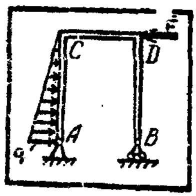
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БРЕСТСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

КАФЕДРА СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ И
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к курсовой работе по теоретической механике

СТАТИКА



Брест - 1996

УДК 620.10.

При изучении курса теоретической механики студент должен выполнить установленную учебной программой курсовую работу. Эта работа характеризует способность и умение студента применять изученный теоретический материал для решения практических задач.

Основная цель методических указаний оказать помощь студентам при выполнении курсовой работы по разделу "Статика".

Составители: Виктор Петрович Воробьёв, доцент,
Виталий Михайлович Хвисевич, доцент, к.т.н.,
Михаил Иванович Сазонов, профессор, д.т.н.

Рецензенты: кафедра теоретической механики Белорусской государственной политехнической академии.
Директор НТЦ строительства и архитектуры РБ ст.н.с., к.т.н. Найчук А.Я.

СОСТАВ РАБОТЫ

Для принятой в соответствии с вариантом студента схемы каркаса промышленного здания выполнить следующие расчеты его элементов.

1. Определить реакции опор и давление в шарнирах составной балки.
2. Определить реакции опор и давление в шарнире составной рамы.
3. Определить усилия в стержнях плоской фермы методом вырезания узлов и методом сечений.
4. Определить усилия в опорных стержнях прямоугольной плиты.
5. Определить положение центра тяжести поперечного сечения колонны.

УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

1. Курсовая работа выполняется на стандартных листах формата А4 и оформляется в следующем порядке: титульный лист, задание на курсовую работу, общие замечания, текст решения задач со схемами, выводы и 1-2 чистые страницы для замечаний рецензента.

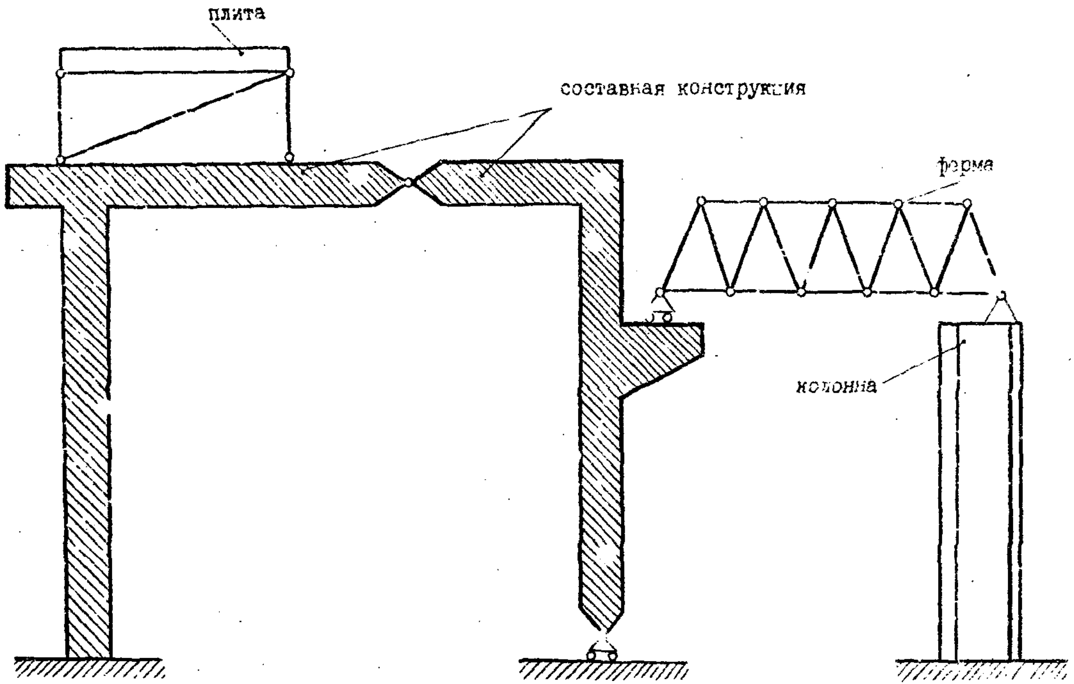
2. Необходимые данные для расчетов принимать по схемам и таблицам согласно варианту студента.

3. Чертежи и схемы выполняются с соблюдением масштабов и правил графики, некоторые из них на миллиметровой бумаге.

4. Полученные результаты в конце каждого решения приводятся в виде таблицы.

5. При проведении исследования рекомендуется пользоваться составленными программами, имеющимися в вычислительном центре института.

На рис. 1 приводится расчетная схема каркаса промышленного здания с указанием его составных элементов.

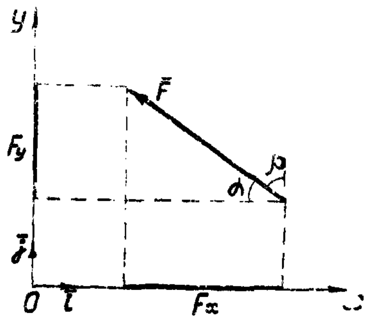


ис.I. Общая схема каркаса промышленного здания.

1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

В данном разделе содержатся простейшие правила и способы, необходимые студенту для решения любой задачи на равновесие твердых тел.

1.1. Проекция силы на координатную ось



Проекцией силы на ось называется скалярная величина, равная произведению модуля силы на косинус острого угла между вектором силы и осью, взятому с соответствующим знаком.

$$F_x = -F\cos\alpha; \quad F_y = F\cos\beta,$$

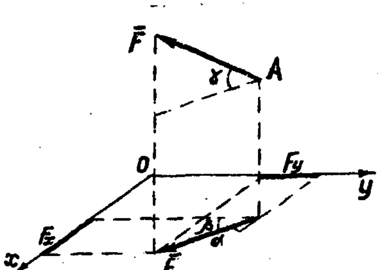
$$\text{или } F_y = F\sin\alpha.$$

Вектор силы равен:

$$\bar{F} = F_x\bar{i} + F_y\bar{j}.$$

В пространстве $\bar{F} = F_x\bar{i} + F_y\bar{j} + F_z\bar{k}$.

Если линия действия силы не параллельна координатной плоскости, то используется способ двойного проектирования.



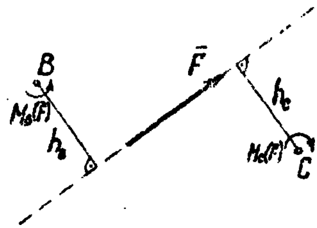
$$F_1 = F\cos\gamma;$$

$$F_x = F_1\cos\alpha = F\cos\gamma\cos\alpha;$$

$$F_y = -F\cos\beta = -F\cos\gamma\cos\beta$$

γ - угол между вектором и плоскостью XOY.

1.2. Момент силы относительно точки на плоскости



Моментом силы относительно точки на плоскости называется скалярная величина, равная произведению модуля силы на плечо, взятая с соответствующим знаком.

Плечом силы называется кратчайшее расстояние от точки до линии действия силы.

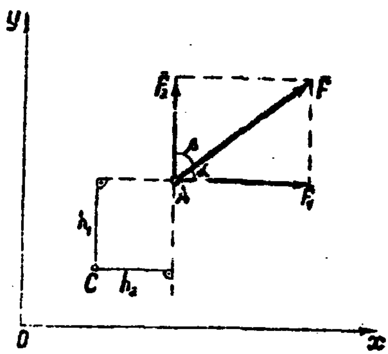
Правило знаков

Если сила поворачивает плоскость относительно точки против часовой стрелки, то момент положителен. В противном случае момент отрицателен.

$$M_B(\bar{F})\ F\cdot h_B\ ;$$

$$M_C(\bar{F}) = F\cdot h_C\ .$$

Иногда момент силы относительно точки удобно вычислять по теореме Вариньона.



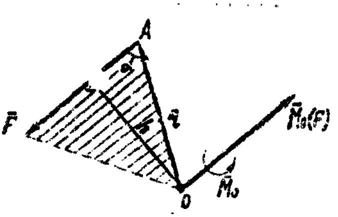
$$\bar{F} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$$

$$M_C(\bar{F}) = M_C(\bar{F}_1) + M_C(\bar{F}_2);$$

$$M_C(\bar{F}) = -F_1 h_1 + F_2 h_2\ ;$$

$$M_C(\bar{F}) = -F\cos\alpha\, h_1 + F\cos\beta\, h_2 .$$

1.3. Момент силы относительно центра и оси в пространстве.



Моментом силы относительно точки (центра) в пространстве называется векторная величина $\bar{M}_0$, равная векторному произведению радиуса-вектора точки приложения силы A на вектор силы $\bar{F}$.

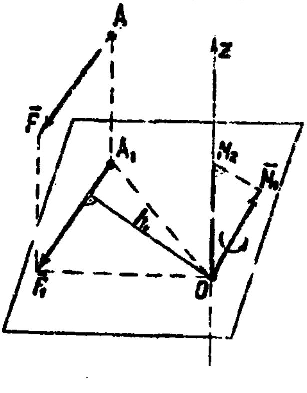
$$M_0(\bar{F}) = \bar{r} \times \bar{F}.$$

Направлен вектор $\bar{M}_0$ перпендикулярно плоскости векторов $\bar{r}$, $\bar{F}$ в ту сторону, чтобы с его конца кратчайший поворот от $\bar{r}$ к $\bar{F}$ был виден против часовой стрелки.

Модуль момента равен:

$$M_0(\bar{F}) = r \cdot \bar{F} \sin(\widehat{\bar{r}, \bar{F}}) = r \cdot F \sin\alpha; \qquad r \sin\alpha = h;$$

$$M_0 = Fh.$$



Моментом силы относительно оси в пространстве называется скалярная величина M_z, равная моменту проекции силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с плоскостью.

При этом M_z положителен, если проекция силы $\bar{F}_1$ поворачивает плоскость вокруг оси при наблюдении с ее положительного конца против часовой стрелки.

$$M_z(\bar{F}) = F_1 h_1$$

M_z равен нулю в двух случаях:

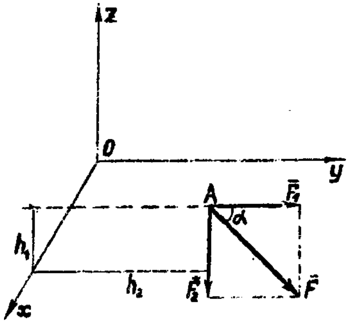
1) сила $\bar{F}$ направлена параллельно оси Z;

2) сила $\bar{F}$ пересекает ось Z.

Связь между $M_o(\bar{F})$ и $M_z(\bar{F})$ выражается равенством:

$$M_z(\bar{F}) = M_o(\bar{F})\cos(\widehat{\bar{M}_o, z}).$$

При решении задач удобно пользоваться теоремой Вариньона о моменте равнодействующей относительно оси.



Сила $\bar{F}$ лежит в плоскости, параллельной оси Y.

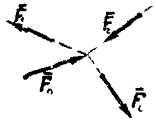
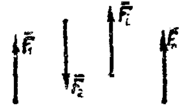
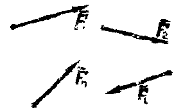
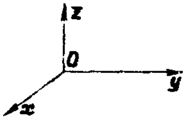
$$M_x(\bar{F}) = M_x(\bar{F}_1) + M_x(\bar{F}_2);$$

$$M_x(\bar{F}) = -F_1 h_1 - F_2 h_2;$$

$$M_x(\bar{F}) = -F\cos\alpha h_1 + F\sin\alpha h_2.$$

Таблица 1.1.

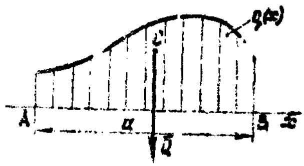
ТАБЛИЦА
уравнений равновесия различных систем сил на плоскости и в пространстве

Вид системы сил	Система сходящихся сил	Система параллельных сил		Произвольная система сил		
						
Плоская 	$\sum F_{kx}=0;$ $\sum F_{ky}=0.$ (1.1)	$\sum F_{ky}=0;$ $\sum M_O(\bar F_k)=0.$ (1.2)	$\sum M_A(\bar F_k)=0;$ $\sum M_B(\bar F_k)=0;$ (1.3)	$\sum F_{kx}=0;$ $\sum F_{ky}=0;$ $\sum M_O(\bar F_k)=0.$ (1.4)	$\sum F_{kx}=0;$ $\sum M_A(\bar F_k)=0;$ $\sum M_B(\bar F_k)=0.$ (1.5)	$\sum M_A(\bar F_k)=0;$ $\sum M_B(\bar F_k)=0;$ $\sum M_C(\bar F_k)=0.$ (1.6)
Пространственная 	$\sum F_{kx}=0;$ $\sum F_{ky}=0;$ $\sum F_{kz}=0.$ (1.7)	$\sum F_{kz}=0;$ $\sum M_x(\bar F_k)=0;$ $\sum M_y(\bar F_k)=0.$ (1.8)		$\sum F_{kx}=0;$ $\sum F_{ky}=0;$ $\sum F_{kz}=0;$ $\sum M_x(\bar F_k)=0;$ $\sum M_y(\bar F_k)=0;$ $\sum M_z(\bar F_k)=0.$ (1.9)		

Примечание:
1. В системе (1.3) отрезок АВ не параллелен силам.
2. В системе (1.5) отрезок АВ не перпендикулярен оси ОХ.
3. В системе (1.6) точки А, В, С не лежат на одной прямой.

