УДК 519.3: 681.3

БОГОМОЛОВ Д.В.

Научный руководитель: доцент Игнатюк В.И.

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА РАСЧЕТА УСИЛИЙ В ПЛОСКИХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМАХ С УЧЕТОМ УПРУГОЙ ПОДАТЛИВОСТИ УЗЛОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

При расчете сооружений методом конечных элементов основным разрешающим уравнением [3] является уравнение вида:

$$[K]\{\Delta\} = \{P\}, \tag{1}$$

где [K] - матрица жесткости системы, {Δ} - вектор перемещений узлов системы, {P} - вектор внешних узловых нагрузок.

Учет упруго-податливого соединения элементов в узлах вызовет соответствующие изменения в матрицах [K] и {P}. Так как эти матрицы могут быть сформированы из матриц отдельных конечных элементов (КЭ) [3], учет упругой податливости присоединения КЭ к узлам может быть выполнен на уровне определения матриц жесткости и векторов нагрузок КЭ.

Для КЭ, присоединяющихся к узлам с помощью упруго-податливых связей, жесткости которых определяются величинами c_1 - c_6 (рис. 1)

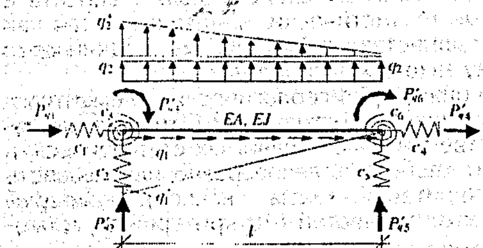

Рис. 1. Схема конечного элемента

(c_1, c_4 - жесткости горизонтальных связей в начале и в конце стержня, c_2, c_5 - жесткости соответствующих вертикальных связей, c_3, c_6 - жесткости угловых связей), матрица жесткости в местной системе координат получена в работе [1] и имеет вид:

$$[K'_Э]=\left[\begin{array}{ccc|ccc}
\frac{EA}{l}k_N & 0 & 0 & -\frac{EA}{l}k_N & 0 & 0\\
0 & \frac{12EJ}{l^3}k_1 & -\frac{6EJ}{l^2}k_2 & 0 & -\frac{12EJ}{l^3}k_1 & -\frac{6EJ}{l^2}k_4\\
0 & -\frac{6EJ}{l^2}k_2 & \frac{3EJ}{l}(k_2+k_3) & 0 & \frac{6EJ}{l^2}k_2 & \frac{3EJ}{l}(k_2-k_3)\\
\hline
-\frac{EA}{l}k_N & 0 & 0 & \frac{EA}{l}k_N & 0 & 0\\
0 & -\frac{12EJ}{l^3}k_1 & \frac{6EJ}{l^2}k_2 & 0 & \frac{12EJ}{l^3}k_1 & \frac{6EJ}{l^2}k_4\\
0 & -\frac{6EJ}{l^2}k_4 & \frac{3EJ}{l}(k_2-k_3) & 0 & \frac{6EJ}{l^2}k_4 & \frac{3EJ}{l}(k_4+k_5)
\end{array}\right], \tag{2}$$

где EA, EJ - продольная и изгибная жесткости стержня, и где обозначено:

$$k_N = \frac{1}{1+(c_1+c_4)\frac{EA}{l}};\quad k_1 = \frac{t_4}{t_2t_4-3t_3^2};\quad k_2 = \frac{t_3+t_4}{t_2t_4-3t_3^2};$$

$$k_3 = \frac{1}{3t_4}+\frac{t_3}{t_4}k_2;\quad k_4 = \frac{t_4-t_3}{t_2t_4-3t_3^2};\quad k_5 = \frac{1}{3t_4}+\frac{t_3}{t_4}k_4, \tag{3}$$

$$t_2 = 1+(c_2+c_5)\frac{12EJ}{l^3}+(c_3+c_6)\frac{3EJ}{l}; \quad t_3=(c_6-c_3)\frac{EJ}{l}; \quad t_4 = 1+(c_3+c_6)\frac{EJ}{l}. \tag{4}$$

