МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра технической эксплуатации автомобилей

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам по дисциплине
«Научные исследования и решение инженерных задач»
для студентов специальности
1 - 37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей»

БРЕСТ 2005

УДК 629.083

Методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Научные исследования и решение инженерных задач» для студентов специальности 1 -37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей» содержат руководство для выполнения лабораторных работ с использованием персонального компьютера и табличного процессора MS Excel 2000.

Составитель: С.В. Монтик, доцент, к.т.н.

Рецензент: начальник транспортного цеха Брестского электролампового завода В. В. Минасов

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

'ема. Обработка многократно усеченной информации по показателям надежности .

|ель. Изучить методику обработки многократно усеченной информации по показателям ıадежности и пример ее практического применения.

1. Сбор информации о показателях надежности

Система сбора и обработки информации о надежности серийно выпускаемых новых и ıтремонтированных изделий машиностроения представляет собой совокупность органи-ационно-технических мероприятий по получению необходимых и достоверных сведений о ıадежности объектов.

Сбор и обработка информации о надежности объектов выполняется **с целью**

- усовершенствования конструкции, технологии изготовления, сборки и испытаний, обеспечивающих повышение надежности;
- разработке мероприятий по совершенствованию диагностирования, технического обслуживания и текущих ремонтов;
- повышения качества капитальных ремонтов и снижения затрат на их проведение;
- оптимизация норм расхода запасных частей.

Основные **задачи системы сбора и обработки информации**:

- определение показателей надежности объектов;
- выявление конструктивных и технологических недостатков объектов, приводящих к снижению показателей надежности;
- выявление деталей и сборочных единиц, лимитирующих надежность машины в целом;
- изучение закономерностей возникновения неисправностей и отказов;
- установление влияния условий и режимов эксплуатации на надежность объекта;
- корректировка нормируемых показателей надежности;
- определение мероприятий по повышению надежности.

В ходе разработки конструкции информация о надежности объектов поступает из лабораторий, проводящих стендовые испытания опытных образцов; с заводов, полигонов, машиноиспытательных станций, где машины проходят опытную эксплуатацию.

Важным источником информации о надежности в гарантийный период эксплуатации объекта служат рекламации от потребителей техники.

Основной источник информации о надежности объекта - подконтрольная эксплуатация, в ходе которой фиксируются данные об отказах. Полученную информацию направляют на завод-изготовитель или ремонтный завод в виде донесений об отказе изделия. Донесение содержит информацию об изделии, условиях его эксплуатации, характере и причинах отказа, трудоемкости восстановления.

На основании донесений составляют сводную ведомость расхода запасных частей, сводные перечни видов отказов изделий, оценки показателей надежности.

Информация о надежности должна быть достоверной, полной, однородной (относящейся к одинаковым объектам (эксплуатирующихся в примерно одинаковых условиях), дискретной(разделена на отдельные признаки), своевременной.

Все показатели надежности техники относятся к категории случайных величин, которые рассчитываются методами теории вероятности и математической статистики.

Статистическую оценку показателей надежности дают совокупности объектов, объединенным единым признаком или свойством. Различают статистическую, генеральную и выборочную совокупности.

Статистическая совокупность – это совокупность, состоящая из однородных объектов, обладающих качественной общностью.

Генеральная совокупность – это совокупность объектов, подлежащих исследованию, однако исследовать все объекты генеральной совокупности не представляется возможным. Поэтому для исследования генеральной совокупности выбирают определенное число объектов, которое называют **выборочной совокупностью (выборкой)**.

Объекты для выборки должны быть отобраны случайным образом. Важное значение имеет объем выборки. Малый объем выборки приведет к значительным ошибкам в оценке параметров генеральной совокупности и полученные результаты нельзя будет использовать. Большой объем выборки повышает точность расчетов, но экономически нецелесообразен. Поэтому необходимо определить оптимальный объем выборки.

Если во время испытаний у каждого объекта выборки будет зафиксирован интересующий показатель надежности, то полученная информация называется **полной**.

Если испытания ограничивают по времени или наработке объектов и за это время или наработку не у всех объектов выборки зафиксирован показатель надежности, то такую информацию называют **усеченной**.

Если испытания ограничивают по времени или наработке объектов и за это время или наработку не у всех объектов выборки зафиксирован показатель надежности, а также происходит преждевременное снятие с испытаний объектов, у которых не зафиксирован показатель надежности и время или наработка которых не достигли заранее оговоренных условиями испытаний значений, то полученную по такой методике информацию называют **многократно усеченной**, а преждевременно снятые с испытаний машины – **приостановленными.** Досрочное снятие машин с испытаний возможно при хозяйственной необходимости, авариях, других непредвиденных обстоятельствах.

2. Методика обработки многократно усеченной информации по показателям надежности и пример ее практического применения

Одним из недостатков аналитических методов обработки информации – является значительная трудоемкость. Кроме того, графическими методами можно обрабатывать все виды информации: полную, усеченную, многократно усеченную. Кривая интегральной функции отказности носит криволинейный характер. По внешнему виду этой кривой трудно судить, какому закону распределения подчиняется рассеивание показателя надежности, и невозможно определить параметры распределения. Для обработки информации графическими методами на оси абсцисс и ординат необходимо нанести такую разметку, при которой интегральная кривая отказности приняла бы вид прямой линии (интегральная прямая). Для выпрямления интегральной кривой используют 2 метода. При первом методе значения функции по оси ординат, например, 0,00; 0,05; 0,10 и т. д. наносят не на равных интервалах одно от другого, а пропорционально указанным квантилям, т.е. используется вероятностная сетка. Данный метод используется для закона нормального распределения. При втором методе для выпрямления кривой интегральной функции распределения применяют полулогарифмическую сетку координат.

Особенностью обработки многократно усеченной информации по показателям надежности является небольшое количество испытываемых машин или агрегатов, при этом часть машин или агрегатов выбывает из испытаний в работоспособном состоянии (приостановленная машина), что необходимо учитывать при расчете среднего ресурса машины. Также при обработке многократно усеченной информации используют графические методы. Рассмотрим данную методику на следующем примере.

3. Пример расчета

Необходимо определить средний межремонтный ресурс 10 тракторов ДТ-75М и среднее квадратическое отклонение его рассеивания, если наблюдения за этими тракторами проведены в течение Т = 3500 мото-ч. Информация о результатах наблюдений за тракторами сведена в таблицу 1.

Таблица 1 – Информация о межремонтных ресурсах работы тракторов ДТ-75М

Номер трактора	Номер отказавшего трактора No или приостановленного Nпр	Ресурс или наработка до конца наблюдений, мото-ч.
1	No1	1550
2	No2	1800
3	No3	2050
4	Nпр1	2250
5	No4	2400
6	Nпр2	2900
7	Nпр3	2950
8	No5	3000
9	No6	3250
10	Nпр4	3500

Порядок расчета

1.Находят порядковые номера отказавших машин по уравнению

$$N_i^o = N_{i-1}^o + \frac{N+1-N_{(i-1)}^o}{N+1-N_o-N_{пр}},$$

где N – общее число испытываемых машин, N_i^o и $N_{(i-1)}^o$ - порядковый номер *i*-й и предыдущей машины; No и Nпр – число отказавших и приостановленных машин до отказа *i*-й машины.

$$N_1^o = 0 + \frac{10+1-0}{10+1-0-0} = 1.0$$

$$N_2^o = 1 + \frac{10+1-1}{10+1-1-0} = 2.0$$

$$N_3^o = 2 + \frac{10+1-2}{10+1-2-0} = 3.0$$

$$N_4^o = 3 + \frac{10+1-3}{10+1-3-1} = 4,14$$

$$N_5^o = 4,14 + \frac{10+1-4.14}{10+1-4-3} = 5,85$$

$$N_6^o = 5,85 + \frac{10+1-5.85}{10+1-5-3} = 7.56$$

2.Рассчитывают накопленные опытные вероятности по уравнению

$$\sum_1^i p_i = \frac{N_i^o}{N+1}$$

Например, накопленная опытная вероятность для первого трактора равна

$$\sum_1^1 p_1 = \frac{1}{10+1} = 0.09$$

3.Определяют координаты опытных точек Xi, приняв масштаб Mx=0,05мм/мото-ч. Координаты точки по оси абсцисс, мм, определяют по уравнению

$$x_i = M_x t_i,$$

где Mx – масштаб оси абсцисс, t_i – значение *i*-го показателя надежности.

4.Находят координаты опытных точек Yi по уравнению

$$Y_i = 50[2.33 \pm H_k(\sum_1^i p_i)],$$

где 50 – масштаб построения оси ординат, мм/квантиль; H_k – значение квантиля нормального распределения для $\sum_1^i p_i$. Квантиль нормального распределения определяется по формуле

$$H_k(\sum_1^i p_i) = \frac{t_i - t_{ср}}{\sigma},$$

где $\sum_1^i p_i$ – значение накопленной опытной вероятности в точке t_i, $t_{ср}$ - среднее значение показателя надежности, σ - среднее квадратическое отклонение показателя надежности. При $\sum_1^i p_i < 0.5$ принимают знак «-», а при $\sum_1^i p_i > 0.5$ - знак «+». Результаты выполненных расчетов сводят в таблицу 2.

Таблица 2 – Координаты опытных точек по межремонтным ресурсам работы тракторов ДТ-75М

Порядковый номер отказавшего трактора N_i^o	Межремонтный ресурс, мото-ч	Xi, мм	$\sum_1^i p_i$	Yi, мм
1	1550	77,5	0,09	49,3
2	1800	90,0	0,18	70,5
3	2050	102,5	0,27	85,6
4,14	2400	120,0	0,38	101,0
5,85	3000	150,0	0,53	120,1
7,56	3250	162,5	0,69	141,1

5. Наносят опытные точки на график с прямоугольными координатами и проводят по ним интегральную прямую так, чтобы с каждой ее стороны располагалось одинаковое количество точек, а их расстояния от прямой были бы примерно одинаковы (см. рис. 1и 2).

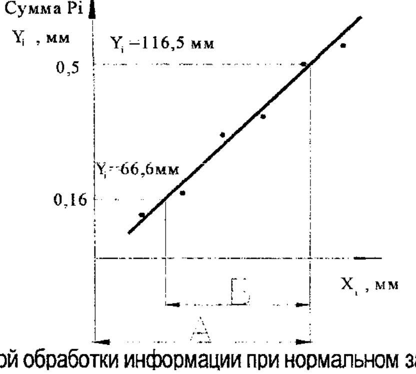

Рис. 1. Схема графической обработки информации при нормальном законе распределения

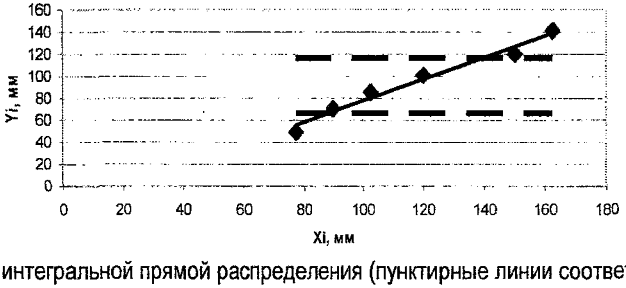

Рис.2. График интегральной прямой распределения (пунктирные линии соответствуют накопленной опытной вероятности $\sum_1^i p_i$, равной 0,5 и 0,16)

6. Определяют средний межремонтный ресурс и среднее квадратическое отклонение.

Для этого через точку на оси ординат с $\sum_{1}^{i} p_i = 0{,}5$ (находится на расстоянии 116,5 мм от начала координат) проводят горизонтальную линию до пересечения с интегральной прямой. Из точки пересечения на ось абсцисс опускают перпендикуляр. Отрезок А на оси абсцисс соответствует в заданном масштабе среднему значению показателя надежности. Величина среднего значения показателя надежности определяется $t_{cp} = \frac{A}{Mx}$, где А – длина отрезка в мм; Мх – масштаб графика по оси Х, мм/мото-ч.