Распределенные нагрузки

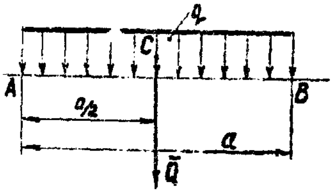
Распределенными называются нагрузки, непрерывно приложенные вдоль некоторой линии или на поверхности тела. Они характеризуются интенсивностью, то есть силой, приходящейся на единицу длины или площади.

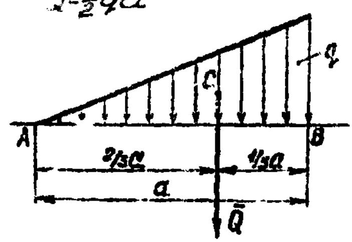


Равнодействующая такой нагрузки $\bar{Q}$ по модулю равна площади криволинейной трапеции и приложена в центре тяжести C этой трапеции.

На практике очень распространены равномерно распределенная нагрузка (q = const) и нагрузка, линейно изменяющаяся по длине (треугольная).

$Q = qa$ $\qquad\qquad$ $Q = \frac{1}{2}qa$





2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР И ДАВЛЕНИЯ В ШАРНИРАХ СОСТАВНОЙ БАЛКИ

Пример 1

Прежде чем приступать к решению задачи, необходимо изучить следующие темы лекционного курса: связи и их реакции; плоская система сил; определение реакций составных конструкций.

2.1. Условие задачи

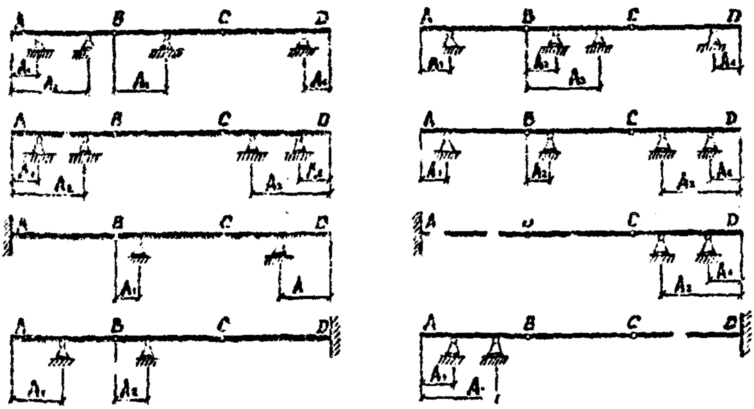
Многопролетная балка ABCD состоит из трех жестких частей AB, BC и CD, шарнирно соединенных в точках B и C. С помощью внешних связей (шарнирно-подвижных и шарнирно-неподвижных опор или заделки) балка крепится к неподвижному основанию. Балка нагружена вертикальными сосредоточенными силами $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$, $\bar{F}_3$, $\bar{F}_4$, $\bar{F}_5$, $\bar{F}_6$, парами сил с моментами M_1, M_2, M_3 и линейно-распределенной нагрузкой с наибольшей интенсивностью q.

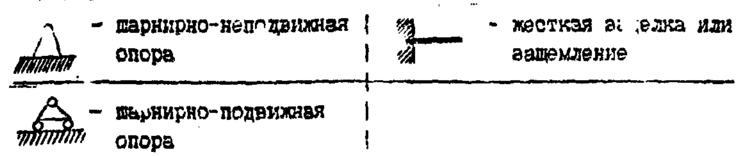
Определить реакции опор и давления в шарнирах B, C.

Схемы балок для всех вариантов заданий приведены в таблице 2.1, схема нагрузки – на рис. 2.1.

Таблица 2.1.

Схемы балок





$|AB| = L_1$; $|BC| = L_2$; $|CD| = L_3$.

Схема нагрузки

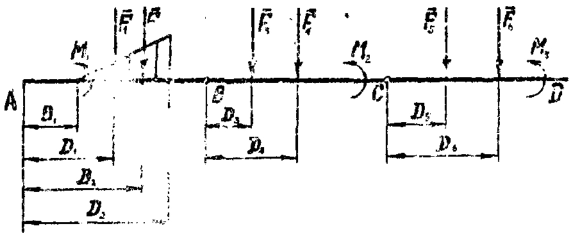


Рис. 2.1.

Примечание: если распределенная нагрузка в пролете 2 или 3 , то B_1 и B_2 отсчитываются от точки B или C соответственно.

Исходные данные для расчета содержатся в листе индивидуального задания, синтезированного на ЭВМ, который выдается преподавателем каждому студенту.

2.2. Пример решения задачи

Исходные данные

Схема N 2

L1 = 3,7 м L2 = 2,6 м L3 = 2,8 м

A1 = 0,9 м A2 = 1,1 м A3 = 2,8 м A4 = 0,8 м

Треугольная нагрузка в пролете 3:

q = 40,0 кН/м B1 = 0,4 м B2 = 2,2 м

F1 = 35 кН	D1 = 3,0 м
F2 = 66 кН	D2 = 0,3 м
F3 = 59 кН	D3 = 3,2 м
F4 = 79 кН	D4 = 0,4 м
F5 = 58 кН	D5 = 1,4 м
F6 = 41 кН	D6 = 0,9 м

M1 = 41 кН м M2 = 43 кН м M3 = 46 кН м

В соответствии с исходными данными, таблицей 2.1. и рис. 2.1. вычерчиваем в масштабе схему балки с нагрузкой (рис. 2.2.).

Мысленно отбросив внешние связи, заменим их действие реакциями $\bar{R}_1$, $\bar{R}_2$, $\bar{R}_3$, $\bar{R}_4$ (рис. 2.2.). Балка ABCD находится в равновесии под действием задаваемых сил и реакций внешних связей, образующих плоскую систему параллельных сил, для которой можно составить два уравнения равновесия в форме (1.2) или (1.3). (См. таблицу 1.1).

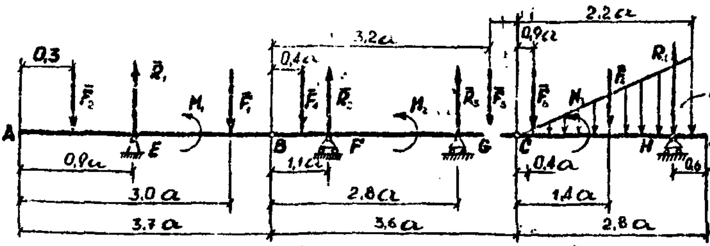


Рис. 2.2.

Поскольку неизвестных значений реакций четыре, а уравнений только два, расчленим балку на части, отбросив внутренние связи в точках B и C, заменив их давлениями $\bar{R}_B$ и $\bar{R}_C$ (рис. 2.3.).

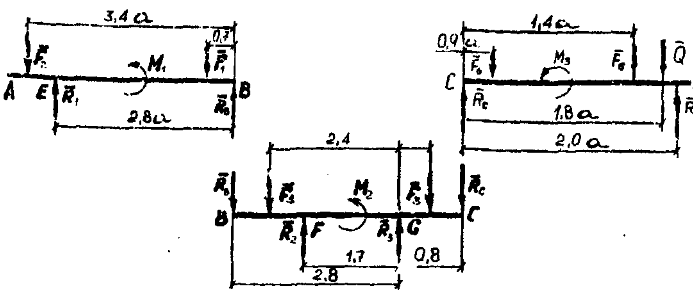


Рис. 2.3.

Распределенную нагрузку на части CD заменим равнодействующей $\bar{Q}$, величина которой $Q=\frac{1}{2}q(B2-B1)=\frac{1}{2}40(2{,}2-0{,}4)=36$ кН, а линия действия проходит через центр тяжести треугольника, ограниченного графиком q и осью балки.

Составим уравнения равновесия плоской системы параллельных сил, приложенных к каждой части (см. рис. 2.3.).

Балка AB $\sum F_{ky}=0;\quad R_1+R_B-F_1-F_2=0;$ (2.1)

$$\sum M_B(\bar{F}_k)=0;\quad 3{,}4F_2-2{,}8R_1+M_1+0{,}7F_1=0; \qquad (2.2)$$

Балка CD $\sum F_{ky}=0;\quad R_C+R_4-F_5-F_6-Q;$ (2.3)

$$\sum M_C(\bar{F}_k)=0;\quad 2R_4+M_3-1{,}4F_5-0{,}9F_6-1{,}6Q=0; \qquad (2.4)$$

Балка BC $\sum F_{ky}=0;\quad R_2+R_3-R_B-R_C-F_3-F_4=0;$ (2.5)

$$\sum M_0(\bar{F}_k)=0;\quad 2{,}8R_B-1{,}7R_2-0{,}8R_C+M_2-0{,}4F_3+2{,}4F_4=0. \qquad (2.6)$$

Из уравнений (2.2) и (2.4) находим реакции R_1 и R_4:

$$R_1=\frac{1}{2{,}8}(3{,}4F_2+M_1+0{,}7F_1)=\frac{1}{2{,}8}(3{,}4\cdot66+41+0{,}7\cdot35)=104\ \text{кН};$$

$$R_4=\frac{1}{2}(0{,}9F_6+1{,}4F_5+1{,}6Q-M_3)=\frac{1}{2}(0{,}9\cdot41+1{,}4\cdot58+1{,}6\cdot36-46)=64{,}8\ \text{кН};$$

После чего из (2.1) и (2.3) определяем давления R_B, R_C:

$$R_B=F_1+F_2-R_1=35+66-104=-3\ \text{кН};$$

$$R_C=F_5+F_6+Q-R_4=58+41+36-64{,}8=70{,}2\ \text{кН};$$

и затем из (2.6) и (2.5) - реакции R_2, R_3:

$$R_2=\frac{1}{1{,}7}(2{,}8R_B+2{,}4F_4+M_2-0{,}4F_3-0{,}8R_C)=\frac{1}{1{,}7}[2{,}8(-3)+2{,}4\cdot79+43-0{,}4\cdot59-$$
$$-0{,}8\cdot70{,}2]=85\ \text{кН};\quad R_3=R_B+R_C+F_3+F_4-R_2=-3+70{,}2+59+79-85=120\ \text{кН}.$$

Для проверки правильности решения задачи убедимся в том, что соблюдается уравнение равновесия сил, приложенных к балке

ABCD (рис. 2.2.):

$$\sum^{7} F_{ky} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 - F_1 - F_2 - F_3 - F_4 - F_5 - F_6 - Q =$$

$$= 104 + 85 + 120 + 64{,}8 - 35 - 66 - 59 - 79 -$$

$$- 58 - 41 - 36 = 373{,}8 - 374 = -0{,}2 \text{ кН} \neq 0.$$

Оцениваем погрешность расчета:

$$\delta = \frac{0{,}2 \cdot 100\%}{374} = 0{,}05\% < 3\%. \qquad \text{(допустимо)}$$

Ответ: $R_1 = 104$ кН; $R_2 = 85$ кН; $R_3 = 120$ кН; $R_4 = 64{,}8$ кН;
$R_5 = -3$ кН; $R_6 = 70{,}2$ кН.

Знак минус указывает, что давление R_5 направлено противоположно показанному на рис. 2.3.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР И ДАВЛЕНИЯ В ШАРНИРАХ СОСТАВНОЙ РАМЫ

Пример 2

Приступая к решению задачи необходимо изучить темы лекционного курса, предложенные в п. 2

3.1. Условие задачи

Составная рама состоит из двух жестких металлических частей, шарнирно соединенных в точке C. С помощью внешних связей (шарнирно-неподвижных, шарнирно-подвижных опор, заделок) рама крепится к неподвижному основанию. Рама загружена сосредоточенными силами F_1 и F_2, парами сил с моментами M_1 и M_3 и равномерно распределенной нагрузкой с интенсивностью q.

Определить реакции опор и давление в шарнире C.

Геометрические схемы конструкций приведены в приложении II, а общая схема нагружения для всех вариантов заданий приведена на рис. 3.1. Исходные данные для расчета содержатся в листе индивидуального задания, синтезированного на ЭВМ, который выдается преподавателем каждому студенту.

Информация о связях в точках A, B, D содержится в бланке индивидуального задания. Условные обозначения опор приведены в таблице 3.1.

