} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}$$

Эти три индекса связаны равенством: $I_{\text{ПС}} = I_{\text{ФС}} \cdot I_{\text{СС}}$.

Пример 3. Имеются следующие данные по предприятию:

Бригада	Трудоемкость одного изделия, час.		Выработано продукции, тыс. шт.	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
1	3,5	2,7	4	8
2	2,8	2,5	10	9
3	3,0	2,8	12	11

Определите индексы средней по цеху трудоемкости:

- 1) переменного состава;
- 2) фиксированного состава;
- 3) влияние структурных сдвигов.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

Решение.

Обозначим трудоемкость изделия – t_0 и t_1 , количество выработанной продукции – q_0 и q_1 .

Результаты вычислений будем вносить в таблицу:

Участок	Трудоёмкость изделия, чел. час.		Выработано, тыс. шт.		Затраты труда		
	I кв.	II кв.	I кв.	II кв.	I кв.	II кв.	
	t_0	t_1	q_0	q_1	$t_0 q_0$	$t_1 q_1$	$t_0 q_1$
1	3,5	2,7	4	8	14,0	21,6	28,0
2	2,8	2,5	10	9	28,0	22,5	25,2
3	3,0	2,8	12	11	36,0	30,8	33,0
Итого	—	—	26	28	78,0	74,9	86,2

Определим индекс трудоёмкости переменного состава, который равен соотношению средней трудоёмкости продукции по трем участкам:

$$I_{\text{ПС}} = \frac{\bar{t}_1}{\bar{t}_0} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum t_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{74,9}{28} \cdot \frac{78}{26} \approx 0,892 \text{ или } 89,2\%.$$

Индекс показывает, что средняя трудоёмкость изделия по трем участкам снизилась на 10,8%. Это снижение обусловлено двумя факторами: трудоёмкости изделия на каждом участке и изменения структуры (удельного веса продукции).

Выявим влияние каждого из этих факторов на динамику средней трудоёмкости, вычислив индексы трудоёмкости фиксированного состава и влияние структурных сдвигов.

Индекс трудоёмкости фиксированного состава:

$$I_{\text{ФС}} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum t_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1} = \frac{74,9}{86,2} \approx 0,869 \text{ или } 86,9\%.$$

Трудоёмкость изделия по трем участкам в среднем снизилась на 13,1%.

Индекс влияния структурных сдвигов:

$$I_{\text{СС}} = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum t_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{86,2}{28} \cdot \frac{78,0}{26} \approx 1,026 \text{ или } 102,6\%.$$

Средняя трудоёмкость изделия во II квартале увеличилась на 2,6% за счет изменения структуры, то есть за счет роста удельного веса продукции первого участка с 15,4% ($\frac{4}{26} \cdot 100\%$) до 28,6% ($\frac{8}{28} \cdot 100\%$), на котором уровень трудоёмкости изделия был ниже, чем на втором и на третьем участках.

Замечание 1. Все эти же индексы можно вычислить по удельным весам продукции предприятия, выраженным в долях:

$$d_0 = \frac{q_{0j}}{\sum q_{0j}}; \quad d_1 = \frac{q_{1j}}{\sum q_{1j}}.$$

Тогда структурные индексы вычисляются:

$$I_{\text{ПС}} = \frac{\bar{t}_1}{\bar{t}_0} = \frac{\sum t_1 d_1}{\sum t_0 d_0}; \quad I_{\text{ФС}} = \frac{\sum t_1 d_1}{\sum t_0 d_1}; \quad I_{\text{СС}} = \frac{\sum t_0 d_1}{\sum t_0 d_0}.$$

Расчетная таблица будет иметь вид:

Участок	Трудоёмкость изделия, чел.час.		Удельный вес продукции предприятия		Расчетные значения		
	t_0	t_1	d_0	d_1	$t_0 d_0$	$t_1 d_1$	$t_0 d_1$
1	3,5	2,7	0,154	0,286	0,539	0,772	1,001
2	2,8	2,5	0,385	0,321	1,078	0,803	0,899
3	3,0	2,8	0,462	0,393	1,386	1,100	1,179
Итого			1,000	1,000	3,003	2,675	3,079

Тогда

$$I_{ПС} = \frac{\sum t_1 d_1}{\sum t_0 d_0} = 0,891; \quad I_{ФС} = \frac{\sum t_1 d_1}{\sum t_0 d_1} = 0,869; \quad I_{СС} = \frac{\sum t_0 d_1}{\sum t_0 d_0} = 1,025.$$

Замечание 2. Небольшие расхождения в результатах связаны с округлениями в процессе вычисления.

