

К РАСЧЕТУ ДВУХШАРНИРНЫХ АРОК НА НЕПОДВИЖНЫЕ НАГРУЗКИ

Расчет двухшарнирных арок (рис. 1) на неподвижные нагрузки заключается [1] в определении внутренних усилий (изгибающих моментов M , поперечных Q и продольных N сил) в сечениях и построении их эпюр, а также в определении перемещений сечений и соответственно деформированного вида арок.

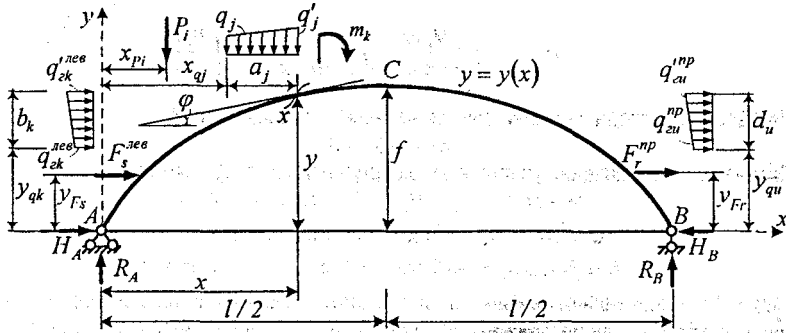


Рис. 1. Расчетная схема двухшарнирной арки с затяжкой

Двухшарнирные арки, в том числе с затяжкой, являются статически неопределимыми системами, имеют одну "лишнюю" связь и их расчет выполняется обычно методом сил. Основная система метода сил выбирается путем отбрасывания одной из горизонтальных опорных связей или разрезания затяжки. Незвестное метода сил определяется из уравнения

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0. \quad (1)$$

Коэффициенты δ_{11} и Δ_{1p} в (1) представляют собой перемещения в направлении отброшенной связи (горизонтальное перемещение опорного сечения или взаимное расхождение точек в месте разрезания затяжки) от действия соответственно единичного значения неизвестного X_1 и внешних нагрузок и определяются по формулам [1]:

$$\delta_{11} = \int_0^s \frac{\bar{M}_1^2 ds}{EJ} + \int_0^s \eta \frac{\bar{Q}_1^2 ds}{GA} + \int_0^s \frac{\bar{N}_1^2 ds}{EA} + \frac{\bar{N}_{1затм}^2 l}{EA_{затм}}; \quad (2)$$

$$\Delta_{1p} = \int_0^s \frac{\bar{M}_1 M_p ds}{EJ} + \int_0^s \eta \frac{\bar{Q}_1 Q_p ds}{GA} + \int_0^s \frac{\bar{N}_1 N_p ds}{EA} + \frac{\bar{N}_{1затм} N_{пзатм} l}{EA_{затм}}; \quad (3)$$

где: $\bar{M}_1 = -y$; $\bar{Q}_1 = -\sin\varphi$; $\bar{N}_1 = -\cos\varphi$ – законы изменения эпюр внутренних усилий (изгибающих моментов, поперечных и продольных сил), построенных от единичного значения неизвестного ($X_1=1$); $\bar{N}_{1затм} = 1$ – усилие в затяжке от $X_1=1$; $ds = \frac{dx}{\cos\varphi}$, dx – бесконечно малые участки дуги и пролета арки; $EJ = EJ(x)$, $GA = GA(x)$, $EA = EA(x)$ – зависимости для жесткостей арки, соответственно при изгибе, сдвиге и растяжении-сжатии; $EA_{затм}$ – продольная жесткость затяжки; $y = y(x)$ – закон изменений оси арки; φ – угол

наклона касательной к оси арки, определяемый из зависимости $tg \varphi = \frac{dy}{dx}$; M_p , Q_p , N_p – законы изменения внутренних усилий в основной системе метода сил от действия внешних нагрузок; l – пролет арки;

η – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений по высоте сечения при изгибе.