Среднее квадратическое отклонение σ определяют графическим методом на основании уравнения

$$\sigma = \frac{(t_{cp} - t_i)}{H_k(F_i)},$$

где F_i – значение интегральной функции нормального закона распределения в точке t_i. При $H_k(F_i)=1{,}0$ $\sigma = t_{cp} - t_i$. Значение квантиля $H_k(F_i)=1{,}0$ при $F_i = 0{,}16$ или $F_i = 0{,}84$. Следовательно, значение σ равно длине отрезка Б (разности абсциссы А и абсциссы точки пересечения горизонтали $\sum_{1}^{i} p_i = 0{,}16$, проведенной на расстоянии 66,6 мм от начала координат) (см. рис.1). Среднее квадратическое отклонение определяется $\sigma = \frac{Б}{Mx}$, где Б – длина отрезка Б в мм; Мх – масштаб по оси Х.

Для примера получаем среднее значение межремонтного ресурса трактора t_{cp} = 3010 мото-ч. Среднее квадратическое отклонение межремонтного ресурса трактора σ=1401 мото-ч.

4. Задание

Необходимо определить средний доремонтный (или межремонтный) ресурс 10 автомобилей и среднее квадратическое отклонение его рассеивания, если наблюдения за этими автомобилями проводились в течение заданной наработки, тыс. км. пробега. Исходные данные приведены в приложении(таблица Б.1).Для расчетов используйте прикладную программу, выполненную в виде электронной таблицы Excel, находящейся в файле **Lr5_ni.xls.** График интегральной прямой выполняется на миллиметровой бумаге в заданном масштабе, по этому же графику проводится определение среднего доремонтного (или межремонтного) ресурса автомобиля и среднего квадратического отклонения.

5. Содержание отчета

1. Тема, цель, задание, исходные данные
2. Последовательность расчета с указанием выполняемых действий, используемых формул, результатов расчета с таблицами и графиком на миллиметровой бумаге.
3. Ответы на контрольные вопросы

6. Контрольные вопросы

1. С какой целью проводится сбор и обработка информации о надежности объектов?
2. Назовите основные задачи системы сбора и обработки информации о надежности объектов.
3. Что такое статистическая, генеральная и выборочная совокупности?
4. Какая информация о показателях надежности называется полной, усеченной и многократно усеченной?
5. Назовите особенности обработки многократно усеченной информации о показателях надежности.
6. Как по графику интегральной прямой распределения определяются среднее значение и среднее квадратическое отклонение показателя надежности?
7. Как определяются порядковые номера отказавших машин при обработке многократно усеченной информации?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

Тема. Расчет параметров эффективности работы средств обслуживания автомобилей как системы массового обслуживания

Цель. Изучить методику и выполнить расчет параметров эффективности работы средств обслуживания автомобилей как системы массового обслуживания

1. Расчет параметров эффективности работы средств обслуживания автомобилей как системы массового обслуживания

Для обеспечения работоспособности автомобилей необходимо выполнять профилактические и ремонтные работы, т.е. техническое обслуживание (ТО), текущий ремонт (ТР), диагностику (Д), для чего необходимы средства механизации и автоматизации. Характерной особенностью работы этих средств обслуживания является изменяющийся во времени поток требований (заявок) на проведение ТО, ТР, Д, а также их переменные — трудоемкость и продолжительность.

Поэтому в результате рассеивания значений указанных параметров, т.е. их стохастичности, появляются как простои автомобилей в ожидании обслуживания (ТО, ТР, Д), так и простои средств обслуживания, т.е. постов ТО, ТР, Д, обслуживающего персонала. Иными словами, возникает явление очередей. Но хотя ожидание является неизбежным, его можно в какой-то мере контролировать: систему или организацию, на входе которой образуется очередь, можно преобразовать и улучшить с тем, чтобы из-за очередей нести минимальные потери.

Исследованием очередей занимается специальная наука — теория очередей или теория массового обслуживания. В настоящее время эта теория стала необходимой частью исследования операций и поиска оптимальных технико-экономических решений в промышленности, на транспорте, в экономике и ряде других отраслей. В этой связи теория массового обслуживания должна стать неотъемлемой частью математической подготовки инженеров, так как грамотное применение данной теории позволяет найти оптимальный вариант системы и организации производства, свести к минимуму убытки и получить большую прибыль.

Системы, в которых переменными и случайными являются моменты поступления требований на обслуживание и продолжительность самих обслуживаний, называются системами массового обслуживания (СМО). Примерами СМО в области технической эксплуатации автомобилей являются посты, линии, участки ремонтных мастерских и АТП, склады запасных частей, топливо- и маслораздаточные колонки автозаправочных станций и др.

СМО состоит из следующих основных элементов: входящего потока объектов (автомобилей, агрегатов, заявок на запасные части и т. п.), требующих обслуживания и называемых требованиями, очереди, обслуживающих аппаратов и выходящего потока требований (рис.1).

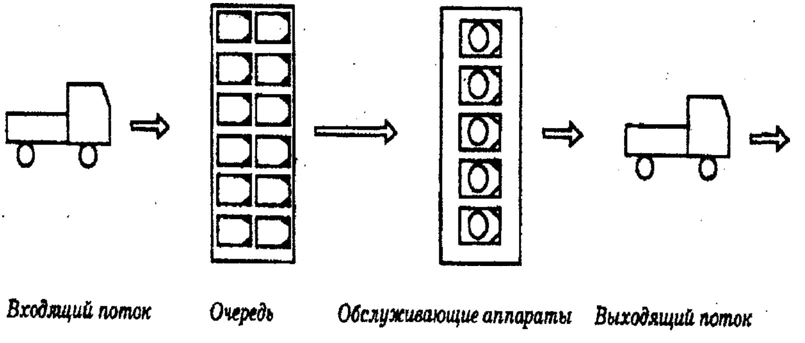

Рис.1. Схема системы массового обслуживания

Под обслуживанием понимают любое удовлетворение (обработку) потока заявок (требований), поступающих в СМО в случайные моменты времени. Обслуживание поступившего требования продолжается некоторое (тоже случайное) время, после чего аппарат освобождается и готов принять новое требование. Случайный характер поступления требований приводит к тому, что в одни промежутки времени на входе СМО скапливаются требования, которые или образуют очередь, или покидают систему необслуженными; в другие же периоды времени аппараты СМО простаивают.

Входящий поток требований представляет собой совокупность требований на удовлетворение потребностей в проведении определенных работ. Заявки поступают в некоторые случайные моменты времени. Поэтому число требований, поступающих в систему в единицу времени, является случайной величиной, а входящий поток представляет собой случайный процесс, который, как правило, описывается законом Пуассона. Требования могут быть однородными и неоднородными.

Обслуживающие аппараты — это совокупность отдельных рабочих, звеньев, бригад с необходимым оборудованием, средствами механизации, инструментом и оснасткой. При проведении ТО — это бригады, при ТР — рабочие посты, на вспомогательных участках — отдельные рабочие и т. д..

Очередь образуется в том случае, когда пропускная способность обслуживающих аппаратов недостаточна по отношению к входящему потоку требований.

Выходящий поток требований в зависимости от характеристики СМО составляет в общем случае обслуженные и необслуженные требования. Для автомобильного транспорта выходящий поток, как правило, состоит из обслуженных требований, т. е. работоспособных автомобилей.

Более подробно остановимся на характеристиках входящих потоков требований.

Всякое исследование в теории массового обслуживания начинается с изучения того, что необходимо обслужить, т.е. входящего потока требований. Большинство транспортных потоков удовлетворительно описывается законами распределения: Пуассона, Эрланга, биномиальным, нормальным. Поток требований, описываемый законом Пуассона, рассматривается как простейший, если он обладает свойствами стационарности, ординарности и отсутствием последействия.

Свойством *стационарности* обладает поток, у которого вероятность поступления определенного числа требований в течение принятого промежутка времени зависит только от величины этого промежутка и не зависит от того, где на оси времени он находится. Поток *ординарен*, если практически невозможно совместить два и более события в один и тот же момент времени. Иначе, вероятность поступления двух и более требований за элементарный период времени dt настолько мала по сравнению с вероятностью поступления одного требования, что ею можно пренебречь. *Отсутствие последействия* заключается в том, что вероятность поступления за период $[t_0, t_0 + t_i]$ числа требований не зависит от того, сколько их и как они поступали до момента t_0.

СМО классифицируются следующим образом:

- *по ограничениям на длину очереди* **r** — с потерями (**r = 0**), без потерь ($r \to \infty$) и с ограничением по длине очереди (**r = m**). В системах с потерями требование покидает ее, если все обслуживающие аппараты заняты. В системах без потерь требование «встает» в очередь, если все аппараты заняты. Могут существовать ограничения на длину очереди или на время нахождения в ней;

- *по количеству каналов обслуживания* — одноканальные (**n = 1**) и многоканальные (**n > 1**);

- *по типу обслуживающих аппаратов* — однотипные (универсальные) и разнотипные (специализированные);

- *по порядку обслуживания* — одно- и многофазовые. Однофазовые — это такие системы, в которых требование обслуживается на одном посту. При многофазовом обслуживании требование последовательно проходит несколько обслуживающих аппаратов, например на поточной линии ТО;

- *по приоритетности обслуживания* — с приоритетом и без приоритета. С приоритетом — это такие системы, в которых ряд требований будет обслуживаться в первую очередь независимо от наличия очереди других требований, например заправка топливом вне очереди автомобилей скорой медицинской помощи. Без приоритета — требования обслуживаются в порядке поступления в систему;

- *по величине входящего потока требований* — с ограниченным и неограниченным потоком;

- *по структуре системы* — замкнутые (входящий поток требований зависит от числа обслуженных требований) и открытые (входящий поток требований не зависит от числа обслуженных требований);

- *по взаимосвязи обслуживающих аппаратов* — с взаимопомощью и без нее. В системах без взаимопомощи параметры пропускной способности и производительности обслуживающих аппаратов постоянны и не зависят от загрузки или простоя других аппаратов. В системах с взаимопомощью пропускная способность обслуживающих аппаратов будет зависеть от занятости других аппаратов. Взаимопомощь между постами и исполнителями характерна при организации работы зон и участков ТО и ремонта и при коллективных методах труда, когда исполнители могут перемещаться по постам. При рассмотрении СМО с взаимопомощью необходимо учитывать два фактора: насколько ускоряется обслуживание требования, если его обслуживанием занять сразу несколько обслуживающих аппаратов; какова «дисциплина взаимопомощи», т.е. когда и как несколько каналов берут на себя обслуживание одного и того же требования.

В качестве показателей эффективности работы СМО используют приведенные ниже параметры.

Продолжительность технического воздействия (длительность обслуживания одного требования), час:

$$t_д = \frac{t \cdot K_м K_{пр}}{P_п K_{кв}},$$

где **t** — разовая трудоемкость технического воздействия (трудоемкость обслуживания одного требования), чел.-ч; **Км** — коэффициент, учитывающий изменение трудоемкости в зависимости от уровня механизации работ (**Км = 0,6-1,0**); **Кпр** — коэффициент, учитывающий потери рабочего времени по организационным причинам (**Кпр = 1,02—1,13**); **Рп** — среднее число одновременно работающих на посту, чел.; **Ккв** — коэффициент, учитывающий квалификацию исполнителей (**Ккв = 1,0—1,3**).

Интенсивность обслуживания (средняя производительность рабочего поста, бригады в единицу времени)

$$\mu = \frac{1}{t_д}.$$

Приведенная плотность потока требований, которая представляет собой среднее число заявок, приходящих в СМО за среднее время обслуживания одной заявки,

$$\rho = \frac{\omega}{\mu},$$

где **ω**— параметр потока требований, треб./час.

Относительная пропускная способность **g** определяет долю обслуженных требований от общего их количества.