Взаимосвязь между вычисленными индексами:

$$I_{ПС} = I_{ФС} \cdot I_{СС} \\ 0,869 \cdot 1,025 = 0,891.$$

Аудиторные задания

1. Как в среднем изменились цены молочную продукцию, если известно, что объем реализации этих продуктов увеличился за этот период на 15 %, а товароборот по этой группе товаров увеличился на 21%?
2. Трудоёмкость одного изделия в отчетном периоде снизилась на 2,5 %, а объем произведенной за этот период продукции увеличился на 3,2 %. Как изменились при этом затраты времени на производство этой продукции?
3. Как изменилась производительность труда на предприятии, если при том же объеме производимой продукции общие затраты труда снизились на 10 %?
4. Имеются следующие данные о реализации мясных продуктов на городском рынке:

Продукт	Сентябрь		Октябрь	
	Цена за 1 кг, тыс. руб.	Продано, ц.	Цена за 1 кг, тыс. руб.	Продано, ц.
Говядина	5,5	26,3	5,7	24,1
Баранина	5,0	8,8	5,0	9,2
Свинина	5,8	14,5	6,0	12,3

Определите:

- 1) индивидуальные индексы цен, объема проданного товара, затрат населения на покупку товаров;
- 2) общий индекс товарооборота;
- 3) общий индекс физического объема товарооборота;
- 4) общий индекс цен;
- 5) прирост товарооборота – всего и в том числе за счет изменения цен и объема продажи товаров.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами и сделайте выводы.

5. Имеются данные по производству овощей:

Культура	Валовой сбор, ц.		Изменение посевных площадей в 2002 г., %
	2001 г.	2002 г.	
Капуста	1770	1781	без изменений
Огурцы	720	743	+10
Морковь	1760	1560	-8

Определите общие индексы:

- 1) посевных площадей;
- 2) урожайности;
- 3) валового сбора.

Определите абсолютное изменение валового сбора за счет изменения урожайности и посевных площадей. Сделайте выводы.

6. Затраты на производство по промышленному предприятию за отчетный месяц выросли на 20 %, себестоимость единицы продукции при неизменной структуре производства увеличилась на 3 %, количество произведенных изделий выросло на 4 %. Определите, как повлияли на изменение суммарных затрат структурные изменения в производстве изделий (в %). Запишите систему взаимосвязанных индексов и сделайте выводы.

7. Имеются следующие данные о выпуске продукции "В" по четырем заводам района:

Завод	Предыдущий период		Отчетный период	
	Произведено продукции, тыс. шт.	Себестоимость единицы продукции, тыс. руб.	Произведено продукции, тыс. шт.	Себестоимость единицы продукции, тыс. руб.
1	120	48	160	40
2	120	40	240	44
3	130	35	250	40
4	110	30	200	38

Определите индексы себестоимости продукции:

- 1) переменного состава;
- 2) фиксированного состава;
- 3) влияние структурных сдвигов;

Определите абсолютные изменение затрат на производство всего и в том числе за счет факторов (изменение средней себестоимости, изменение объема и структуры производства). Сделайте выводы.

Домашние задания

1. Затраты на одно изделие увеличились в отчетном году в среднем на 7,2 %, а на все произведенные изделия – на 8 %. Как изменилось количество изготовленных изделий?

2. В отчетном периоде по сравнению с базисным стоимость основных производственных фондов увеличилась на 17 %, а фондоотдача снизилась на 5 %. Как изменился объем произведенной продукции?

3. Производительность труда на предприятии в текущем периоде по сравнению с базисным выросли на 2,5 %, при этом численность рабочих увеличилась на 18 человек и составило 236 человек. Как изменился физический объем продукции?

4. В отчетном периоде по сравнению с базисным стоимость основных производственных фондов увеличилась на 17 %, а фондоотдача снизилась на 5 %. Как изменился объем произведенной продукции?

5. Известны следующие данные о реализации фруктов розничной торговли:

Товар	Цена за 1 кг, руб		Товарооборот, млн руб	
	Июль	Август	Июль	Август
Яблоки	100	500	14,35	16,71
Груши	1000	800	3,89	4,50
Сливы	800	700	10,41	11,37

Определите:

- 1) индивидуальные индексы цен, объема проданного товара и затрат населения на покупку товаров;
- 2) общий индекс товарооборота;
- 3) общий индекс физического объема товарооборота;
- 4) общий индекс цен;
- 5) прирост товарооборота – всего и в том числе за счет изменения цен и объема продажи товаров.

6. Имеются следующие данные о производстве мебели на мебельной фабрике:

Вид продукции	Затраты на производство, млн руб.		Изменение себестоимости единицы продукции в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, %
	Предыдущий период	Отчетный период	
Диваны	120,0	118,0	-8
Кресла	83,0	87,0	+5
Стол	15,0	14,0	без изменений
Стулья	10,0	9,0	-1

Определите общий индекс:

- 1) себестоимости единицы продукции;
- 2) затрат на производство продукции;
- 3) физического объема произведенной продукции.