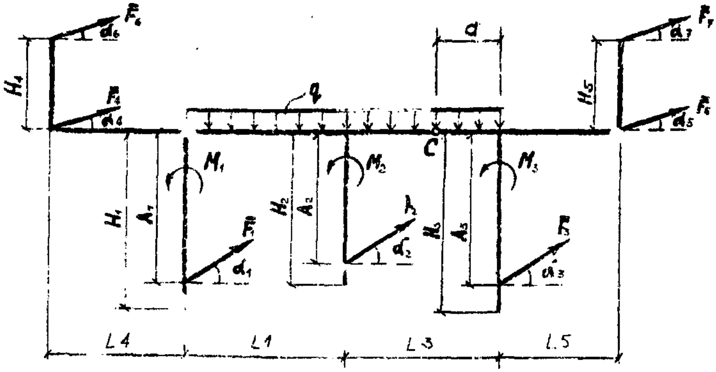


Рис. 3.1. Схема рамы и нагрузки.

Угол отсчитывается от горизонтали следующим образом:

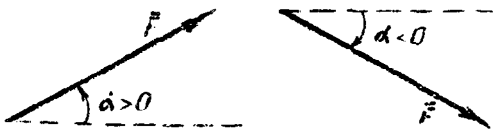
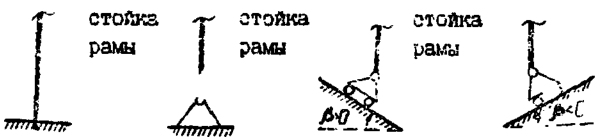


Табл 3.1

Тип опоры	Жесткая заделка	Шарнирно-неподвижная	Шарнирно-подвижная
Условное обозначение	стойка рамы	стойка рамы	стойка рамы



При составлении расчетной схемы по исходным данным не нужно показывать силы и пары, значение которых равны нулю. Указывая направления сосредоточенных сил, рекомендуется перейти из тупых углов (если они есть) к острым. Если высота средней части стойки рамы равна нулю, то опора в точке E отсутствует.

3.2. Пример решения задачи

Исходные данные:

L1 = 2,6 м   L2 = 2,5 м   L3 = 2,5 м
L4 = 2,5 м   L5 = 0,0
H1 = 3,9 м   H2 = 0,0 м   H3 = 5,2 м   H4 = 0,0 м   H5 = 1,7 м
Опора A – шарнирно-подвижная, BETA = -45,0
опора D – жесткая заделка.

F1 = 24 кН α1 = 180,0
F2 = 0 кН α2 = 0,0
F3 = 0 кН α3 = 0,0
F4 = 12 кН α4 = 45,0
F5 = 0 кН α5 = 0,0
F6 = 0 кН α6 = 0,0
F7 = 38 кН α7 = -150,0

A1 = 2,5 м   A2 = 0,0 м   A3 = 0,0
q = 5 кН/м
M1 = 0,0 кНм   M2 = 0,0 кНм   M3 = 27,0 кНм.

Решение:

В соответствии с исходными данными, рис. 3.1 и таблицей 3.1 вычерчиваем в масштабе схему рамы с нагрузкой (рис. 3.2). Мысленно отбросив внешние связи, заменим их действие реакциями $\bar{R}_A$, $\bar{X}_D$, $\bar{Y}_D$, M_D. Распределенную нагрузку заменим ее равнодействующей $\bar{Q}$ (см. рис. 3.2), величина которой равна

$$Q = 5,1 \cdot q = 5,1 \cdot 5 = 25,5 \text{ кН}$$

Освободим раму от внешних связей и их действие на раму заменим соответствующими реакциями связей $(\bar{R}_A, M_D, \bar{X}_D, \bar{Y}_D)$

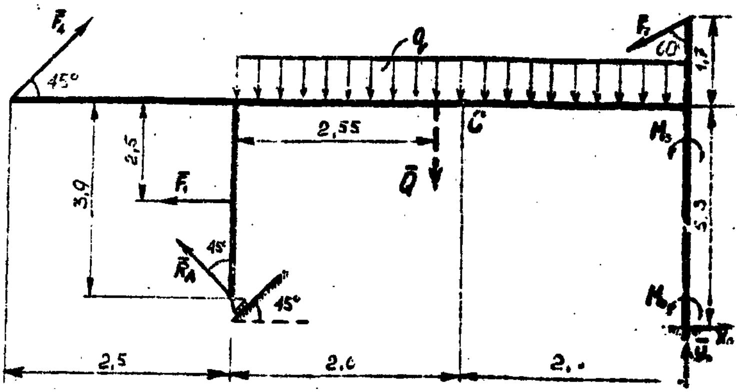


Рис. 3.2.

Рама находится в равновесии под действием задаваемых сил и реакций связей (см. рис. 3.2), образующих произвольную плоскую систему сил, для которой можно составить три уравнения равновесия (см. табл. 1.1.). Поскольку неизвестных реакций четыре, а уравнений только три, расчленим раму на части, отбросив внутреннюю связь в точке C и заменив ее действие давлениями $\bar{X}_c$, $\bar{Y}_c$ (рис. 3.3 и 3.4).

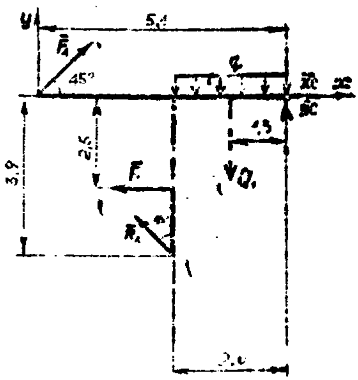


Рис. 3.3.

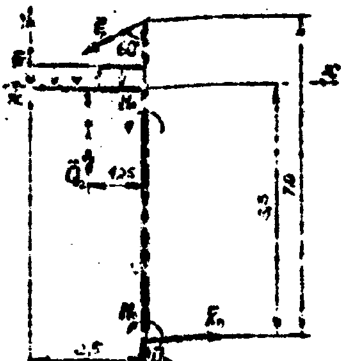


Рис. 3.4.

Распределенную нагрузку на левой и правой частях рамы заменим равнодействующими $\bar{Q}_1$ и $\bar{Q}_2$ соответственно. Причем, $Q_1 = 2,6 \cdot q = 2,6 \cdot 5 = 13$ кН; $Q_2 = 2,5 \cdot q = 2,5 \cdot 5 = 12,5$ кН. Составим уравнения равновесия произвольной плоской системы сил, приложенных к левой части (см. рис. 3.3.):

$$\sum M_c(\bar{F}_k)=0:\ 1{,}3Q_1-2{,}5F_1-2{,}6R_A\cos 45^\circ-5{,}1\cdot F_4\sin 45^\circ-3{,}9R_A\sin 45^\circ=0; \tag{3.1}$$

$$\sum F_{kx}=0;\quad x_c+F_4\cos 45^\circ-F_1-R_A\sin 45^\circ=0; \tag{3.2}$$

$$\sum F_{ky}=0;\quad y_c+F_4\sin 45^\circ-Q_1-R_A\cos 45^\circ=0; \tag{3.3}$$

Из уравнения (3.1) находим реакцию R_A

$$R_A=\frac{1{,}3Q_1-2{,}5F_1-5{,}1F_4\sin 45^\circ}{2{,}6\cos 45^\circ+3{,}9\sin 45^\circ}=\frac{1{,}3\cdot 13-2{,}5\cdot 24-5{,}1\cdot 12\cdot 0{,}707}{2{,}6\cdot 0{,}707+3{,}9\cdot 0{,}707}=$$

$$=-18{,}8\ кН,$$

после чего из (3.2) и (3.3) определяем давления X_c, Y_c:

$$x_c=F_1+R_A\sin 45^\circ-F_4\cos 45^\circ=24-18{,}8\cdot 0{,}707-12\cdot 0{,}707=2{,}22\ кН,$$

$$y_c=Q_1-F_4\sin 45^\circ-R_A\cos 45^\circ=13-12\cdot 0{,}707-18{,}8\cdot 0{,}707=17{,}8\ кН.$$

Составляем уравнения равновесия произвольной плоской системы сил, приложенных к правой части (рис. 3.4):

$$\sum F_{kx}=0:\qquad -x_c-F_7\sin 60^\circ+x_D=0; \tag{3.4}$$

$$\sum F_{ky}=0:\qquad y_D-y_c-Q_2-F_7\cos 60^\circ=0; \tag{3.5}$$

$$\sum M_D(\bar{F}_k)=0:\qquad 5{,}3x_c+2{,}5y_c+1{,}25Q_2+M_3+7F_7\sin 60^\circ+M_D=0, \tag{3.6}$$

из которых найдем

$$x_D=x_c+F_7\sin 60^\circ=2{,}22+38\cdot 0{,}866=35{,}1\ кН;$$

$$y_D=y_c+Q_2+F_7\cos 60^\circ=17{,}8+12{,}5+38\cdot 0{,}5=49{,}3\ кН;$$

$$M_D=-5{,}3X_C-2{,}5Y_C-1{,}25Q_2-M_3-7F_3\cos 60^\circ=-5{,}3\cdot 2{,}22-2{,}5\cdot$$

$$\cdot 17{,}8-1{,}25\cdot 12{,}5-27-7\cdot 38\cdot 0{,}866=-329 \text{ кНм}.$$

Для проверки правильности решения составим уравнение равновесия сил, приложенных ко всей раме (рис. 3.2):

$$\Sigma M(\bar F_k)=M_D+M_3+2{,}5Y_D+5{,}3X_D+1{,}7\sin 60^\circ-2{,}5F_2\cos 60^\circ+$$

$$+0{,}05Q-5{,}1F_4\sin 45^\circ-2{,}5F_1-2{,}6R_A\cos 45^\circ-3{,}9R_A\sin 45^\circ=$$

$$=-329+27+2{,}5\cdot 49{,}3+5{,}3\cdot 35{,}1+1{,}7\cdot 38\cdot 0{,}866-2{,}5\cdot 38\cdot$$

$$\cdot 0{,}5+0{,}05\cdot 25{,}5-5{,}1\cdot 12\cdot 0{,}707-2{,}5\cdot 24+2{,}6\cdot 18{,}8\cdot 0{,}707+$$

$$+3{,}9\cdot 18{,}8\cdot 0{,}707=-479{,}8+479{,}9=0{,}1\neq 0.$$

Оцениваем погрешность расчета:

$$\delta=\frac{0{,}1\cdot 100\%}{479{,}9}=0{,}02\%<3\% \qquad \text{(допустимо)}$$

Ответ: $R_A = -18{,}8$ кН $\quad X_D = 35{,}1$ кН $\quad Y_D = 49{,}3$ кН

$M_D = -329$ кНм $\quad X_C = 2{,}22$ кН $\quad Y_C = 17{,}8$ кН

Знаки показывают, что $\bar R_A$ и M_D направлены противоположно показанным на рис. 3.2.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В СТЕРЖНЯХ ПЛОСКОЙ ФЕРМЫ МЕТОДОМ ВЫРЕЗАНИЯ УЗЛОВ И МЕТОДОМ СЕЧЕНИЙ

Пример 3

Приступая к решению задачи, необходимо изучить следующие темы лекционного курса: связи и их реакции; система сходящихся сил; плоская произвольная система сил; определение усилий в стержнях фермы методом вырезания узлов и методом сечений (Риттера).

4.1. Формулировка задачи

Схемы фермы, величины и направления приложенных внешних нагрузок и дополнительные требования указываются преподавателем при выдаче индивидуального задания (см. приложение III).

4.2. Требования и способы решения

По заданной схеме фермы и приложенным нагрузкам требуется определить усилия в стержнях фермы методом вырезания узлов аналитическим и графическим способом, а также усилия в нескольких заданных стержнях методом сечений.

Задача может быть решена вручную или на ЭВМ.

При решении задачи вручную вначале определяются реакции опор с помощью уравнений равновесия произвольной плоской системы сил, затем методом вырезания узлов для каждого из них производится аналитическое и графическое решение и делается проверка решения. Дополнительно для указанных преподавателем стержней производится решение методом Риттера (методом сечений).

Метод сечений используется, когда необходимо определить усилия в отдельных стержнях фермы. При этом сечение проводится не более чем через три стержня с неизвестными усилиями.

Все "ручное" решение можно облегчить и заметно ускорить во времени, если воспользоваться математическим пакетом "EUREKA", установленным на ПЭВМ.

При решении на ПЭВМ с помощью специальной программы FERMA, кроме полученного аналитического решения, делается проверочное графическое решение (с помощью силовых многоугольников) и решение методом Риттера. По указанию преподавателя дополнительно производится анализ результатов решения (например, подобрать угол установки подвижной опоры, при котором усилие в заданном стержне достигает минимума и т. п.).

4.3. Пример решения задачи

Исходные данные:

α_1	=	30°	F_1	=	2 кН
α_2	=	60°	F_2	=	2 кН
α_3	=	-	F_3	=	0 кН
α_4	=	45	F_4	=	3 кН
α_5	=	0°	F_5	=	4 кН
α_6	=	30°	F_6	=	4 кН

В соответствии с вариантом вычерчиваем схему фермы (см. рис. 4.1).

