

Эпюра распределения ветрового давления имеет следующий характер: со стороны воздействия ветрового потока наблюдается область положительного давления, небольшой спад со стороны точки Б объясняется наличием в этой области фундамента см. рис. 1; далее наблюдается постепенное возрастание, а затем убывание положительного давления ветрового потока; область приблизительно между 80 и 100 м. по длине дуги – так называемая «область срыва ветрового потока», которая характеризуется возникновением турбулентных вихрей; далее по длине дуги (от точки А к точке Б) находится зона отрицательного давления ветрового потока, постепенно возрастающая и убывающая; со стороны т. А имеется небольшая зона положительного давления, это объясняется наличием на пути ветрового потока в этой области фундамента (см. рис. 1). Несколько завышенные значения положительного давления в области набегания ветрового потока можно объяснить наличием склона. Ступенчатый характер эпюры в области отрицательного ветрового давления можно объяснить возникновением в этих местах локальных турбулентных течений.

В результате проведенного численного моделирования воздействия ветрового потока на покрытие Летнего амфитеатра в г. Витебске можно сделать следующие выводы:

1. Получена качественная и количественная картина распределения ветрового давления на поверхности покрытия. Полученная диаграмма распределения ветрового давления подобна схеме распределения давления ветрового потока для здания со сводчатыми и близкими к ним по очертанию покрытиями согласно СНиП 2.01.07-85. Отличия в полученной схеме распределения давления ветрового потока по СНиП 2.01.07-85 можно отнести на наличие рельефа и более точный учёт всех факторов ветрового воздействия при численном моделировании.

2. Современные расчётные модули, такие как COSMOSFloWorks, учитывают практически все параметры ветрового потока. Параметры самого ветрового потока, такие как сжимаемость, вязкость, турбулентность и т.д., учитываются при приближенном решении системы уравнений Навье-Стокса. Рельеф местности, шероховатость, влияние соседних сооружений учитываются граничными условиями и моделью сооружения с возможной степенью точности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ушаков В. Анализ обтекания тел с отрывом потока в системе SolidWorks\FloWorks. CAD/CAM/CAE Observer #3 12 (2003), 2003. – с. 2-9.
2. Алямовский А. А., Собачкин А. А., Одинцов Е. В., Харитонович А. И., Пономарев Н. Б. SolidWorks. Компьютерное моделирование в инженерной практике. — Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, - 2005. - 800 с.

УДК 681.3:624.04

Тур А.В.

Научный руководитель: доц. Игнатюк В.И.

РАСЧЕТ ДВУХШАРНИРНЫХ АРОК КРУГОВОГО ОЧЕРТАНИЯ НА ДЕЙСТВИЕ РАДИАЛЬНО НАПРАВЛЕННЫХ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ НАГРУЗОК

В практике проектирования находят применение длинные цилиндрические оболочки, выполненные из легких материалов. Для таких оболочек особую роль играет ветровая нагрузка, которая действует на них в радиальных направлениях [1]. Расчетная схема длинной цилиндрической оболочки может быть сведена к расчету двухшарнирной арки. Поэтому расчет двухшарнирных арок кругового очертания на действие радиально направленных равномерно распределенных нагрузок (рис. 1) актуален и представляет интерес.

Рассматриваются круговые арки постоянной жесткости (рис. 1), загруженные статическими радиально направленными равномерно распределенными нагрузками. Расчет усилий (изгибающих моментов M , поперечных Q и продольных N сил выполняется методом сил с учетом как изгибных, так и сдвиговых и продольных деформаций. Так как оси рассматриваемых арок изменяются по круговому закону, получение и интегрирование зависимостей удобно выполнять в полярной системе координат. За полюс принимается точка в центре окружности (точку O), а в качестве оси, относительно которой будем отсчитывать угол (θ) , примем горизонтальную ось, направленную от полюса влево (рис. 2). Зависимость между декартовой (x, y) и полярной (r, θ) системами координат имеет вид

$$\begin{cases} x = r(\cos \theta_0 - \cos \theta); \\ y = r(\sin \theta - \sin \theta_0). \end{cases} \quad (1)$$

Двухшарнирная арка как статически неопределимая система имеет одну лишнюю связь. Основную систему метода сил получим, отбросив левую горизонтальную связь (рис. 2).