Учитывая зависимость для единичных усилий и переходя к интегрированию по x ($ds = dx / \cos \varphi$), выражения (2) и (3) принимают вид:

$$\delta_{11} = \int_0^l \frac{y^2 dx}{EJ \cos \varphi} + \int_0^l \eta \frac{\sin^2 \varphi dx}{GA \cos \varphi} + \int_0^l \frac{\cos \varphi dx}{EA} + \frac{l}{EA_{зам}}; \quad (4)$$

$$\Delta_{1P} = - \int_0^l \frac{y M_p dx}{EJ \cos \varphi} - \int_0^l \eta \frac{\sin \varphi Q_p dx}{GA \cos \varphi} - \int_0^l \frac{N_p dx}{EA}. \quad (5)$$

Неизвестное метода сил вычисляется из решения уравнения (1)

$$X_1 = - \Delta_{1P} / \delta_{11}.$$

Окончательные значения усилий в арке определяются по формулам:

$$\begin{aligned} M &= \bar{M}_1 X_1 + M_p = M_p^0 + M_p^{sup} + M_p^M - (X_1 + F_x) y; \\ Q &= \bar{Q}_1 X_1 + Q_p = Q_p^0 \cos \varphi - Q_p^{sup} \sin \varphi - (X_1 + F_x) \sin \varphi; \\ N &= \bar{N}_1 X_1 + N_p = -[Q_p^0 \sin \varphi + Q_p^{sup} \cos \varphi + (X_1 + F_x) \cos \varphi], \end{aligned} \quad (6)$$

где: M_p^0 и Q_p^0 – значения балочных усилий, то есть значения усилий в сечениях простой двухопорной балки с пролетом, равным пролету арки, от действия заданных вертикальных нагрузок;

M_p^{sup} и Q_p^{sup} – значения усилий в сечениях арки от действия горизонтальных внешних нагрузок;

M_p^M – значения изгибающих моментов в сечениях арки от действия внешних сосредоточенных моментов. Определение усилий в сечениях выполняется методом сечений [1].

Вычисление интегралов в (4) и (5) в большинстве случаев не является простым делом, и поэтому непосредственное интегрирование их чаще всего заменяют численным суммированием при разбивке пролета арки на конечное число участков (n). При этом разбивать пролет удобнее на равные части, что позволяет вынести их длины $\Delta x = l/n$ за знаки сумм. В этом случае выражения (4) и (5) принимают вид:

$$\delta_{11} = \left(\sum_1^n \frac{y^2}{EJ \cos \varphi} \right) \Delta x + \left(\sum_1^n \eta \frac{\sin^2 \varphi}{GA \cos \varphi} \right) \Delta x + \left(\sum_1^n \frac{\cos \varphi}{EA} \right) \Delta x + \frac{l}{EA_{зам}}; \quad (7)$$

$$\Delta_{1P} = - \left(\sum_1^n \frac{y M_p}{EJ \cos \varphi} \right) \Delta x - \left(\sum_1^n \eta \frac{\sin \varphi Q_p}{GA \cos \varphi} \right) \Delta x - \left(\sum_1^n \frac{N_p}{EA} \right) \Delta x. \quad (8)$$

Для арок постоянного сечения их жесткости будут константами и их также можно вынести за суммы. Если ввести при этом обозначения:

$$k_0 = \frac{GA}{EJ}; \quad k_n = \frac{EA}{EJ}; \quad k_{зам} = \frac{EA_{зам}}{EJ}, \quad (9)$$