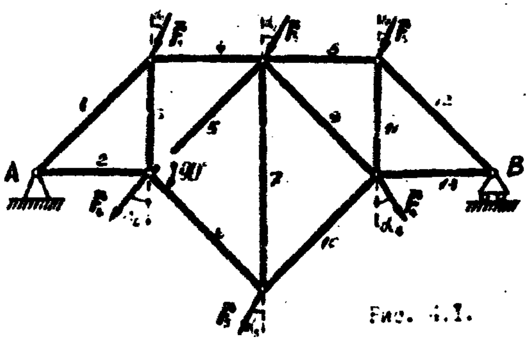


Рис. 4.1.

Решение:

4.3.1. Определение опорных реакций

Изобразим расчетную схему фермы в соответствии с исходными данными, приняв длину горизонтального стержня за единицу и заменив действие опорных устройств их реакциями $\bar{R}_A(X_A, Y_A)$ и R_B. Начало координат поместим на неподвижной опоре А (см. рис. 4.2).

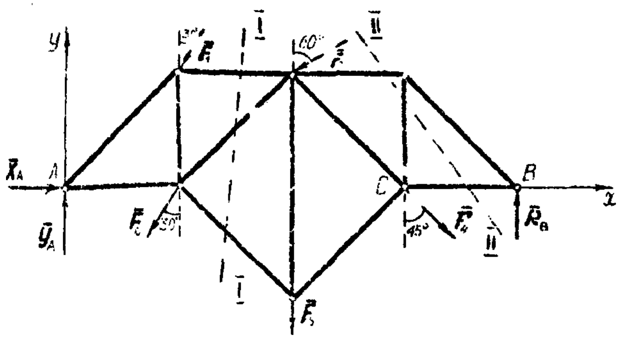


Рис. 4.2.

Составим уравнения равновесия фермы, используя основную систему уравнений равновесия плоской системы сил.

$$\sum F_{kx}=0, \quad x_A - F_1\cos60° - F_2\cos30° + F_4\cos45° - F_6\cos60° = 0; \quad x_A = 2{,}611 \text{ кН}. \qquad (4.1)$$

$$\sum F_{ky}=0; \quad y_A - F_1\cos30° - F_2\cos60° + R_B - F_4\cos45° - F_5 - F_6\cos30° = 0; \quad y_A = 7{,}610 \text{ кН}. \qquad (4.2)$$

$$\sum M_A(\bar F_k)=0: \ -F_1\cos30° + F_1\sin30° - F_2\cos60°\cdot2 + F_2\cdot\sin60° + R_B\cdot4 - F'\cdot4 - F_5\cdot2 - F_4\cos45°\cdot3 - F_6\cdot\cos30° = 0; \qquad (4.3)$$

$$R_B = 4{,}707 \text{ кН}.$$

Подставив числовые данные, из (4.3) находим R = 4,707 кН, затем из (4.1) и (4.2) определяем X_A= 2,611 кН, Y_A= 7,610 кН.

Проверка:

$$\sum M_C(\bar F_k)=0; \quad -y_A\cdot3 + R_B + F_5 + F_6\cdot\cos30°\cdot2 + F_1\cos30°\cdot2 \pm F_1\sin30° + F_2\cos60° + F_2\sin60° = 0;$$

$$-7{,}61\cdot3 + 4{,}707 + 4 + 8\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + 1 + \sqrt{3} = -22{,}83 + 4{,}707 +$$

$+4+4\cdot1{,}732+2\cdot1{,}723+2+1{,}732=0{,}001.$

4.3.2. Определение усилий в стержнях методом вырезания узлов

Строим расчетную схему фермы. Для этого пометим узлы фермы буквами, а стержни - цифрами. Нумерацию стержней выполняем в порядке, соответствующем методу вырезания узлов - в каждом последовательно рассматриваемом узле должно подлежать определению не более двух неизвестных усилий.

Мысленно вырезаем узлы фермы, полагая что все стержни растянуты. К каждому узлу прикладываем соответствующие внешние силы и реакции стержней (см. рис. 4.3).

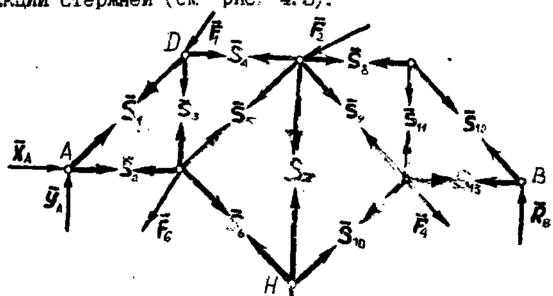
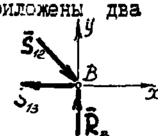
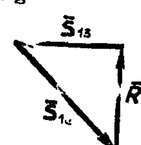


Рис. 4.3.

Расчет начнем с узла B, к которому приложены два неизвестных усилия.



Узел B: $\begin{cases}\sum F_{kx}=0;\\ \sum F_{ky}=0;\end{cases}$ $\begin{cases}R_B+S_{12}\cdot\cos45^\circ=0;\\ -S_{13}-S_{12}\cdot\cos45^\circ=0.\end{cases}$

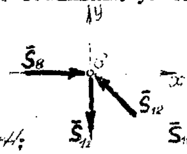


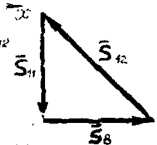
$$S_{12}=-\frac{R_B}{\cos45^\circ}=-\frac{4{,}707}{0{,}707}=-6{,}658\ кН;$$

$$S_{13}=-S_{12}\cdot\cos45^\circ=6{,}658\cdot0{,}707=4{,}707\ кН.$$

Аналогично рассматриваем равновесие остальных узлов.

Узел B: $\begin{cases} \Sigma F_{kx}=0; \\ \Sigma F_{ky}=0; \end{cases}$ $\begin{cases} S_{12}\cos 45^\circ - S_8 = 0; \\ -S_{11} - S_{12}\cdot\cos 45^\circ = 0. \end{cases}$

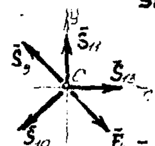




$S_8 = S_{12}\cdot\cos 45^\circ = -6{,}658\cdot 0{,}707 = -4{,}707$ кН;

$S_{11} = -S_{12}\cdot\cos 45^\circ = 6{,}658\cdot 0{,}707 = 4{,}707$ кН;

Узел C: $\begin{cases} S_{13} - S_9\cos 45^\circ - S_{10}\cos 45^\circ + F_4\cos 45^\circ = 0; \\ S_{11} + S_9\cos 45^\circ - S_{10}\cos 45^\circ - F_4\cos 45^\circ = 0; \end{cases}$

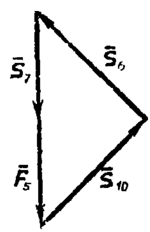


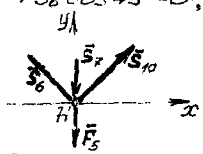
$S_{13} + S_{11} - 2S_{10}\cdot\cos 45^\circ = 0;$

$S_{10} = \dfrac{S_{11}+S_{13}}{2\cos 45^\circ} = \dfrac{4{,}707+4{,}707}{2\cdot 0{,}707} = 6{,}658$ кН;

$S_9 = (S_{13} - S_{10}\cdot\cos 45^\circ + F_4\cos 45^\circ)/\cos 45^\circ = \dfrac{2{,}121}{0{,}707} = 3$ кН.

Узел H: $\begin{cases} S_{10}\cdot\cos 45^\circ - S_6\cos 45^\circ = 0; \\ S_7 - F_5 + S_{10}\cos 45^\circ + S_6\cos 45^\circ = 0; \end{cases}$



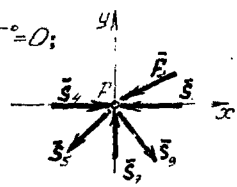


$S_6\cos 45^\circ = S_{10}\cos 45^\circ;$

$S_6 = S_{10} = 6{,}658$ кН;

$S_7 = F_5 - S_{10}\cos 45^\circ - S_6\cos 45^\circ = 4 - 2\cdot 6{,}658\cdot 0{,}707 = -5{,}414$ кН.

Узел F: $\begin{cases} S_8 - S_4 + S_9\cos 45^\circ - F_2\cos 30^\circ - S_5\cos 45^\circ = 0; \\ -S_7 - F_2\cos 60^\circ - S_5\cos 45^\circ - S_9\cos 45^\circ = 0; \end{cases}$

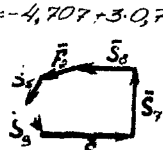


$S_5\cos 45^\circ = -S_7 - F_2\cos 60^\circ - S_9\cos 45^\circ = 2{,}293$ кН.

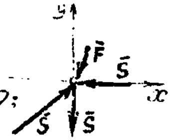
$S_5 = \dfrac{2{,}293}{0{,}707} = 3{,}243$ кН;

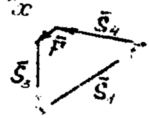
$S_4 = S_8 + S_9\cdot\cos 45^\circ - F_2\cos 30^\circ - S_5\cdot\cos 45^\circ = -4{,}707 + 3\cdot 0{,}707 - 1{,}732 -$

$-3{,}243\cdot 0{,}707 = -6{,}611$ кН.



Узел D: $\begin{cases} S_4 - S_1\cos 45^\circ - F_1 \sin 30^\circ = 0; \\ S_3 - F_1\cos 30^\circ - S_1\cos 45^\circ = 0; \end{cases}$





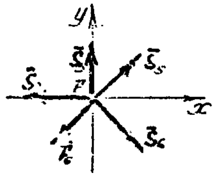
$S_1\cos 45^\circ = S_4 - F_1 \sin 30^\circ = 6{,}611 - 2\frac{1}{2} = 7{,}611$

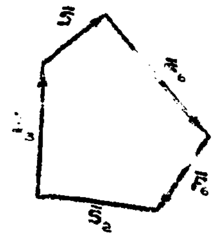
$S_1 = -\frac{7{,}611}{0{,}707} = -10{,}765$ кН;

$S_3 = F_1\cos 30^\circ \cdot S_1\cos 45^\circ = -1{,}732 + 10{,}765 \cdot 0{,}707 = 5{,}879$ кН.

Узел E: $S_5\cos 45^\circ + S_6\cos 45^\circ - S_2 - F_6\cos 60^\circ = 0;$

$S_2 = S_5 \cdot \cos 45^\circ + S_6\cos 45^\circ - F_1 \cdot \cos 60^\circ = 5$ кН.





Узел А используем для проверки решения:

$$x_A = S_2 + S_1\cos 45^\circ = \tag{4.4}$$

$$= 2{,}61 + 5 - 10{,}765 \cdot 0{,}707 = 0{,}000145 \text{ кН}.$$

$$y_A + S_1 \cdot \cos 45^\circ = \tag{4.5}$$

$$= 7{,}610 - 10{,}765 \cdot 0{,}707 = -0{,}00086 \text{ кН}.$$

Относительная погрешность решения определяется как максимальная абсолютная величина отношения невязки каждого из уравнений (4.4-4.5) к своим слагаемым, входящим в уравнение:

$$\Delta = max\left|\frac{\delta_i}{z_i}\right| = \left|\frac{-0{,}00086}{10{,}765}\right| = 0{,}00008 < 0{,}05.$$

Погрешность решения допустима.

Анализируя знаки усилий, заключаем, что стержни 2, 3, 5, 6, 9, 10, 11, 13 растянуты, стержни 1, 4, 7, 8, 12 сжаты.

4.3.3. Определение усилий в стержнях методом сечений (методом Риттера)

Определим усилия в указанных стержнях фермы (см. рис. 4.1). Проводим сечение I-I, мысленно отбрасывая правую часть фермы и заменяя ее действие на оставшуюся часть усилиями в стержнях 4, 5, 6 (см. рис. 4.2, 4.4).

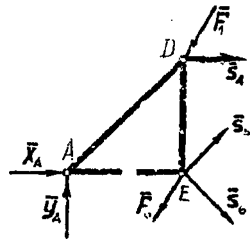


Рис. 4.4.

Составляем уравнения равновесия относительно моментных точек (точек Риттера). Такими являются точки D, E, A, в которых попарно пересекаются стержни.

$$\text{I-I)}\ \Sigma M_E(\bar{F}_k)=0;\ F_1\cos 60^\circ a - Y_A a - S_4\cdot a = 0;$$

$$S_4 = F_1\cos 60^\circ - Y_A = 2\tfrac{1}{2} - 7{,}61 = -6{,}61\ \text{кН};$$

$$\Sigma M_D(\bar{F}_k)=0;\ -Y_A\cdot a + X_A\cdot a + S_5\cos 45^\circ a + S_6\cos 45^\circ a - F_6\cos 60^\circ a = 0;$$

$$\Sigma M_A(\bar{F}_k)=0;\ -F_1\cos 30^\circ a + F_1\cos 60^\circ a - S_4 - S_5\cos 45^\circ a - S_6\cos 45^\circ a -$$

$$-F_6\cos 30^\circ a = 0.$$

$$2S_5\cos 45^\circ = Y_A - X_A + F_6\cos 60^\circ + F_1\cos 30^\circ - F_1\cos 60^\circ + S_4 + F_6\cos 30^\circ =$$

$$= 7{,}61 - 2{,}611 + 2 + 1{,}732 - 1 - 6{,}611 + 2\cdot 1{,}732 = 4{,}584;$$

$$S_5 = \frac{4{,}584}{2\cdot 0{,}707} = 3{,}243\ \text{кН};$$

$$S_6\cdot\cos 45^\circ = Y_A - X_A - S_5\cos 45^\circ + F_6\cos 60^\circ = 7{,}61 - 2{,}611 -$$

$$-3{,}243\cdot 0{,}707 + 2 = 4{,}707\ \text{кН}.$$

$$S_8 = \frac{4,707}{0,707} = 6,657 \ кН.$$

Теперь проводим сечение II-II по стержням 8, 11, 13 (см. рис 4.2) и рассматриваем равновесие правой части (см. рис. 4.5).

