

**Министерство образования Республики Беларусь**

**Брестский политехнический институт**

**Кафедра строительной механики**

**Задания и методические указания  
к расчетно-проектировочным работам  
по строительной механике**

Для студентов специальностей:

Т.19.02 – «Производство строительных изделий  
и конструкций»;

Т.19.03 – «Строительство дорог и транспортных  
объектов»;

Г.11.15 – «Архитектура».

**Брест 2000**

**Задания и методические указания  
к расчетно-проектировочным работам  
по строительной механике.**

Для студентов специальностей:

- Т.19.02 - «Производство строительных изделий и конструкций»;
- Т.19.03 - «Строительство дорог и транспортных объектов»;
- Г.11.15 - «Архитектура».

УДК 624.04

Задания и методические указания к расчетно-проектировочным работам по строительной механике для студентов специальностей: Т.19.02 – «Производство строительных изделий и конструкций»; Т.19.03 – «Строительство дорог и транспортных объектов»; Г.11.15 – «Архитектура». / Сост. И.С. Сыроквашко; Брестский политехнический институт. – Брест, 2000. – 40 с., 11 илл.

Задания на расчетно-проектировочные работы содержат комплекс задач по строительной механике в соответствии с учебными планами для данных специальностей. К каждому заданию приводятся методические указания по их выполнению, даны примеры расчета.

Составитель: И.С. Сыроквашко, доцент, к.т.н.

Рецензент: А.Я. Найчук, директор научно-технического центра Госстроя Республики Беларусь в г. Бресте, к.т.н.

### Требования к оформлению расчетно-проектировочных работ.

1. Работа выполняется в карандаше или в туши (по желанию студента) на листах писчей бумаги размером 297x210 мм.
2. Все чертежи должны быть выполнены с соблюдением масштаба. Все чертежи и записи должны равномерно располагаться по всей площади листа.
3. Перед решением каждой задачи необходимо вычертить заданную схему со всеми нагрузками и указать на ней все размеры и величины нагрузок в буквах и цифрах (например:  $l_1 = 10$  м,  $P = 5$  кН). Решение задачи должно сопровождаться краткими, последовательными пояснениями. На эпюрах и линиях влияния должны быть проставлены значения всех характерных ординат. Все чертежи и эпюры должны быть обозначены.
4. Не следует приводить подробности арифметических расчетов. Записывается только арифметическое действие и ответ.
5. Исходные данные для решения задачи выбираются студентом из таблиц вариантов в соответствии с полученным шифром.

## Задача № 1.

Расчет статически определимой многопролетной балки.

Задание: для балки, выбранной согласно шифру (табл. 1, рис. 1) требуется:

1. Построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил от заданной нагрузки.
2. Построить линии влияния двух опорных реакций (по выбору студента), линии влияния "М" и "Q" для трех указанных сечений.
3. С помощью линий влияния вычислить значения усилий "М" и "Q" в заданных сечениях и сравнить их со значениями, полученными аналитически.

Таблица 1.

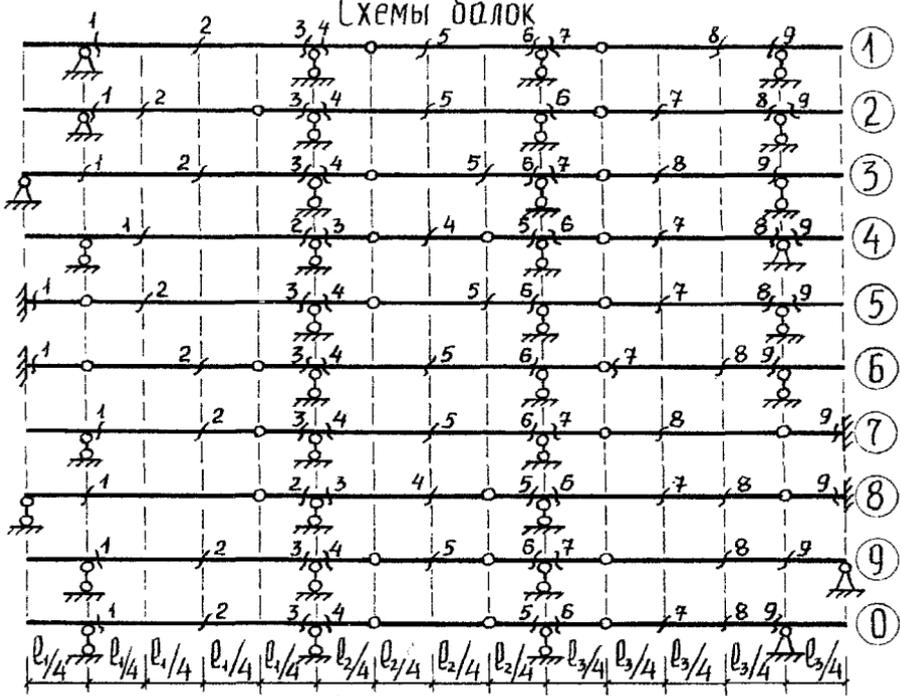
Номер строки	Номер схемы	Номер нагрузки	$l_1$ м	$l_2$ м	$l_3$ м	$P_1$ кН	$P_2$ кН	$q_1$ кН/м	$q_2$ кН/м	Номер сечения
1	1	0	6,0	8,0	9,2	5,0	9,0	2,0	3,0	1,3,8
2	2	9	6,2	7,6	8,8	5,2	9,5	2,2	3,5	2,6,9
3	3	8	6,4	7,2	9,0	5,4	10,0	2,4	3,8	1,5,9
4	4	7	6,6	6,8	8,6	5,6	10,5	2,6	4,0	2,5,6
5	5	6	6,8	6,4	8,4	5,8	11,0	2,5	4,2	3,7,8
6	6	5	7,0	7,4	8,2	6,0	12,0	2,8	4,4	1,3,7
7	7	4	7,2	7,8	8,0	6,4	11,5	3,0	4,6	2,4,6
8	8	3	7,4	8,2	7,6	6,2	8,0	3,2	5,0	9,7,3
9	9	2	7,6	6,6	7,2	6,6	7,0	3,4	5,2	4,7,9
0	0	1	7,8	7,6	7,4	6,8	6,0	3,6	3,6	1,5,7
Шифр										

### Методические указания.

При расчете многопролетной разрезной балки в первую очередь необходимо представить схему взаимодействия отдельных простых балок между собой. Для этого строится так называемая «поэтажная схема» многопролетной балки. Для построения «поэтажной схемы» нужно выявить основные и второстепенные балки, что делается путем разрезания многопролетной балки по промежуточным шарнирам. Те балки, которые окажутся способными нести заданную нагрузку, считаются основными. Второстепенные балки имеют только одну наемную опору или не имеют их вообще. Недостающими опорами для них являются соединительные шарниры.

После построения «поэтажной схемы» заданная многопролетная балка может рассматриваться как совокупность простых однопролетных балок.

### Схемы балок



### Схемы нагрузок

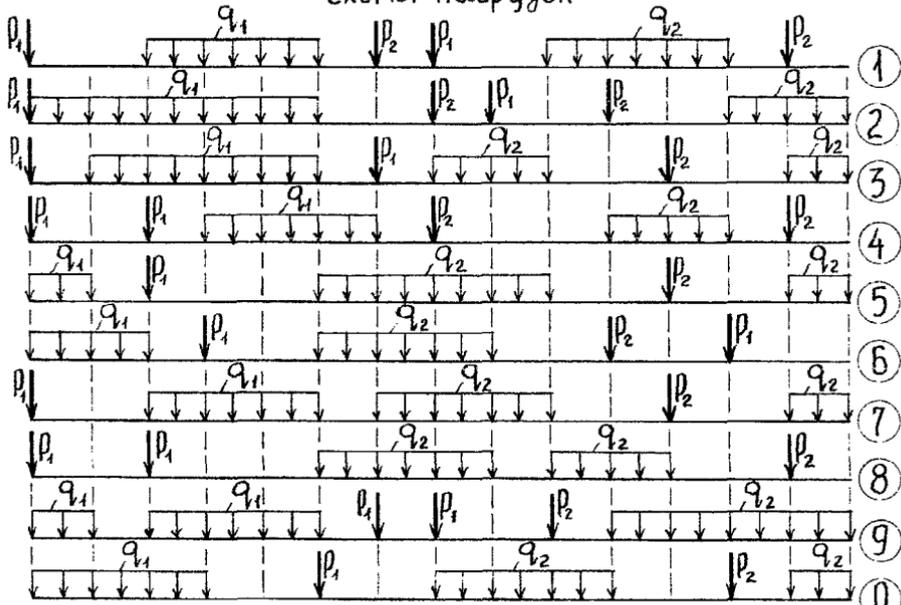


Рис. 1

На каждую нижележащую балку нужно учесть действующую на нее заданную внешнюю нагрузку и давление вышележащих балок (опорные реакции, взятые с обратным направлением).

Расчет следует начинать с самой верхней второстепенной балки. Каждая балка рассчитывается на действующую на нее внешнюю нагрузку и давление от вышележащих балок.

При действии на балку внешней нагрузки в ней могут возникать 3 вида внутренних усилий: изгибающие моменты, поперечные и продольные силы. Последние могут возникать в балках при действии наклонных или действующих вдоль оси балки внешних сил.

Изгибающим моментом в каком-либо сечении конструкции называется внутренняя пара сил, численно равная сумме моментов всех внешних сил, включая опорные реакции, расположенных с одной стороны от сечения, относительно центра тяжести данного сечения.

Поперечной (перерезывающей) силой в каком-либо сечении называется сумма проекций всех внешних сил, расположенных с одной стороны от сечения на нормаль к оси стержня в данном сечении.

Продольной силой в каком-либо сечении называется сумма проекций всех внешних сил, расположенных с одной стороны от сечения, на касательную к оси стержня (при прямолинейном стержне - на ось стержня) в данном сечении.

Поперечная сила в сечении считается положительной, если она стремится повернуть отсеченную часть конструкции по часовой стрелке.

Продольная сила в сечении считается положительной, если она вызывает растяжение в рассматриваемом сечении конструкции (направлена от сечения).

Ординаты эпюры изгибающих моментов откладываются со стороны растянутых волокон балки. Знаки на эпюре изгибающих моментов не ставят, но обязательно нужно указывать значения ординат эпюры во всех характерных сечениях балки. Положительные ординаты эпюры поперечных сил откладываются сверху от оси балки с указанием знака поперечной силы.

Для построения эпюр внутренних усилий полезно запомнить ряд правил:

1. На прямолинейном незагруженном участке стержня эпюра моментов прямолинейна, а эпюра поперечных сил параллельна оси.
2. На участке стержня, где приложена равномерно распределенная нагрузка, эпюра моментов очерчена по квадратной параболе, обращенной выпуклостью в сторону действия нагрузки и имеющей стрелку, равную  $\frac{q \cdot l^2}{8}$ , а эпюра поперечных сил прямолинейна и наклонна к оси.

3. В сечении стержня, где приложена сосредоточенная сила, эпюра моментов имеет излом, острием направленный в сторону действия силы, а эпюра поперечных сил получает скачок, равный величине силы, умноженной на синус угла наклона силы к оси стержня.
4. В точке приложения сосредоточенного внешнего момента, эпюра моментов получает скачок на величину момента, эпюра поперечных сил не изменяется.

Построение линий влияния внутренних усилий и опорных реакций выполняется в следующей последовательности:

1. Составляется схема взаимодействия простых однопролетных балок.
2. Строится линия влияния искомого усилия для той однопролетной балки, которой принадлежит данная опора или данное поперечное сечение.
3. Линии влияния распространяются на все вышележащие балки, опирающиеся на данную.
4. Вычисляются ординаты во всех характерных сечениях из подобия треугольников.

### Пример.

Для балки, расчетная схема которой изображена на рис. 2, построить эпюры изгибающих моментов, поперечных сил от постоянной нагрузки. Построить линию влияния реакции опоры С, изгибающего момента и поперечной силы в сечении I и определить по ним усилия от постоянной нагрузки.

Решение.

Изображаем схему взаимодействия отдельных элементов балки (рис. 2б). Расчет начинаем с определения опорных реакций второстепенных балок АВ и ЕФ.