Определите абсолютное изменение затрат в отчетном периоде по сравнению с предыдущим за счет изменения себестоимости и количества произведенной продукции. Сделайте выводы.

7. Имеются следующие данные об урожайности и посевных площадях района:

Культура	Урожайность, ц/га		Посевная площадь, га	
	Предыдущий период	Отчетный период	Предыдущий период	Отчетный период
Пшеница	21	24	10	12
Просо	11	12	10	8
Ячмень	18	19	9	10

Определите:

- 1) индивидуальные индексы урожайности;
- 2) удельные веса посевных площадей по каждой культуре;
- 3) индексы средней урожайности:
 - а) переменного состава,
 - б) фиксированного состава,
 - в) влияние структурных сдвигов;
- 4) прирост валового сбора зерна всего и в том числе за счет факторов (объема и структуры площадей, средней урожайности).

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

СТАТИСТИКА НАСЕЛЕНИЯ

В задачи статистики населения входит изучение его численности, состава, естественного и миграционного движения.

Население – это совокупность лиц, проживающих на определенной территории. При определении численности населения статистика использует ряд показателей: постоянное население (ПН), наличное население (НН), временно проживающие (ВП), временно отсутствующие (ВО). Между этими показателями имеется следующее соотношение:

$$ПН = НН + ВО - ВП \text{ и } НН = ПН - ВО + ВП.$$

Основными показателями, характеризующими естественное движение населения, являются показатели **рождаемости, смертности, естественного прироста, показатели брачности и разводимости**. Статистика в первую очередь определяет их абсолютные величины: число родившихся (N), число умерших (M), естественный прирост населения ($\Delta S_{\text{ест}} = N - M$), число браков и разводов. Основными показателями миграции населения являются **показатели прибытия или выбытия населения, изменение численности населения за счет миграции**. Определяется число прибывших (P) и выбывших (B). **Миграционный прирост** (M_2) представляет собой разницу между ними:

$$\Delta M_2 = P - B.$$

Этот показатель называется также **сальдо миграции**. На основе абсолютных данных о естественном и миграционном приросте населения можно рассчитать величину **общего прироста населения** (ΔS):

$$\Delta S = \Delta S_{\text{ест}} + \Delta M_2 = N - M + P - B.$$

Абсолютные показатели естественного движения и миграции населения не могут характеризовать уровни рождаемости, смертности, миграционного прироста, так как зависят от общей численности населения. Поэтому для характеристики естественного движения и миграции населения показатели рассчитываются по отношению к 1000 человек населения, т. е. выражаются в виде относительных величин (промилле, ‰). В статистике населения показатели могут измеряться также в расчете на 10000 и на 100000 человек населения.

Пример 1. Приведем расчет показателей, характеризующих естественное движение и миграцию населения.

Имеются следующие данные по населенному пункту за год:

Численность населения на начало года, тыс. чел. (S_t)	241,4
Число родившихся, чел. (N)	3380
Число умерших, чел. (M)	2680
Прибыло на постоянное жительство, чел. (Π)	1800
Убыло в другие населенные пункты, чел. (B)	600
Доля женщин в возрасте 15 – 49 лет в общей численности населения, % (d_{15-29})	28

На основе приведенных данных могут быть рассчитаны следующие показатели.

1. Численность населения города на конец года (S_{t+1}):

$$S_{t+1} = S_t + (N - M) + (\Pi - B) = 241,4 + (3,380 - 2,680) + (1,80 - 0,6) = 243,3 \text{ (тыс. чел.)}.$$

2. Средняя численность населения (\bar{S}) за год:

$$\bar{S} = \frac{S_{t+1} + S_t}{2} = \frac{241,4 + 243,3}{2} = 242,35 \text{ (тыс. чел.)}.$$

3. Общий коэффициент рождаемости ($K_{\text{рожд}}$):

$$K_{\text{рожд}} = \frac{N}{\bar{S}} \cdot 1000 \text{ ‰} = \frac{3,380}{242,35} \cdot 1000 \text{ ‰} = 13,95 \text{ ‰}.$$

4. Общий коэффициент смертности ($K_{\text{см}}$):

$$K_{\text{см}} = \frac{M}{\bar{S}} \cdot 1000 \text{ ‰} = \frac{2,680}{242,35} \cdot 1000 \text{ ‰} = 11,06 \text{ ‰}.$$