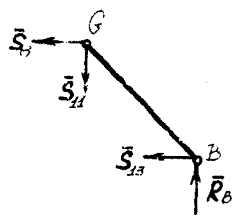


Рис. 4.5.

II-II) $\sum M_G(\bar{F}_k) = 0;$

$$-S_{13} \cdot a + R_B \cdot a = 0;$$

$$S_{13} = R_B = 4,707 \ кН.$$

$$\sum M_B(\bar{F}_k) = 0;$$

$$S_8 a + S_{11} a = 0;$$

$$S_{11} = -S_8 .$$

$$\sum F_{ky} = 0; \quad -S_{11} + R_B = 0;$$

$$S_{11} = R_B = 4,707 \ кН.$$

Сравнивая результаты расчетов по одному и другому методу, видим, что они совпадают.

4.4. Расчет фермы с помощью программы FERMA

В предусмотрена возможность проведения расчетов фермы в трех вариантах задания:
1) - основной вариант - расчет усилий в стержнях заданной фермы, используя предварительно найденные реакции опор;
2, 3) - расчет усилий в стержнях фермы при изменении угла установки подвижной опоры или угла наклона одной из приложенных активных сил.

Для облегчения записи уравнений в программе используется диалоговая форма ввода информации - программа задает вопросы и подсказывает форму ответа на них. Одновременно правильность некоторых действий пользователя контролируется программой.

Результаты решения задачи помещаются в файл FERMA.REZ, который может быть распечатан, например, с помощью команды COPY FERMA.REZ PRN.

К программе FERMA имеется приложение в виде текстового файла FERMA.TXT с подробным описанием и пояснениями методики решения задачи и рекомендациями для пользователя.

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В ОПОРНЫХ СТЕРЖНЯХ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛИТЫ

Пример 4

Приступая к решению задачи, необходимо изучить раздел "Произвольная пространственная система сил" лекционного курса.

5.1. Условие задачи

Однородная прямоугольная плита весом $\bar{G}$ удерживается в равновесии при помощи шести стержней, прикрепленных к неподвижному основанию. Плита загружена сосредоточенными силами $\bar{P}$ и $\bar{Q}$ и парами сил с моментами M_1, M_2, M_3, плоскости действия которых соответственно параллельны плоскостям yOz, xOz, xOy. Схема плиты приведена на рис. 5.1. Положение опорных стержней; размеры плиты и ее вес; значение сил $\bar{P}$, $\bar{Q}$, точки их приложения и углы α, β, γ, образованные этими силами с осями Ox, Oy, Oz, соответственно; значения моментов пар M_1, M_2, M_3, приведены в бланке индивидуального задания синтезированного на ЭВМ.

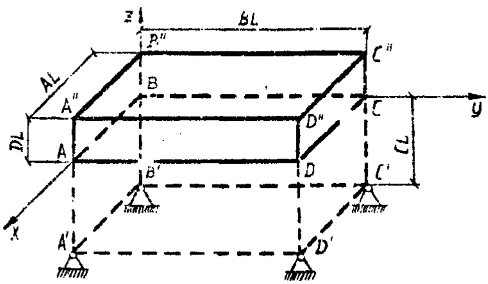


Рис. 5.1.

Требуется определить усилия в стержнях, поддерживающих плиту.

5.2. Пример решения задачи

Исходные данные:

Стержни: CA', DD', BC', DA', AB', CC'.

AL = 2,3 м; BL = 1,5 м; CL = 2,8 м; DL = 0,4 м

Вес плиты G = 31 кН

P = 13 кН приложена в точке A"; α = 60 ; β = 45 ; γ = 60

Q = 31 кН приложена в точке C"; α = 90 ; β = 90 ; γ = 0

M_1 = 49 кНм; M_2 = 0 кНм; M_3 = 0 кНм.

Решение:

1. По исходным данным и рис. 5.1. вычерчиваем схему конструкции с нагрузкой (рис. 5.2).

Определяем необходимые тригонометрические характеристики и значения углов:

$\theta = arctg\frac{AL}{CL} = arctg\frac{2,3}{2,8} = 39,4°$; $\sin\theta = 0,635$; $\cos\theta = 0,773$;

$\eta = arctg\frac{BL}{CL} = arctg\frac{1,5}{2,8} = 28,2°$; $\sin\eta = 0,472$; $\cos\eta = 0,881$;

$\psi = \operatorname{arctg}\frac{BL}{AL} = \operatorname{arctg}\frac{1,5}{2,3} = 33,1^\circ$; $\sin\psi = 0,546$; $\cos\psi = 0,838$;

$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{|A'C'|}{CL} = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{AL^2+BL^2}}{CL} = 44,4^\circ$; $\sin\varphi = 0,700$; $\cos\varphi = 0,714$.

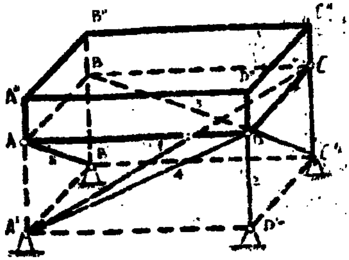


Рис. 5.2.

Мысленно отбросив опорные стержни, заменим их действие на плиту реакциями N_1 - N_6. Предполагая что стержни растянуты, направляем реакции от узлов A-D (см. рис. 5.3).

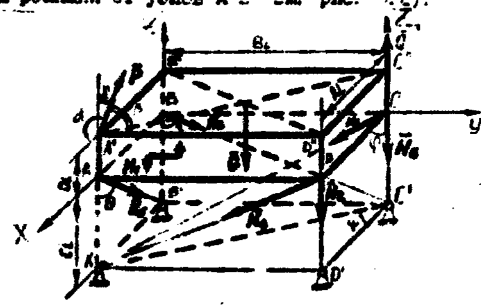


Рис. 5.3.

2. Рассмотрим равновесие плиты под действием задаваемых сил и реакций связей.

Составим уравнение равновесия:

$$\sum F_{kx}=0: \quad P\cos\alpha + N_1\sin\varphi\cos\psi - N_5\sin\theta = 0;$$

$$\sum F_{ky}=0: \quad P\cos\beta - N_1\sin\varphi\sin\psi - N_3\sin\eta - N_4\sin\eta = 0;$$

$$\sum F_{kz}=0: \quad -G + P\cos\gamma + Q - N_1\cos\varphi - N_2 - N_3\cos\eta -$$

$$- N_5\cos\theta - N_6 = 0; \tag{5.1}$$

$$\sum M_x(\bar{F}_k)=0: \quad -0{,}5BL\cdot G - DL\cdot P\cos\beta + BL\cdot Q - BL\cdot N_1\cos\varphi -$$

$$- BL\cdot N_2 - BL\cdot N_4\cos\eta - BL\cdot N_6 + M_1 = 0;$$

$$\sum M_y(\bar{F}_k)=0: \quad 0{,}5AL\cdot G + DL\cdot P\cos\alpha - AL\cdot P\cos\gamma + AL\cdot N_2 +$$

$$+ AL\cdot N_4\cos\eta + AL\cdot N_5\cos\theta = 0;$$

$$\sum M_z(\bar{F}_k)=0: \quad AL\cdot P\cos\beta - BL\cdot N_1\sin\varphi\cdot\cos\psi - AL\cdot N_4\sin\eta = 0.$$

Подставляем в уравнения равновесия известные величины и после вычисления получаем:

$$0{,}587N_1 - 0{,}655N_5 = -0{,}5;$$

$$-0{,}382N_1 + 0{,}472N_3 - 0{,}472N_4 = -9{,}19;$$

$$0{,}714N_1 + N_2 + 0{,}881N_3 + 0{,}881N_4 + 0{,}773N_5 + N_6 = 6{,}5;$$

$$1{,}07N_1 + 1{,}5N_2 + 1{,}32N_4 + 1{,}5N_6 = 68{,}6;$$

$$2{,}3N_2 + 2{,}03N_4 + 1{,}78N_5 = -23{,}3;$$

$$0{,}872N_1 + 1{,}09N_4 = 21{,}1.$$

3. Полученную систему линейных алгебраических уравнений (5.2) решаем на ПЭВМ, используя математический пакет "Eureka". Запись системы уравнений (5.2) производится в окне редактирования построчно, так что каждая строка соответствует одному уравнению равновесия (5.2). При вводе уравнений необходимо

помнить, что каждая неизвестная величина должна быть обозначена либо строчной, либо прописной буквой с соответствующим индексом.

Перед записью уравнений следует задать строку, начинающуюся с символа "точка с запятой", в которой указать свою группу, фамилию и номер варианта задачи.

Для решения уравнений переходим в окно Solve. Для вывода на печать уравнений и полученных результатов следует перейти в окно Report и при помощи команды Output задать режим Printer. Печать осуществляется по команде Go (при подключенном принтере).

Для рассматриваемого примера на ПЭВМ получены следующие значения усилий в стержнях.

$N_1 = -65{,}4$ кН; $N_2 = -34{,}8$ кН; $N_3 = -0{,}32$ кН;

$N_4 = 72{,}1$ кН; $N_5 = -50{,}2$ кН; $N_6 = 63{,}8$ кН;

Знаки усилий указывают, что стержни 1, 2, 3, 5 - сжаты, стержни 4, 6 - растянуты.

4. Для проверки решения составим дополнительные три уравнения моментов относительно вспомогательных осей X_1, Y_2, Z_3 (задаются преподавателем)

Например

$$\sum M_{Z_1}(\bar{F}_k) = BL \cdot P\cos\alpha + AL \cdot P\cos\beta - AL \cdot N_4 \sin\gamma - BL \cdot N_5 \sin\theta =$$

$$= 1{,}5 \cdot 13 \cdot \cos 60^\circ + 2{,}3 \cdot 13 \cos 45^\circ - 2{,}3 \cdot 72{,}1 \cdot 0{,}472 -$$

$$- 1{,}5 \cdot (-50{,}2) \cdot 0{,}635 = 78{,}7 - 78{,}3 = 0{,}4 \neq 0.$$

Погрешность

$$\delta = \frac{0{,}4 \cdot 100}{78{,}7} = 0{,}51\,\% < 3\%$$

3% (допустимо).

6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ КОЛОННЫ

Пример 5

Для заданной плоской фигуры, составленной из нескольких элементов, определить положение центра тяжести.

Координаты центра тяжести плоской фигуры определяются по формулам

$$\begin{cases} x_c = \dfrac{S_y}{F}; \\ y_c = \dfrac{S_x}{F}. \end{cases}$$

Здесь $\begin{cases} S_y = \sum F_k x_k; \\ S_x = \sum F_k y_k. \end{cases}$ – статические момента фигуры относительно осей x, y;

F_k – площади составных частей фигуры;

X_k, Y_k – координаты центров тяжести этих частей;

F – площадь всей фигуры.

Если плоская фигура имеет вырез, то площадь этого выреза берется с отрицательным знаком.

При решении задачи все данные заносятся в таблицу:

Номер элемента	F_k	x_k	y_k	$S_{ky} = F_k x_k$	$S_{kx} = F_k y_k$
Σ		-	-		

Схемы сечений приведены в приложении 1. При выполнении задания сечение должно быть вычерчено в масштабе.

Пример выполнения задачи

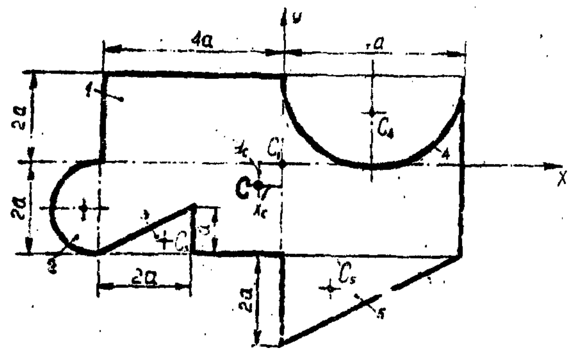


Рис. 6.1.

Решение:

Разбиваем фигуру на пять простых составных элементов (см. рис. 6.1):

прямоугольник 1 размерами 8a x 4a;

полукруг 2 радиуса $R_2 = a$;

треугольник 3 (вырез);

полукруг 4 радиуса $R_4 = 2a$ (вырез);

треугольник 5.

Вводим систему координат xy с началом в центре тяжести C_1 прямоугольника 1.