Из уравнения  $\sum M_B = 0$  для балки АВ находим

$$R_A \cdot 4 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 0; \quad R_A = 18 \text{ кН.}$$

$$\sum M_A = 0; \quad 4 \cdot 6 \cdot 1 - R_B \cdot 4 = 0; \quad R_B = 6 \text{ кН.}$$

Для балки ЕФ

$$\sum M_E = 0; \quad -8 + R_F \cdot 4 = 0; \quad R_F = 2 \text{ кН.}$$

$$\sum M_F = 0; \quad -8 + R_E \cdot 4 = 0; \quad R_E = 2 \text{ кН.}$$

Полученные реакции  $R_B$  и  $R_E$  с обратным направлением

прикладываем к балке CD (рис. 2в).

$$\sum M_C = 0; \quad -6 \cdot 2 + 20 \cdot 4 - R_D \cdot 8 + 2 \cdot 10 = 0; \quad R_D = 11 \text{ кН.}$$

$$\sum M_D = 0; \quad -6 \cdot 10 - 20 \cdot 4 + R_C \cdot 8 + 2 \cdot 2 = 0; \quad R_C = 17 \text{ кН.}$$

Учитывая, что изгибающий момент в любом сечении равен сумме моментов всех внешних сил (включая опорные реакции), расположенных с одной стороны от сечения, относительно центра тяжести данного сечения,

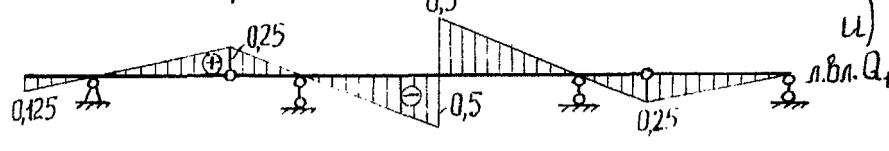
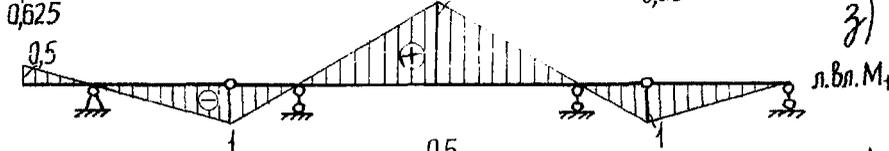
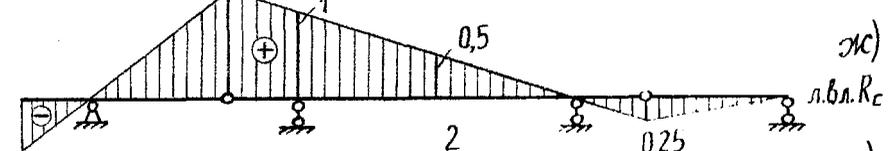
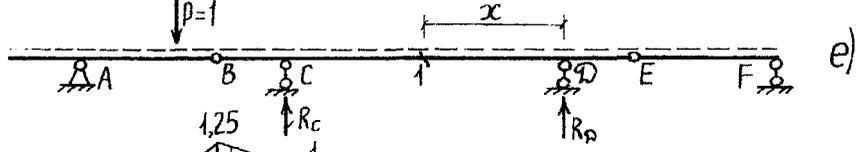
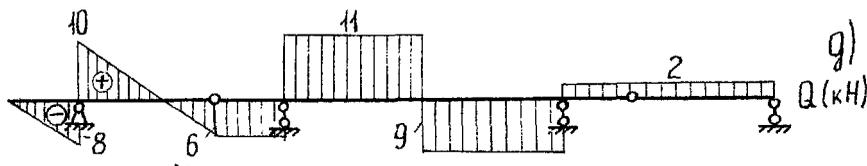
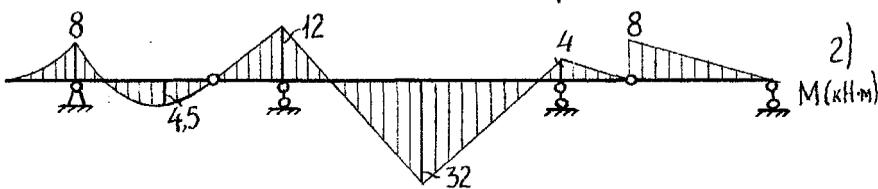
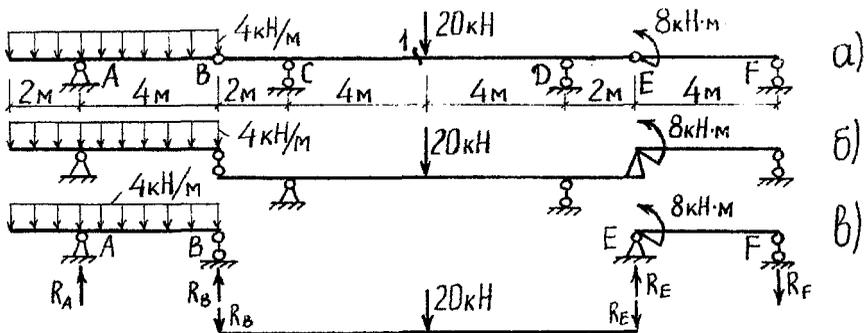


Рис.2

а поперечная сила в сечении равна сумме проекций всех сил с одной стороны от сечения на перпендикуляр к оси стержня в данном сечении, строим эпюры изгибающих моментов и поперечных сил в балке (рис. 2г, 2д). При построении эпюр рассматриваем отдельные однопролетные балки с их нагрузкой и опорными реакциями и объединяем эти эпюры на одной оси многопролетной балки.

Для построения линий влияния (л.в.) усилий в балке рассматриваем балку, находящуюся под воздействием только одной подвижной сосредоточенной силы  $P = 1$ .

При построении л.в.  $R_C$  рассмотрим балку CD. Расстояние до движущейся силы  $P = 1$  от опоры D обозначим  $X$ , составим уравнение моментов всех сил балки CD относительно опоры D.

$$\sum M_D = 0; \quad -P \cdot X + R_C \cdot 8 = 0; \quad R_C = \frac{1 \cdot X}{8}$$

при  $X = 8$   $R_C = 1$ ; при  $X = 0$   $R_C = 0$ .

По полученным двум точкам проводим прямую на протяжении всей балки. Ординаты линии влияния в точках В и Е находим из подобия треугольников. При нахождении груза над опорами А и F этот груз уравновешивается опорными реакциями  $R_A$  и  $R_F$  и поэтому все усилия в любом другом сечении балки равны нулю. Соединив ординаты линий влияния в точках В и Е с нулевыми ординатами в точках А и F, получим окончательную линию влияния  $R_C$  (рис. 2ж).

Для построения линии влияния изгибающего момента в сечении 1 также рассмотрим балку CD. При движении груза слева от сечения 1 рассмотрим равновесие правой части балки

$$M_1 = R_D \cdot 4$$

Построив линию влияния опорной реакции  $R_D$  и умножив ее ординаты на 4, получим левую ветвь линии влияния  $M_1$ . При расположении груза справа от сечения 1

$$M_1 = R_C \cdot 4,$$

следовательно правая часть линии влияния  $M_1$  может быть получена умножением ординат линии влияния  $R_C$  на 4. Левая и правая части линии влияния  $M_1$  должны пересечься под сечением 1. Соединив ординаты линий влияния в точках В и Е с нулевыми ординатами в точках А и F, получим окончательную линию влияния  $M_1$  (рис. 2з).

Линию влияния поперечной силы  $Q_1$  строим аналогично предыдущей линии влияния. При движении груза слева от сечения 1:  $Q_1 = -R_D$

При движении груза справа от сечения 1:  $Q_1 = R_C$ .

Соединив крайние ординаты линий влияния в точках В и Е с нулевыми ординатами в точках А и F, получим искомую линию влияния (рис. 2и).

Для определения усилий  $R_C$ ,  $M_1$  и  $Q_1$  от постоянной нагрузки нужно каждую из сосредоточенных сил умножить на ординату л.в. под этой силой (со своим знаком), интенсивность распределенной нагрузки умножить на площадь линии влияния под этой нагрузкой, а величину сосредоточенного момента на тангенс угла наклона л.в. на прямолинейном участке этой линии влияния.

$$Z = \sum P_i \cdot y_i + \sum g_j \cdot \omega_j + \sum M_k \cdot \text{tg} \alpha_k.$$

$$R_C = 4 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 0,625 \cdot 2 \right) + 20 \cdot 0,5 + 8 \cdot \left( -\frac{0,25}{4} \right) = 17 \text{ кН};$$

$$Q_1 = -\frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot 2 \cdot 4 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot 4 + 20 \cdot 0,5 + 8 \cdot \left( -\frac{0,25}{4} \right) = 11 \text{ кП};$$

$$M_1 = 4 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 \right) + 20 \cdot 2 + 8 \cdot \left( -\frac{1}{4} \right) = 32 \text{ кНм}.$$

### Задача № 2.

Расчет трехшарнирной рамы.

Для рамы, выбранной согласно шифру (табл. 2, рис. 3) требуется:

1. Определить опорные реакции от заданной нагрузки.
2. Построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.
3. Проверить равновесие узлов и выполнение дифференциальных зависимостей (качественно).

Таблица исходных данных

Табл. 2.

Номер строки	Номер схемы	$l_1$ м	$l_2$ м	$h$ м	$q_1$ кН/м	$q_2$ кН/м	$P$ кН
0	0	3,0	2,6	1,5	2,0	1,8	10
1	1	3,2	2,8	2,0	2,4	2,7	12
2	2	3,4	3,0	2,6	2,2	2,1	14
3	3	3,6	3,2	2,5	2,8	2,3	16
4	4	3,8	3,4	3,1	3,2	2,8	18
5	5	4,0	2,4	3,5	3,0	1,9	20
6	6	4,2	3,6	4,2	3,4	2,9	15
7	7	4,4	3,8	3,0	2,6	3,1	17
8	8	4,6	4,0	3,6	2,5	3,3	8
9	9	4,8	4,2	4,5	2,3	3,6	6
Шифр							

### Методические указания.

Рамами называют системы жестко или шарнирно соединенных в узлах стержней. В обычных ломаных стержнях соединение в узлах жесткое. Число опорных стержней в них не должно превышать трех. В статически определимых трехшарнирных рамах число опорных связей обычно

Схемы трехшарнирных рам

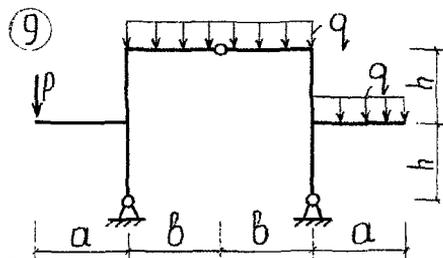
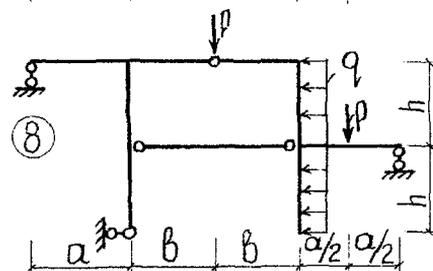
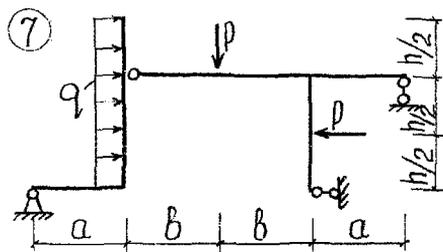
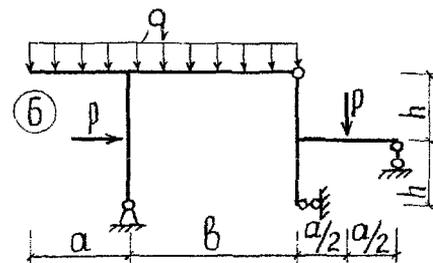
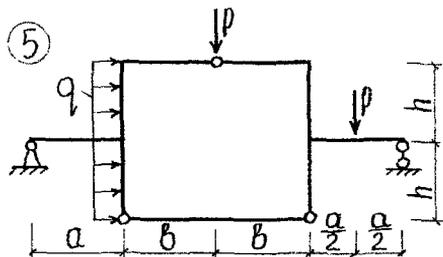
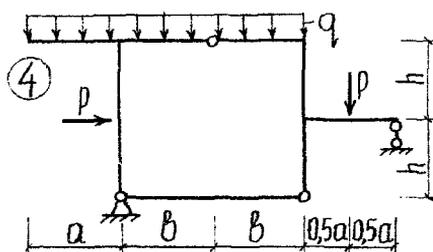
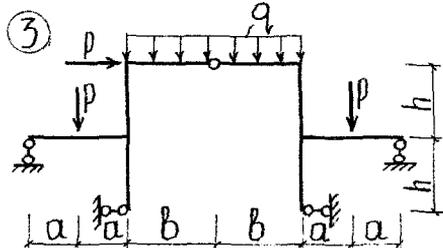
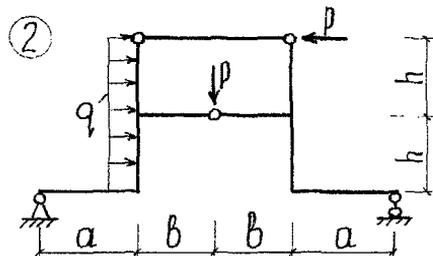
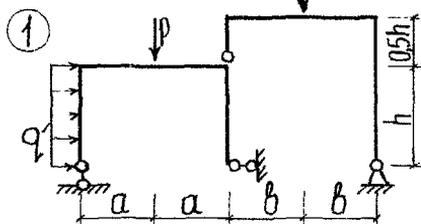
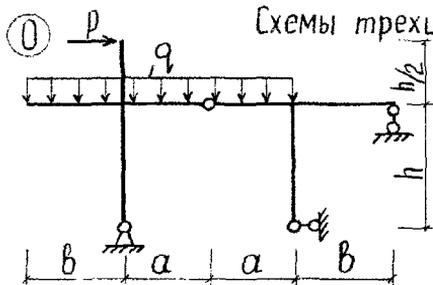


Рис.3

превышает три, и внутри рамы имеется шарнир, соединяющий две части рамы. Особенностью расчета трехшарнирной рамы является способ определения опорных реакций. Если в ломаном стержне для определения опорных реакций достаточно составить три уравнения равновесия, чтобы определить три опорные реакции, то при расчете трехшарнирной рамы для определения четырех опорных реакций необходимо составить четыре независимых уравнения равновесия. Дополнительное уравнение равновесия составляется из условия, что изгибающий момент в шарнире должен быть равен нулю, т.е. сумма моментов всех сил с одной стороны от среднего шарнира должна быть равна нулю.

При действии на раму внешней нагрузки в любом поперечном сечении стержней может возникать три вида внутренних усилий: изгибающий момент, поперечная и продольная силы.

Определение внутренних усилий в статически определимых системах выполняется на основе метода сечений, согласно которому в заданной точке стержня проводится сечение, разделяющее раму на две части, и рассматривается равновесие одной (любой из них) части. Если определяется изгибающий момент в сечении, то составляется уравнение моментов всех внешних сил (включая опорные реакции) с одной стороны от сечения относительно центра тяжести данного сечения. Если определяется поперечная сила, то составляется уравнение проекций всех сил с одной стороны от сечения на ось, перпендикулярную оси стержня. Если определяется продольная сила, то составляется уравнение проекций всех сил с одной стороны от сечения на касательную к оси стержня.