Каноническое уравнение метода сил записывается в виде [2]

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0. \quad (2)$$

Единичное и грузовое перемещения δ_{11} и Δ_{1p} получены в работе [3] и имеют и вид:

$$\begin{aligned} \delta_{11} = & \frac{r^3}{EJ} \left[(\pi - 2\theta_0)(0,5 + \sin^2 \theta_0) - 1,5 \sin 2\theta_0 \right] + \\ & + \eta \frac{r}{GA} \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) - \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 \right] + \frac{r}{EA} \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) + \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 \right]; \end{aligned} \quad (3)$$

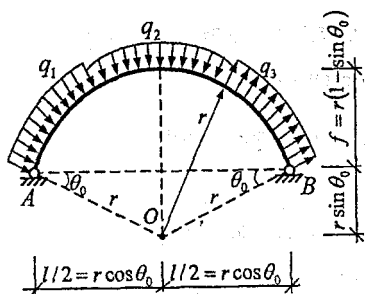


Рис. 1. Расчетная схема

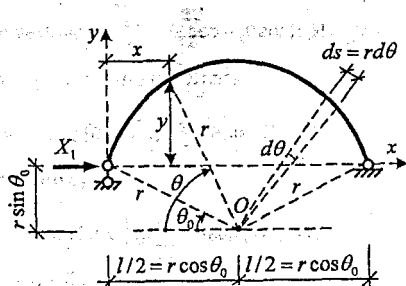


Рис. 2. Основная система метода сил

$$\Delta_{1p} = \Delta_{1p}^M + \Delta_{1p}^Q + \Delta_{1p}^N, \quad (4)$$

где:

$$\begin{aligned} \Delta_{1p}^M = & \frac{r^3 R_A}{EJ} \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) \sin 2\theta_0 - 2 \cos^2 \theta_0 \right] + \\ & + \frac{r^4}{EJ} \sum_{i=1}^n q_i \left\{ \frac{1}{4} \sin \theta_{qi}^* (\sin 2\theta_{qi}^* - \sin 2\theta_0^*) - \frac{1}{2} \cos \theta_{qi}^* (\sin^2 \theta_{qi}^* - \sin^2 \theta_0^*) - (\theta_{qi}^* - \theta_0^*) \left[\frac{1}{2} \sin \theta_{qi}^* + \sin \theta_0^* \right] + \right. \\ & + (\sin \theta_{qi}^* - \sin \theta_0^*) \left[\frac{1}{2} (\pi - \theta_0 - \theta_{qi}^*) + \frac{1}{4} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{qi}^*) - \sin \theta_0 (\cos \theta_0 + \cos \theta_{qi}^*) + \sin \theta_0 \cos \theta_{qi}^* \right] + \\ & \left. + (\cos \theta_{qi}^* - \cos \theta_0^*) \left[\frac{1}{2} (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{qi}^*) - \sin \theta_0 (\sin \theta_0 - \sin \theta_{qi}^*) - (1 + \sin \theta_0 \sin \theta_{qi}^*) \right] \right\}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Delta_{IP}^Q = \eta \frac{r^2}{GA} \sum_{i=1}^{n_s} q_i \left\{ -\sin \theta_{q_i}' \left[\frac{1}{2} (\theta_{q_i}'' - \theta_{q_i}') + \frac{1}{4} \theta_{q_i}' (\sin 2\theta_{q_i}'' - \sin 2\theta_{q_i}') \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cos \theta_{q_i}'' (\sin^2 \theta_{q_i}'' - \sin^2 \theta_{q_i}') + \frac{1}{2} (\sin \theta_{q_i}'' - \sin \theta_{q_i}') \left[(\pi - \theta_0 - \theta_{q_i}'') - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{q_i}'') \right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{q_i}'') (\cos \theta_{q_i}'' - \cos \theta_{q_i}') \right\}; \quad (6)$$

$$\Delta_{IP}^N = \frac{r^2}{EA} \sum_{i=1}^{n_s} q_i \left\{ \frac{1}{2} (\cos \theta_{q_i}'' - \cos \theta_{q_i}') (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{q_i}'') - \frac{1}{2} \cos \theta_{q_i}'' (\sin^2 \theta_{q_i}'' - \sin^2 \theta_{q_i}') - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (\theta_{q_i}'' - \theta_{q_i}') \sin \theta_{q_i}'' + \frac{1}{4} \sin \theta_{q_i}'' (\sin 2\theta_{q_i}'' - \sin 2\theta_{q_i}') + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (\sin \theta_{q_i}'' - \sin \theta_{q_i}') \left[(\pi - \theta_0 - \theta_{q_i}'') + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{q_i}'') \right] \right\}. \quad (7)$$

Первые слагаемые в (3), (4) учитывают влияние изгибающих моментов, вторые и третьи — соответственно поперечных и продольных сил.

Решив уравнение метода сил (2), найдем неизвестное X_1 .