Определяем площади F и координаты x, y центров тяжести C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 составных элементов.

Прямоугольник 1

$F_1 = 8a \cdot 4a = 32a^2;$

$x_1 = 0;$

$y_1 = 0.$

Полукруг 2

$F_2 = \frac{\pi R_2^2}{2} = \frac{\pi a^2}{2} = 1,57a^2;$

$x_2 = -\left(4a + \frac{4a}{3\pi}\right) = -4,42a;$

$y_2 = -a.$

Треугольник 3

$F_3 = -\frac{1}{2} 2a \cdot a = -a^2;$

$x_3 = -\left(2a + \frac{2a}{3}\right) = -\frac{8}{3}a = -2,67a;$

$y_3 = -\left(2a - \frac{a}{3}\right) = -\frac{5}{3}a = -1,67a.$

Полукруг 4

$F_4 = \frac{\pi R_4^2}{2} = -6,28a^2;$

$x_4 = 2a;$

$y_4 = \left(2a - \frac{4R_4}{3\pi}\right) = 1,15a.$

Треугольник 5

$F_5 = \frac{1}{2} 4a \cdot 2a = 4a^2;$

$x_5 = \frac{4a}{3} = 1,33a;$

$y_5 = -\left(2a + \frac{2a}{3}\right) = -\frac{8}{3}a = -2,67a.$

Составляем таблицу:

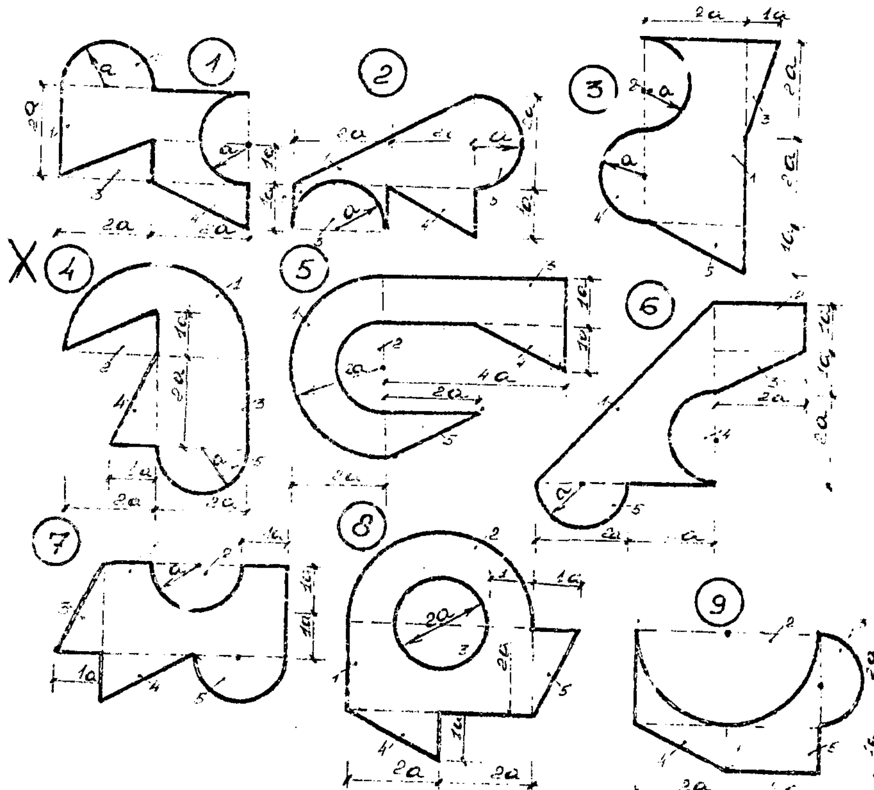
Номер элемента	F_k	X_k	Y_k	$S_{ky} = F_k X_k$	$S_{kx} = F_k Y_k$
1	32 a	0	0	0	0
2	1,57 a	-4,42 a	-a	-6,94 a	-1,57 a
3	-a	-2,67 a	-1,67 a	2,67 a	1,67 a
4	-6,28 a	2 a	1,15 a	-12,56 a	-7,22 a
5	4 a	1,33 a	-2,67 a	5,32 a	-10,68 a
	30,29 a^2	-	-	-11,61 a^3	-17,8 a^3

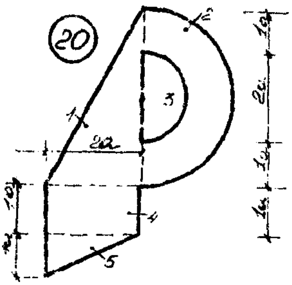
Вычисляем координаты центра тяжести фигуры x , y :

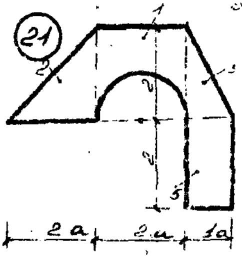
$$x_c = \frac{S_y}{F} = -\frac{11{,}61a^3}{30{,}29a^2} = -0{,}38a; \quad y_c = \frac{S_x}{F} = -\frac{17{,}8a^3}{30{,}29a^2} = -0{,}59a.$$

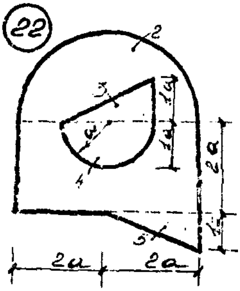
Наносим центр тяжести на чертеж (см. рис. 6.1).

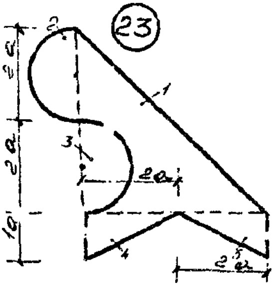
ПРИЛОЖЕНИЕ I.