и учесть, что $l = \Delta x \cdot n$, то выражения (7) и (8) можно записать в виде:

$$\delta_{11} = \frac{\Delta x}{EJ} \left(\sum_1^n \frac{y^2}{\cos \varphi} + \frac{\eta}{k_0} \sum_1^n \frac{\sin^2 \varphi}{\cos \varphi} + \frac{1}{k_n} \sum_1^n \cos \varphi + \frac{n}{k_{зам}} \right); \quad (10)$$

$$\Delta_{1P} = - \frac{\Delta x}{EJ} \left(\sum_1^n \frac{y M_p}{\cos \varphi} + \frac{\eta}{k_0} \sum_1^n \frac{\sin \varphi Q_p}{\cos \varphi} + \frac{1}{k_n} \sum_1^n N_p \right). \quad (11)$$

Заметим, что первые слагаемые в этих выражениях учитывают изгибающие моменты, вторые слагаемые – поперечные силы, а третьи – продольные силы в арке. Четвертое слагаемое в (10) учитывает продольную силу в затяжке.

При использовании численного интегрирования ось арки $y = y(x)$ заменяется ломаной линией, а все величины, входящие в формулы (7), (8) и (10), (11), должны вычисляться в средних точках участков разбивки. Точность расчета будет, естественно, тем выше, чем на большее число участков будет разбит пролет арки. Вычисления величин δ_{II} и Δ_{IP} , таким образом, представляют довольно трудоемкое дело.

Для определения перемещений точек (сечений) используем формулу Мора. Вычисление интегралов Мора здесь также будем выполнять путем численного интегрирования (суммирования по конечному числу участков, на которые разбивается пролет арки) с применением формулы трапеций

$$\Delta_{IP} = \sum_{j=1}^{n_{y\phi}} \int \frac{\bar{M}_j M_{Pj} ds}{E_j} = \sum_{j=1}^{n_{y\phi}} \frac{\Delta x_j}{E_j \cos \varphi_j} (2\bar{M}_j^{лев} \cdot M_{Pj}^{лев} + \bar{M}_j^{лев} \cdot \bar{M}_j^{пр} + \bar{M}_j^{пр} \cdot M_{Pj}^{пр} + 2\bar{M}_j^{пр} \cdot M_{Pj}^{пр}), \quad (12)$$

где: Δ_{IP} – перемещение точки в i -ом направлении; $n_{y\phi}$ – число участков, на которые разбивается пролет арки;

E_j – жесткость j -го участка арки;

\bar{M}_j , $\bar{M}_j^{лев}$, $\bar{M}_j^{пр}$ – эпюра (зависимость изменения) изгибающих моментов от действия единичной силы, приложенной в направлении искомого перемещения, и ее левая и правая ординаты на j -ом участке;

M_{Pj} , $M_{Pj}^{лев}$, $M_{Pj}^{пр}$ – эпюра изгибающих моментов от внешней нагрузки и ее ординаты (левая и правая) на том же участке; $\cos \varphi_j$ – косинус угла наклона касательной к оси арки на j -ом участке по отношению к оси x .

Для построения схемы деформирования арки необходимо вычислить с использованием формулы (12) вертикальные и горизонтальные перемещения для сечений (точек) арки с заданным шагом. Чем больше будет этих точек, для которых будем иметь их перемещения, тем точнее сможем представить форму деформирования арки. В качестве таких точек примем центры сечений арок, которые ранее использовались для расчета усилий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дарков А.В., Шапошников Н.Н. Строительная механика. – М.: Высш. шк., 1986. – 607 с.

УДК 624.012.46

Протасевич А.А.

Научный руководитель: д.т.н., профессор Тур В.В.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОСУЩЕСТВЛЕНИЮ КОНТРОЛЯ СООТВЕТСТВИЯ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА НА СЖАТИЕ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Одним из импульсов развития эффективного и безаварийного производства сборного и монолитного железобетона заданной высокой долговечности служит снижение неоднородности свойств данного материала на микро- и макроуровнях, что является следствием накопления дефектов структуры бетона на каждом посту технологической цепочки и требует строгого контроля всей проектной технологии. Поэтому так важна и необходима оценка соответствия различных характеристик свойств бетона (в т.ч. прочностных), представляющая