5. Коэффициент естественного прироста ($K_{\text{ест}}$):

$$K_{\text{ест}} = K_{\text{рожд}} - K_{\text{см}} = 13,95 \text{ ‰} - 11,06 \text{ ‰} = 2,89 \text{ ‰},$$

$$K_{\text{ест}} = \frac{\Delta S_{\text{ест}}}{\bar{S}} \cdot 1000 \text{ ‰} = \frac{N - M}{\bar{S}} \cdot 1000 \text{ ‰} = \frac{3,38 - 2,68}{242,35} \cdot 1000 \text{ ‰} = 2,89 \text{ ‰}.$$

6. Общий коэффициент интенсивности миграции населения ($K_{\text{мз}}$):

$$K_{\text{мз}} = \frac{\Delta M_2}{\bar{S}} \cdot 1000 \text{ ‰} = \frac{\Pi - B}{\bar{S}} \cdot 1000 \text{ ‰} = \frac{1,8 - 0,6}{242,35} \cdot 1000 \text{ ‰} = 4,95 \text{ ‰}.$$

7. Коэффициент общего прироста ($K_{\text{общ}}$) населения за год:

$$K_{\text{общ}} = \frac{\Delta S}{\bar{S}} \cdot 1000 \text{ ‰} = \frac{1,9}{242,35} \cdot 1000 \text{ ‰} = 7,84 \text{ ‰}.$$

$$K_{\text{общ}} = K_{\text{ест}} + K_{\text{мз}} = 2,89 \text{ ‰} + 4,95 \text{ ‰} = 7,84 \text{ ‰}.$$

8. Коэффициент интенсивности миграционного оборота ($K_{\text{моб}}$) и коэффициент эффективности миграции ($K_{\text{эф}}$):

$$K_{\text{моб}} = \frac{\Pi + B}{\bar{S}} \cdot 1000 \text{ ‰} = \frac{1,8 + 0,6}{242,35} \cdot 1000 \text{ ‰} = 9,6 \text{ ‰}.$$

$$K_{\text{эф}} = \frac{\Delta M_2}{Q} \cdot 100\% = \frac{1,8 - 0,6}{1,8 + 0,6} \cdot 100\% = 50\%,$$

где Q – объем миграции: $Q = \Pi + B$.

9. Коэффициент жизненности В. Н. Покровского:

$$K_{жизн} = \frac{N}{M} = \frac{3,38}{2,68} = 1,26 \text{ или } K_{жизн} = \frac{K_{рожд}}{K_{см}} = \frac{13,95}{11,06} = 1,26.$$

10. Специальный коэффициент рождаемости (F):

$$F = \frac{K_{рожд}}{S_{жен_{15-49}}} \cdot 1000\% = \frac{3,38}{242,35 \cdot 0,28} \cdot 1000\% = 49,8\%,$$

$$F = \frac{K_{рожд}}{d_{жен_{15-49}}} = \frac{13,95}{0,28} = 45,8\%.$$

Аудиторские задания

1. Имеются следующие данные о численности населения РБ за ряд лет:

Год	1979	1989	2000	2000	2008	2011	2015
Все население, млн человек*	117,5	130,1	137,6	147,4	148,7	147,5	146,7
В том числе городское	81,6	81,0	95,4	108,4	108,9	107,8	107,5
Сельское	55,9	49,1	42,2	39,0	39,8	39,7	39,6

*Данные – на 1 января соответствующих лет. Относятся к наличному населению.

Рассчитайте:

- 1) динамику численности всего населения; городского и сельского населения;
- 2) цепные темпы прироста;
- 3) удельный вес городского и сельского населения во всем населении.

Проанализируйте полученные результаты. Данные представьте в виде таблицы.

2. Численность населения области на 1 января 2000 г. составляла 4836 тыс. чел., на 1 апреля – 4800 тыс. чел., на 1 июля – 4905 тыс. чел., на 1 октября – 4890 тыс. чел., на 1 января 2001 г. – 4805 тыс. чел. Определите среднюю численность населения за период.

3. Численность населения в городе на 01.01.2014 г. составляла 693540 человек. В течение года родилось 9650 человек, а умерло 7520 человек. Сальдо миграции за этот период равнялось нулю. Определите:

- 1) численность населения на конец года;
- 2) среднегодовую численность населения;
- 3) абсолютный естественный прирост населения за год.

Рассчитайте коэффициенты естественного прироста, общей рождаемости, общей смертности и жизненности населения.

4. Численность населения района на 1 января 1999 г. составляла 440850 чел. В течение 1999 г. родилось 2500 чел., умерло 1400 чел., прибыло на постоянное место жительства 1350 чел., выбыло 470 чел.

Определите:

- 1) коэффициенты общей рождаемости, общей смертности, естественного прироста населения;
- 2) сальдо миграции, объем миграции, общий коэффициент интенсивности миграции (миграционного прироста), коэффициенты интенсивности миграционного оборота и эффективности миграции;
- 3) общий прирост населения за период и коэффициент общего прироста населения.