Значения усилий в сечениях рассматриваемых арок определяются по выражениям:

$$M = \bar{M}_1 X_1 + M_p; \quad Q = \bar{Q}_1 X_1 + Q_p; \quad N = \bar{N}_1 X_1 + N_p, \quad (8)$$

где законы изменения усилий от действия единичного неизвестного ($X_1=1$) \bar{M}_1 , \bar{Q}_1 , \bar{N}_1 и от действия внешних нагрузок M_p , Q_p , N_p имеют вид:

$$\bar{M}_1 = -y = -r(\sin \theta - \sin \theta_0); \quad \bar{Q}_1 = -\cos \theta; \quad \bar{N}_1 = -\sin \theta; \quad (9)$$

$$M_p = R_A r (\cos \theta_0 - \cos \theta) - r^2 \sum_{i=1}^{n_s} q_i \left[\sin \theta (\sin \theta_{q_i}'' - \sin \theta_{q_i}') + \cos \theta (\cos \theta_{q_i}'' - \cos \theta_{q_i}') \right] - \\ - r^2 q_i \left[\sin \theta (\sin \theta_{q_i}'' - \sin \theta_{q_i}') + \cos \theta (\cos \theta_{q_i}'' - \cos \theta_{q_i}') \right]; \quad (10)$$

$$Q_p = R_A \sin \theta - \sum_{i=1}^{n_s} q_i r \left[\cos \theta (\sin \theta_{q_i}'' - \sin \theta_{q_i}') - \sin \theta (\cos \theta_{q_i}'' - \cos \theta_{q_i}') \right] - \\ - q_i r (\sin \theta \cdot \cos \theta_{q_i}'' - \cos \theta \cdot \sin \theta_{q_i}'); \quad (11)$$

$$N_p = -R_A \cos \theta - \sum_{i=1}^{n_s} q_i r \left[\cos \theta (\cos \theta_{q_i}'' - \cos \theta_{q_i}') + \sin \theta (\sin \theta_{q_i}'' - \sin \theta_{q_i}') \right] - \\ - q_i r (1 - \cos \theta \cdot \cos \theta_{q_i}'' - \sin \theta \cdot \sin \theta_{q_i}'). \quad (12)$$

Каждое из выражений (10) – (12) имеет три слагаемых, которые в зависимости от типа участка, на котором находится сечение, могут присутствовать в этих выражениях или могут быть опущены. Первое слагаемое определяет влияние на усилие опорной реакции и будет присутствовать всегда. Второе и третье слагаемые отражают действие распределенных нагрузок и будут присутствовать, если соответствующая распределенная нагрузка действует слева от сечения. При этом второе слагаемое учитывает распределенные нагрузки, которые полностью действуют слева от сечения (например, нагрузки q_1 и q_2 для сечений 5 и 6 на рис. 3), а третье слагаемое учитывает распределенные нагрузки, действующие частично слева от сечения, то есть расположенные на участках, в пределах которых находится рассматриваемое сечение (нагрузка q_1 для сечения 2, q_2 для сечения 4, q_3 для сечения 6 на рис. 3).

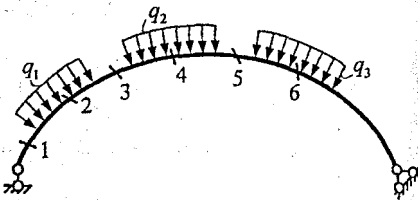


Рис. 3. Расчетная схема арки

Для определения перемещений используется формула Мора [2]

$$\Delta_{ip}^{appr} = \sum \int \frac{\bar{M} M ds}{EJ} + \sum \int \eta \frac{\bar{Q} Q ds}{GA} + \sum \int \frac{\bar{N} N ds}{EA} \quad (13)$$

где M, Q, N – усилия в сечении арки от действия внешней нагрузки, вызывающей искомые перемещения и определяемые выражениями (8); EJ, GA, EA – жесткости сечений арки соответственно на изгиб, сдвиг и растяжение-сжатие; η – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений по высоте сечения при изгибе; $\bar{M}, \bar{Q}, \bar{N}$ – выражения усилий в сечениях арки от действия единичной силы $F=1$, приложенной в точке, в которой определяется перемещение, в направлении (i -ом) искомого перемещения; имеющие здесь вид:

а) на участке от опоры А до точки, для которой определяется перемещение и в которой приложена сила $F=1$ (участок I):

$$\begin{aligned} \bar{M}_I &= \bar{R}_A x = \frac{r}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 + \cos \psi) (\cos \theta_0 - \cos \theta); \\ \bar{Q}_I &= +\bar{R}_A \sin \theta = \frac{1}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 + \cos \psi) \sin \theta; \\ \bar{N}_I &= -\bar{R}_A \cos \theta = -\frac{1}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 + \cos \psi) \cos \theta; \end{aligned} \quad (14)$$

б) на участке от точки, для которой определяется перемещение, до опоры В (участок II):

$$\begin{aligned} \bar{M}_{II} &= \bar{R}_B (l-x) = \frac{r}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 - \cos \psi) (\cos \theta_0 + \cos \psi); \\ \bar{Q}_{II} &= -\bar{R}_B \sin \theta = -\frac{1}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 - \cos \psi) \sin \theta; \\ \bar{N}_{II} &= -\bar{R}_B \cos \theta = -\frac{1}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 - \cos \psi) \cos \theta. \end{aligned} \quad (15)$$

Выполнив интегрирование выражения (13) с учетом (8) и (14), (15), получим зависимости для определения горизонтальных (при приложении горизонтальной силы $F=1$), вертикальных (при приложении вертикальной силы $F=1$) и полных перемещений. Соответствующие выражения представлены в работе [4].