При действии на конечных элементов распределённых нагрузок в методе конечных элементов их необходимо преобразовывать к узловым. Это преобразование для конечных элементов, упруго-податливо присоединяемых к узлам, не будет совпадать со случаями жёстко-шарнирного соединения конечных элементов в узлах и может быть получено также на основе расчётов соответствующих конечных элементов [1]. Для случая нагружения КЭ распределенными нагрузками, представленными на рис. 1, величины узловых нагрузок для него будут определяться выражением

$$\{P'_q\}=\begin{Bmatrix} P'_{q1} \\ P'_{q2} \\ P'_{q3} \\ \hdashline P'_{q4} \\ P'_{q5} \\ P'_{q6} \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} \frac{q_1 l}{2} f_{q1}+\frac{q_1^* l}{6}(3-s_{q1}) \\ \frac{q_2 l}{2}(1-f_{q2})+\frac{q_2^* l}{20}(10-u_{q1}) \\ -\frac{q_2 l^2}{12}(1{,}5-3f_{q2}-f_{q3})-\frac{q_2^* l^2}{120}(20+u_{q2}-6u_{q1}) \\ \hdashline \frac{q_1 l}{2} f_{q1}+\frac{q_1^* l}{6} s_{q1} \\ \frac{q_2 l}{2}(1+f_{q2})+\frac{q_2^* l}{20} u_{q1} \\ \frac{q_2 l^2}{12}(1{,}5+3f_{q2}-f_{q3})+\frac{q_2^* l^2}{120} u_{q2} \end{Bmatrix}, \tag{5}$$

где

$$f_{q2}=\frac{3t_{q2}t_4-t_{q3}t_3}{6t_3^2-2t_2t_4}; \qquad f_{q3}=3f_{q2}\frac{t_3}{t_4}+\frac{t_{q3}}{2t_4}; \qquad u_{q2}=\frac{3u_2u_{q1}-5s_{q3}}{u_3},$$

$$u_{q1}=\frac{8s_{q2}u_3-5s_{q3}u_2}{4u_1u_3-3u_2^2}; \qquad t_{q2}=\frac{EJ}{l}\left(\frac{1}{c_6}-\frac{1}{c_3}\right)+\frac{8EJ}{l^3}\left(\frac{1}{c_5}-\frac{1}{c_2}\right);$$

$$t_{q3}=1+\frac{3EJ}{l}\left(\frac{1}{c_3}+\frac{1}{c_6}\right); \qquad s_{q2}=1+\frac{15EJ}{c_2 l^3}; \qquad s_{q3}=1+\frac{4EJ}{c_3 l}; \tag{6}$$

$$u_1=1+\frac{3EJ}{l^3}\left(\frac{1}{c_2}+\frac{1}{c_5}\right)+\frac{3EJ}{c_3 l}; \qquad u_2=1+\frac{2EJ}{c_3 l}; \qquad u_3=1+\left(\frac{1}{c_3}+\frac{1}{c_6}\right)\frac{EJ}{l};$$

t_2, t_3, t_4 – см. (3).

Преобразование матриц жесткости и векторов внешних нагрузок конечных элементов из местных в общую систему координат производится с помощью выражений [3]:

$$[K]=[T_\alpha]^T\cdot[K']\cdot[T_\alpha]; \qquad \{P_q\}=[T_\alpha]^T\{P'_q\}, \tag{7}$$

где $[T_\alpha]$, $[T_\alpha]^T$ - обычная и транспонированная матрицы преобразования координат.