Абсолютная пропускная способность **А** показывает количество требований, поступающих в единицу времени, т.е. **A = ω • g.**

Вероятность того, что все посты свободны P_0, характеризует такое состояние системы, при котором все объекты исправны и не требуют проведения технических воздействий, т.е. требования отсутствуют.

Вероятность отказа в обслуживании $P_{ОТК}$ имеет смысл для СМО с потерями и с ограничением по длине очереди или времени нахождения в ней. Она показывает долю «потерянных» для системы требований.

Вероятность образования очереди П определяет такое состояние системы, при котором все обслуживающие аппараты заняты и следующее требование «встает» в очередь с числом ожидающих требований r. Среднее время нахождения в очереди $t_{ож}$. Формулы для определения названных параметров функционирования СМО (**g, P_o, $P_{отк}$, П, $t_{ож}$**) определяются ее структурой. Для систем массового обслуживания без потерь (r > 1) и без ограничения по длине очереди ($r \to \infty$) эти зависимости приведены в табл. А.2 приложения А.

Количество требований, связанных с системой

$$Z = r + n_{ЗАН},$$

где **r** — средняя длина очереди; $n_{ЗАН}$ — число занятых обслуживающих аппаратов.

Формулы определения $n_{ЗАН}$ приведены в табл. А.2 приложения А.

Время пребывания требования в системе:

- СМО с потерями $t_{СИСТ} = g \cdot t_Д$.
- СМО без потерь $t_{СИСТ} = t_Д + t_{ОЖ}$.

Издержки от функционирования системы, руб/день, определяются

$$И = C_1 r + C_2 n_{СВ} + (C_1 + C_2)\rho,$$

где C_1 — стоимость простоя требования в очереди; C_2 — стоимость простоя обслуживающего канала; $n_{СВ}$ — количество простаивающих каналов;

$$n_{СВ} = n - n_{ЗАН},$$

где *n* — число каналов обслуживания.

Показатели эффективности в значительной мере зависят от структуры СМО. При переходе от одноканальной системы к многоканальной уменьшается средняя длина очереди и среднее время нахождения в очереди, также уменьшаются издержки на функционирование СМО. Однако в этом случае требуются дополнительные капитальные затраты на строительство и оборудование дополнительных постов для ТО и ТР.

2. *Задание*

АТП имеет один специализированный пост по замене агрегатов в зоне ТР (n=1). Заданы (исходные данные - см. таблицу Б.2):

- интенсивность поступления автомобилей ω, треб/ч.;
- средняя продолжительность ремонта $t_д$, ч.;
- стоимость простоя автомобиля в очереди C_1, руб./день.;
- стоимость простоя обслуживающего канала C_2, руб./день.

Так как на транспорте общего пользования автомобили, нуждающиеся в проведении ремонтных работ, не могут покинуть АТП до тех пор, пока эти работы не будут выполнены, то длина очереди не ограничена ($r \to \infty$).

Необходимо определить показатели эффективности работы зоны ТР, рассматривая средства обслуживания автомобилей как систему массового обслуживания (СМО).

Нужно определить значения следующих показателей:

- интенсивность ремонта (обслуживания) μ;
- приведенная плотность потока автомобилей на ремонт ρ;
- вероятность того, что пост свободен P_o;
- вероятность образования очереди П;

- вероятность отказа в ремонте $P_{ОТК}$;
- относительная пропускная способность g;
- абсолютную пропускную способность А, треб/ч;
- среднее число занятых постов $n_{ЗАН}$;
- количество свободных постов $n_{СВ}$;
- среднее число автомобилей, находящихся в очереди r;
- среднее время нахождения автомобиля в очереди $t_{ОЖ}$,ч;
- среднее время нахождения автомобиля в системе $t_{СИСТ}$,ч;
- издержки от функционирования системы И, руб/день.

Вероятность отказа в ремонте $P_{ОТК}$ = 0, т. к. СМО без потерь. Относительная пропускная способность g = 1, т. е. все 100% автомобилей покинут зону ТР отремонтированными.

Необходимо также определить, как изменятся выше названные показатели при увеличении количества специализированных постов по замене агрегатов до 2 и 3 (т. е. при n = 2 и n = 3), а затем построить графики зависимости показателей от количества постов и сделать соответствующие выводы.

3. Порядок выполнения

1. Изучите содержание п. 1 – 3. В соответствии со своим вариантом выполните требуемые расчеты с использованием табличного процессора MS Excel либо другого программного обеспечения, постройте соответствующие графики и распечатайте их и результаты расчета.
2. Оформить отчет (см. п. 4), письменно ответить на контрольные вопросы.

4. Содержание отчета

1. Тема, цель, номер варианта, исходные данные.
2. Расчет показателей эффективности работы зоны ТР с необходимыми пояснениями и формулами. Графики их зависимости от количества специализированных постов
3. Ответы на контрольные вопросы.

5. Контрольные вопросы

1. Назовите основные элементы СМО и охарактеризуйте их.
2. Приведите примеры СМО в области технической эксплуатации автомобилей.
3. Назовите основные свойства входного потока и охарактеризуйте их.
4. Приведите классификацию СМО.
5. Что такое интенсивность обслуживания?
6. Как изменяются показатели эффективности работы средств обслуживания автомобилей при увеличении количества постов?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

Тема. Выбор оптимальной вероятностной математической модели при обработке эксплуатационных испытаний на надежность.

Цель. Изучить методику и выполнить выбор оптимальной вероятностной математической модели при обработке эксплуатационных испытаний на надежность.

1. Определение вероятностной математической модели

На основании предварительной статистической обработки результатов эксперимента необходимо найти математическое описание полученных закономерностей и вывести соответствующие формулы и зависимости, т.е. разработать математические модели. Полученные эмпирические формулы (т.е. формулы, разработанные на основании опытных, экспериментальных данных) должны быть по возможности более простыми и точно соответствовать экспериментальным данным в пределах изменения аргумента x. Таким образом, эмпирические формулы являются приближенными выражениями более точных аналитических формул. Замену точных аналитических выражений приближенными, более простыми, называют **аппроксимацией**, а функции — **аппроксимирующими**.

Основная цель разработки математических моделей состоит в том, чтобы, проведя эксперимент, например, испытав партию автомобилей, т.е. выборку, можно было распространить результаты этих испытаний с некоторой точностью (доверительной вероятностью P_D) на другие автомобили этой же модели, эксплуатируемые в тех же условиях, т.е. на генеральную совокупность, и предсказать (спрогнозировать) изучаемые показатели априори, т.е. еще до начале эксплуатации, а также на период, на который испытания не распространялись.

Гипотезу о предполагаемом виде математической модели формулируют на основании:

— сходства внешнего вида гистограммы (или полигона) экспериментальных значений дифференциальной функции распределения $f(X)_э$ и теоретических кривых $f(X.)$;

— значений коэффициента вариаций v_x;

— анализа физических закономерностей формирования теоретических законов распределения.

При математическом моделировании, как уже отмечалось, самое трудное — это составление уравнений, достаточно точно описывающих изучаемый процесс или явление. Уравнения могут быть алгебраические и интегрально-дифференциальные. В решении большинства инженерных задач автомобильного транспорта математическая зависимость неизвестна и ее нужно установить по экспериментальным данным. В этом случае по расположению экспериментальных точек на графике, а также по значению числовых параметров, в частности коэффициенту вариации v_x, предварительно подбирают такую известную формулу, которая более полно соответствовала бы полученным данным, аппроксимируют экспериментальные данные, а потом определяют параметры этой зависимости.

В решении большинства практических задач технической эксплуатации автомобилей (ТЭА) вероятностные математические модели (т.е. модели, представляющие собой математическое описание результатов вероятностного эксперимента) представляют в интегрально-дифференциальной форме и называют их также теоретическими законами распределения случайной величины.

Вероятностной математической моделью (законом распределения) случайной величины x называется соответствие между возможными значениями x и их вероятностями $P(x)$, по которому каждому возможному значению случайной величины x поставлено в соответствие определенное значение ее вероятности $P(x)$.

Для процессов ТЭА наиболее характерны следующие законы распределения: нормальный; логарифмически нормальный; закон распределения Вейбулла (Вейбулл — профессор Королевского технологического института Швеции в 1939 г. установил закон, хорошо описывающий длительность срока службы (жизни) технических изделий и названный его именем); экспоненциальный (показательный).

2. Физические закономерности процессов формирования вероятностных распределений.

2.1. Формирование нормального распределения

Для математического описания результатов эксперимента недостаточно учитывать только сходство экспериментальных и теоретических графиков и числовые характеристики эксперимента (коэффициент вариации v_x). Необходимо иметь понятие об основных принципах и физических закономерностях формирования вероятностных математических моделей. На этом основании необходимо провести логический анализ причинно-следственных связей между основными факторами, которые влияют на ход исследуемого процесса, и его показателями.

На протекание большинства процессов функционирования автомобильного транспорта и, следовательно, формирование их показателей как случайных величин оказывает влияние сравнительно большое число независимых (или слабозависимых) элементарных факторов (слагаемых), каждый из которых в отдельности оказывает лишь незначительное действие по сравнению с суммарным влиянием всех остальных. Законы распределения таких величин большей частью неизвестны, но при весьма общих дополнительных условиях хорошо аппроксимируются нормальным распределением. Этим объясняется тот факт, что его широко используют тогда, когда вычисления по истинному закону затруднительны или не требуется высокая точность разрабатываемых математических моделей. При достаточно большом числе испытаний (объеме выборки *N*) возможно более строгое математическое описание таких процессов биноминальным распределением, гипергеометрическим или распределением Пуассона, а при определенных условиях и некоторыми другими распределениями непрерывных случайных величин. Поэтому нормальный закон можно рассматривать как предельный, к которому приближаются другие законы при часто встречающихся типичных условиях.

Таким образом, нормальное распределение весьма удобно для математического описания суммы случайных величин. Например, наработка (пробег) до проведения ТО складывается из нескольких (десяти и более) сменных пробегов, отличающихся один от другого. Однако они сопоставимы, т.е. влияние одного сменного пробега на суммарную наработку незначительно. Трудоемкость (продолжительность) выполнения операций ТО (контрольных, крепежных, смазочных и др.) складывается из суммы трудоемкостей нескольких (8—10 и более) взаимно независимых элементов-переходов, и каждое из слагаемых достаточно мало по отношению к сумме. Благоприятным условиям формирования нормального закона соответствует распределение фактической трудоемкости (продолжительности) выполнения видов ТО: ЕО; ТО-1; ТО-2; сезонного обслуживания. Например, ТО-1 современных автомобилей включает проведение порядка 100 операций малой трудоемкости, каждая из которых практически не оказывает влияния на общую трудоемкость. Так, средняя трудоемкость одной операции ТО-1 составляет 0,6—0,8 % от общей. Подавляющее большинство операций ТО взаимонезависимы, так как фактическая трудоемкость любой операции (например, смазки пальцев передней или задней рессор) не зависит от выполнения других операций (проверки системы электрооборудования, свободного хода педали сцепления и др.).

Нормальный закон также хорошо согласуется с результатами эксперимента по оценке параметров, характеризующих техническое состояние детали, узла, агрегата и автомобиля в целом, а также их ресурсов и наработки (пробега) до появления первого отказа. К таким параметрам относятся: интенсивность (скорость) изнашивания деталей; средний износ деталей; изменение многих диагностических параметров; содержание механических примесей в маслах и др. Проведенные исследования и обобщение имеющегося опыта показали, что более чем в 60 % случаев распределение указанных величин подчиняется или весьма близко нормальному закону.

Достаточно широкое распространение этого закона объясняется тем, что рассматриваемые параметры формируются в реальных условиях эксплуатации или под влиянием многочисленных взаимно независимых или слабо зависимых факторов или являются суммой некоторых случайных слагаемых. Интенсивность изнашивания и, следовательно, износ, ресурс детали, межремонтный пробег зависят, например, от первоначальных свойств сопряженных деталей, качества смазочных материалов (если они применяются), условий работы (нагрузки, скорости, температуры), квалификации персонала, качества ТО и ремонта и т.д. В свою очередь, свойства сопряженных деталей зависят от материала, твердости, чистоты поверхности, точности изготовления и, естественно, так же как и условия работы, имеют определенную вариацию.