Домашние задания

1. Численность населения города составляла в 2013 г.: по состоянию на 1 января – 1238 тыс. чел.; на 1 марта – 1240 тыс. чел.; на 1 июня – 1350 тыс. чел.; на 1 ноября – 1370 тыс. чел.; на 1 января 2001 г. – 1380 тыс. чел. Определите среднюю численность населения города в 2013 г.

2. В РБ в 2008 г. родилось 1283,3 тыс. чел., коэффициент общей рождаемости составил 8,8%, коэффициент смертности – 13,6‰. Сальдо миграции равнялось 285,2 тыс. чел. Определите:

- 1) численность умерших в 1998 г.;
- 2) естественный прирост (убыль) и общий прирост (убыль) населения (в тыс. чел.);
- 3) коэффициент общего прироста (убыли) населения;
- 4) величину компенсации естественной убыли населения за счет миграции (в относительном выражении).

СТАТИСТИКА УРОВНЯ ЖИЗНИ НАСЕЛЕНИЯ

Конечная цель развития любого прогрессивного общества – создание материальных благ для долгой, здоровой и благополучной в материальном отношении жизни людей.

Уровень жизни – обеспеченность населения необходимыми материальными благами и услугами, достаточным уровнем их потребления и степенью удовлетворения разнумных (рациональных) потребностей.

Можно выделить *четыре уровня жизни населения*:

- достаток;
- нормальный уровень;
- бедность;
- нищета.

Возможны *три аспекта изучения уровня жизни*.

- применительно ко всему населению;
- к его социальным группам;
- к домохозяйствам с различной величиной доходов.

Пример. Среднемесячная заработная плата рабочих и служащих в базисном году составила 740 руб., в отчетном – 840 руб., цены на потребительские товары и услуги повысились в отчетном периоде по сравнению с базисным на 25%. Выплаты трансфертов (в ценах соответствующих лет) на одного рабочего и служащего составили в базисном году 100 руб., в отчетном 150 руб. Определить индекс совокупных доходов рабочих и служащих в текущих ценах и индекс реальных доходов.

Решение.

1. Индекс совокупных доходов рабочих и служащих в текущих ценах определяется:

$$I_{\text{сов.дох.}} = \frac{СДН_1}{СДН_0}$$

где СДН₁ и СДН₀ – номинальные совокупные доходы рабочих и служащих в базисном и отчетном периодах соответственно.

Совокупные доходы населения складываются из личных доходов населения (заработной платы, премий, отпускных, различных надбавок, доходов от собственности, предпринимательства и т. д.) и стоимости бесплатных или на льготных условиях предоставляемых государственными и общественными организациями населению услуг и материальных благ.

$$I_{сов.дох} = \frac{840 \cdot 12 + 150}{740 \cdot 12 + 100} = 1,139 \text{ или } 113,9\%.$$

2. Индекс реальных доходов рабочих и служащих:

$$I_{реал.дох} = \frac{РДН_1}{РДН_0},$$

где $РДН_1$ и $РДН_0$ – реальные рабочих и служащих в базисном и отчетном периодах соответственно.

Реальные доходы – это номинальные с поправкой на индекс потребительских цен. В свою очередь, индекс потребительских цен (I_p) есть величина обратная индексу покупательской способности денег ($I_{покуп. способ. денег}$).

$$РДН_1 = \frac{СДН_1}{I_p} = СДН_1 \cdot I_{покуп. способ. денег}$$

Тогда:

$$I_{реал.дох} = \frac{СДН_1 \cdot I_{покуп. способ. денег}}{СДН_0} = I_{сов.дох} \cdot I_{покуп. способ. денег} = I_{сов.дох} \cdot \frac{1}{I_p}$$

По условию задачи $I_p = 1,25$, тогда $I_{реал.дох} = \frac{1,139}{1,25} = 0,911$ или 91,1%.

Вывод. Несмотря на то, что номинальные доходы рабочих и служащих выросли на 13,9%, реальные доходы снизились на 8,9%.

Аудиторные задания

1. Уровень реальных доходов населения одного из регионов увеличился за год на 20%. Номинальные доходы (в текущих ценах) составили: к началу года – 1120 руб., к концу года – 1550 руб.; доля налоговых платежей в номинальном доходе изменились с 20% до 25% соответственно. Охарактеризуйте годовую инфляцию, рассчитайте индекс покупательской способности денег.

2. Личные доходы населения в текущих ценах составляли в базисном году 21 тыс. руб., а в отчетном 43 тыс. руб. За это время средняя величина выплаченных налогов и обязательных платежей из личных доходов увеличилась с 3 до 6 тыс. руб., а индекс покупательской способности денег оказался равен 0,3. Определить:

- 1) индекс роста номинальных доходов населения;
- 2) индекс располагаемых личных доходов;
- 3) индекс реальных личных доходов.