На основе полученных зависимостей [1, 2] составлена компьютерная программа расчета плоских стержневых систем на статические нагрузки - программа «Vega». Программа разработана в среде Delphi 5 с применением объектно-ориентированной модели программирования, исполняемый файл программы Vega.exe имеет размер 990 Кб. Программа работает под управлением операционных систем Windows 95 и выше и не требует специальной установки на компьютер и дополнительных библиотек. Стандартный для Windows графический интерфейс (см. рис. 2, 3) и достаточно развитый сервис делают работу в программе простой, понятной и удобной. Достоинствами программы являются:

- возможность учета упругой податливости присоединения стержней к узлам;
- возможность приложения к системам нагрузок, распределенных по треугольному и трапециидальному законам;
- практически неограниченное число узлов и стержней системы (определяются ресурсами компьютера);
- возможность группового выделения узлов или стержней с целью одновременного изменения их характеристик (координат, нагрузок, жесткостей);
- возможность анализа расчетных схем на изменяемость;
- возможности масштабирования, перемещения и удобного представления графических объектов;
- возможности удобного представления таблиц исходных данных и результатов расчета (формат чисел, размеры ячеек, шрифты, выравнивание);
- возможность просмотра для каждого узла, стержня и для системы в целом любой матрицы, использующейся в процессе решения.

Программа имеет «Помощь», содержащую краткие сведения о методе расчета и информацию о работе в программе и с программой.

Основное окно программы, открывающееся при ее запуске, содержит меню, в котором представлены все основные инструменты работы с программой, включая:

- меню «Файл» («Создать», «Открыть», «Закрыть», «Сохранить», «Сохранить как...»);
- меню «Вид» - позволяет изменять вид расчетных схем (шрифты, масштабирование, перемещение), вид таблиц (шрифты, размеры ячеек, форматы представления чисел и их расположение в ячейках) и включающее также команды - «Что показывать» (показывать или нет номера узлов, стержней, координаты узлов, опоры, нагрузки, базисы, типы жесткостей стержней), «Масштабы»;
- меню «Расчетная схема», позволяющее создавать узлы и стержни, редактировать и удалять их, а также задавать загружения и типы жесткостей;
- меню «Инструменты», содержащее инструменты и команды: «Конструктор системы», с помощью которого выполняется создание, редактирование системы и вся работа с ней; «Список элементов» (узлов и стержней), позволяющий выделять их и работать с ними; «Эпюры и деформации», «Результаты расчета», представляющие результаты расчета в табличном виде; «Матрица элемента», дающая возможность просмотреть для выделенного стержня любую из матриц;

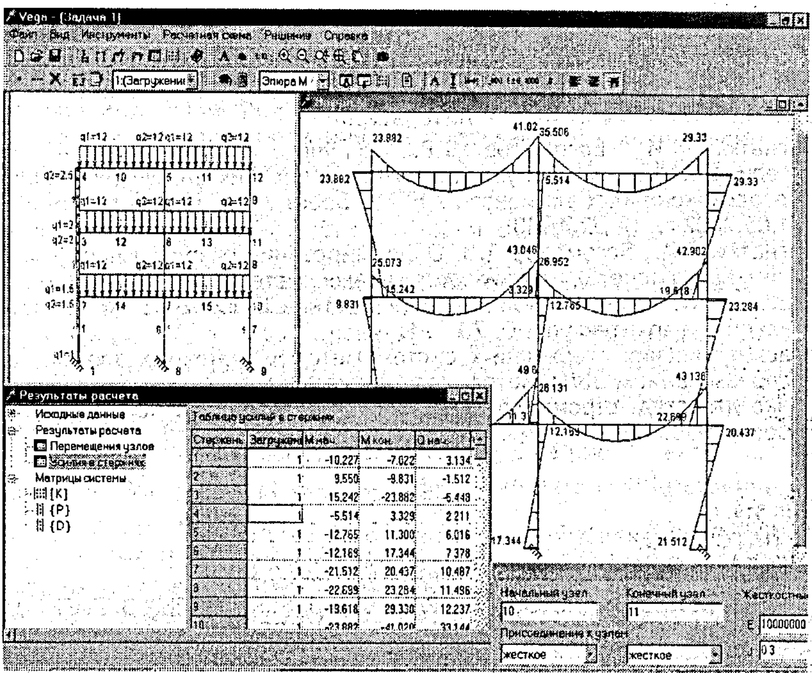

Рис. 2. Интерфейс программы «Vega»

- меню «Решение», содержащее команды – «Предварительный анализ системы» (проверяется неизменяемость системы), «Расчет» (запускает систему на расчет); «Эпюры системы», «Деформаций системы», «Перемещения узлов», «Усилия в стержнях», «Матрицы системы», «Матрицы элемента», «Создание отчета»;
- меню «Справка».