Для нормального закона распределения в практических задачах технической эксплуатации автомобилей коэффициент вариации $v_x < 0{,}4$.

2.2. Формирование логарифмически нормального распределения

Логарифмически нормальное распределение формируется в случае, если на протекание исследуемого процесса и его результат влияет сравнительно большое число случайных и взаимонезависимых факторов, интенсивность действия которых зависит от достигнутого случайной величиной состояния. Эта так называемая модель пропорционального эффекта рассматривает некоторую случайную величину, имеющую начальное состояние x_0 и конечное предельное состояние x_n. Логарифмически нормальный закон удобно использовать для математического описания распределения случайных величин, представляющих собой произведение исходных данных.

При логарифмически нормальном законе нормальное распределение имеет не сама случайная величина, а ее логарифм как сумма случайных равновеликих и равнонезависимых величин. Графически это условие выражается в вытянутости правой части кривой дифференциальной функции $f(x)$ вдоль оси абсцисс, т.е. график кривой $f(x)$ является асимметричным.

В решении практических задач технической эксплуатации автомобилей этот закон (при v_x = 0,3 - 0,7) применяется при описании процессов усталостных разрушений, коррозии, наработки до ослабления крепежных соединений, изменений люфтов зазоров, а также в тех случаях, где изменение технического состояния происходит главным образом вследствие износа пар трения или отдельных деталей: накладок и барабанов тормозных механизмов, дисков и фрикционных накладок сцепления, протекторов шин, деталей цилиндро-поршневой группы, подшипников скольжения и др.

2.3. Формирование распределения Вейбулла

Закон распределения Вейбулла проявляется в модели так называемого слабого звена. Если система состоит из группы независимых элементов, отказ каждого из которых приводит к отказу всей системы, то в такой модели рассматривается распределение времени (или пробега) достижения предельного состояния системы как распределение соответствующих минимальных значений x_i отдельных элементов: $x_c = min(x_1, x_2, \dots x_n)$.

Примером использования закона Вейбулла является распределение ресурса или интенсивности изменения параметров технического состояния изделий, механизмов, деталей, которые состоят из нескольких элементов, составляющих цепь. Например, ресурс подшипника качения ограничивается одним из элементов: шарик или ролик, конкретный участок сепаратора и т.д. и описывается указанным распределением. По аналогичной схеме наступает предельное состояние тепловых зазоров клапанного механизма. Многие изделия (агрегаты, узлы, системы автомобиля) при анализе модели отказа могут быть рассмотрены как состоящие из нескольких элементов (участков). Это прокладки, уплотнения, шланги, трубопроводы, приводные ремни и т.д. Разрушение указанных изделий происходит в разных местах и при разной наработке (пробеге), однако ресурс изделия в целом определяется наиболее слабым его участком.

Закон распределения Вейбулла является весьма гибким для оценки показателей надежности автомобилей. С его помощью можно моделировать процессы возникновения внезапных отказов (когда параметр формы распределения b близок к единице, т.е. $b \to 1$) и отказов из-за износа (b=2,5), а также тогда, когда совместно действуют причины, вызывающие оба этих отказа. Например, отказ, связанный с усталостным разрушением, может быть вызван совместным действием обоих факторов. Наличие закалочных трещин или надреза на поверхности детали (производственные дефекты) обычно служит причиной усталостного разрушения. Если исходная трещина или надрез достаточно велики, то они сами по себе могут вызвать поломку детали при внезапном приложении значительной нагрузки. Это будет случаем типичного внезапного отказа.

Распределение Вейбулла также хорошо описывает постепенные отказы деталей и узлов автомобиля, вызываемые старением материала в целом. Так, например, выход из строя кузова легковых автомобилей вследствие коррозии.

Для распределения Вейбулла в решении задач технической эксплуатации автомобилей значение коэффициента вариации находится в пределах v_x = 0,35 —0,8.

Примечание. Как было отмечено выше, в условиях, благоприятных для формирования нормального закона, сочетание (сумма) факторов является случайным, однако появление в группе факторов преобладающего, доминирующего фактора нарушает условия формирования нормального закона. К таким доминирующим факторам относятся нарушения правил технической эксплуатации (перегрузки, применение нерекомендуемых масел, нарушение и неполное исполнение режимов ТО и др.), резкое изменение самих условий эксплуатации, нарушение посадок, соосности и взаимного расположения деталей при ремонте и т.п. Именно поэтому в ряде случаев распределение интенсивности изнашивания или ресурса деталей, узлов, агрегатов, межремонтных пробегов будет хорошо согласовываться (аппроксимироваться) с теоретическими законами распределения Вейбулла или с логарифмически нормальным законом.

2.4. Формирование экспоненциального (показательного) распределения

Модель формирования данного закона не учитывает постепенного изменения факторов, влияющих на протекание исследуемого процесса. Например, постепенного изменения параметров технического состояния автомобиля и его агрегатов, узлов, деталей в результате изнашивания, старения и т.д., а рассматривает так называемые нестареющие элементы и их отказы. Данный закон используют чаще всего при описании внезапных отказов, наработки (пробега) между отказами, трудоемкости текущего ремонта и т.д. Для внезапных отказов характерным является скачкообразное изменение показателя технического состояния. Примером внезапного отказа является повреждение или разрушение в случае, когда нагрузка мгновенно превысит прочность объекта. При этом сообщается такое количество энергии, что ее преобразование в другой вид сопровождается резким изменением физико-химических свойств объекта (детали, узла), вызывающим резкое падение прочности объекта и отказ. Примером неблагоприятного сочетания условий, вызывающих, например, поломку вала, может явиться действие максимальной пиковой нагрузки при положении наиболее ослабленных продольных волокон вала в плоскости нагрузки. При старении автомобиля удельный вес внезапных отказов возрастает.

Условиям формирования экспоненциального закона соответствует распределение пробега узлов и агрегатов между последующими отказами (кроме пробега от начала ввода в эксплуатацию и до момента первого отказа по данному агрегату или узлу). Физические особенности формирования данной модели заключаются в том, что при ремонте, в общем случае, нельзя достичь полной начальной прочности (надежности) агрегата или узла. Неполнота восстановления технического состояния после ремонта объясняется: только частичной заменой именно отказавших (неисправных) деталей при значительном снижении надежности оставшихся (не отказавших) деталей в результате их износа, усталости, нарушения соосности, герметичности и т.п.; использованием при ремонтах запасных частей более низкого качества, чем при изготовлении автомобилей; более низким уровнем производства при ремонте по сравнению с их изготовлением, обусловленным мелкосерийностью ремонта (невозможность комплексной механизации, применения специализированного оборудования и др.). Поэтому первые отказы дают характеристику главным образом конструктивной надежности, а также качества изготовления и сборки автомобилей и их агрегатов, а последующие характеризуют эксплуатационную надежность с учетом существующего уровня организации и производства ТО, и ремонта, и снабжения запасными частями.

В этой связи можно заключить, что, начиная с момента пробега агрегата или узла после его ремонта (связанного, как правило, с разборкой и заменой отдельных деталей) отказы проявляются подобно внезапным и их распределение в большинстве случаев подчиняется экспоненциальному закону, хотя физическая природа их является в основном совместным проявлением износной и усталостной составляющих.

Для экспоненциального закона в решении практических задач технической эксплуатации автомобилей $v_x > 0,8$.

3. Характеристика вероятностных математических моделей, применяемых в решении задач технической эксплуатации автомобилей.

3.1. Нормальное распределение

Нормальное распределение (называемое также законом Гаусса) находит широкое применение в различных областях науки и техники. Теоретическим обоснованием широкого применения этого закона служит центральная предельная теорема (теорема Ляпунова А.М.), согласно которой распределение суммы независимых или слабо зависимых случайных величин, имеющих конечное математическое ожидание и дисперсии одного порядка, при увеличении числа слагаемых все больше приближается к нормальному закону. При этом рассматриваемые законы могут быть как одинаковыми, так и разными.

Математическая модель в дифференциальной форме (т.е. дифференциальная функция распределения) имеет вид

$$f(x_i)=\frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(x_i-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right), \tag{1}$$

в интегральной форме

$$F(x_i)=\frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}\exp\left(-\frac{(x_i-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right)dx. \tag{2}$$

Закон является двухпараметрическим. Параметр $\bar{x}$ — математическое ожидание — характеризует положение центра рассеивания относительно начала отсчета, а параметр σ_x характеризует растянутость распределения вдоль оси абсцисс. Характерные графики *f*(*x*) и *F*(*x*) приведены на рис. 1.

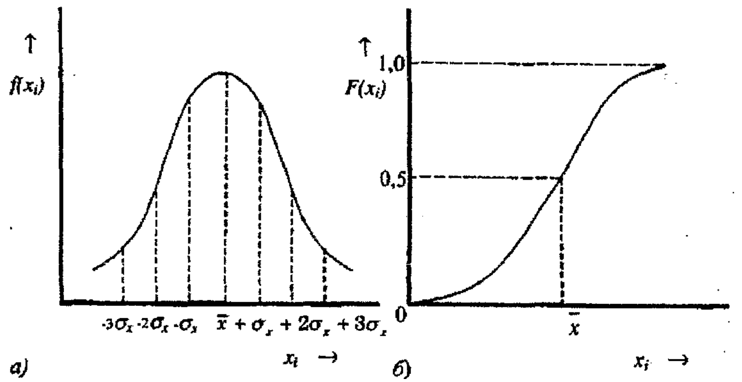

Рис. 1. Графики теоретических кривых дифференциальной (а) и интегральной (б) функций распределения нормального закона

Из рис. 1 видно, что график *f*(*x*) симметричен относительно $\bar{x}$ и имеет колоколообразный вид. Вся площадь, ограниченная графиком и осью абсцисс вправо и влево от $\bar{x}$, делится отрезками, равными σ_x, 2 σ_x, 3 σ_x, на три части и составляет 34, 14 и 2 %. За пределы трех сигм выходит лишь 0,27 % всех значений случайной величины. Поэтому нормальный закон часто называют законом трех сигм.

Расчеты значений *f*(*x*) и *F*(*x*) удобно производить, если выражения (1, 2) преобразовать к более простому виду. Это делается таким образом, чтобы начало координат переместить на ось симметрии, т.е. в точку $\bar{x}$, значение x_i представить в относительных единицах, а именно в частях, пропорциональных среднему квадратическому отклонению. Для этого надо заменить переменную величину x_i другой, нормированной, т.е. выраженной в единицах среднего квадратического отклонения:

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x},$$

а величину среднего квадратического отклонения положить равной 1, т. е. $\sigma_x = 1$. Тогда в новых координатах получим так называемую центрированную и нормированную функцию, плотность распределения которой

$$\varphi(z_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right).$$

Интегральная нормированная функция пример, вид

$$F_0(z_i) = \int_{-\infty}^{z} \varphi(z_i)dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)dz.$$

Эта функция также протабулирована и ею удобно пользоваться при расчетах.

Кроме того, используя нормированную функцию Лапласа

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{z} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)dz,$$

интегральную функцию можно записать в виде

$$F(x_i) = 0.5 + 0.5\Phi\left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}\right).$$

Теоретическая вероятность *P(x)* попадания случайной величины *x*, распределенной нормально в интервал *[a<x<b]* с помощью нормированной (табличной) функции Лапласа Ф(z), определяется по формуле

$$P(a < \bar{x}_i < b) = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{b - \bar{x}}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(\frac{a - \bar{x}}{\sigma_x}\right)\right],$$

где *a*, *b* - соответственно нижняя и верхняя граница интервала.