3. Имеются следующие данные о расходовании денежных доходов населения за два периода (в среднем на душу в месяц, тыс. руб.):

	2010 г.	2015 г.
Денежные доходы	45,2	532,9
Из них использовано на:		
– покупку товаров и оплату услуг	31,1	375,7
– оплату обязательных платежей и взносов	3,4	35,7
– накопление сбережений во вкладах и ценных бумагах	2,8	26,6
– покупку валюты	3,6	76,2
– прирост(+), уменьшение(-) денег на руках	4,3	18,7

Определите:

- 1) структуру использования денежных доходов населения в 2010 и 2015 годах;
- 2) оцените структурные сдвиги, происшедшие в распределении использования денежных доходов населения. Сделайте вывод.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ СТРАНЫ

Пример 1. Рассчитать ВВП страны в рыночных ценах отчетного года, если известно:

	млн. усл. ед.
Валовой выпуск продуктов и услуг в основных ценах	1783,7
Промежуточное потребление в рыночных ценах	953,4
Налоги на продукты, услуги и импорт	89,6
Субсидии на продукты и импорт	40,1

Решение.

$$ВВП = ВВ + ЧН - ПП.$$

ВВП – валовой внутренний продукт в рыночных ценах; ВВ – валовой выпуск продуктов и услуг в основных ценах; ЧН – чистые налоги на продукты и импорт; ПП – промежуточное потребление.

$$ЧН = Налоги - Субсидии.$$

Тогда,

$$ВВП = 1783,7 + (89,6 - 40,1) - 953,4 = 879,8 \text{ (млн усл. ед.)}.$$

Пример 2. Индекс РТС рассчитывается в России с 1 сентября 1995 г. Индекс рассчитывается как:

$$I_n = I_i \cdot \frac{KC_t}{KC_i}, \text{ при } KC_i^{(t)} = \sum_{j=1}^N (K_j \times P_j).$$

KC_i и KC_t – сумма рыночных капитализаций акций на начальную (i) дату и текущую конечную дату (t).

I_i – значение индекса РТС на начальную дату.

K_j – количество обыкновенных акций, выпущенных j – м эмитентом на текущую дату.

N – число акций в списке, по которому рассчитывается индекс.

P_j – цена акции j -го эмитента на расчетное время, которое определяется:

$$P_j = \frac{W_j}{Q_j},$$

где W_j – суммарный объем сделок в денежном выражении (в долларах США по курсу ММВБ) за расчетный период.

Q_j – количество проданных акций за этот период.

Если за расчетный период сделок по данной акции в системе не совершалось, цена акции определяется как средняя арифметическая лучшей цены предложения на покупку (P_{bidi}) и лучшей цены на продажу (P_{aski}):

$$P_j = \frac{P_{bidi} + P_{aski}}{2}$$

В случае отсутствия твердых котировок на продажу (покупку) в качестве цены акции берется:

$P_j = P_{bidi}$, если P_{aski} отсутствует,

$P_j = P_{aski}$, если P_{bidi} отсутствует.

Например, количество акций в обращении и объем товаров по акциям, включенным в листинг индекса РТС, составил:

Эмитент	Количество простых акций в обращении	Объем торгов	
		тыс. шт.	тыс. \$
Черногорнефть	26 771 420	46,500	567,478
КОНдпетролиум	37 881 990	–	–
РАО «ЕЭС России»	41 041 753 984	270 313, 380	62 108,225
Торговый дом ГУМ	6 000 000	10,000	36,000
Иркутскэнерго	4 766 808 000	15 390,000	3 025,838
Камаз	125 000 000	213,000	349,250
Коминнефть	42 675 000	23,500	105,275
Красноярскэнерго	585 539 544	900,000	229,400
Лукойл холдинг	649 551 391	4005,142	77 978,780
Ленэнерго	766 035 008	260,000	130,600
Мегионнефтегаз	99 474 705	82,000	375,460
Мосэнерго	2 560 000 000	24 598,430	27 029,630
Норильский никель	94 499 936	135,000	824,600
Ноябрьскнефтегаз	58 908 750	19,695	172,503
Нижевартовскнефтегаз	13 662 962	–	–
Оренбургнефть	66 060 625	40,000	223,375
Пурнефтегаз	83 524 525	103,000	715,500
Ростелеком	700 312 800	3 342,000	8 513,835
Сургутнефтегаз	4 123 198 841	73 578,250	12 526,658
Петербургская телефонная сеть	376 690 980	120,000	154,500
Томск нефть	33 774 080	8,800	110,420
Юганскнефтегаз	40 025 505	16,000	221,750

Кроме того, известно, что котировка по акциям Ноябрьскнефтегаз на покупку составила 10,1\$, а на продажу 10,94\$, КОНдпетролиум соответственно 11,1\$ и 14,9\$, а значение фондового индекса РТС на начало расчетного периода 335,030 при капитализированной стоимости акций 32,478 млрд \$.