Напомним, что момент силы относительно какой-либо точки равен произведению силы на плечо (длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на линию действия силы). Сосредоточенный в сечении момент не умножается на плечо.

Для наглядного распределения усилий по всем сечениям рамы строятся эпюры внутренних усилий.

Ординаты эпюры изгибающих моментов откладываются со стороны растянутых волокон стержня.

Ординаты эпюр поперечных и продольных сил могут откладываться с любой стороны стержня, при этом, для наглядности, желательно, чтобы для участков, являющихся продолжением друг друга по прямой, ординаты одного знака откладывались с одной стороны.

### Пример расчета.

Для заданной рамы (рис. 4а) с действующими на нее внешними нагрузками построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил и проверить равновесие узлов.

Определяем опорные реакции

$$\sum M_A = 0; \quad -2 \cdot 6 \cdot 1 + 12 + 8 \cdot 4 \cdot R_D \cdot 8 = 0; \quad R_D = 14 \text{ кН}$$

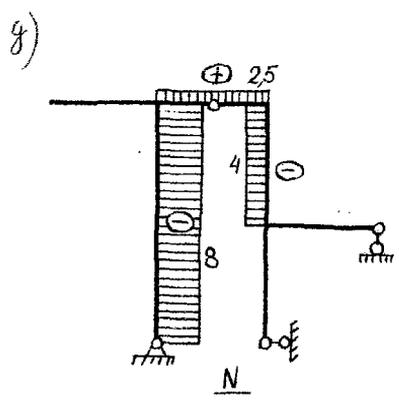
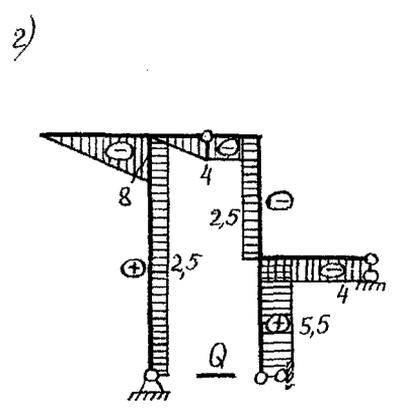
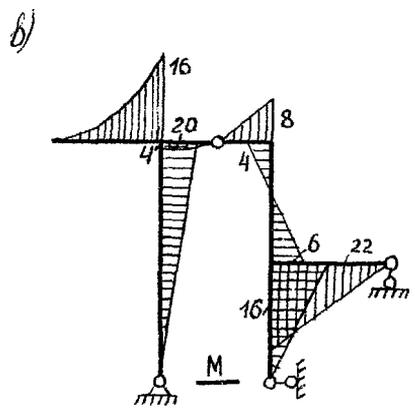
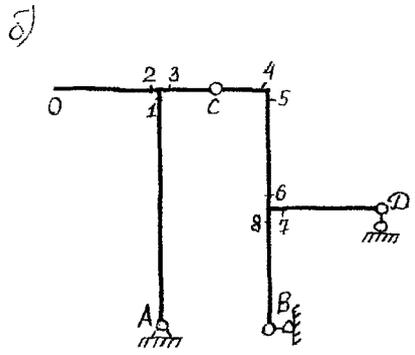
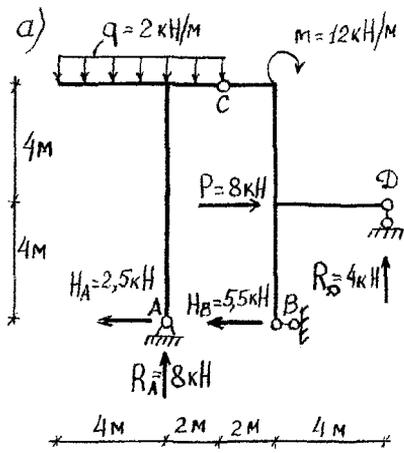


Рис. 4

т.е. реакция  $R_D$  направлена, как и предполагалось, вверх.

$$\sum M_C^{np} = 0; \quad 12 \cdot 8 \cdot 4 - R_D \cdot 6 + H_B \cdot 8 = 0; \quad H_B = 5.5 \text{ кН}$$

$$\sum Y = 0; \quad -2 \cdot 6 + 4 + R_A = 0; \quad R_A = 8 \text{ кН}$$

$$\sum M_C^{лев} = 0; \quad -2 \cdot 6 \cdot 3 + 8 \cdot 2 + H_A \cdot 8 = 0; \quad H_A = 2.5 \text{ кН.}$$

Проверка:

$$\sum X = 0; \quad -H_A - H_B + 8 = 0; \quad -2.5 - 5.5 + 8 = 0.$$

Строим эпюры внутренних усилий.

Эпюра изгибающих моментов (см. рис. 4б и 4в).

$$M_A = 0; \quad M_1 = H_A \cdot 8 = 2.5 \cdot 8 = 20 \text{ кНм; растянуты правые волокна.}$$

$$M_O = 0; \quad M_2 = 2 \cdot 4 \cdot 2 = 16 \text{ кНм; растянуты верхние волокна.}$$

$$M_3 = 2 \cdot 4 \cdot 2 - H_A \cdot 8 = 16 - 20 = -4 \text{ кНм; растянуты нижние волокна.}$$

$$M_C = 0; \quad M_4 = 12 - R_D \cdot 4 + H_B \cdot 8 - 8 \cdot 4 = 8 \text{ кНм; растянуты верхние волокна.}$$

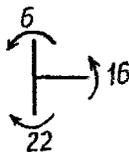
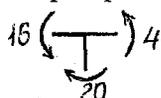
$$M_5 = -M_4 + 12 = -8 + 12 = 4 \text{ кНм; растянуты левые волокна.}$$

$$M_B = 0; \quad M_8 = H_B \cdot 4 = 5.5 \cdot 4 = 22 \text{ кНм; растянуты правые волокна.}$$

$$M_D = 0; \quad M_7 = R_D \cdot 4 = 16 \text{ кНм; растянуты нижние волокна.}$$

$$M_6 = M_8 - M_7 = 22 - 16 = 6 \text{ кНм; растянуты правые волокна.}$$

Проверяем равновесие узлов



Строим эпюру поперечных сил (рис. 4г)

$$Q_{A-1} = H_A = +2.5 \text{ кН.}$$

$$Q_O = 0 \quad Q_2 = -q \cdot 4 = -2 \cdot 4 = -8 \text{ кН.}$$

$$Q_3 = R_A - q \cdot 4 = 8 - 2 \cdot 4 = 0.$$

$$Q_C = R_A - q \cdot 6 = 8 - 2 \cdot 6 = -4 \text{ кН.}$$

$$Q_{C-4} = Q_C = -4 \text{ кН.}$$

$$Q_{5-6} = H_B - 8 = 5.5 - 8 = -2.5 \text{ кН.}$$

$$Q_{B-8} = H_B = 5.5 \text{ кН.}$$

$$Q_{7-D} = -R_D = -4 \text{ кН.}$$

Строим эпюру продольных сил "N" (рис. 4д).

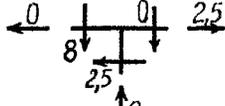
$$N_{A-1} = -R_A = -8 \text{ кН.}$$

$$N_{0-2} = 0; \quad N_{3-4} = H_A = +2.5 \text{ кН.}$$

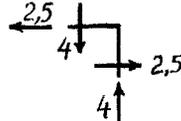
$$N_{B-8} = 0; \quad N_{7-D} = 0.$$

$$N_{6-5} = -R_D = -4 \text{ кН.}$$

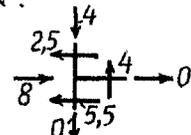
Проверяем равновесие узлов по эпорам "Q" и "N".



$$\sum X = 0; \sum Y = 0.$$



$$\sum X = 0; \sum Y = 0.$$



$$\sum X = 0; \sum Y = 0.$$

### Задача №3.

Расчет плоской статически определимой фермы.

Для фермы, выбранной согласно шифру (табл. 3, рис. 5), требуется:

1. Определить аналитически усилия в стержнях заданной панели фермы.

Таблица исходных данных

Табл. 3.

Номер строки	Номер варианта	Номер схемы	Номер панели	d м	H м	q кН/м	P кН
0	1	0	2	3,0	3,2	2,0	10
1	2	1	3	2,5	3,5	2,2	12
2	1	2	4	2,4	4,0	2,4	14
3	2	3	5	2,8	4,5	2,6	16
4	1	4	6	3,2	3,8	2,8	18
5	2	5	7	3,4	3,0	3,0	15
6	1	6	3	3,6	4,2	3,2	13
7	2	7	4	3,8	4,6	3,4	12
8	1	8	5	4,0	5,0	3,6	20
9	2	9	6	4,2	5,2	3,8	17
Шифр							

### Методические указания.

Ферма – это стержневая система, сохраняющая геометрическую неизменяемость при условной постановке во все узлы шарниров. При такой условной замене жестких узлов шарнирными и узловом приложении внешней нагрузки все стержни работают на центральное растяжение или сжатие.

Перед определением продольных усилий в стержнях фермы необходимо определить опорные реакции, составляя 3 уравнения равновесия для всей фермы в целом. Для определения внутренних усилий в стержнях фермы используется метод сечений или его частный случай – метод вырезания узлов. Для этого сечением отделяется часть фермы (или ее отдельный узел) и рассматривается ее равновесие. Количество независимых уравнений равновесия не может быть больше трех (для узла, как для системы сходящихся сил, не более двух). Поэтому сечение обычно

Схемы плоских ферм. Вариант 1

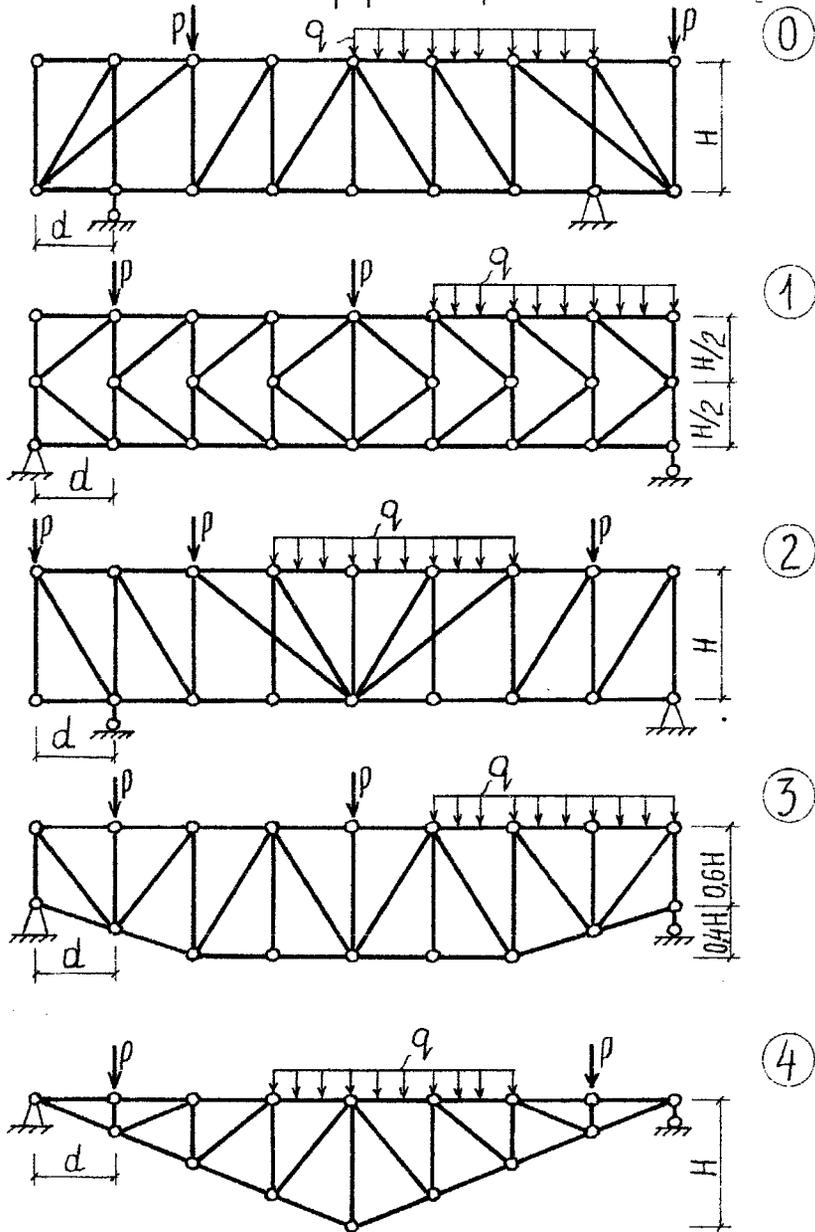
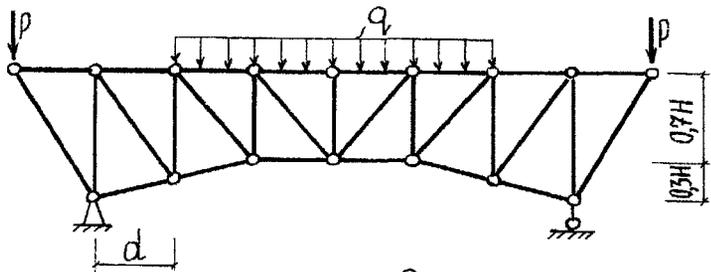
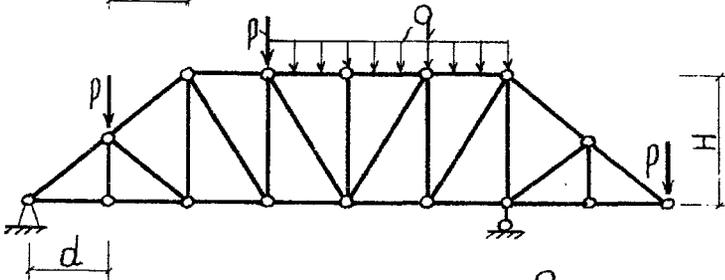