В расчетах наименьшее значение *z* полагают равным $-\infty$, а наибольшее $+\infty$. Это означает, что при расчете *P(x)* за начало первого интервала принимают $-\infty$, а за конец последнего $+\infty$. Значение $\Phi(\infty) = 1$.

Теоретические значения интегральной функции распределения можно рассчитывать как сумму накопленных теоретических вероятностей $P(\bar{x}_i)$ в каждом интервале k_i.

$$F(\bar{x}_i) = \sum_{i=1}^{k} P(\bar{x}_i)$$

Теоретические значения дифференциальной функции распределения *f(x)* можно также рассчитать приближенным методом:

$$f(\bar{x}_i) = \frac{P(\bar{x}_i)}{\Delta x}$$

3.2. Распределение Вейбулла

Математическая модель распределения Вейбулла задается двумя параметрами, что обуславливает широкий диапазон ее применения на практике. Дифференциальная функция имеет вид

$$f(x_i) = \frac{b}{a}\left(\frac{x_i}{a}\right)^{b-1} - \exp\left(\frac{x_i}{a}\right)^{b},$$

интегральная функция

$$F(x_i) = 1 - \exp\left(\frac{x_i}{a}\right)^b,$$

где b — параметр формы, оказывает влияние на форму кривых распределения: при b < 1 график функции *f(x)* обращен выпуклостью вниз, при b > 1 — выпуклостью вверх; *a* — параметр масштаба, характеризует растянутость кривых распределения вдоль оси абсцисс.

Наиболее характерные кривые дифференциальной функции приведены на рис. 2.

При *b* = 1 распределение Вейбулла преобразуется в экспоненциальное (показательное) распределение, при b = 2 — в распределение Релея, при b = 2,5 — 3,5 распределение Вейбулла близко к нормальному. Этим обстоятельством и объясняется гибкость данного закона и его широкое применение.

Расчет параметров математической модели производится в следующей последовательности.

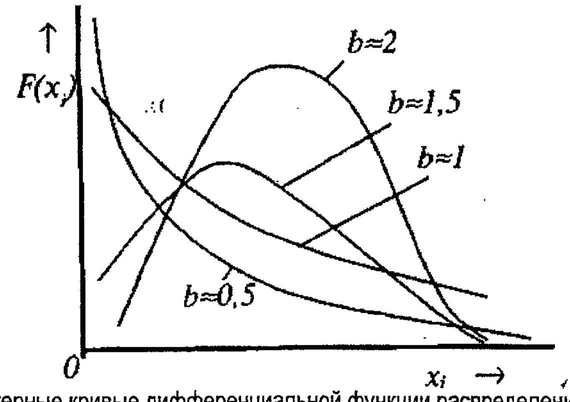

Рис. 2. Характерные кривые дифференциальной функции распределения Вейбулла

Вычисляют значения натуральных логарифмов $\ln x_i$ для каждого значения x_i выборки и определяют вспомогательные величины для оценки параметров распределения Вейбулла *a* и *b*:

$$\bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\ln(x_i), \qquad \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\ln x_i - \bar{y})^2}$$

Определяют оценки параметров *a* и *b*:

$$b = \frac{\pi/\sqrt{6}}{\sigma_y}, \qquad a = \exp\left(\bar{y} - \frac{\gamma}{b}\right),$$

где γ = 0,577226 — постоянная Эйлера. Полученная таким образом оценка параметра *b* при малых значениях N (N < 120) значительно смещена. Для определения несмещенной оценки параметра *b* необходимо провести поправку

$$\hat{b} = M(N)b,$$

где M(N) — поправочный коэффициент. Во всех дальнейших расчетах необходимо использовать значение несмещенной оценки *b*.

Распределение Вейбулла также является асимметричным. Поэтому оценку математического ожидания M(x) для генеральной совокупности необходимо определять по формуле

$$M(x) = a\left(1 + \frac{1}{b}\right).$$

4. Расчет параметров экспериментального распределения.

4.1. Расчет среднего значения и доверительного интервала

Среднее значение экспериментального распределения рассчитываем следующим образом:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \bar{x}_i n_i \text{ или } \bar{x} = \sum_{i=1}^{N} \bar{x}_i m_i ,$$

где m_i — относительная частота (частость) экспериментальных значений, попавших в *i*-й интервал вариационного ряда, n_i - число попаданий экспериментальных значений в *i*-й интервал. Среднее значение при этом в соответствии с законом больших чисел (теорема Чебышева) является приближенной экспериментальной оценкой математического ожидания *M(x)*.

Оценка среднего значения $\bar{x}$, рассчитанная на основании результатов эксперимента (по выборке объема *N)*, не позволяет непосредственно ответить на вопрос, какую ошибку можно совершить, принимая вместо точного значения (математического ожидания *M(x))* его приближенное значение $\bar{x}$. В связи с этим во многих случаях при решении практических инженерных задач рекомендуется пользоваться интервальной оценкой, основанной на определении некоторого интервала, внутри которого с определенной (доверительной) вероятностью P_D находится неизвестное значение *M(x)*. Такой интервал называется доверительным, а его границы — доверительными и определяются следующим образом:

$$\bar{x} - \Delta < M(x) < \bar{x} + \Delta ,$$

где Δ— предельная абсолютная ошибка (погрешность) интервального оценивания математического ожидания, характеризующая точность проведенного эксперимента и численно равная половине ширины доверительного интервала. Для *N* < 30 оценка Δ определяется по формуле

$$\Delta = t_{\alpha,v} \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} ,$$

где t_{av} — значение критерия (квантиля) распределения Стьюдента, при односторонней точности оценки параметра, соответствующее доверительной вероятности $P_D = 1 - \alpha$ и числу степеней свободы $v = N - 1$, определяемое по таблицам распределения Стьюдента. Для объема выборки *N* > 30

$$\Delta = t_{\alpha,v} \frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}} .$$

Относительная точность оценки математического ожидания определяется по соотношению

$$\mu = \frac{\Delta}{\bar{x}}$$

и характеризует относительную ширину половины доверительного интервала. Значение μ. в решении задач технической эксплуатации автомобилей рекомендуется принимать в пределах 0,05—0,15. В некоторых случаях можно принять и μ=0,2. Например, при μ=0,1 половина ширины доверительного интервала будет равна 10 % от $\bar{x}$, следовательно, чем ниже μ, тем более точны будут результаты прогнозирования на основании проведенного эксперимента.

4.2. Расчет показателей вариации экспериментального распределения

Средние величины, характеризуя вариационной ряд числом, не отражают изменчивости наблюдавшихся значений признака, т.е. вариацию. Простейшим измерителем вариации признака является размах вариации

$$\omega = x_{max} - x_{min}.$$

На размах вариации не влияют любые изменения промежуточных значений признака. Кроме этого, на крайние значения могут влиять случайные причины. Таким образом, размах вариации — весьма приближенная характеристика рассеивания признака.

В обработке результатов эксперимента наибольший интерес представляют группировка значений признака около среднего значения, их разброс относительно среднего значения. Поэтому на практике и в теоретических исследованиях чаще всего используют оценку дисперсии вариационного ряда и ее производные.

Дисперсию вариационного ряда определяют по формулам:

для объема выборки $N < 30$

$$D(x) = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_i - \bar{x})^2 n_i$$

при $N > 30$

$$D(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_i - \bar{x})^2 n_i$$

Недостатком дисперсии является то, что она имеет размерность квадрата случайной величины и поэтому не обладает должной наглядностью. Поэтому на практике чаще всего используют эмпирическое среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_x = \sqrt{D(x)}$$

Значение σ_x характеризует рассеивание, разброс значений признака около его среднего $\bar{x}$.

Коэффициент вариации

$$v_x = \frac{\sigma_x}{\bar{x}}$$

характеризует относительную меру рассеивания значений признака. Значение υ_x, умноженное на 100 %, дает размах колебаний выборки в процентах вокруг среднего значения.

4.3. Расчет эмпирических интегральной и дифференциальной функций распределения

Более полное, а главное, обобщенное представление о результатах эксперимента дают не абсолютные, а относительные (удельные) значения полученных данных. Так, вместо абсолютных значений числа экспериментальных данных в интервале n_i целесообразно подсчитать долю рассматриваемых событий в интервале, приходящуюся на одно изделие (деталь, узел, агрегат или автомобиль) из числа находящихся под наблюдением, т.е. на единицу выборки. Эта характеристика экспериментального распределения называется относительной частотой (частостью) m_i появления рассматриваемого события (значений признака x_i):

$$m_i = \frac{n_i}{N}.$$

Относительная частота m_i при этом, в соответствии с законом больших чисел (теорема Бернулли), является приближенной экспериментальной оценкой вероятности P(x) появления события.

Значения экспериментальных точек интегральной функции распределения $F(\bar{x}_i)$ рассчитывают как сумму накопленных частостей m_i в каждом интервале k_i В первом интервале $F(\bar{x}_1) = m_1$; во втором интервале $F(\bar{x}_2) = m_1 + m_2$ и т. д. , т.е.

$$F(\bar{x}_i)_э = \sum_{i=1}^{k} m_i.$$

Таким образом, значения $F(x)$ изменяются в интервале [0; 1] и однозначно определяют распределение относительных частот в интервальном вариационном ряду.

Другим удельным показателем экспериментального распределения является дифференциальная функция $f(x)$, определяемая как отношение частости m_i к длине интервала Δx:

$$f(\bar{x}_i)_э = m_i / \Delta x$$

и характеризующая долю рассматриваемых событий в интервале, приходящихся на одно испытываемое изделие и на величину ширины интервала. Функцию $f(x)$ еще называют плотностью вероятности распределения.

Наиболее наглядными формами представления результатов эксперимента являются графическая и табличная. Поэтому необходимо полученные результаты свести в таблицу, а также представить в виде графиков — гистограммы и полигона экспериментальных значений относительной частоты m_i или дифференциальной функции $f(x)$, графика интегральной функции распределения $F(x)$.

4.5. Физический смысл интегральной и дифференциальной функций распределения

Интегральной функцией распределения случайной величины x_i называется функция $F(x_i)$ действительного переменного x, определяющая вероятность того, что случайная величина x_i в результате эксперимента примет значение, меньшее некоторого фиксированного (заданного) числа X:

$$F(X) = P(x_i < X)$$

Если в качестве случайной величины x_i рассматриваются пробеги автомобиля L_i до момента отказа (по какому-либо узлу или агрегату), то функция $F(L_i)$ называется **функцией вероятности отказа**. Например, пусть L_0 — заданная наработка (пробег) до отказа (планируемый межремонтный пробег, пробег до капитального ремонта и т.п.), то **функция $F(L_0) = P(L<L_0)$ показывает вероятность того, что пробег L_i от начала отсчета до появления отказа окажется меньше заданного пробега L_0 или, иначе, эта функция показывает вероятность того, что отказ произойдет в интервале от 0 до L_0.**

Функция $F(x)$ однозначно определяет распределение вероятностей $P(x)$ случайной величины. Для каждого интервала $[a, b]$ справедливо следующее соотношение

$$P(a<x<b) = F(b) - F(a).$$

Если случайной величиной является продолжительность или трудоемкость T_i выполнения какой-либо операции ТО или ремонта, то значение интегральной функции характеризует вероятность того, что рассматриваемая продолжительность или трудоемкость будет меньше или равна T_0.