Для расчета фондового индекса РТС на конечную дату определим среднюю цену акции каждого эмитента и сумму рыночной капитализации акций. По результатам составим таблицу:

Эмитент	K_j , тыс. шт	P_j , \$	KC_t , тыс. \$
Черногорнефть	26 771,420	12,2038	326 713,0
КОНдплетролиум	37 881,990	13,0000	492 465,9
РАО «ЕЭС России»	41 041 753,984	0,2300	9 429 753,4
Торговый дом ГУМ	6 000,000	3,6000	21 600,0
Иркутскэнерго	4 766 808,000	0,1966	937 154,5
Камаз	125 000,000	1,6397	204 962,5
Коминнефть	42 675,000	4,4798	191 175,5
Красноярскэнерго	585 539,544	0,2549	149 254,0
Лукойл холдинг	649 551,391	19,4692	12 646 245,9
Ленэнерго	766 035,008	0,5023	384 779,4
Мегийнефтегаз	99 474,705	4,5788	455 474,8
Мосэнерго	2 560 000,000	1,0988	2 812 928,0
Норильский никель	94 499,936	6,1081	57 721,2
Ноябрьскнефтегаз	58 908,750	8,7587	515 964,1
Нижневартовскнефтегаз	13 662,962	10,5200	143 734,4
Оренбургнефть	66 060,625	5,5844	368 909,0
Пурнефтегаз	83 524,525	6,9466	580 211,5
Ростелеком	700 312,800	2,5475	1 784 046,9
Сургутнефтегаз	4 123 198,841	0,1702	701 768,4
Петербургская телефонная сеть	376 690,980	1,2875	484 989,6
Томск нефть	33 774,080	12,5477	423 787,0
Юганскнефтегаз	40 025,505	13,8594	554 725,3
Итого	-	-	33 668 364,3

Таким образом, фондовый индекс РТС составит:

$$I_n = 335,030 \cdot \frac{33,668}{32,478} = 347,305.$$

По сравнению с началом периода индекс увеличился на 12,275 пункта (347,305 – 335,030) или на 3,66% $\left(\frac{347,305}{335,030}\right)$.

Аудиторские задания

1. Рассчитать ВВП страны в рыночных ценах отчетного года (данные условные), если известно:

	млн. усл. ед.
Валовой выпуск продуктов и услуг в основных ценах	1886,3
Промежуточное потребление в рыночных ценах	974,2
Налоги на продукты, услуги и импорт	99,6
Субсидии на продукты и импорт	50,4

2. По данным темпам роста курсов ценных бумаг на 09.01.2015 (данные условные), входящих в листинг, рассчитайте сводный индекс по методике «Financial Times» FT:

$$I_{FT} = \sqrt[n]{\prod I_{\text{котировки}}}$$

Эмитент	Изменение котировки, %
ТД «ГУМ»	257,1
«ГАЗ»	43,7
РАО «ЕЭС России»	226,9
«Красный октябрь» конд. Фабрика	318,6
«Московская ГТС»	355,3
«Кировский завод» (машиностроительный)	17,8

3. Рынок акций РБ за 2015 год характеризуется индексом (данные условные) АК&М:

Индексы АК&М	26.01.2015	26.12.2015	Изменение индексов, %
Промышленные предприятия	18,230	47,452	160,30
Банки	4,939	12,156	146,12
Сводный	12,832	33,930	164,42

Определите изменение индекса АК&М за счет влияния факторов: а) изменение структуры компаний; б) изменение курсовых индексов по отдельным группам компаний.

4. Имеются следующие данные (условные) о капитализированной стоимости акций в 2014 г., входящих в фондовый индекс РТС:

дата	на 23.10	на 30.10	на 06.11	на 13.11	на 20.11	на 27.11	на 04.12	на 11.12
млрд руб.	59,876	48,399	49,661	39,063	40,868	38,523	40,989	38,434

Определите:

- 1) целные темпы роста капитализированной стоимости акций;
- 2) фондовые индексы РТС на указанные даты, если на 23 октября он составил 528,500.

Отразите динамику фондового индекса РТС на графике. Сделайте выводы.