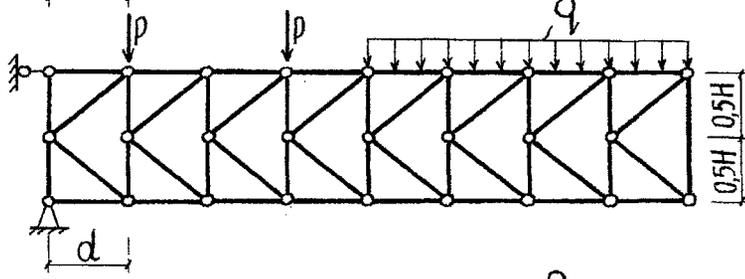
Рис.5



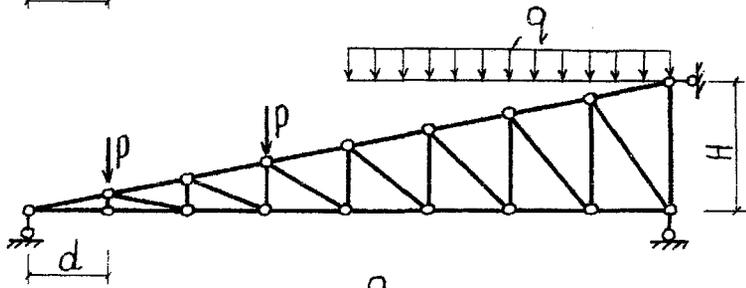
5



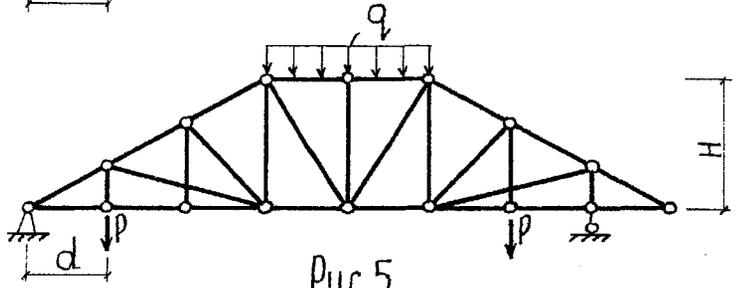
6



7



8



9

Рис.5

Схемы плоских ферм. Вариант 2

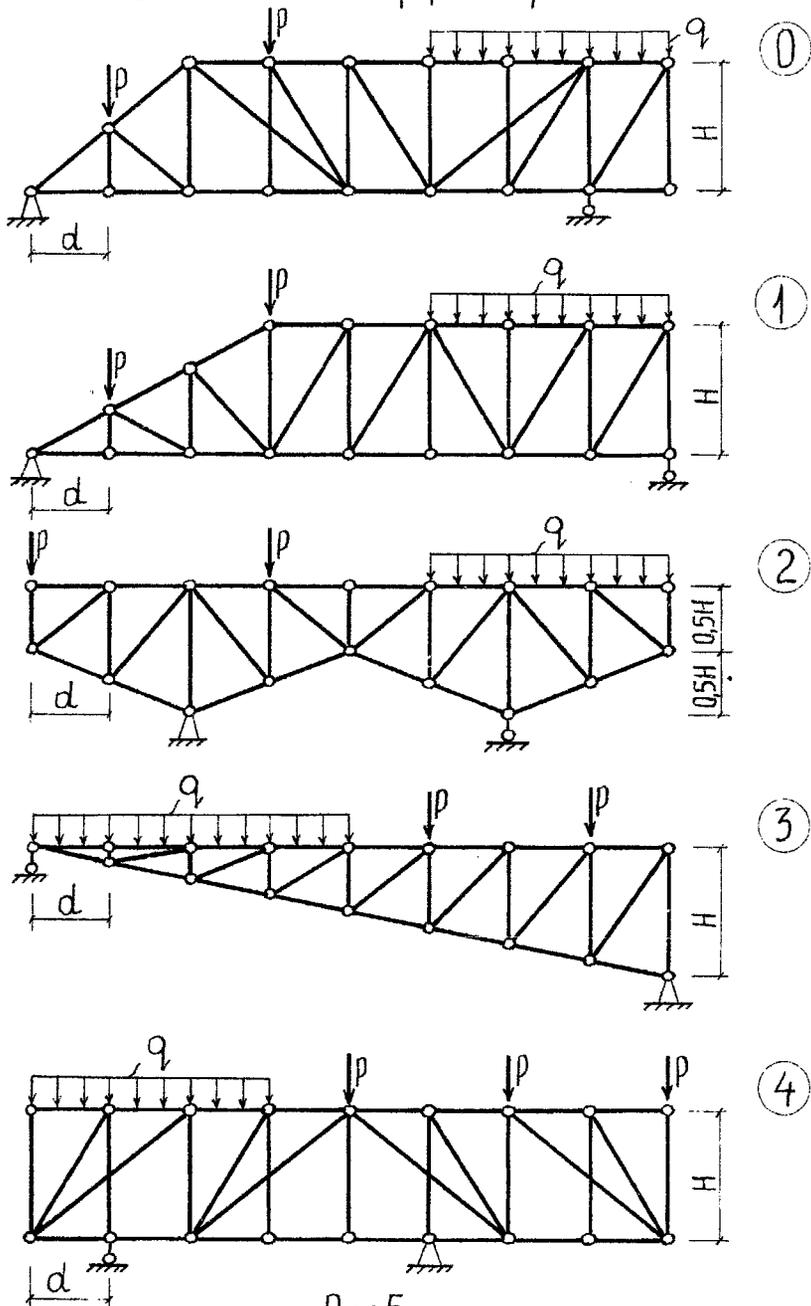
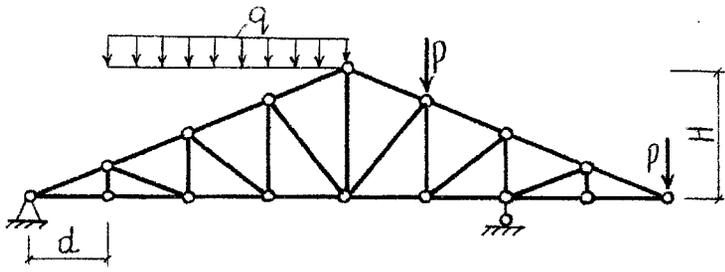
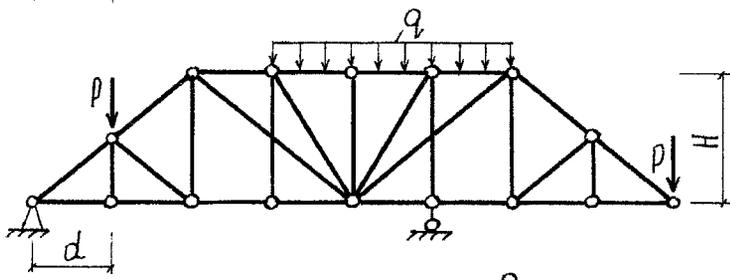


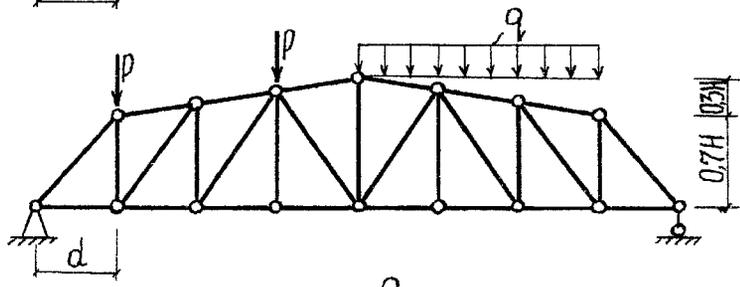
Рис.5



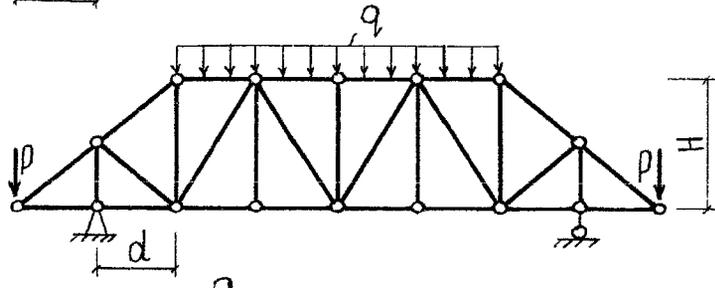
5



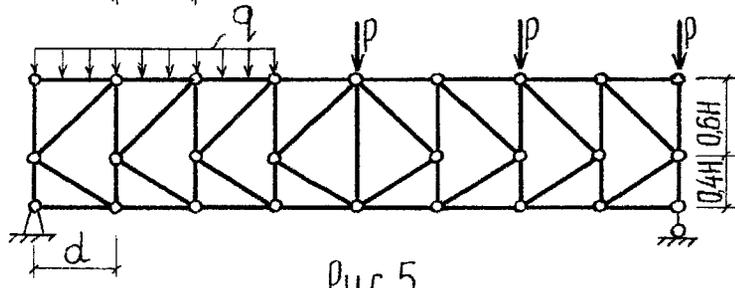
6



7



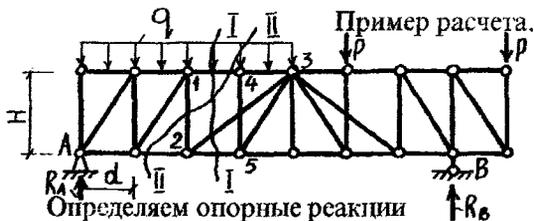
8



9

Рис. 5

проводится таким образом, чтобы число рассеченных стержней с неизвестными усилиями не превышало трех (для узла двух).



$d = 3 \text{ м}; H = 4 \text{ м};$   
 $P = 12 \text{ кН}; q = 2 \text{ кН/м}.$   
 Определить усилия в стержнях 3-ей панели.

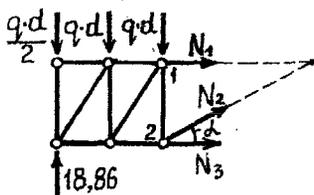
Определяем опорные реакции

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0; & \quad q \cdot 4d \cdot 2d + P \cdot 5d + P \cdot 8d - R_B \cdot 7d = 0; \\ & \quad 2 \cdot 12 \cdot 6 + 12 \cdot 15 + 12 \cdot 24 - R_B \cdot 21 = 0; \quad R_B = 29.14 \text{ кН}; \\ \sum M_B = 0; & \quad R_A \cdot 21 - 2 \cdot 12 \cdot 15 - 12 \cdot 6 + 12 \cdot 3 = 0; \quad R_A = 18.86 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Проверка:

$$\sum Y = 0; \quad 2 \cdot 12 + 2 \cdot 12 - 29.14 - 18.86 = 0.$$

Для определения усилий в стержнях 3-ей панели фермы проводим сечение I-I и рассматриваем левую часть фермы. Распределенную нагрузку заменяем сосредоточенными силами, приложенными в узлах фермы. Составляем уравнение равновесия



$$\begin{aligned} \sum M_2^{\text{лев}} = 0; \\ 18.86 \cdot 2d - \frac{q \cdot d}{2} \cdot 2d - q \cdot d \cdot d + N_1 \cdot H = 0; \\ 18.86 \cdot 6 - \frac{2 \cdot 3}{2} \cdot 6 - 2 \cdot 3 \cdot 3 + N_1 \cdot 4 = 0; \\ N_1 = -19.29 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Знак (-) указывает, что стержень сжат.

Для определения усилия  $N_2$  моментной точки нет, т.е. 2 других стержня не пересекаются, составляем уравнение проекций всех сил на вертикальную ось

$$\sum Y = 0; \quad 18.86 \cdot \frac{q \cdot d}{2} \cdot 2 \cdot q \cdot d + N_2 \cdot \sin \alpha = 0;$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{6} = 0.667; \quad \sin \alpha = 0.555;$$

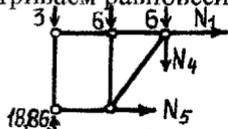
$$N_2 = \frac{-18.86 + 3 + 12}{0.555} = -6.95 \text{ кН}.$$

Стержень сжат.

$$\sum M_3^{\text{лев}} = 0; \quad 18.86 \cdot 4d - \frac{q \cdot d}{2} \cdot 4d - q \cdot d \cdot 3d - q \cdot d \cdot 2d - N_3 \cdot H = 0;$$

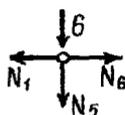
$$18.86 \cdot 12 - 36 \cdot 54 - 36 - N_3 \cdot 4 = 0; \quad N_3 = 25.08 \text{ кН}.$$

Далее для определения усилия в стойке 1-2 проводим сечение II-II и рассматриваем равновесие левой части.



$$\begin{aligned}\sum Y^{\text{лев}} &= 0; \\ 18,86 - 3 - 6 - 6 - N_4 &= 0; \\ N_4 &= 3,36 \text{ кН}.\end{aligned}$$

Усилие в стойке 4-5 находим из вырезания узла 4:



$$\begin{aligned}\sum Y &= 0; \\ -N_5 - 6 &= 0; \\ N_5 &= -6 \text{ кН}\end{aligned}$$

Стержень сжат.