Дифференциальной функцией $f(x_i)$ распределения случайной величины x называется предел отношения вероятности $P(x_i)$ попадания этой случайной величины на элементарный участок от x до $x + \Delta x$ к длине этого участка Δx при стремлении Δx к нулю, т.е.

$$f(x_i) = \lim \frac{P(x_i)}{\Delta x}$$

Дифференциальная функция $f(x_i)$ характеризует как бы плотность, с которой распределяются значения случайной величины в данной точке, и поэтому называется еще плотностью вероятности распределения случайной величины. Таким образом, **ее физический смысл заключается в том, что она характеризует вероятность появления исследуемой случайной величины в достаточно малом интервале.**

Если в качестве случайной величины x рассматриваются результаты испытаний автомобилей на надежность, характеризуемые пробегами L_i до момента отказа, то **функция $f(L_i)$ характеризует вероятность возникновения отказа за достаточно малый пробег при работе узла, агрегата, детали без замены.**

Зная количество отказов, которые могут произойти в каждом интервале, технической службе АТП можно соответствующим образом подготовиться к их устранению. Умножая значение $f(L_i)$ на величину интервала пробега ΔL, можно получить оценку вероятности отказа в данном интервале:

$$P(L_1 \le L_i \le L_2) = f(L_i)\Delta L$$

5. Проверка адекватности вероятностной математической модели результатам эксперимента

Как было показано выше, на основании статистической обработки результатов эксперимента (по виду гистограммы или полигона и значению коэффициента вариации v_x), а также исходя из физической сущности рассматриваемого процесса выдвигается гипотеза о принадлежности экспериментальных данных к конкретному вероятностному закону. Но каков бы ни был закон (теоретическое распределение), он выражается в том, что величина каждого интервала обладает определенной вероятностью. Но число наблюдений (опытов), составляющих экспериментальное распределение, всегда ограничено. По теореме Бернулли при достаточно большом числе испытаний частость значения m_i признака x_i должна быть близка к его вероятности $P(x_i)$. Таким образом, экспериментальное распределение в многочисленной совокупности приближается к теоретическому. Однако полного совпадения их, конечно, не будет, потому что конкретную величину параметров теоретического распределения приходится заимствовать из экспериментального распределения. Так, если предполагается, что теоретическое распределение — нормальное, необходимо определить среднее значение $\bar{x}$ и среднее квадратическое отклонение σ_X, определяющие положение центра нормального теоретического распределения и размах вариации вокруг него. Поскольку это заранее неизвестно, предполагают, что они совпадают с соответствующими величинами экспериментального распределения. Это обстоятельство сказывается тем сильнее, чем больше параметров заимствуется из экспериментального распределения и чем меньше число интервалов признака, по которому строится ряд распределения. И это обстоятельство необходимо принимать во внимание при сравнении экспериментального распределения с теоретическим.

В этой связи дальнейшая задача экспериментатора состоит в проверке выдвинутой гипотезы, т.е. в выяснении, насколько хорошо подобрана вероятностная математическая модель и можно ли ее применять для целей прогнозирования и дальнейших расчетов. Для проверки этой гипотезы используются различные статистические критерии: Пирсона χ^2 (хи-квадрат); Колмогорова A; Романовского *r*; Мизеса ω^2 и др.

5.1. Критерий согласия Пирсона

Вычисляют теоретическую частоту n_i^T попадания случайной величины в каждый из интервалов k:

$$n_i^T = N \cdot P(\bar{x}_i)$$

Расчетное значение критерия определяется по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - n_i^T)^2}{n_i^T}.$$

Определяем число степеней свободы $v = k - S - 1$, где S — число оцененных параметров теоретического распределения. Для экспоненциального (показательного) распределения S=1, для других рассмотренных законов S = 2.

По таблицам χ^2 — распределения Пирсона определяют критическое значение критерия $\chi^2_{\alpha,v}$ для заданного уровня значимости α и числа степеней свободы v. Заключение о том, что выдвинутая гипотеза принимается, т.е. разработанная вероятностная математическая модель согласуется с результатами эксперимента (т.е. адекватна результатам эксперимента), проводится на основании, если

$$\chi^2 \le \chi^2_{\alpha,v}.$$

В противном случае математическая модель считается неадекватной и ее нельзя применять для обобщения результатов экспериментов и прогнозирования рассматриваемых показателей.

6. Задание

1. На основании экспериментальных данных (см. исходные данные лабораторной работы № 1) необходимо определить параметры экспериментального распределения (среднее значение, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, доверительный интервал, абсолютную и относительную точность оценки математического ожидания, интегральную

и дифференциальную функции эмпирического распределения, построить их графики) (см. п. 4). Доверительная вероятность P_D = 0,9 (уровень значимости α = 0,1).

2. Аппроксимировать полученное эмпирическое распределение с использованием нормального распределения и распределения Вейбулла, выбрать из этих распределений наиболее подходящий (по виду интегральной и дифференциальной функций распределения, коэффициенту вариации v_X, критерию χ^2) (см. п. 3)

3. Используя выбранное теоретическое распределение, выполните прогноз показателя надежности для автомобилей этой же модели (см. исходные данные лабораторной работы № 1)

4. Письменно ответьте на контрольные вопросы

При выполнении расчетов используйте файл Lr7_ni.xls

7. Содержание отчета

1. Тема, цель.
2. Задание.
3. Исходные данные.
4. Расчет параметров эмпирического распределения с указанием требуемых формул и полученных результатов.
5. Расчет параметров теоретических распределений (нормальное распределение, распределение Вейбулла) с указанием требуемых формул и полученных результатов.
6. График дифференциальной функции эмпирического распределения, распределения Вейбулла, нормального распределения (все функции на одном графике).
7. График интегральной функции эмпирического распределения, распределения Вейбулла, нормального распределения (все функции на одном графике).
8. Расчет критерия χ^2 для каждого из теоретических распределений.
9. Выводы о выборе наиболее подходящего распределения.
10. Прогноз количества отказавших автомобилей с использованием теоретического распределения.
11. Ответы на контрольные вопросы.

8. Контрольные вопросы

1. Как называется замена точных аналитических выражений приближенными?
2. Назовите основную цель разработки вероятностной математической модели в задачах технической эксплуатации автомобилей?
3. Дайте определение вероятностной математической модели случайной величины X ?
4. Для каких случаев характерно нормальное распределение? Приведите конкретные примеры. Чем объясняется широкое распространение этого закона?
5. Когда применяется логарифмически нормальное распределение в решении практических задач технической эксплуатации автомобилей?
6. В каком случае формируется логарифмически нормальное распределение?
7. В каком случае формируется закон распределения Вейбулла?
8. Приведите примеры использования закона Вейбулла? Чему равно значение параметра *b* при моделировании внезапных отказов и отказов из-за износа?
9. В каком случае формируется экспоненциальное (показательное) распределение?
10. Для каких случаев характерно экспоненциальное (показательное) распределение?
11. Какие выражения и функции используются для определения значений интергральной и дифференциальных функций нормального закона распределения?
12. Запишите выражения для расчета интегральной и дифференциальной функций закона Вейбулла?
13. Как определяется среднее значение исследуемого показателя?

14. Какую интервальную оценку используют для определения математического ожидания М(Х) исследуемого показателя?
15. Как определяют предельную абсолютную ошибку (погрешность) интервального оценивания математического ожидания, характеризующую точность проведенного эксперимента?
16. Как определяют относительную точность оценки математического ожидания?
17. Что является простейшим измерителем вариации наблюдаемого показателя (признака)?
18. Какой параметр характеризует разброс значений исследуемого признака относительно среднего значения? Как он рассчитывается ?
19. Какой параметр характеризует относительную меру рассеивания значений признака? Как он рассчитывается ?
20. Как рассчитываются эмпирические интегральная и дифференциальная функции распределения исследуемого признака?
21. В чем заключается физический смысл интегральной функции распределения случайной величины x , если в качестве величины x рассматриваются пробеги автомобилей до момента отказа?
22. В чем заключается физический смысл интегральной функции распределения случайной величины x, если случайной величиной является продолжительность или трудоемкость T выполнения какой-либо операции ТО или ремонта?
23. В чем заключается физический смысл дифференциальной функции распределения случайной величины, если в качестве случайной величины x рассматриваются результаты испытаний автомобилей на надежность, характеризуемые пробегами L_i до момента отказа? Что это позволяет сделать?
24. Какие критерии используются для проверки, насколько хорошо подобрана вероятностная математическая модель и можно ли ее применять для целей прогнозирования и дальнейших расчетов?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

Тема. Статистическая обработка результатов незавершенных испытаний (цензурированных выборок).

Цель. Изучить методику и выполнить статистическую обработку результатов незавершенных испытаний (цензурированных выборок) на надежность.

1. Особенности статистической обработки результатов незавершенных испытаний (цензурированных выборок)

В решении задачи управления уровнем надежности автомобилей важное место принадлежит оперативным методам определения оценок показателей надежности. Типичным для эксплуатационных испытаний на надежность является тот случай, когда к моменту анализа часть изделий (автомобили, агрегаты, узлы, детали) доведена до предельного состояния, а другая часть еще работоспособна. Причины, по которым наблюдения остаются незавершенными, разнообразны: разновременность начала и (или) окончания наблюдений; большая длительность наблюдений; снятие части изделий с испытания из-за отказа; необходимость экспресс-анализа; организационные и другие причины. Вместе с тем важное значение имеет проблема сокращения продолжительности испытаний для возможности оперативной оценки показателей надежности. При этом сокращение продолжительности наблюдений для всех изделий или для их части приводит к появлению так называемых **цензурированных выборок**. **Под цензурированием** понимается событие, приводящее к прекращению испытаний или эксплуатационных наблюдений объекта до наступления отказа (или предельного состояния). **Цензурированной является выборка,** элементы которой — значения наработки до отказа и наработки до цензурирования.

Например, под наблюдением находятся 10 автомобилей ЗИЛ-138А. Проводятся испытания на надежность узлов газовой аппаратуры. К моменту окончания испытаний значения наработки до отказа редуктора низкого давления (РНД) приведены в табл. 1.

Таблица 1 - Наработки на момент окончания испытаний РНД автомобиля ЗИЛ-138А

№ автомобиля	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Пробег к концу испытания Lj, тыс. км.	34,5	38,7	40,3	44,1	44,8	57,3	59,1	60,3	70,3	76,4
Отказ n_i,	+	+		+	+		+	+		+
Приостановка q_i,			+			+			+	

Таким образом, автомобили № 3, 6, 9 отказов РНД не имеют. Такая выборка называется цензурированной, а ее объем равен

$$N = \sum_{i=1}^{k} n_i + \sum_{i=1}^{k} q_i ,$$

где q_i — число приостановленных изделий в i-ом интервале.

Классические методы разработки математических моделей и оценки показателей надежности по таким выборкам неприемлемы.

Широкое распространение для обработки результатов эксперимента, представленных цензурированными выборками, получил комбинаторный метод, которой был впервые предложен Л. Джонсоном в 1964 г. Метод основан на комбинаторном вычислении условного порядкового номера отказа в общем вариационном ряду наработок до отказа и цензурирования. При этом предполагается, что все возможные исходы испытаний равновероятны и каждое приостановленное изделие со временем откажет.

Обработка результатов испытаний производится следующим образом.

Строится интервальный вариационный ряд распределения раздельно из отказавших и приостановленных изделий в порядке возрастания наработки.

Если в интервалах нет приостановленных изделий, то определяется относительная частота (частость) отказа

$$m_i = \frac{n_i}{N+1},$$

и накопленная частость, т.е. экспериментальная оценка интегральной функции распределения

$$F(\bar{x}_i) = \sum_{i=1}^{k} m_i = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{N+1} .$$

Если в интервале, предшествующем i - му, есть приостановленные изделия, то определяется коэффициент приращения отказов в i-ом интервале с учетом переменного порядкового номера отказа Δ_i (веса отказа):

$$\Delta_i = \frac{N+1-\sum_{i=1}^{i-1} n_i}{N+1-\sum_{i=1}^{i-1} (n_i - q_i)} .$$

Таким образом, вследствие того, что в предыдущем интервале были приостановленные изделия, которые с равной вероятностью отказавшим изделиям будут иметь отказы в будущем, прогнозируемое число отказов n_i' в рассматриваемом i-ом интервале определяется как

$$n_i' = \Delta_i n_i ,$$

а относительная частота (частость) m_i определится по формуле

$$m_i = \frac{n'_i}{N+1} .$$

Прогнозируемое число отказов за весь период испытаний определяется как

$$d = \sum_{i=1}^{k} \Delta_i n_i.$$

Остальные показатели экспериментального распределения определяются аналогично полным выборкам (см. лабораторную работу № 7).