5. Имеются данные по акционерному обществу за отчетный год (тыс. руб.):

Основные средства по первоначальной стоимости за вычетом износа на начало года	70 400
Введено в эксплуатацию новых основных фондов за отчетный год	2 880
Списано из-за ветхости и износа за отчетный год основных средств по первоначальной стоимости за вычетом износа	790
Сумма износа основных средств на начало года	17 860
Износ списанных основных средств	700
Сумма износа, начисленного за отчетный год	4 250
Стоимость выполненного за год капремонта	180

Определить:

- 1) стоимость основных средств на конец года: полную первоначальную; первоначальную за вычетом износа;
- 2) износ основных средств на конец года;
- 3) коэффициенты состояния основных средств на начало и конец года;
- 4) коэффициенты движения основных средств.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СТЬЮДЕНТА

α – уровень значимости, $\gamma = 1 - \alpha$ – доверительная вероятность,
 ν – число степеней свободы, $n = \nu + 1$ – объем выборки.

α	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
γ	0,90	0,95	0,98	0,99	0,998	0,999
$\nu \downarrow$						
1	6,314	12,71	31,82	63,66	318,3	636,6
2	2,920	4,303	6,965	9,925	22,33	31,60
3	2,353	3,182	4,541	5,841	10,22	12,94
4	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	2,015	2,571	3,365	5,032	5,893	6,859
6	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,405
8	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041
9	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587
11	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437
12	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318
13	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
14	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140
15	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
16	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015
17	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
18	1,734	2,101	2,552	2,878	3,611	3,922
19	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883
20	1,725	2,086	2,528	2,845	3,562	3,850
21	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819
22	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792
23	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,767
24	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
25	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725
26	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435	3,707
27	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,690
28	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674
29	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,659
30	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646
40	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307	3,551
50	1,676	2,009	2,403	2,678	3,262	3,495
60	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460
80	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195	3,415
100	1,660	1,984	2,365	2,626	3,174	3,389
200	1,653	1,972	2,345	2,601	3,131	3,339
300	1,648	1,965	2,334	2,586	3,106	3,310
∞	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,291

ЛИТЕРАТУРА

1. Елисеева, И.И. Общая теория статистики: учебник / И.И. Елисеева, М.М. Юзбашев; под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2005.
2. Ефимова, М.Р. Общая теория статистики: учебник / М.Р. Ефимова, Е.В. Петрова, В.Н. Румянцев – М.: ИНФРА – М, 2005.
3. Неганова, Л.М., Шевелева Ю.Г., Замедлина Е.А. Экзамен по статистике: Учебное пособие для вузов – М.: Приор-издат, 2006. – 144 с.
4. Практикум по общей теории статистики. Для студентов экономических специальностей. – Брест: Издательство БрГТУ, 2010. – Ч. 2.
5. Практикум по общей теории статистики: учебно-методическое пособие / Под ред. М.Г. Назарова. – М.: КНОРУС, 2008. – 184 с.
6. Руденко, В.И. Статистика: Пособие студентам для подготовки к экзаменам / В.И. Руденко. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К^о», 2010. – 188 с.
7. Социальная статистика: учебник / Под ред. И.И. Елисеевой. – 2-е изд., доп. – М., 1999.
8. Социальная статистика: учебник / Под ред. М.Г. Назарова. – М., 1988.
9. Социально-экономическая статистика / Под ред. Г.Л. Громыко. – М., 1997.
10. Теория статистики / Под ред. проф. Г.Л. Громыко – М.: ИНФРА – М., 2005.

СОДЕРЖАНИЕ

Корреляционная связь и ее статистическое изучение.....	3
Аудиторные задания.....	11
Домашние задания.....	13
Ряды динамики.....	14
Аудиторные задания.....	21
Домашние задания.....	24
Индексы.....	24
Аудиторные задания.....	32
Домашние задания.....	33
Статистика населения.....	35
Аудиторные задания.....	37
Домашние задания.....	38
Статистика уровня жизни населения.....	38
Аудиторные задания.....	39
Статистическая оценка экономического развития страны.....	40
Аудиторные задания.....	42
Распределение Стьюдента.....	44
Литература.....	45

Учебное издание

Составители:

*Журавель Мария Григорьевна
Золотухина Лада Станиславовна
Копайцева Татьяна Владимировна
Кузьмина Елена Викторовна
Шамовская Галина Владимировна*

Практикум по статистике

для студентов экономических специальностей

ЧАСТЬ II

Ответственный за выпуск: Кузьмина Е.В.
Редактор: Боровикова Е.А.
Компьютерная вёрстка: Соколюк А.П.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано в печать 30.12.2016 г. Формат 60x84 1/16. Бумага «Performer».
Гарнитура «Arial Narrow». Усл. печ. л. 2,8. Уч. изд. л. 3,0. Заказ № 1297. Тираж 120 экз.
Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный
технический университет». 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.