#### Задача №4.

Расчет плоской шпренгельной фермы.

Для заданной шпренгельной фермы (табл. 4, рис. 6) требуется:

1. Определить аналитически усилия в шести стержнях заданной панели от постоянной нагрузки.
2. Построить линии влияния усилий в тех же стержнях.
3. Определить усилия в этих же стержнях от действия заданной нагрузки с помощью линий влияния и сравнить их с вычисленными аналитически.

Таблица исходных данных.

Табл. 4.

Номер строки	Номер схемы фермы	Номер панели (считая слева)	h м	d м	P <sub>1</sub> кН	P <sub>2</sub> кН	q кН/м
0	1	2	1,8	2,5	6	4	2,4
1	2	3	2,0	2,4	8	5	2,6
2	3	4	2,2	2,6	10	7	2,8
3	4	5	2,4	2,8	12	9	3,0
4	5	2	2,5	3,0	14	11	3,2
5	6	3	2,6	3,2	16	13	3,4
6	7	4	2,8	3,4	20	15	3,6
7	8	5	3,0	3,6	18	16	3,8
8	9	3	3,2	4,0	22	20	4,0
9	0	4	3,4	3,8	24	12	4,2
Шифр							

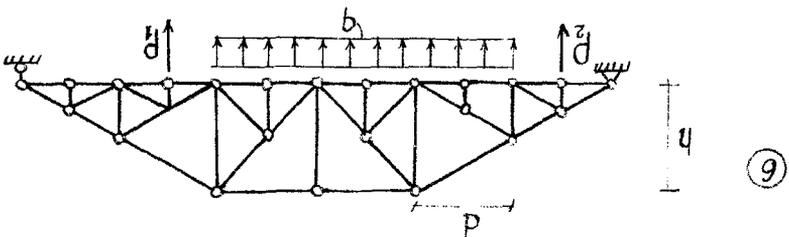
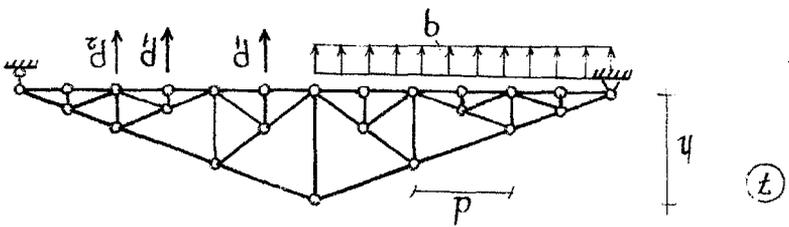
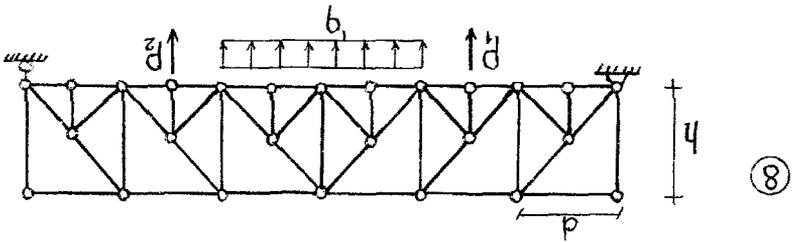
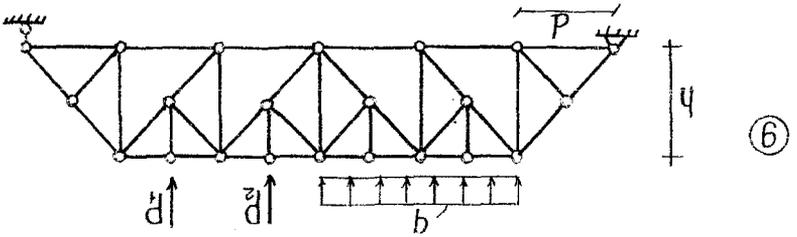
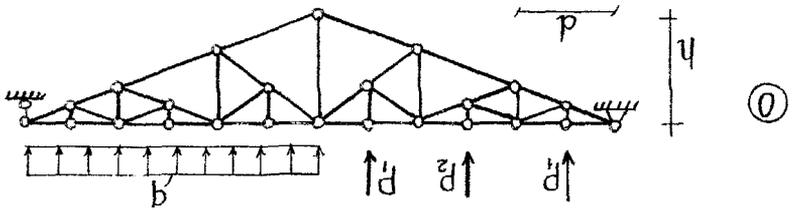
#### Методические указания.

При расчете фермы следует иметь в виду, что внешняя нагрузка на ферму должна передаваться в узлах фермы. Поэтому распределенные нагрузки следует заменять сосредоточенными, приложенными в узлах.

Панелью фермы считается расстояние между узлами основной фермы, обозначенное на схемах буквой d.

Для заданных схем ферм усилия в большинстве стержней можно определить, рассматривая непосредственно заданную ферму, т.е. для этих

Рис. 6



СХЕМЫ ФЕРМ

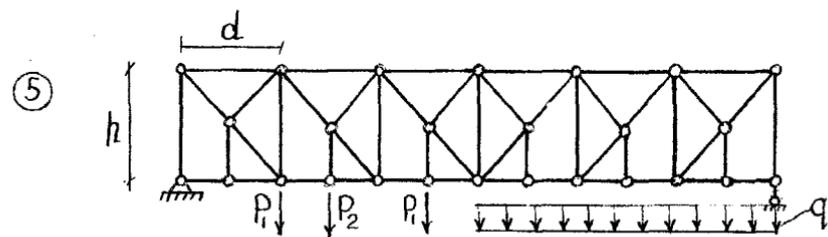
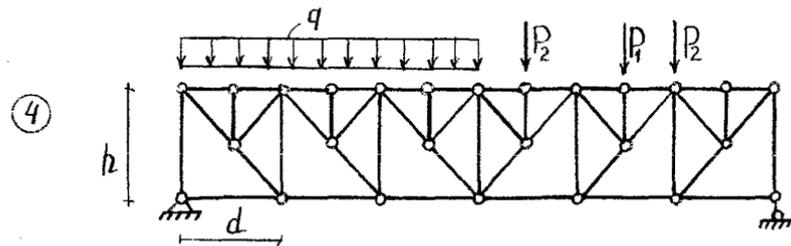
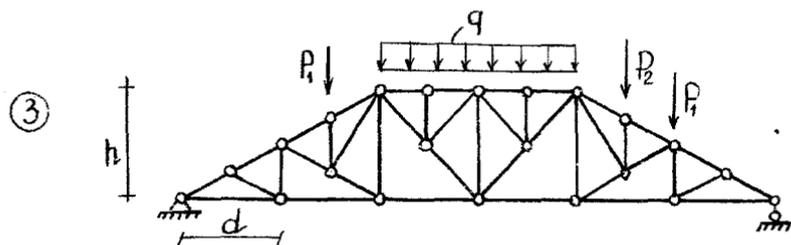
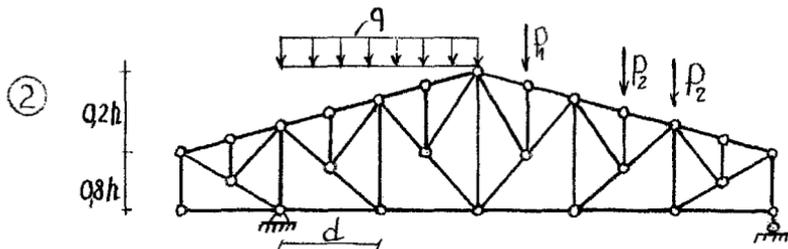
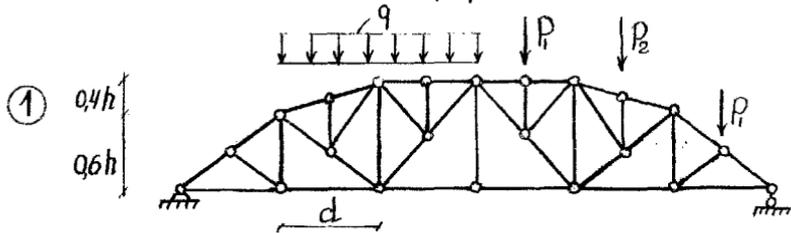


Рис. 6

стержней можно провести сечение, пересекающее в ферме не более трех стержней. Для определения усилий в остальных стержнях необходимо заданную ферму расчленить на основную решетку и шпренгели, а затем определять усилия из рассмотрения либо только основной решетки, либо только шпренгеля. При этом нужно представлять схему взаимодействия шпренгеля с основной решеткой и следует обязательно приводить отдельную схему основной фермы и схемы шпренгелей с указанием узловой нагрузки, полученной в результате передачи нагрузки от шпренгелей в узлы основной фермы.

При построении линий влияния усилий груз предполагается движущимся по тому поясу, к которому приложена неподвижная нагрузка.

Нужно различать и виды шпренгелей. Так, ферма 5 содержит двухъярусные шпренгели, передающие нагрузку с узлов нижнего пояса на узлы верхнего. При построении линий влияния усилий в стойках таких ферм нужно построить линии влияния усилия при движении груза как по нижнему поясу, так и по верхнему, а затем из анализа работы шпренгелей выяснить, при каком положении груза какая из линий влияния будет действительной.

Пример расчета.

Для заданной схемы фермы (рис. 7) требуется определить усилия в стержнях 2-3, 3-4 и 4-6 от постоянной нагрузки, построить линии влияния усилий в этих стержнях и с помощью линий влияния определить в них усилия от постоянной нагрузки.

Заменяем распределенную нагрузку сосредоточенными силами (рис. 7б).

Определяем опорные реакции

$$\sum M_A = 0;$$

$$12 \cdot 4,5 + 1,5 \cdot 6 + 3 \cdot 7,5 + 3 \cdot 9 + 3 \cdot 10,5 + 1,5 \cdot 12 + 6 \cdot 13,5 + 4 \cdot 16,5 - R_B \cdot 18 = 0;$$

$$R_B = 17,17 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$R_A \cdot 18 - 12 \cdot 13,5 - 1,5 \cdot 12 - 3 \cdot 10,5 - 3 \cdot 9 - 3 \cdot 7,5 - 1,5 \cdot 6 - 6 \cdot 4,5 - 4 \cdot 1,5 = 0;$$

$$R_A = 16,83 \text{ кН}.$$

$$\text{Проверка } \sum Y = 0; \quad 34 - 12 - 2 \cdot 6 - 6 - 4 = 0.$$

Для определения усилия в стержне 2-3 нельзя провести сечение через 3 стержня.

Вырезаем узел 2.

$$\sum X = 0;$$

$$N_{23} = N_{12}, \text{ т.е. усилия в них одинаковые.}$$

Для определения усилия  $N_{12}$  проводим сечение I-I (см. рис. 7б) и

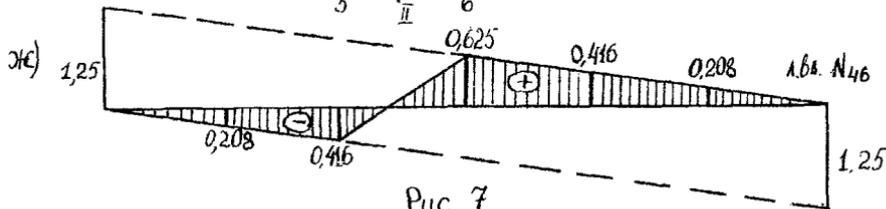
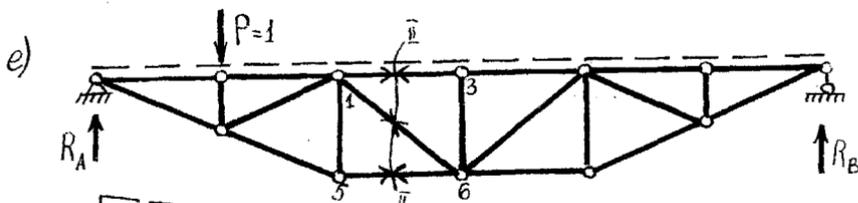
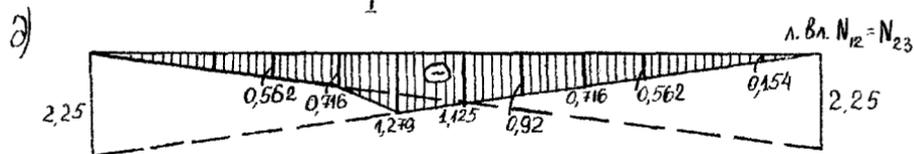
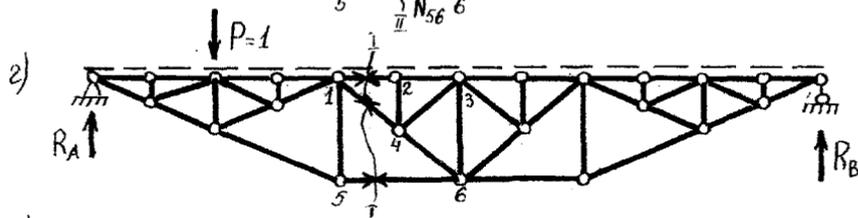
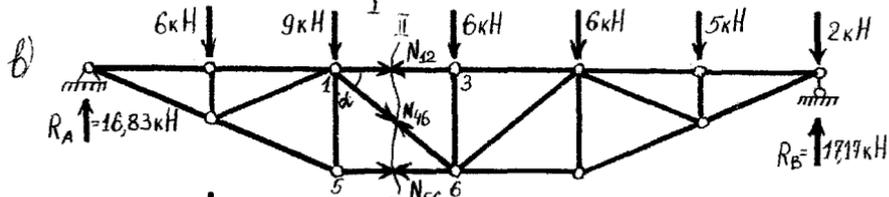
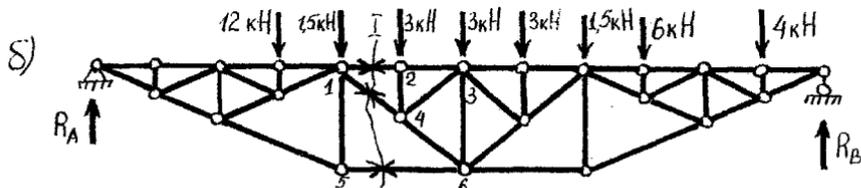
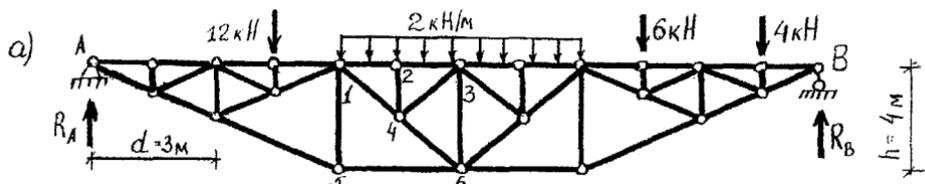


Рис. 7

рассматриваем левую отсеченную часть фермы.

$$\sum M_6^{\text{лев}} = 0; \quad 16,83 \cdot 9 - 12 \cdot 4,5 - 1,5 \cdot 3 + N_{12} \cdot 4 = 0;$$

$$N_{12} = -23,24 \text{ кН} = N_{23}. \quad \text{Стержень сжат.}$$

Для определения усилий в стержне 4-6 рассмотрим основную ферму, к которой относится данный стержень, передав предварительно нагрузку со шпренгелей в узлы основной фермы (рис. 7в).