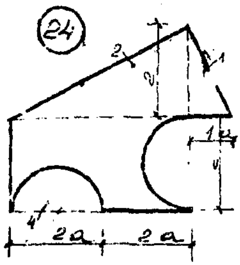


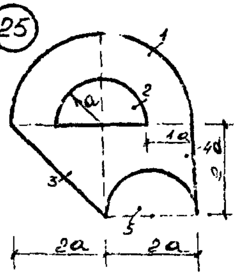

20
2a
1a
2a
1a
1a

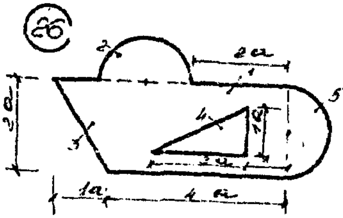

21
2a
2a
1a

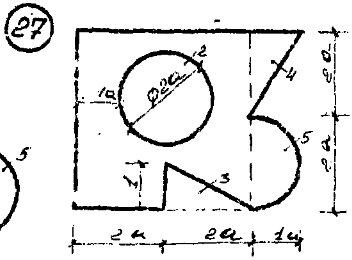

22
1a
1a
2a
2a
2a

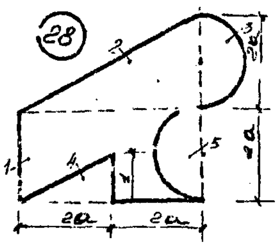

23
2a
2a
1a
2a
2a

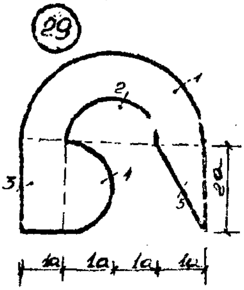

24
1a
2a
2a

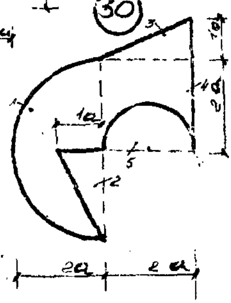

25
a
1a
4a
2a
2a

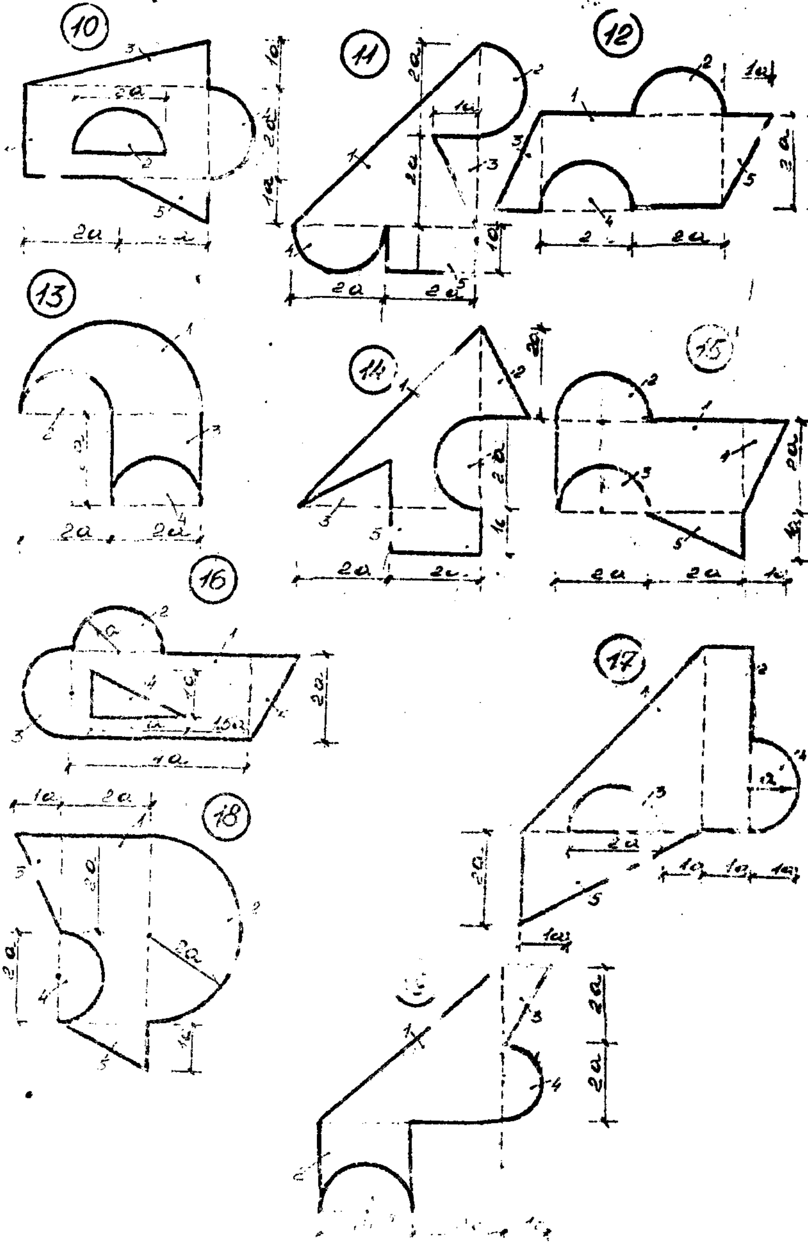

26
2a
2a
1a
1a
4a


27
1a
φ2a
2a
2a
2a
2a
1a

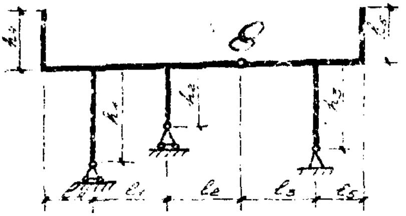

28
2a
2a
2a

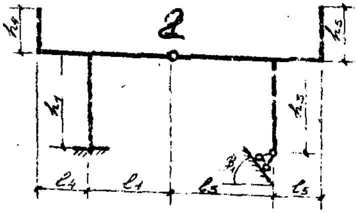

29
2a
1a
1a
1a
1a

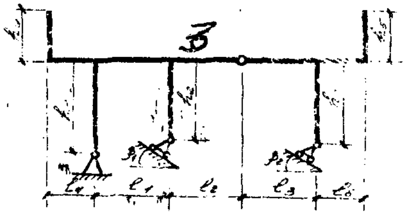

30
1a
1a
4a
2a
2a

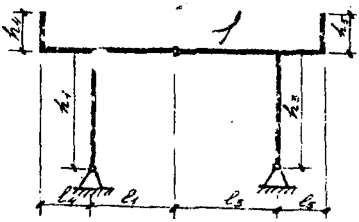

10
11
12
13
14
15
16
17
18

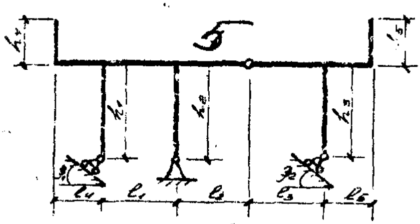
Приложение II

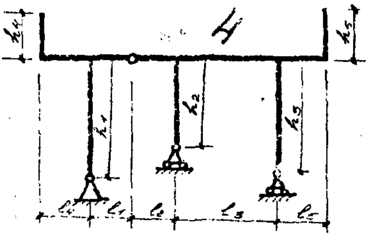


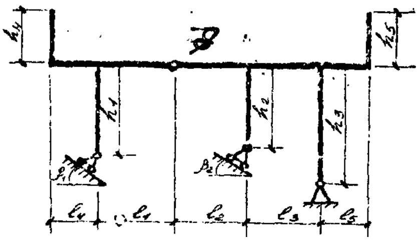


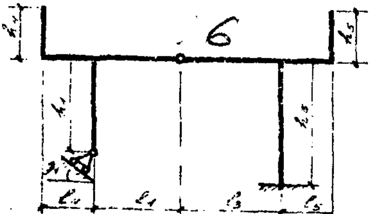


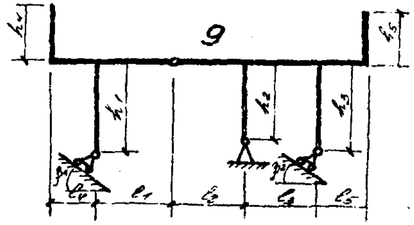








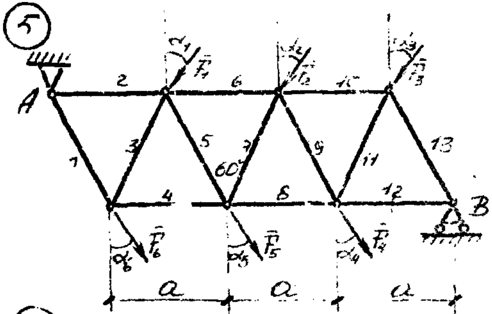




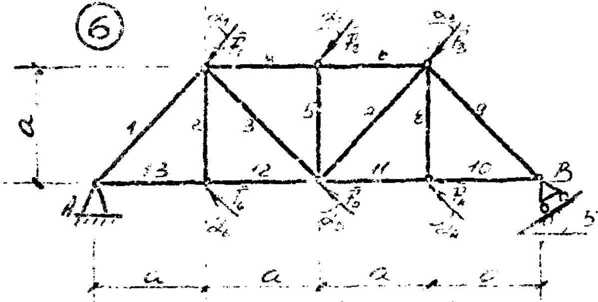
ПРИЛОЖЕНИЕ I 1.

NN вар.	F_1 кН	F_2 кН	F_3 кН	F_4 кН	F_5 кН	F_6 кН	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
1	0	2	3	2	4	3	-	45°	30°	45°	0	60°
2	2	0	2	3	3	5	45°	-	30°	60°	30°	0
3	3	2	0	3	4	4	30°	60°	-	45°	0	30°
4	3	4	3	0	2	5	45°	30°	-30°	-	60°	0
5	2	3	4	2	0	3	30°	45°	0	60°	-	30°
6	3	2	2	5	4	0	-30°	60°	30°	0	60°	-
7	4	5	4	5	0	2	45°	-30°	0	60°	-	-30°
8	2	4	2	0	3	3	-30°	0	30°	-	-45°	45°
9	5	3	0	[illegible]	2	2	0	60°	-	30°	60°	45°
10	2	0	2	4	3	5	30°	-	-30°	60°	-30°	0
11	0	5	4	2	3	3	-	0	30°	60°	-45°	45°
12	3	0	3	5	4	2	-30°	-	30°	0	60°	-30°
13	3	3	0	2	5	4	45°	60°	-	60°	0	30°
14	2	5	4	0	3	2	30°	0	-30°	-	-45°	45°
15	3	2	2	4	0	5	-30°	45°	30°	45°	-	0
16	4	4	3	2	5	0	45°	30°	-30°	60	0	-
17	2	5	3	3	0	4	-30°	0	30°	45°	-	-30°
18	5	2	4	0	3	2	0	-30°	30°	-	60°	-30°
19	2	4	0	5	3	2	45°	0	-	60°	-45°	45°
20	2	0	3	3	5	4	-30°	-	30°	45°	0	30°
21	0	5	5	3	2	4	-	60°	-30°	45°	-45°	0
22	3	0	3	5	4	2	45°	-	30°	60°	[illegible]	45°
23	5	4	0	3	3	2	30°	-30°	-	0	60°	[illegible]
24	2	5	4	0	3	3	45°	60°	0	-	60°	30
25	3	4	3	5	0	2	-30°	0	30°	60°	-	-30°

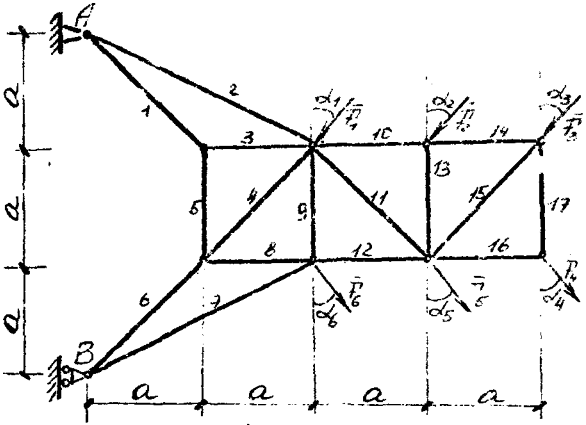
5



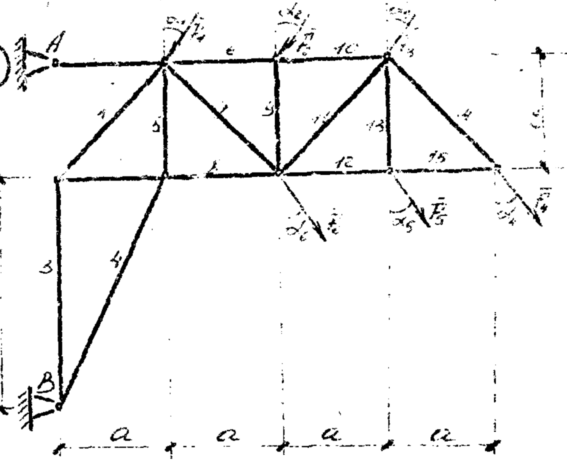
6

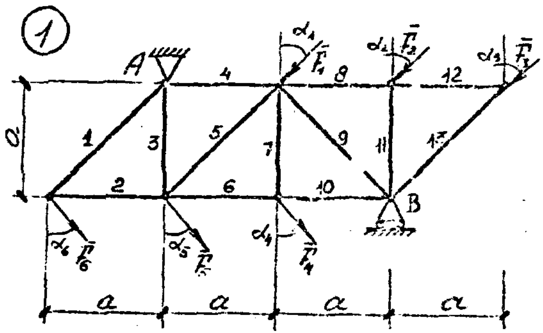


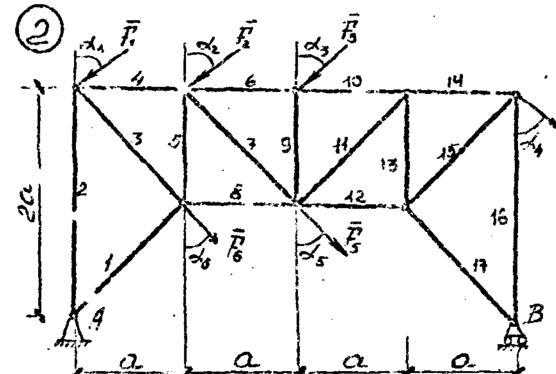
7

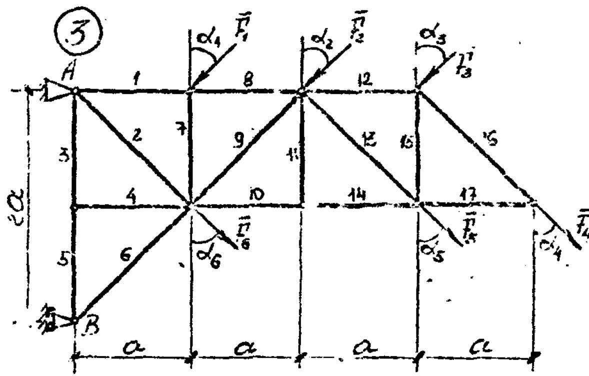


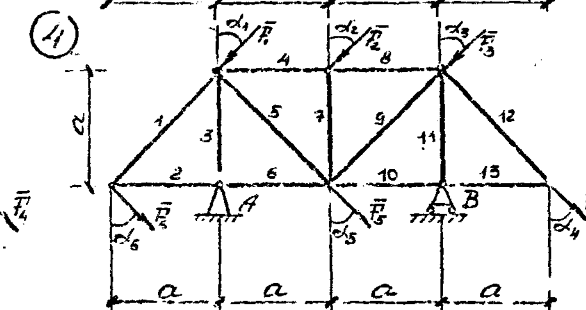
8

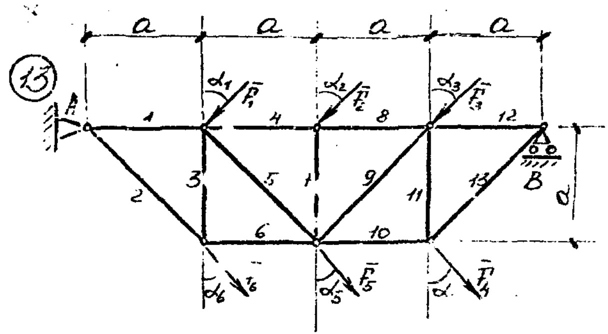


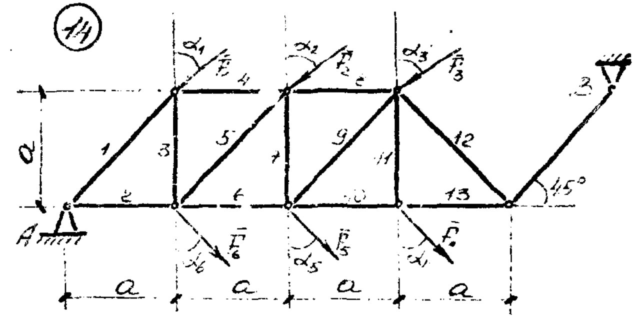

1
A
B
a
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
α_1 α_2 α_3 α_4 α_5 α_6
$\bar{F}_1$ $\bar{F}_2$ $\bar{F}_3$ $\bar{F}_4$ $\bar{F}_5$ $\bar{F}_6$

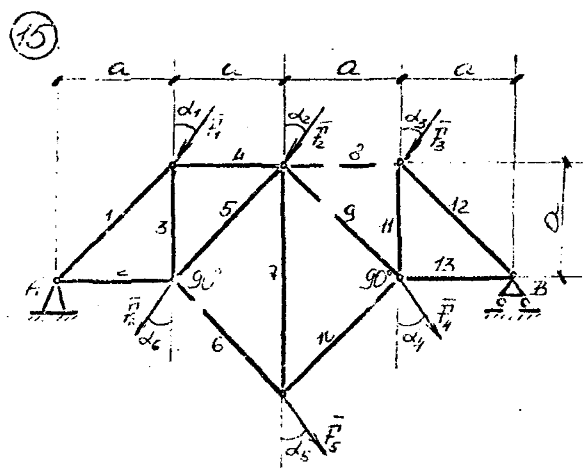

2
A
B
2a
a
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
α_1 α_2 α_3 α_4 α_5 α_6
$\bar{F}_1$ $\bar{F}_2$ $\bar{F}_3$ $\bar{F}_4$ $\bar{F}_5$ $\bar{F}_6$

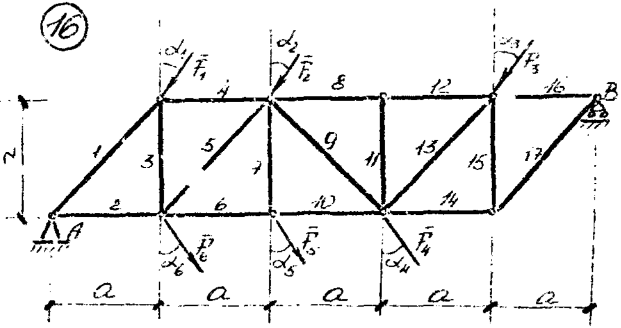

3
A
B
2a
a
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
α_1 α_2 α_3 α_4 α_5 α_6
$\bar{F}_1$ $\bar{F}_2$ $\bar{F}_3$ $\bar{F}_4$ $\bar{F}_5$ $\bar{F}_6$

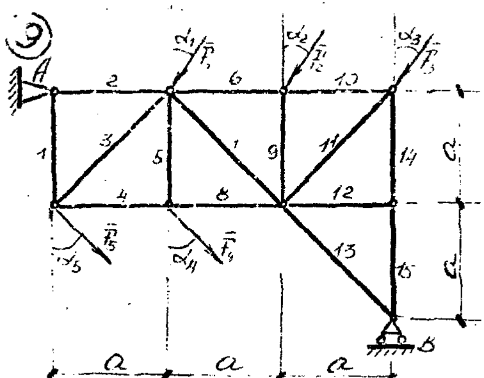

4
A
B
a
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
α_1 α_2 α_3 α_4 α_5 α_6
$\bar{F}_1$ $\bar{F}_2$ $\bar{F}_3$ $\bar{F}_4$ $\bar{F}_5$ $\bar{F}_6$