Примечание. Если вариационный ряд начинается с отказавшего изделия, то $\Delta_i = 1$ до момента появления приостановленного изделия. Изменение веса отказа Δ_i имеет место всякий раз и только в тех интервалах, которым предшествует интервал с приостановленными изделиями.

2. Задание

Были проведены незавершенные испытания для определения доремонтого или межремонтного ресурса автомобиля, в тыс. км. пробега *L*. У части автомобилей произошел отказ во время испытаний, часть автомобилей была приостановлена. Выполните статистическую обработку результатов незавершенных испытаний (цензурированных выборок) и определите параметры экспериментального распределения (среднее значение, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, доверительный интервал, абсолютную и относительную точность оценки математического ожидания, интегральную и дифференциальную функции эмпирического распределения, построить их графики) (см. п. 4 лаб. работы № 7). Доверительная вероятность $P_D = 0{,}9$ (уровень значимости $\alpha = 0{,}1$).

Постройте график интегральной функции безотказности *P(L)=1-F(L)*, где *F(L)* – интегральная функция вероятности отказа в зависимости от пробега *L*. Определите по графику функции безотказности *P(L)* гамма-процентный ($\gamma = 90\%$) ресурс, тыс. км. пробега, т. е. суммарную наработку (пробег), в течение которой автомобиль не достигнет своего предельного состояния с вероятностью $\gamma = 90\%$. Физический смысл данного показателя заключается в том, что 90% автомобилей будут иметь данный ресурс.

Исходные данные даны в файле ДанныеПР8.DOC. При выполнении расчетов используйте файл Lr8_ni.xls. Письменно ответьте на контрольные вопросы

3. Содержание отчета

1. Тема, цель.
2. Задание.
3. Исходные данные.
4. Расчет параметров эмпирического распределения по результатам незавершенных испытаний с указанием требуемых формул и полученных результатов.
5. График интегральной функции безотказности *P(L)*, гамма-процентный ($\gamma = 90\%$) ресурс.
6. Ответы на контрольные вопросы.

4. Контрольные вопросы

1. С какой целью используются цензурированные выборки?
2. Что понимают под цензурированием?
3. Что такое цензурированная выборка?
4. Какой метод используется для обработки результатов эксперимента, представленных цензурированными выборками?
5. Как определяется вес отказа и прогнозируемое число отказов в *i*-м интервале?
6. В чем заключается физический смысл гамма-процентного ресурса?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

Тема. Определение потребности в капитальном ремонте агрегатов автомобилей для АТП с использованием метода статистического моделирования.

Цель. Изучить основные этапы разработки имитационных моделей, общие сведения о методе статистического моделирования, а также методику его применения для определения потребности в капитальном ремонте агрегатов автомобилей для АТП.

1. Основные этапы разработки имитационных моделей

По мере развития технической эксплуатации автомобилей как научного направления и как области практической деятельности спектр решаемых задач становится все более сложным. Выбор оптимального решения зависит от все большего числа факторов. Схемы, которым следуют большинство решаемых задач, необходимо рассматривать как сложные стохастические динамические системы. В общем случае входной и выходной сигналы, параметры и структура таких систем являются случайными величинами или случайными функциями времени. Применение ЭВМ позволяет вести управление различными системами и процессами с учетом практически всех реальных факторов. С этой целью в последнее время в научных исследованиях и инженерных расчетах широкое применение получило новое быстроразвивающееся направление математического исследования — имитационное моделирование.

Имитационное моделирование — это последовательное приближение (итерация), с помощью которого происходит поиск оптимального решения. При имитационном моделировании оптимальный вариант определяется не чисто математически строгими методами, как при аналитическом подходе, а путем последовательных приближений, перебора тех или иных структур и численных значений факторов.

Построение имитационной модели и экспериментирование с ней требуют определенной математической подготовки и учета всех факторов, воздействующих на изучаемое явление. В отличие от реального эксперимента, который, как правило, слишком дорог, требует значительного времени и не всегда возможен, имитационное моделирование позволяет за время во много раз меньшее, чем время течения рассматриваемого реального процесса, просмотреть (проиграть) путем перебора факторов, оказывающих влияние на параметр оптимизации, различные варианты (траектории) и выбрать из них оптимальный.

Имитационное моделирование в общем случае состоит из **следующих этапов.**

1) *Постановка задачи и определение цели эксперимента.*

2) *Изучение исследуемого явления.* На этом этапе производится качественный анализ внутреннего механизма явления. Уточняются входные данные и ограничения, а также случайные возмущения, накладываемые на течение процесса. Собирается информация, характеризующая работу системы за прошлые периоды и в настоящее время. Выделяются подпроцессы и устанавливаются критерии, с помощью которых будет оцениваться эффективность функционирования системы.

3) *Планирование эксперимента.* План эксперимента должен отвечать его целевой направленности. В общем случае можно отметить следующие цели эксперимента: планирование экстремальных экспериментов, проводимых с целью определения такой комбинации уровней факторов, при которых параметр оптимизации будет иметь наибольшее (наименьшее) значение; планирование эксперимента с задачей количественного анализа внутреннего механизма явления, позволяющего установить степень влияния каждого из аргументов (ранжирование эффектов) на параметр оптимизации; определение оптимальной функции управления данным объектом и др.

4) *Разработка математической модели явления.* Для этого производится формализация работы системы, т.е. выделяются главные факторы и исключаются второстепенные. Это позволяет составить отвечающую системе математическую модель в виде уравнений,

графиков, схем и т.п. *Формализованную математическую модель называют алгоритмом процесса.*

5) *Составление программы и реализация математической модели на ЭВМ.*

6) *Проверка математической модели на адекватность.* В зависимости от условий проверка на адекватность может производиться, например, с помощью следующих способов: сравнение получаемых с помощью модели выходных данных с аналогичными данными, получаемыми на опыте за прошлые периоды времени, если они имеются; проверка адекватности статистическими методами с помощью критериев Фишера, Стьюдента и другие способы. В общем случае проблема оценки адекватности имитационной модели до настоящего времени не имеет полного решения. Важным звеном выступает практика: если в процессе имитационного моделирования не получают отрицательных результатов, то доверие к модели возрастает.

7) *Проведение вычислительного эксперимента и обработка его результатов.*

Метод имитационного моделирования успешно применяется для решения многих инженерных и научных задач технической эксплуатации автомобилей:

- определение оптимальной производительности станций технического обслуживания автомобилей;
- определение оптимальной организации работы и числа постов зоны текущего ремонта (технического обслуживания, диагностирования);
- прогнозирование потребности в запасных частях и агрегатах для конкретного АТП, объединения, региона;
- оптимизация пропускной способности и производительности средств обслуживания автомобилей (технологического оборудования, рабочих мест, постов, участков);
- определение оптимальной технологии ремонта автомобильных деталей;
- определение оптимальной мощности и размещения авторемонтных мастерских для данного региона;
- определение надежности функционирования сложных технологических систем;
- решение других технологических и организационных вопросов.

В зависимости от условий и решаемых задач имитационное моделирование распадается на целый ряд частных видов, например: метод статистического моделирования; математическое планирование эксперимента и др. Рассмотрим более подробно применение метода статистического моделирования в решении задач технической эксплуатации автомобилей.

2. Общие сведения о методе статистического моделирования

Метод статистического моделирования, называемый также методом Монте-Карло, представляет собой численный метод решения различных математических, инженерных и экономических задач. Он основывается на использовании случайных чисел, которые имитируют различные случайные величины и случайные процессы.

Математической основой метода служат предельные теоремы теории вероятности — теоремы П. Л. Чебышева и Я. Бернулли, т.е. закон больших чисел.

Основная идея метода статистического моделирования заключается в возможности воспроизведения с достаточно высокой достоверностью исследуемого физического процесса при помощи вероятностных математических моделей и вычислении характеристик этого процесса. Это достигается за счет многократных расчетов на ЭВМ по разработанной математической модели (т.е. многократных испытаний модели на ЭВМ). Для этих испытаний математической модели на ЭВМ используются *равномерно распределенные случайные числа.* Числа можно выбирать «вручную» из специальных таблиц, можно использовать генераторы случайных чисел, а также случайные числа могут моделироваться на ЭВМ с помощью соответствующих программ.

Очень часто вместо случайных применяют так называемые *псевдослучайные числа*. Они распределяются по тем же законам, что и случайные числа, но формируются не случайно, а так, что каждое последующее число получается из предыдущего с помощью формул и других искусственных преобразований.

С помощью данного метода могут быть решены любые задачи вероятностного характера, а также задачи, не связанные с вероятностными расчетами. Метод широко применяется для вычисления вероятности наступления какого-либо события, расчета числовых характеристик случайных величин.

Метод позволяет разрабатывать имитационные математические модели ряда сложных процессов, в том числе производственных, вплоть до математических моделей отдельных цехов и предприятий, исследовать их в динамике, имитируя выполнение производственной программы.

Этот новый научный метод, являясь мощным средством научных исследований и инженерных расчетов, дает возможность:

- переносить на ЭВМ дорогостоящий производственный эксперимент, например, при необходимости сравнения эффективности работы ряда предприятий с различными новыми технологическими процессами, строительство (или реконструкция) которых в экспериментальных целях обошлось бы непомерно дорого;
- изменять масштаб времени эксперимента, например «проигрывать» год работы не одного, а целой сети ремонтных заводов и мастерских за несколько минут работы быстродействующей ЭВМ для определения оптимальной структуры такой сети.

Таким образом, метод статистического моделирования является эффективным средством проведения вычислительного эксперимента на ЭВМ.

Название метода происходит от города Монте-Карло в княжестве Монако, расположенного на берегу Средиземного моря, между Италией и Францией, известного своими игорными домами, где процветает игра в рулетку. Эта игра основана на использовании случайных чисел, что и послужило основой для названия метода.

3. Моделирование случайной величины, распределенной по нормальному закону

Воспроизведение исследуемого физического процесса может быть проведено методом статистического моделирования по известной вероятностной математической модели. Модель может быть разработана на основании результатов ранее проведенных экспериментальных исследований или определена на основании анализа физических закономерностей формирования рассматриваемого процесса и т.п.

Интегральная функция нормального закона (уравнение), как известно, не берется в конечном виде, т.е. не выражается через элементарные функции:

$$y_i = F(x_i) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} \exp(-\frac{(x_i-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2})dx$$

Поэтому для моделирования случайной величины, распределенной по нормальному закону, возможно использовать метод обратной интерполяцией по таблицам интегральной функции либо применять ЭВМ и функцию табличного процессора MS Excel, которая возвращает обратное нормальное распределение для заданного среднего значения $\bar{x}$ и среднего квадратического отклонения σ_X:

$$x_i = \textbf{НОРМОБР}(y_i, \bar{x}, \sigma_X),$$

где x_i - значение случайной величины, распределенной по нормальному закону; y_i - значение интегральной функции (вероятности) нормального распределения ($0 < y_i < 1$).

4. Моделирование потребности в капитальном ремонте агрегатов автомобилей для АТП

Рассмотрим использование метода статистического моделирования для определения потребности в капитальном ремонте (КР) агрегатов автомобиля.

Пусть в АТП имеется N = 300 автомобилей. Их средний годовой пробег $L_г$ = 50 тыс. км. Пробег (ресурс) агрегата до КР $L_{КР}$ = 150 тыс. км.

По детерминированной методике расчета годовая потребность в КР определится как

$$Q_{КР} = N \cdot \frac{L_г}{L_{КР}} = 300\frac{50}{150} = 100.$$

Таким образом, из 300 автомобилей 100 будут иметь потребность в КР агрегата, т.е. одна треть парка.