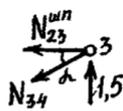
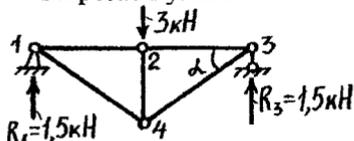
Проведим сечение II-II и рассматриваем равновесие левой части фермы (рис. 7в).

$$\sum Y = 0; \quad 16,83 - 6 - 9 - N_{46} \cdot \sin \alpha = 0; \quad \sin \alpha = 0,8;$$

$$N_{46} = \frac{1,83}{0,8} = 2,29 \text{ кН} - \text{стержень растянут.}$$

Для определения усилия в стержне 3-4 рассмотрим отдельно шпренгель, к которому относится данный стержень.

Вырезаем узел 3



$$\sum Y = 0;$$

$$1,5 - N_{34} \cdot \sin \alpha = 0;$$

$$N_{34} = \frac{1,5}{0,8} = 1,87 \text{ кН.}$$

Построим линии влияния усилий в тех же стержнях.

**Линия влияния  $N_{23}$ .**

Так как усилия  $N_{23} = N_{12}$ , то и линии влияния их одинаковы.

Проводим сечение I-I.  $P = 1$  слева от рассеченной панели 1-2 (рис. 7г)

$$\sum M_6^{\text{лп}} = 0; \quad -R_B \cdot 9 - N_{12} \cdot 4 = 0;$$

$$N_{12} = -2,25 \cdot R_B. \quad \text{Действительна левая часть линии влияния.}$$

$P = 1$  справа от рассеченной панели 1-2

$$\sum M_6^{\text{лев}} = 0; \quad R_A \cdot 9 + N_{12} \cdot 4 = 0;$$

$$N_{12} = -2,25 \cdot R_A. \quad \text{Действительна правая часть линии влияния от узла 2.}$$

В пределах рассеченной панели 1-2 соединяем обе ветви переходной прямой (рис. 7д).

Для построения линии влияния  $N_{46}$  рассматриваем основную ферму (рис. 7е). Так как стержень 1-6 или 4-6 относится только к основной ферме, то рассеченной будет панель 1-3.

$P = 1$  слева от рассеченной панели

$$\sum Y^{\text{лп}} = 0; \quad N_{16} \cdot \sin \alpha + R_B = 0;$$

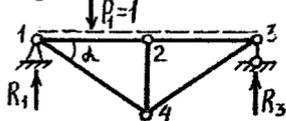
$$N_{16} = -\frac{R_B}{0,8} = -1,25 R_B$$

$P = 1$  справа от рассеченной панели

$$\sum Y^{\text{лев}} = 0; \quad R_A - N_{16} \cdot \sin \alpha = 0;$$

$$N_{16} = \frac{R_A}{0,8} = 1,25R_A \text{ (рис. 7ж).}$$

Строим линию влияния  $N_{34}$ .



Вырезаем узел 3.

$P = 1$  вне узла 3.

$$\sum Y = 0; -N_{34} \cdot \sin \alpha + R_3 = 0;$$

$$N_{34} = 1,25R_3.$$

$P = 1$  в узле 3.

$$\sum Y = 0; -N_{34} \cdot \sin \alpha + R_3 - 1 = 0;$$

$$N_{34} = 0, \text{ так как } R_3 = 1.$$

Определяем усилия в стержнях от постоянной нагрузки с помощью линий влияния

$$N_{12} = 12 \cdot (-0,562) + 1,5 \cdot (-0,716) + 3 \cdot (-1,279) + 3 \cdot (-1,125) + 3 \cdot (-0,92) + 1,5 \cdot (-0,716) + 6 \cdot (-0,562) + 4 \cdot (-0,154) = -22,85 \text{ кН.}$$

Аналитически получено  $N_{23} = -23,24$  кН, погрешность 1,7 % из-за округления ординат линии влияния.

$$N_{46} = 6 \cdot (-0,208) + 9 \cdot (-0,416) + 6 \cdot 0,625 + 6 \cdot 0,416 + 5 \cdot 0,208 = 2,29 \text{ кН.}$$

Результаты совпали.

$$N_{34} = 3 \cdot 0,625 = 1,87 \text{ кН.}$$

Результаты совпали.

### Задача № 5.

Расчет рам методом сил.

Для заданной рамы и внешней нагрузки согласно шифру (табл. 5, рис. 8) требуется:

1. Построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.
2. Выполнить проверки правильности построения эпюр.

Таблица исходных данных

Табл. 5.

Номер строки	Номер схемы	$l_1$ м	$l_2$ м	$h_1$ м	$h_2$ м	$P$ кН	$q$ кН/м
0	1	6,0	5,2	4,0	3,8	10	2,0
1	2	6,2	5,4	4,5	4,2	12	2,5
2	3	6,4	5,6	5,0	4,4	14	3,0
3	4	6,6	5,8	5,2	4,5	15	3,2
4	5	6,8	6,0	5,4	4,8	16	3,5
5	6	7,0	6,2	5,6	4,9	17	4,0
6	7	7,2	6,4	5,8	5,0	18	4,2
7	8	7,4	6,6	6,0	5,2	19	4,4
8	9	7,6	6,8	6,5	5,5	20	4,5
9	0	7,8	7,0	7,0	6,0	22	5,0
Шифр							

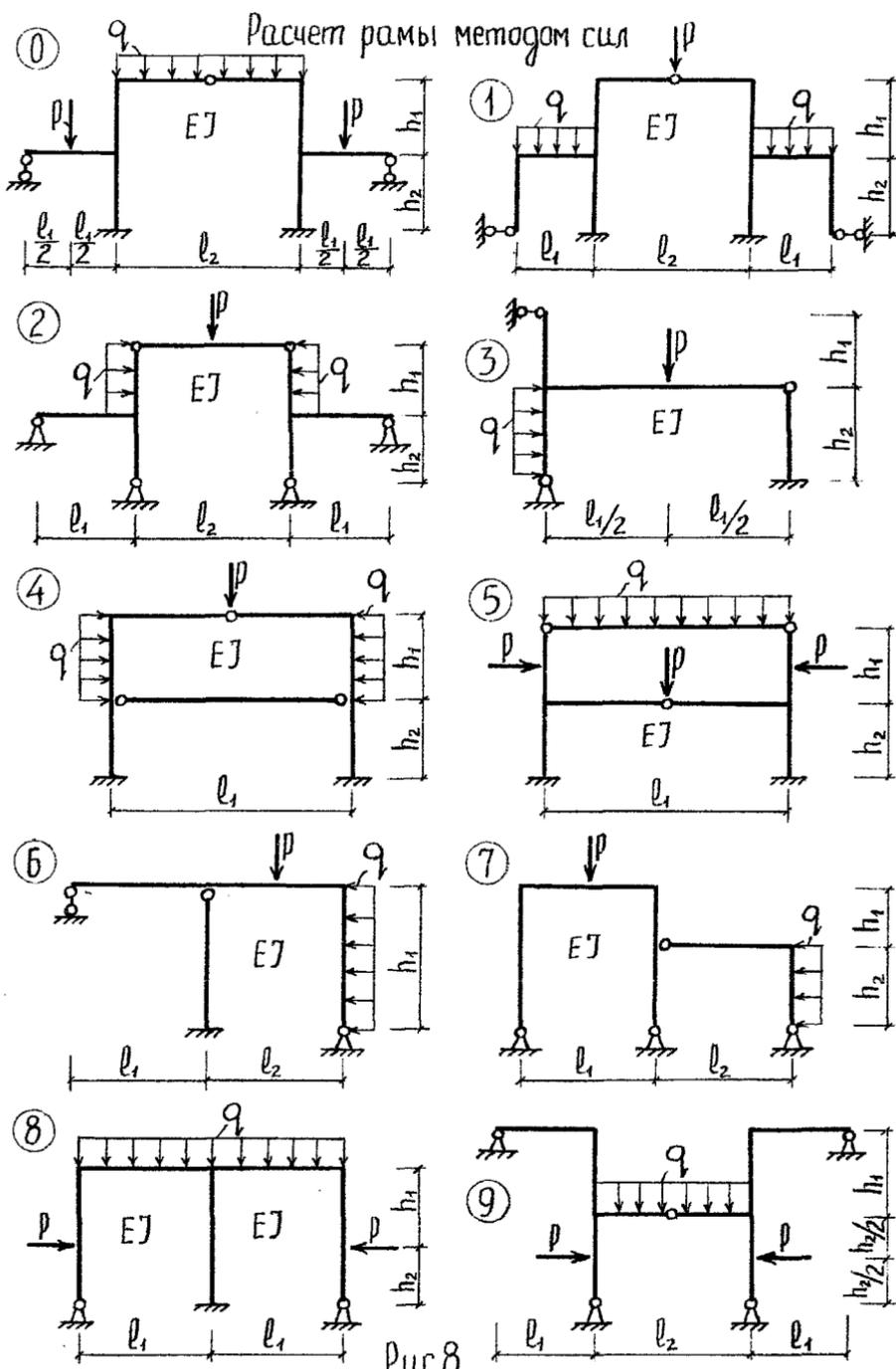
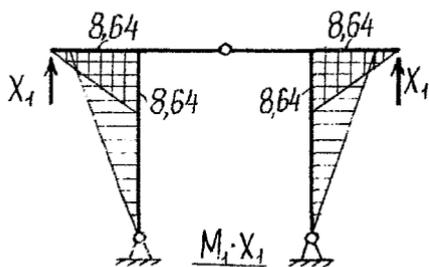


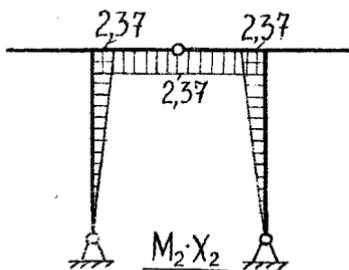
Рис. 8



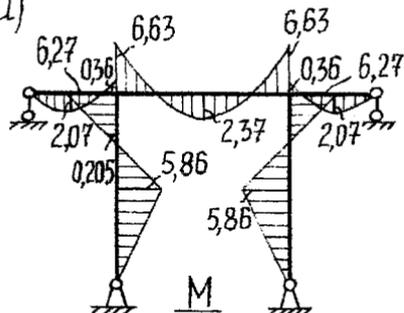
ж)



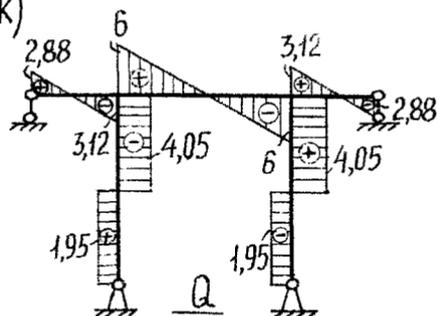
з)



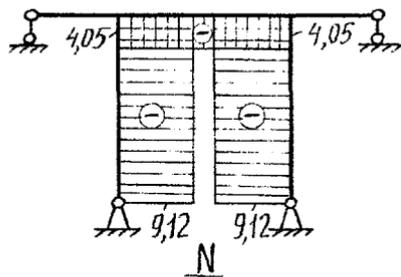
и)



к)



е)



м)