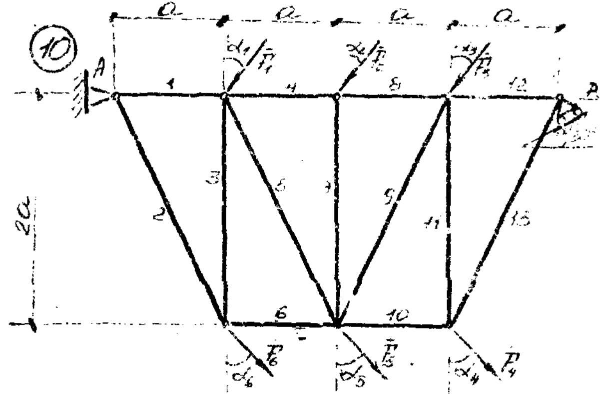

13
a a a a
A
B
α_1 $\bar{F}_1$
α_2 $\bar{F}_2$
α_3 $\bar{F}_3$
α_4 $\bar{F}_4$
α_5 $\bar{F}_5$
α_6 $\bar{F}_6$
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

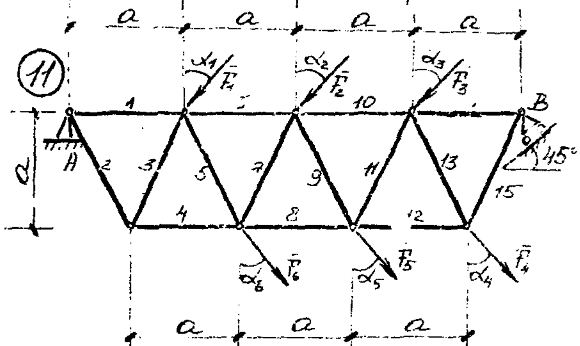

14
A
B
45°
a a a a
α_1 $\bar{F}_1$
α_2 $\bar{F}_2$
α_3 $\bar{F}_3$
α_4 $\bar{F}_4$
α_5 $\bar{F}_5$
α_6 $\bar{F}_6$
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

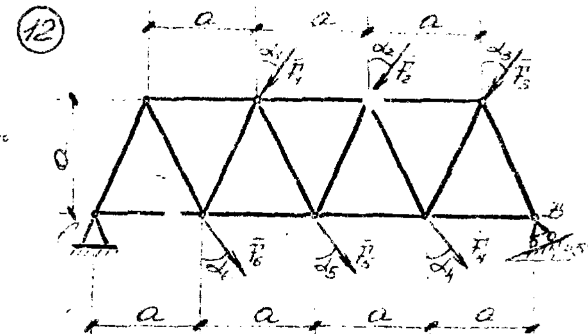

15
a a a a
A
B
90° 90°
α_1 $\bar{F}_1$
α_2 $\bar{F}_2$
α_3 $\bar{F}_3$
α_4 $\bar{F}_4$
α_5 $\bar{F}_5$
α_6 $\bar{F}_6$
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13


16
A
B
a a a a a
α_1 $\bar{F}_1$
α_2 $\bar{F}_2$
α_3 $\bar{F}_3$
α_4 $\bar{F}_4$
α_5 $\bar{F}_5$
α_6 $\bar{F}_6$
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

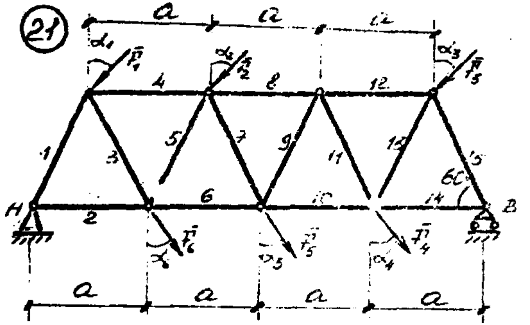

9
A
B
a


10
A
B
a
2a

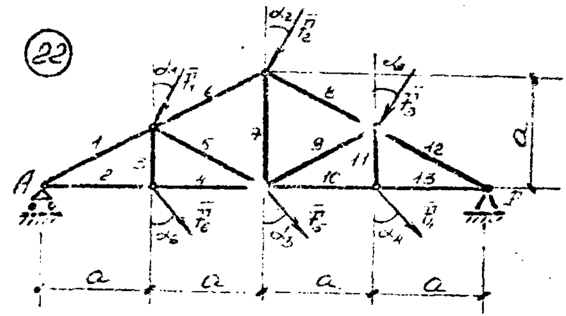

11
A
B
a
45°


12
B
a

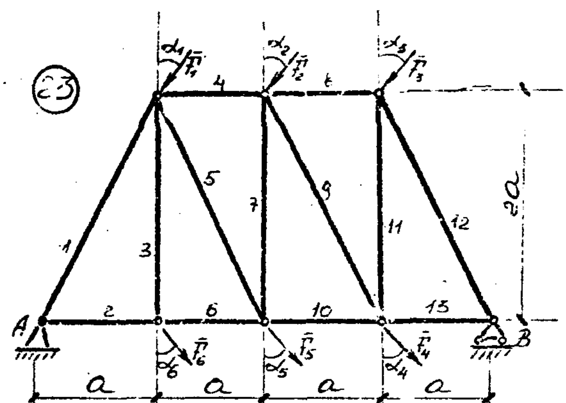
21



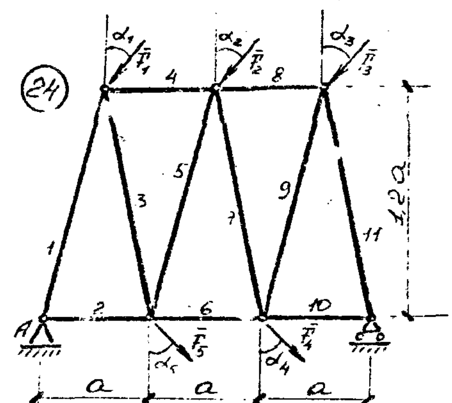
22

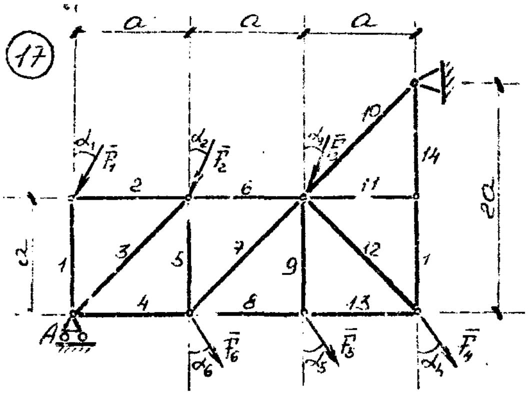


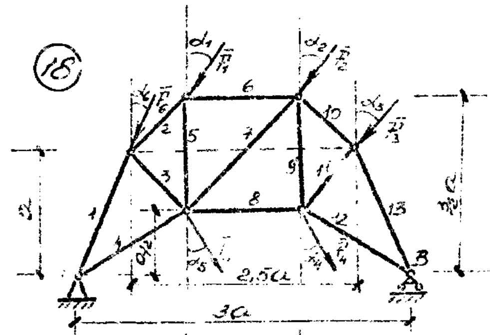
23

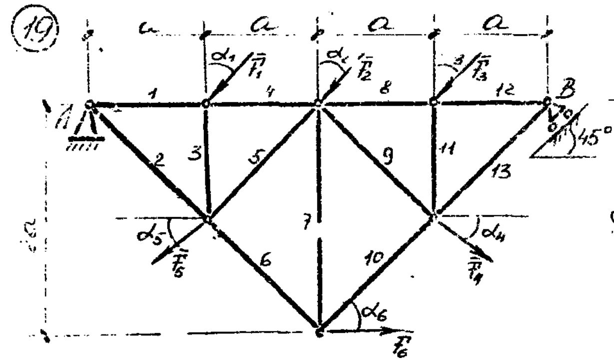


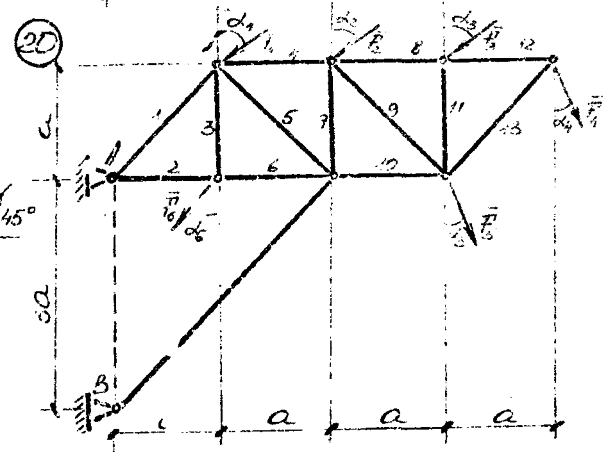
24



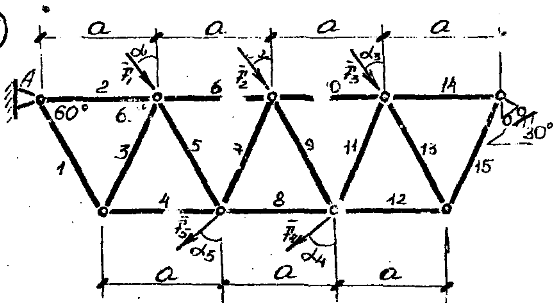

17


18

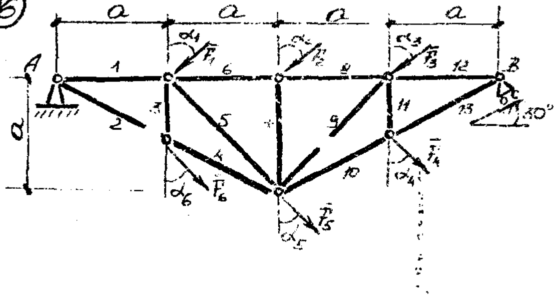

19


20

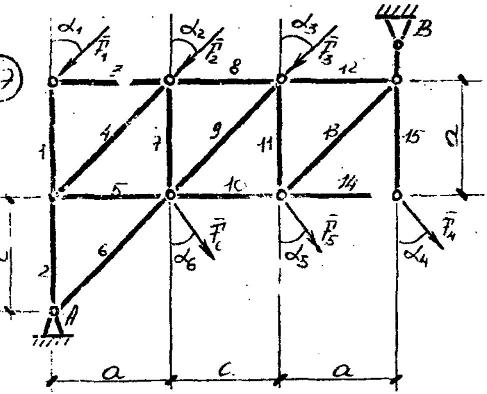
25


a a a a
A
60°
30°
$\vec{F}_1$ $\vec{F}_2$ $\vec{F}_3$ $\vec{F}_4$ $\vec{F}_5$
α_1 α_3 α_4 α_5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
a a a

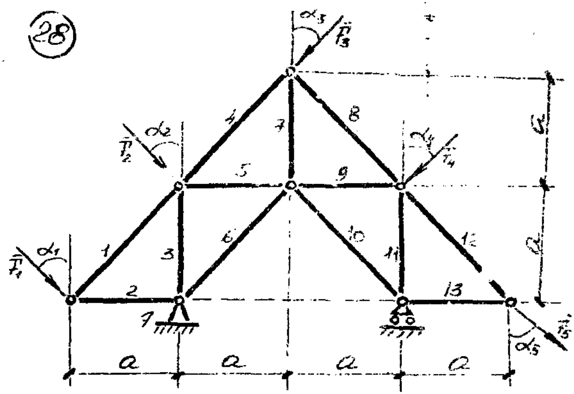
26


a a a a
A
B
a
30°
$\vec{F}_1$ $\vec{F}_2$ $\vec{F}_3$ $\vec{F}_4$ $\vec{F}_5$ $\vec{F}_6$
α_1 α_2 α_3 α_4 α_5 α_6
1 2 3 4 5 6 8 9 10 11 12 13

27


α_1 α_2 α_3 α_4 α_5 α_6
$\vec{F}_1$ $\vec{F}_2$ $\vec{F}_3$ $\vec{F}_4$ $\vec{F}_5$ $\vec{F}_6$
B
A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
a
c
a c a

28


α_1 α_2 α_3 α_4 α_5
$\vec{F}_1$ $\vec{F}_2$ $\vec{F}_3$ $\vec{F}_4$ $\vec{F}_5$
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
a a a a

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители: Воробьёв Виктор Петрович
Санюков Михаил Иванович
Хвисевич Виталий Михайлович

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к курсовой работе по
теоретической механике

СТАТИКА

(для студентов специальностей 29.03,
29.06, 29.03, 31.10)

Ответственный за выпуск Хвисевич В.М.
Редактор Строкач Т.В.

Подписано к печати 6.02.96 г. Формат 60x84/16. Усл.п.л.2,7.
Уч.изд.л.3,0. Заказ № 55. Тир. 200 экз. Бесплатно. Отпечатано
на ротапринте Брестского политехнического института.
224017. Брест, ул.Московская,267.