Проанализируем полученный результат. Предположим, что имеем дело с парком новых автомобилей. К концу года они будут иметь пробег по 50 тыс. км. Значит, фактическая потребность в КР равна нулю, а не 100.

Другой крайний случай. Пусть все автомобили имеют пробег с начала эксплуатации L_0=100-150 тыс. км. В этом случае все автомобили потребуют КР агрегата, т. е. $Q_{КР}$=300. И здесь детерминированная методика расчета увеличивает ошибку в три раза.

Указанных ошибок можно избежать, если применять расчеты, при которых в качестве исходных данных принимаются во внимание не детерминированные, а случайные величины и законы их распределения, т.е. их вероятностные математические модели. Такие расчеты называются вероятностными (стохастическими).

Допустим, что случайная величина межремонтного пробега $L_{КР}$ распределяется по нормальному закону (рис. 1,а). Значения $L_{КР}$ распределяются в интервале 75—225 тыс. км. При этом, благодаря симметрии нормального закона распределения, число автомобилей с межремонтным периодом от 75 до 150 тыс. км составляет 50 %, с периодом от 150 до 225 тыс. км — также 50 %.

Для того чтобы получить правильный ответ, необходимо учитывать распределение годового пробега (рис. 1,б) и распределение пробегов автомобилей с начала эксплуатации до конца планируемого периода (рис. 1,в).

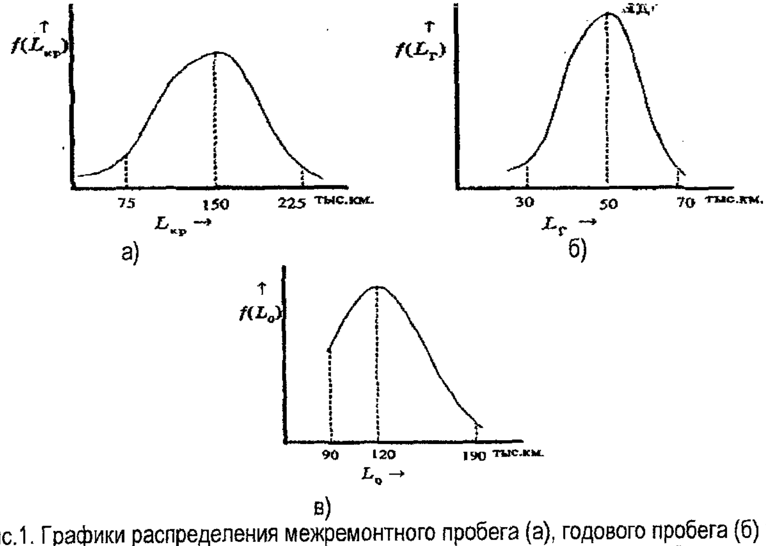

Рис.1. Графики распределения межремонтного пробега (а), годового пробега (б) и пробега с начала эксплуатации до конца планируемого периода (в) автомобилей на АТП.

Указанную задачу наиболее эффективно решать методом статистического моделирования на ЭВМ. С этой целью по известным математическим моделям распределения $L_{КР}$, $L_{Г}$, $L_{С}$ моделируются случайные числа, т.е. воспроизводится исследуемый физический процесс, который для каждого $i-го$ автомобиля показывает возможные значения пробегов $L_{КР,i}$, $L_{Г,i}$, $L_{0,i}$.

Каждый автомобиль (рассматриваемый агрегат) потребует КР, если для него справедливо неравенство

$$L_{0,i} + L_{Г,i} > L_{КР,i}$$

Решение поставленной задачи сводится к сравнению $L_{0,i} + L_{Г,i}$ с $L_{КР,i}$ поочередно для всех автомобилей в АТП с суммированием полученных результатов.

5. Задание

Используя метод статистического моделирования, определите потребность в капитальном ремонте агрегатов автомобилей для АТП. Задано количество автомобилей N на АТП, их средний годовой пробег $L_{Г}$, пробег (ресурс) агрегата до КР $L_{КР}$, пробег автомобилей с начала эксплуатации L_{0}. Предполагается, что данные показатели распределены по нормальному закону с коэффициентом вариации $v_x = 0.3 - 0.4$. Варианты заданий и моделирование распределения среднего годового пробега $L_{Г}$, пробега (ресурса) агрегата до КР $L_{КР}$, пробега автомобилей с начала эксплуатации L_{0} выполняется с использованием файла Lr9_ni.xls и табличного процессора MS Excel.

6. Содержание отчета

1. Тема, цель.
2. Задание.
3. Исходные данные.
4. Графики распределения межремонтного пробега, годового пробега и пробега с начала эксплуатации до конца планируемого периода автомобилей на АТП.
5. Результаты расчета годовой потребности в КР агрегатов автомобилей.
6. Ответы на контрольные вопросы.

7. Контрольные вопросы

1. В чем заключается метод имитационного моделирования?
2. Назовите основные этапы разработки имитационных моделей?
3. Для чего может использоваться метод имитационного моделирования?
4. В чем заключается основная идея метода статистического моделирования?
5. Что позволяет выполнять метод статистического моделирования? Приведите примеры его использования.
6. Каким образом выполняется моделирование случайной величины, распределенной по нормальному закону?

Литература

1. Научные исследования и решение инженерных задач: Учебн. Пособие/ С. С. Кучур, М. М. Болбас, В. К. Ярошевич. – Мн.: Адукацыя i выхаванне, 2003.
2. Надежность и ремонт машин/В. В. Курчаткин и др.; Под ред. В. В. Курчаткина. – М.: Колос, 2000. – 776 с.

Приложение А

Таблица А.1 – Показатели эффективности систем массового обслуживания без потерь ($r \geq 1$), длина очереди не ограничена ($r \to \infty$).

Тип СМО	Вероятность того, что все посты свободны P_o,	Вероятность образования очереди П	Вероятность отказа в обслуживании $P_{отк}$	Относительная пропускная способность g	Среднее число занятых постов $n_{зан}$, (число занятых обслуживающих аппаратов)	Среднее число автомобилей, находящихся в очереди r, (среднее количество требований, находящихся в очереди)	Среднее время нахождения в очереди $t_{ож}$, ч;
Одноканальная СМО (n=1)	$P_o = 1 - \rho$	$П = \rho \cdot P_o$	$P_{отк} = 0$	g=1	$n_{зан} = \rho$	$r = \dfrac{\rho П}{1-\rho}$	$t_{ож} = \dfrac{П}{\mu(1-\rho)}$
Многоканальная СМО (n>1)	$P_o = \dfrac{1}{\dfrac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} + \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{\rho^k}{k!}}$	$П = \dfrac{\rho^n}{n!} \cdot P_o$	$P_{отк} = 0$	g=1	$n_{зан} = \rho$	$r = \dfrac{\rho П}{n-\rho}$	$t_{ож} = \dfrac{П}{\mu(n-\rho)}$

Приложение Б - Исходные данные к лабораторным работам

Таблица Б.1 – Исходные данные для выполнения лабораторной работы № 5

Вар. №	Номер отказавшего автомобиля										Заданная наработка тыс.км. пробега	Автомобиль
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
	Номер отказавшего No или приостановленного Nпр автомобиля											
	No1	No2	No3	Nпр1	No4	Nпр2	Nпр3	No5	No6	Nпр4		
	Ресурс или наработка до конца наблюдений, тыс. км. пробега											
1	126,3	137,0	144,5	146,7	152,2	155,2	157,7	161,8	172,3	174	174	ГАЗ-53А
2	99,6	112,3	121,4	124,1	130,7	134,3	137,3	142,2	154,8	157	157	ГАЗ-53Б
3	167,7	177,9	185,1	187,3	192,5	195,4	197,8	201,7	211,8	214	214	ЗИЛ-ММЗ-555
4	208,5	215,3	220,1	221,5	225,0	227,0	228,6	231,2	237,9	239	239	ЗИЛ-130
5	156,9	170,5	180,2	183,0	190,1	193,9	197,1	202,3	215,8	218	218	МАЗ-500А
6	213,6	225,1	233,3	235,7	241,6	244,9	247,6	251,9	263,3	265	265	КамАЗ-5320
7	118,5	125,3	130,1	131,5	135,0	137,0	138,6	141,2	147,9	149	149	УАЗ-469
8	115,6	129,6	139,6	142,5	149,7	153,7	157,0	162,4	176,3	179	179	ГАЗ-53А
9	115,8	123,4	128,9	130,4	134,4	136,6	138,4	141,3	148,9	150	150	ГАЗ-53Б
10	202,9	217,7	228,3	231,4	239,1	243,3	246,8	252,5	267,3	270	270	КамАЗ-5320
11	95,0	106,0	113,9	116,2	121,9	125,1	127,7	131,9	142,8	145	145	ГАЗ-53А
12	79,0	88,8	95,8	97,8	102,9	105,6	107,9	111,7	121,3	123	123	ГАЗ-53Б
13	122,3	134,2	142,7	145,1	151,3	154,7	157,5	162,0	173,8	176	176	ЗИЛ-ММЗ-555
14	150,4	159,7	166,4	168,3	173,2	175,8	178,0	181,6	190,8	193	193	ЗИЛ-130
15	115,6	129,6	139,6	142,5	149,7	153,7	157,0	162,4	176,3	179	179	МАЗ-500А
16	159,6	172,3	181,4	184,1	190,7	194,3	197,3	202,2	214,8	217	217	КамАЗ-5320
17	76,3	87,0	94,5	96,7	102,2	105,2	107,7	111,8	122,3	124	124	УАЗ-469
18	104,4	112,5	118,2	119,9	124,1	126,4	128,3	131,4	139,4	141	141	ГАЗ-53А
19	68,3	81,4	90,8	93,5	100,4	104,1	107,2	112,2	125,3	128	128	ГАЗ-53Б
20	147,7	157,9	165,1	167,3	172,5	175,4	177,8	181,7	191,8	194	194	КамАЗ-5320

Примечание: в вариантах 1 – 10 в испытаниях определялся доремонтный ресурс автомобиля, а в вариантах 11 – 20 в испытаниях определялся межремонтный ресурс автомобиля.

Таблица Б.2 – Исходные данные к лабораторной работе № 6

№ вар	Интенсивность поступления автомобилей ω, треб/ч.	Средняя продолжительность ремонта $t_д$, ч.	Стоимость простоя автомобиля в очереди C_1, руб./день	Стоимость простоя обслуживающего канала C_2 , руб./день.
1.	0,1	4,60	20	15
2.	0,1	4,00	25	20
3.	0,2	3,20	30	25
4.	0,2	3,62	35	30
5.	0,2	3,20	40	35
6.	0,3	2,30	45	40
7.	0,3	2,40	50	45
8.	0,3	2,35	55	50
9.	0,4	1,90	65	55
10.	0,45	1,81	70	65
11.	0,4	1,82	75	70
12.	0,5	1,60	80	75
13.	0,55	1,53	85	80
14.	0,6	1,40	90	85
15.	0,62	1,39	100	90
16.	0,65	1,30	105	100
17.	0,7	1,23	35	105
18.	0,7	1,21	40	15
19.	0,75	1,15	45	25
20.	0,85	1,05	50	30
21.	0,8	1,09	55	30
22.	0,82	1,07	65	35
23.	0,9	0,99	70	40
24.	0,95	0,93	75	25
25.	0,91	0,97	80	15

Учебное издание

Составитель: Монтик Сергей Владимирович

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам по дисциплине
«Научные исследования и решение инженерных задач»
для студентов специальности
1 - 37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей»

Ответственный за выпуск **Монтик С.В.**
Редактор **Строкач Т.В.**
Компьютерная верстка **Боровикова Е.А.**
Корректор **Никитчик Е.В.**

Подписано к печати 24.03.2005 г. Формат 60x84 1/16. Бумага писчая. Усл. п.л. 2,1. Уч.-изд. л. 2,25. Заказ N 402. Тираж 100 экз. Отпечатано на ризографе Учреждения образования «Брестский государственный технический университет».
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.