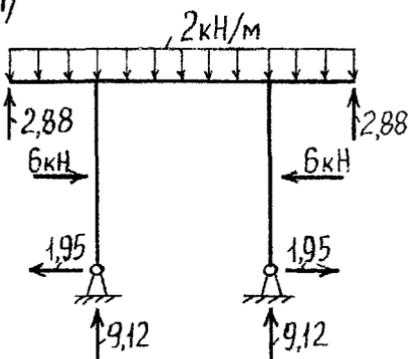


Рис.9

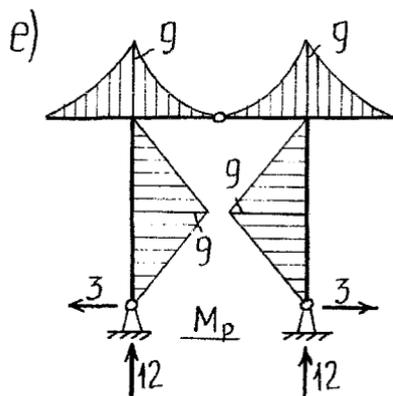
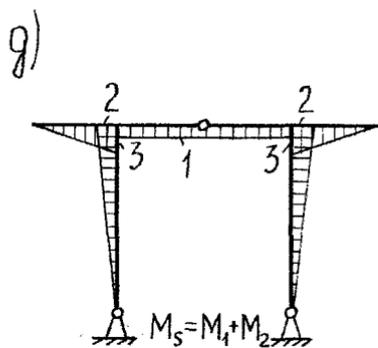
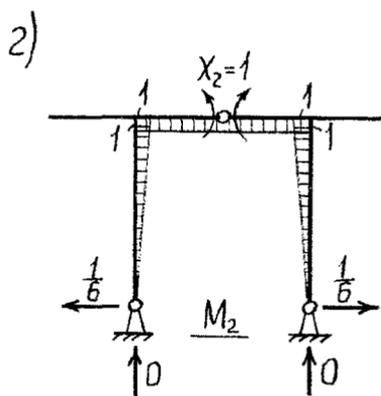
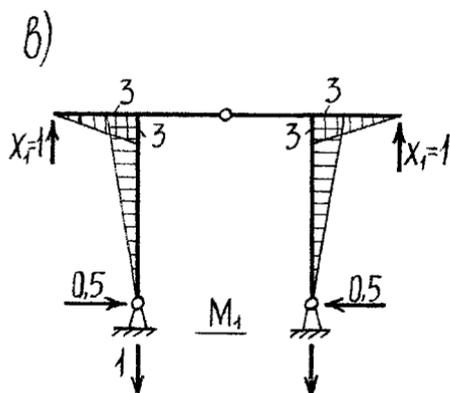
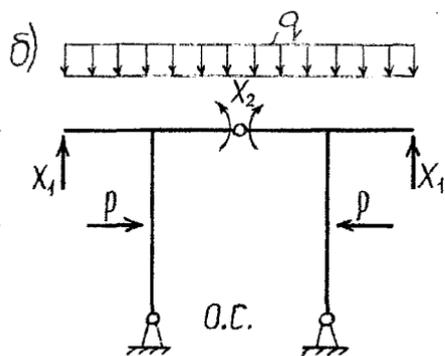
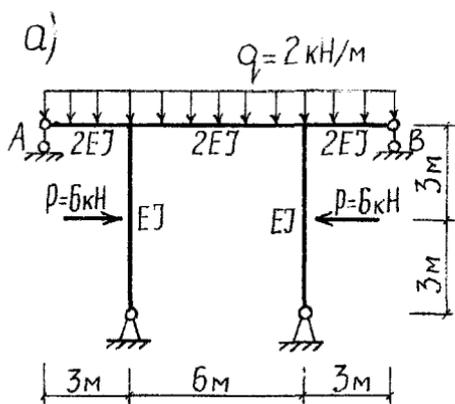


Рис.9

Пример расчета.

Рассчитать раму методом сил (рис. 9а).

Степень статической неопределимости рамы:

$$L = 3 \cdot K - Ш = 3 \cdot 3 - 6 = 3.$$

С учетом того, что на симметричную раму действует симметричная нагрузка, можно предположить, что реакции на опоре А и на опоре В будут равны между собой. Поэтому, считая их «лишними» неизвестными, обозначаем их одной неизвестной  $X_1$ . Второй неизвестной будем считать величину изгибающего момента в среднем сечении ригеля.

Выбираем основную систему метода сил (рис. 9б).

В основной системе строим эпюры изгибающих моментов от единичных значений основных неизвестных (рис. 9в,г) и от внешней нагрузки (рис. 9е).

Для проверки построим суммарную единичную эпюру  $M_s = M_1 + M_2$  (рис. 9д).

Система канонических уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \Delta_{1P} = 0; \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \Delta_{2P} = 0. \end{cases}$$

Определяем коэффициенты и свободные члены уравнений.

$$\delta_{11} = \sum_0^1 \frac{M_1^2 \cdot ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 \cdot 2 \right) \cdot 2 = \frac{45}{EJ};$$

$$\delta_{12} = \sum_0^1 \frac{M_1 \cdot M_2 \cdot ds}{EJ} = -\frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 = -\frac{12}{EJ};$$

$$\delta_{22} = \sum_0^1 \frac{M_2^2 \cdot ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6 \cdot 1 \right) = \frac{7}{EJ}.$$

Проверка:

$$\begin{aligned} \delta_{ss} &= \sum_0^1 \frac{M_s^2 \cdot ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 \cdot 1 \right) \cdot 2 = \frac{28}{EJ} = \\ &= \delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{21} + \delta_{22}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} &= \sum_0^1 \frac{M_1 \cdot M_P \cdot ds}{EJ} = \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 3 \cdot \frac{3}{4} \cdot 3 \cdot 2 - \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 9 \cdot 2 - \\ &- \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 3 \cdot (1,5 + 0,5) \cdot 2 = -\frac{101,25}{EJ}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{2P} &= \sum_0^1 \frac{M_2 \cdot M_P \cdot ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,5 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 3 \cdot \left( 0,5 + \frac{1}{3} \cdot 0,5 \right) \cdot 2 \right) - \\ &- \frac{6}{12EJ} \cdot (9 \cdot 1 + 9 \cdot 1) = \frac{18}{EJ}; \end{aligned}$$

Проверка.

$$\Delta_{SP} = \sum \int_0^l \frac{M_s \cdot M_p \cdot ds}{EJ} = -\frac{1}{2EJ} \cdot \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 3 \cdot \frac{3}{4} \cdot 3 \cdot 2 - \frac{6}{12EJ} \cdot (9 \cdot 1 + 9 \cdot 1) -$$

$$-\frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 3 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot 2 = -\frac{83,25}{EJ} = \Delta_{1P} + \Delta_{2P}.$$

Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 45 \cdot X_1 - 12 \cdot X_2 - 101,25 = 0; & X_1 = 2,88; \\ -12 \cdot X_1 + 7 \cdot X_2 + 18 = 0. & X_2 = 2,37. \end{cases}$$

Строим «исправленные» единичные эпюры  $M_1 \cdot X_1$  и  $M_2 \cdot X_2$  (рис. 9ж,з).

Окончательную эпюру изгибающих моментов получаем как сумму (рис. 9и):

$$M = M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2 + M_p.$$

Выполняем деформационную проверку эпюры "М":

$$\sum \int_0^l \frac{M \cdot M_s \cdot ds}{EJ} = \frac{3}{12EJ} \cdot (4 \cdot 2,07 \cdot 1,5 - 0,36 \cdot 3) \cdot 2 + \frac{3}{6EJ} \cdot (2 \cdot 6,27 + 4 \cdot 1,5 \cdot 0,205 -$$

$$- 1 \cdot 5,86) \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5,86 \cdot 2 + \frac{6}{12EJ} \cdot (-6,63 \cdot 1 + 4 \cdot 2,37 \cdot 1 - 1 \cdot 6,63) = 0.$$

По эпюре "М" строим эпюру поперечных сил "Q" (рис. 9к).

На левом ригеле

$$Q_A = \frac{q \cdot l}{2} + \frac{M_{пр} - M_{лев}}{l} = \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{-0,36 - 0}{3} = 2,88 \text{ кН.}$$

$$Q_1 = -\frac{q \cdot l}{2} + \frac{M_{пр} - M_{лев}}{l} = -\frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{-0,36 - 0}{3} = -3,12 \text{ кН.}$$

На участке 1-2

$$Q_1 = \frac{2 \cdot 6}{2} + \frac{-6,63 - (-6,63)}{6} = 6 \text{ кН.}$$

$$Q_2 = -\frac{2 \cdot 6}{2} + \frac{-6,63 - (-6,63)}{6} = -6 \text{ кН.}$$

На участке С-3

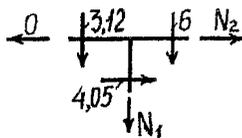
$$Q = \frac{5,86}{3} = 1,95 \text{ кН.}$$

На участке 3-1

$$Q = -\frac{6,25 + 5,86}{3} = -4,05 \text{ кН.}$$

По эпюре "Q" строим эпюру продольных сил "N" путем вырезания и уравнивания узлов (рис. 9л).

Узел 1.



$$\sum Y = 0;$$

$$N_1 = -6 - 3,12 = -9,12 \text{ кН};$$

$$\sum X = 0;$$

$$N_2 = -4,05 \text{ кН}.$$

Общая статическая проверка равновесия рамы в целом (рис. 9м).

$$\sum X = 0; \quad 6 - 1,95 - 6 + 1,95 = 0.$$

$$\sum Y = 0; \quad -2 \cdot 12 + 2,88 \cdot 2 + 9,12 \cdot 2 = 0.$$

### Задача № 6.

Расчет рам методом перемещений.

Для заданной статически неопределимой рамы (рис. 10) с выбранными по шифру размерами и нагрузкой требуется:

1. Построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.
2. Выполнить деформационную и статическую проверки правильности построения эпюр.

Таблица исходных данных

Табл. 6.

Номер строки	Номер схемы	Номер варианта	$l_1$ м	$l_2$ м	$h_1$ м	$h_2$ м	$q$ кН/м	$P$ кН
0	0	1	3,6	4,0	3,0	4,2	2,0	10
1	1	2	3,8	4,2	3,5	4,4	2,2	12
2	2	1	4,0	4,4	3,8	4,8	2,4	14
3	3	2	4,2	4,6	3,6	5,0	2,6	16
4	4	1	4,4	4,8	4,0	5,6	2,8	13
5	5	2	4,6	5,0	4,2	4,6	3,0	15
6	6	1	4,8	5,2	4,4	5,2	3,2	17
7	7	2	5,0	5,4	5,0	5,4	3,4	18
8	8	1	5,2	5,6	5,6	6,0	3,6	19
9	9	2	5,4	5,8	5,2	6,2	3,8	20
Шифр								

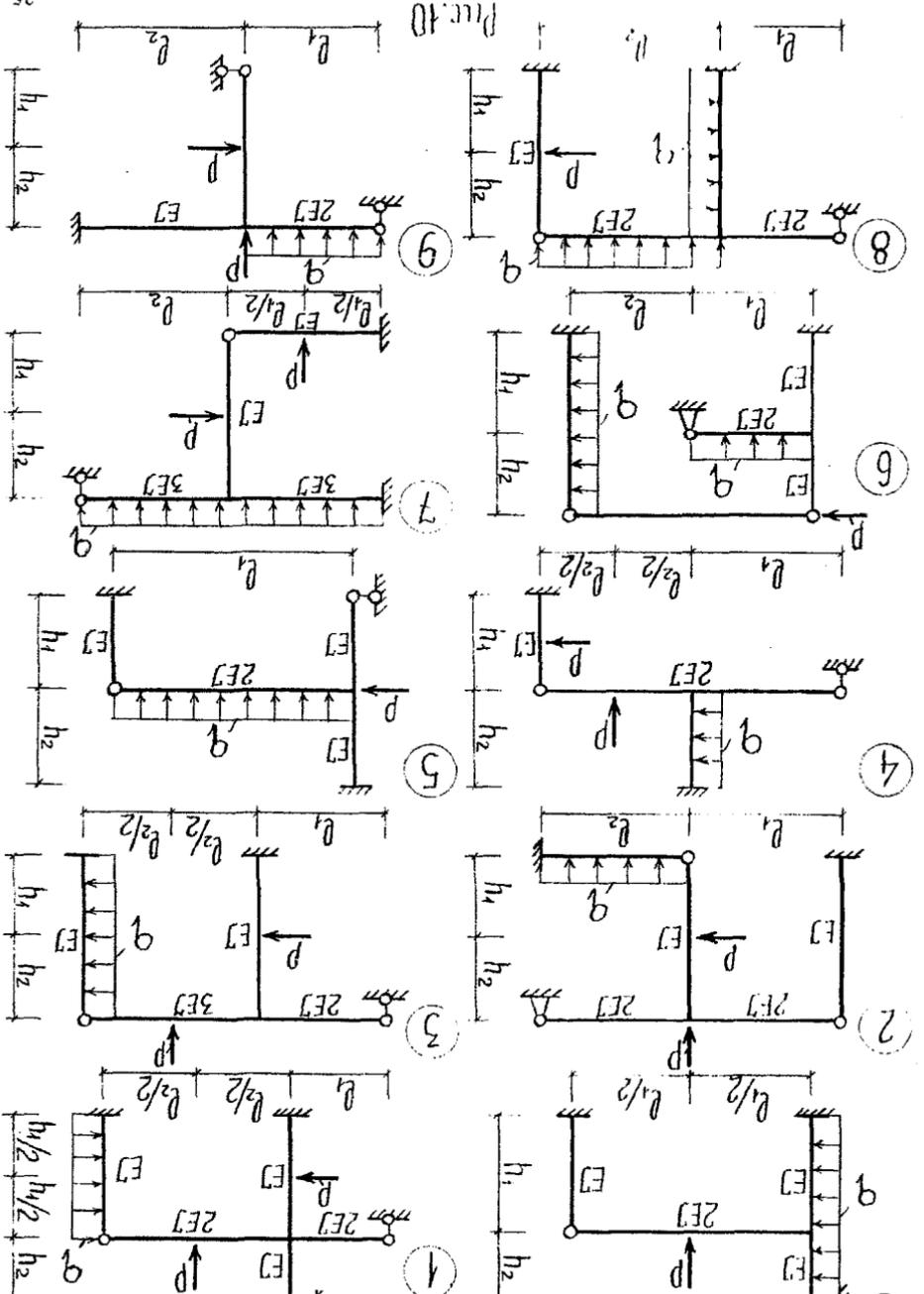
### Методические указания.