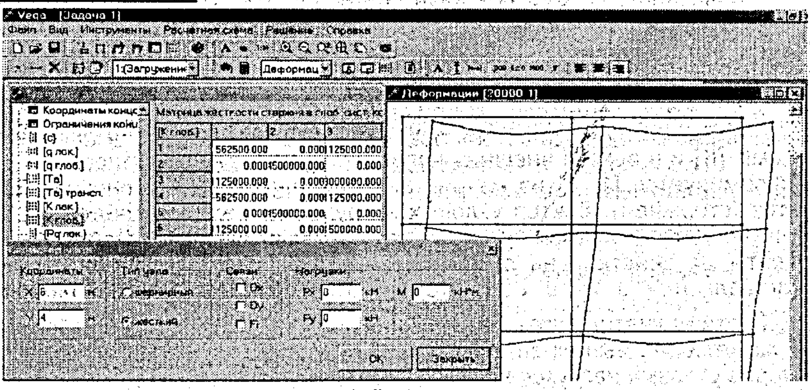

Рис. 3. Интерфейс программы «Vega»

Многие из указанных команд открывают свои окна со своими наборами функций и команд. Для удобства пользователя большинство команд продублировано на панели инструментов (рис. 2, 3).

Литература

1. Игнатюк В.И., Богомолов Д.В. Об учете упругой податливости соединения стержней в узлах в расчетах плоских стержневых систем методом конечных элементов / БГТУ. Брест.2002. 13с. Деп. в БелИСА 24.05.2002 г., № Д200240.
2. Игнатюк В.И., Богомолов Д.В. О формировании разрешающих уравнений МКЭ в расчетах плоских стержневых систем с учетом упругой податливости узловых соединений // Вестник БГТУ. 2003. № 1: Строительство и архитектура. С. 70 - 74.
3. Расчет плоских стержневых систем методом конечных элементов с использованием ЭВМ: Методические указания по строительной механике для студ. строит. спец. / В.И. Игнатюк; Брест. политехн. ин-т. Брест, 1990. 42с.

УДК 519.3

ИГНАТОВ А.Ю.

Научный руководитель: доцент Игнатюк В.И.

О РАСЧЕТЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РАМ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ УПРУГОЙ ПОДАТЛИВОСТИ УЗЛОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

В реальных сооружениях соединение стержней в узлах чаще всего не является идеально жестким либо шарнирным, а имеет определенную упругую податливость, которая обычно не учитывается в расчетах, но может существенно влиять на распределение усилий в системах. Для учёта этого фактора необходимо в методике расчета учитывать возможность упругой податливости узловых соединений, что и реализовано в полученных авторами зависимостях для метода конечных элементов (МКЭ).

Разрешающие уравнения МКЭ имеют вид [1, 3]

$$[K]\cdot\{\Delta\}=\{P\}, \tag{1}$$

где: [K] - матрица жесткости системы; $\{\Delta\}$ - вектор перемещений узлов системы; $\{P\}$ - вектор внешних узловых нагрузок. При учете упругой податливости присоединения стержней (конечных элементов) к узлам должны быть внесены соответствующие изменения в матрицу жесткости системы [K] и в вектор внешних нагрузок $\{P\}$. Матрица жесткости системы формируется [1, 3] из матриц жесткости отдельных конечных элементов (стержней). Вектор узловых нагрузок включает в себя чисто узловые внешние нагрузки, действующие на систему, и узловые силы и моменты от действия на стержни распределенных нагрузок, которые представляются в виде соответствующих векторов узловых нагрузок $\{P_{q}\}$. Поэтому учет упругой податливости присоединения стержней к узлам может быть выполнен на уровне определения матриц жесткости и векторов узловых нагрузок конечных элементов.

Пространственный стержневой конечный элемент имеет 12 степеней