Выполним на основе полученных зависимостей расчет арки постоянной жесткости EJ ($GA=12EJ$; $EA=33,3EJ$), представленной на рис. 4,а. Вычисления произведем с помощью Mathcad-программы, составленной на основе полученных зависимостей. Единичное и грузовое перемещения δ_{11} и Δ_{ip} , входящие в уравнение метода сил (2), и неизвестные метода сил будут равны

$$\delta_{11} = \frac{543,4 \text{ м}}{EJ \text{ кН}}, \quad \Delta_{ip} = \frac{8569,4}{EJ} \text{ м}, \quad X_{11} = 15,77 \text{ кН}.$$

Эпюры изгибающих моментов M , поперечных Q и продольных N сил, показаны на рис. 4,б – 4,г. Перемещения сечений в расчетных точках при заданных параметрах арки приведены в таблице. Деформированный вид арки, построенный по этим перемещениям, для $EJ=100000 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ с увеличением перемещений в 160 раз показан на рис. 5.

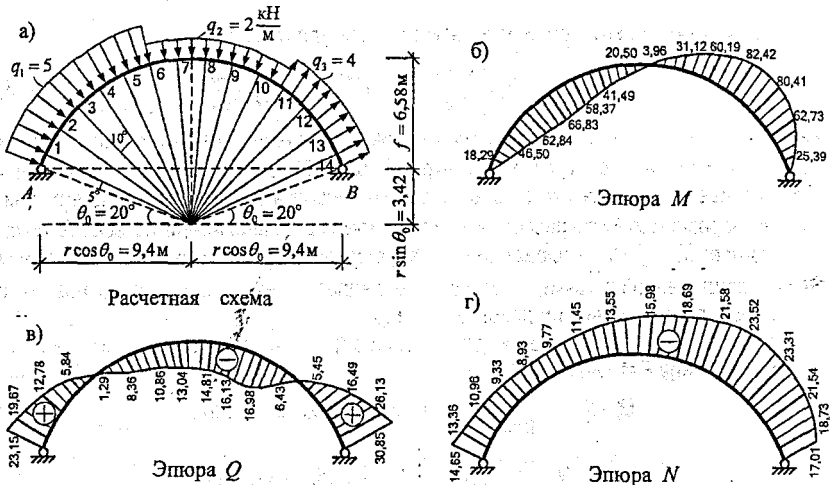


Рис. 4. Эпюры усилий в арке

Таблица горизонтальных и вертикальных перемещений расчетных сечений арки

№ сеч	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
θ	25°	35°	45°	55°	65°	75°	85°	95°	105°	115°	125°	135°	145°	155°
$\Delta_x EJ$	265,3	716,0	1007,9	1131,7	1127,7	1064,8	1011	1011	1073,7	1165,1	1209,2	1109,5	804,0	301,5
$\Delta_y EJ$	-109,9	-370,2	-615,1	-762,6	-755,7	-582,8	-277,8	94,7	449,9	701,1	777,6	650,8	415,1	125,0

Заключение. В работе получены зависимости, которые позволяют определять усилия в сечениях круговых двухшарнирных арок и соответствующих цилиндрических покрытий при статическом действии систем равномерно распределенных радиально направленных нагрузок, а также перемещения точек, лежащих на оси арок, и соответственный деформированный вид арок.



Рис. 5

ЛИТЕРАТУРА

1. СНиП 2.01.07-85. Нагрузки и воздействия / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. – 48 с.
2. Строительная механика. Стержневые системы: учебник для вузов / А.Ф.Смирнов, А.В.Александров, Б.Я.Лаценников, Н.Н.Шапошников; под ред. А.Ф.Смирнова. – М.: Стройиздат, 1981. – 512 с.
3. Игнатюк В. И., Тур А.В. К определению усилий в двухшарнирных круговых арках, нагруженных радиально действующими равномерно распределенными нагрузками // Вестник БрГТУ. – 2007. – № 1: Строительство и архитектура. – С. 2 – 5.
4. Игнатюк В.И., Тур А.В. Деформированный вид двухшарнирных круговых арок, нагруженных радиально направленными равномерно распределенными нагрузками // Вестник БрГТУ. – 2006. – № 5: Физика, математика, информатика.