За основные неизвестные метода перемещений принимаются углы поворота жестких узлов и линейные смещения узлов. Таким образом, число неизвестных метода перемещений определяется как сумма

$$\Pi = \Pi_{\text{У}} + \Pi_{\text{Л}}, \text{ где}$$

$\Pi_{\text{У}}$  — число жестких узлов рамы,  $\Pi_{\text{Л}}$  — число возможных линейных смещений узлов.

Основная система метода перемещений получается путем постановки во все жесткие узлы дополнительных заделок, препятствующих угловым поворотам узлов и постановки дополнительных опорных стержней, препятствующих линейным смещениям узлов.



Вариант 2

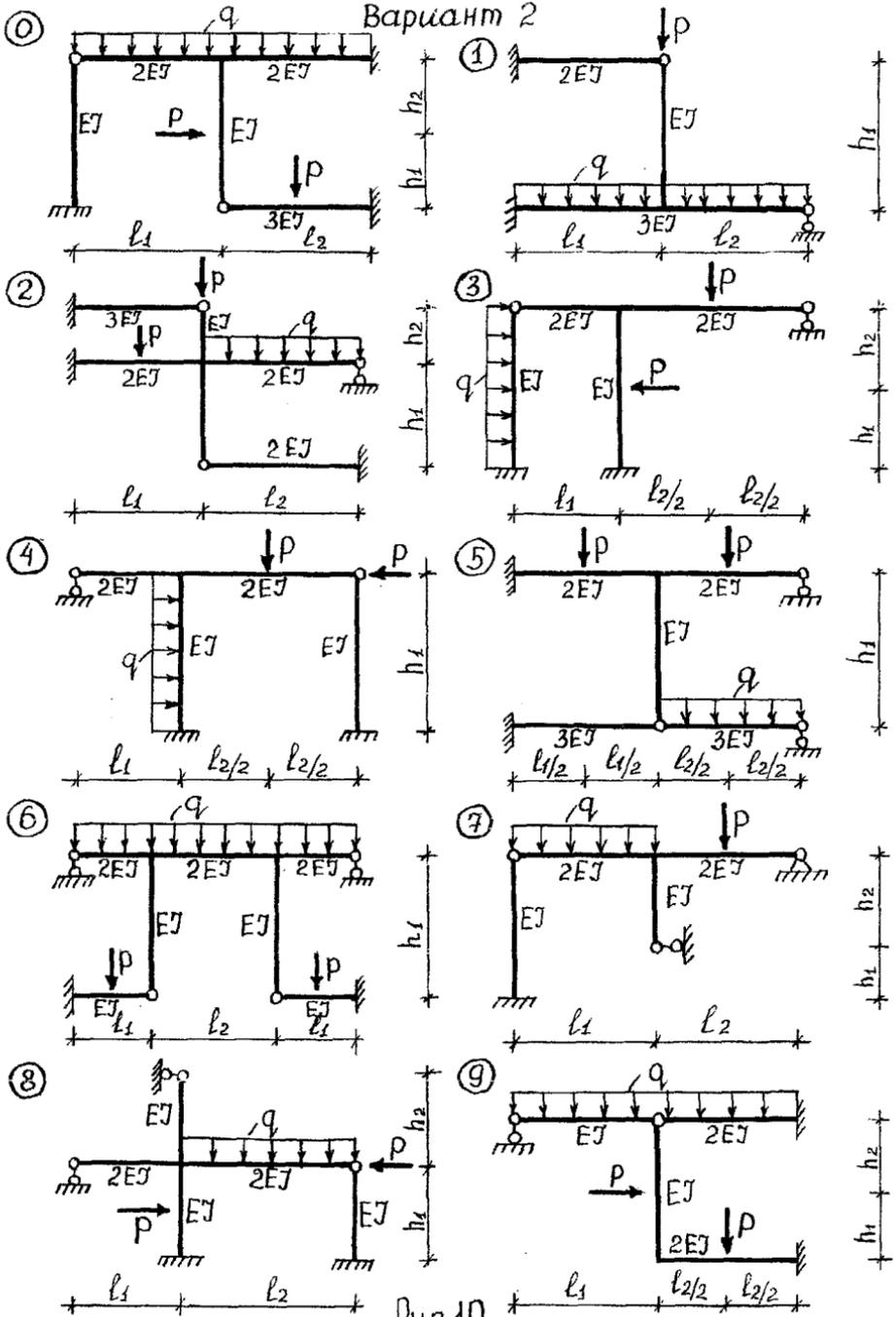
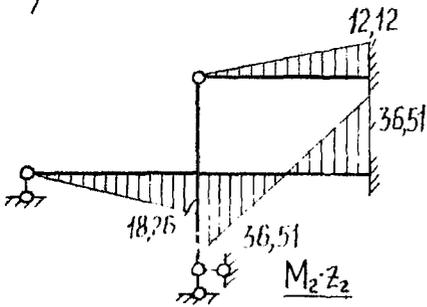


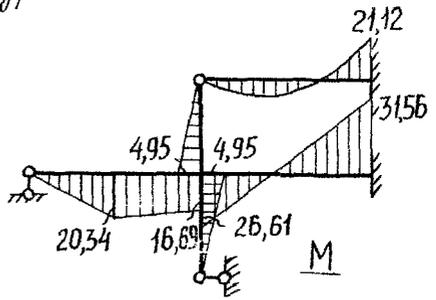
Рис. 10



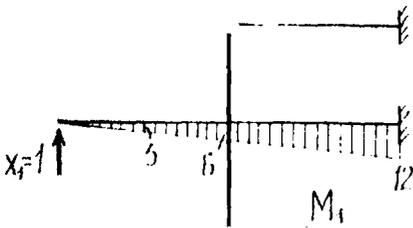
жк)



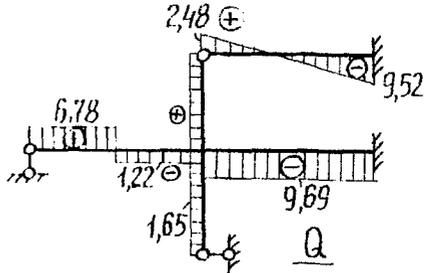
з)



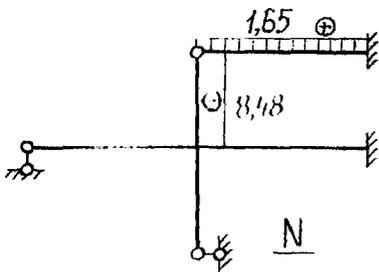
л)



к)



п)



м)

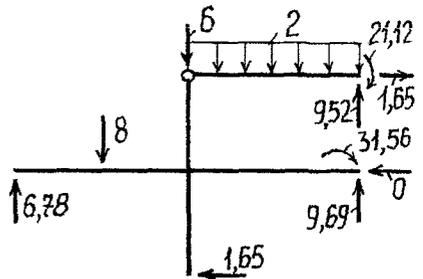


Рис. 11

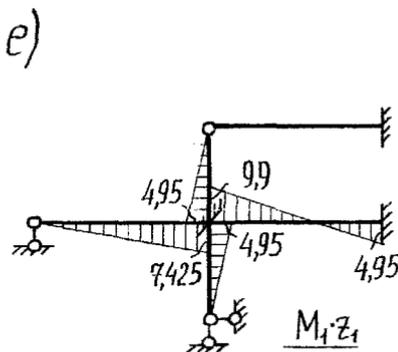
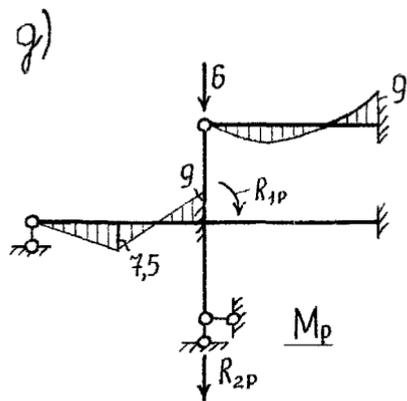
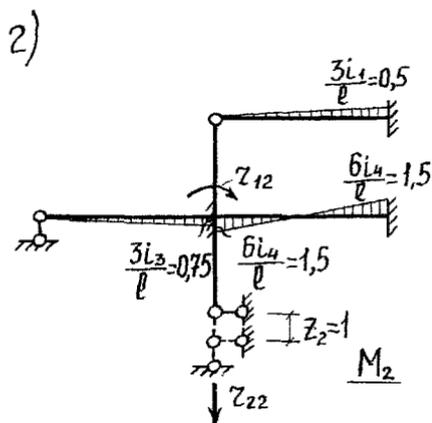
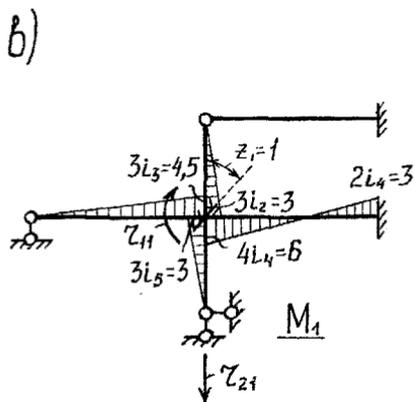
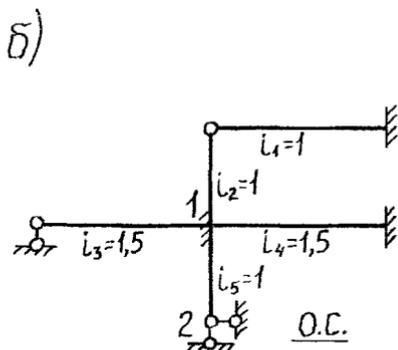
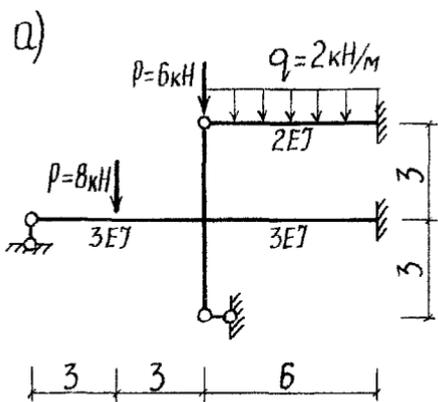
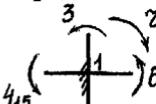


Рис.11

Смещая дополнительный опорный стержень вниз на величину  $Z_2 = 1$ , строим эпюру  $M_2$  (рис. 11г). Система канонических уравнений имеет вид:

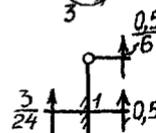
$$\begin{cases} r_{11} \cdot Z_1 + r_{12} \cdot Z_2 + R_{1P} = 0; \\ r_{21} \cdot Z_1 + r_{22} \cdot Z_2 + R_{2P} = 0. \end{cases}$$

Определяем коэффициенты и свободные члены уравнений



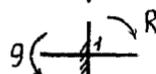
$$\sum M_1 = 0$$

$$r_{11} = 3 + 6 + 3 + 4,5 = 16,5$$

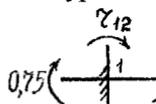


$$\sum Y = 0$$

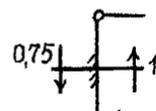
$$r_{22} = 0,708$$



$$R_{1P} = 9$$

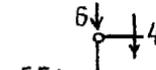


$$r_{12} = 0,75$$



$$\sum Y = 0$$

$$r_{21} = 0,75$$



$$\sum Y = 0$$

$$R_{2P} = -16$$

Решая систему канонических уравнений

$$\begin{cases} 16,5 \cdot Z_1 + 0,75 \cdot Z_2 + 9 = 0; \\ 0,75 \cdot Z_1 + 0,708 \cdot Z_2 - 16 = 0. \end{cases} \quad \text{получаем } Z_1 = -1,65; Z_2 = 24,35.$$

Строим «исправленные» единичные эпюры  $M_1 \cdot Z_1$  и  $M_2 \cdot Z_2$  (рис. 11е, ж).

Окончательную эпюру «М» строим по формуле:

$$M = M_1 \cdot Z_1 + M_2 \cdot Z_2 + M_P \quad (\text{рис. 11з}).$$

Для проверки правильности эпюры «М» строим в основной системе метода сил единичную эпюру « $M_1$ » (рис. 11и). Результат перемножения эпюр «М» и « $M_1$ » должен быть равен нулю.

$$\sum \int_0^l \frac{M \cdot M_1 ds}{EJ} = \frac{1}{3EJ} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 20,34 + \frac{3}{6} \cdot (2 \cdot 20,34 \cdot 3 + 2 \cdot 16,69 \cdot 6 + 20,34 \cdot 6 + 16,69 \cdot 3) + \frac{6}{6} (2 \cdot 26,61 \cdot 6 - 2 \cdot 31,56 \cdot 12 + 26,61 \cdot 12 - 31,56 \cdot 6) \right] = 0,07$$

По эпюре изгибающих моментов строим эпюру поперечных сил «Q» (рис. 11к) и по эпюре «Q» строим эпюру продольных сил «N» (рис. 11л).

Приложив к раме внешнюю нагрузку, отбросив опорные связи и заменив их реакциями, выполняем статическую проверку равновесия рамы в целом

$$\sum X = 0; \quad 1,65 - 1,65 = 0;$$

$$\sum Y = 0; \quad 6 + 8 + 2 \cdot 6 \quad 9,52 - 9,69 - 6,78 = 0.$$

Составитель: Иван Степанович Сыроквашко

**Задания и методические указания  
к расчетно-проектировочным работам  
по строительной механике.**

Для студентов специальностей:

- Т.19.02 «Производство строительных изделий и конструкций»;
- Т.19.03 «Строительство дорог и транспортных объектов»;
- Г.11.15 – «Архитектура».

Ответственный за выпуск Сыроквашко И.С.

Редактор Сыроквашко И.В.