

**Рис. 2.** Схема поиска оптимального решения

УДК 539.3:624.023.87

Босаков С.В., Голанов Ю.А., Семенюк С.Д.

## РАСЧЕТ ПЛОСКОЙ ФУНДАМЕНТНОЙ РАМЫ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

### Введение

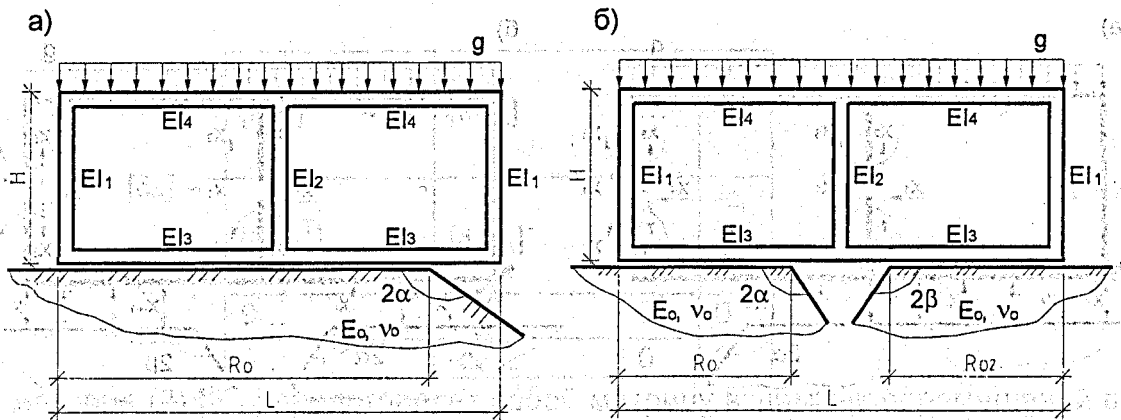
В условиях Беларуси является актуальной проблема проектирования, строительства новых и защиты эксплуатируемых зданий и сооружений на территориях с просадочными грунтами, в том числе на подрабатываемых территориях и в условиях образования карста. При этом необходимо предусматривать меры, обеспечивающие требуемые эксплуатационные качества и долговечность сооружений. Это достигается либо путем создания надежного основания, исключающего появления недопустимых деформаций сооружений, либо применением специальных конструкций сооружений, приспособленных к повышенным неравномерным деформациям.

В качестве фундаментов зданий и сооружений, возводимых на структурно-неустойчивых грунтах, сопряжений мостовых переходов, развязке транспортных потоков автодорог, линий метрополитена, спаренных тоннелях, шлюзах-регуляторах, водопропускных трубах под насыпью дорог предлагается использование рамно-пространственных конструкций. Одним из элементов таких конструкций являются железобетонные рамы замкнутого профиля.

### Постановка задачи и метод решения

За расчетную модель подобных конструкций в аварийном состоянии была принята плоская двухпролетная замкнутая рама на упругом основании, нагруженная равномерно распределенной нагрузкой при образовании уступа в основании под одним из краев рамы и при образовании провала основания по середине ее пролета. Расчетные схемы рам в аварийном состоянии изображены на рис. 1.

В расчете требуется определить величины реактивных напряжений на контакте нижнего пояса рамы с упругим основанием, распределение изгибающих моментов и поперечных сил в сечениях элементов рамы, осадки и углы поворота.



**Рис. 1.**

Расчетная схема рамы:

*а* – при образовании уступа грунта под одним из краев рамы;

*б* – при образовании провала грунта по середине пролета рамы.

При расчете рамы были приняты следующие предпосылки:

- касательные напряжения на границе контакта рамы с упругим основанием не учитываются [1];
- на контакте рамы с упругим основанием могут возникать как сжимающие, так и растягивающие реактивные напряжения;
- внешняя нагрузка действует строго в плоскости рамы перпендикулярно поверхности грани клиновидного основания.

Расчет рамы на упругом основании выполнялся способом Б.Н. Жемочкина [2]. Для этого стержни рамы, контактирующие с упругим основанием, разбивались на прямоугольные участки. Реакцию основания под нижним поясом рамы заменяли действием сосредоточенных сил. С этой целью по центру каждого из участков нижней грани ставились абсолютно жесткие связи, через которые осуществлялся контакт рамы с упругим основанием. При этом считалось, что усилие в каждой введенной связи вызывает равномерное распределение реактивных давлений в пределах площади каждого из участков. Замена сосредоточенного усилия на распределенную нагрузку, вызвана тем, что перемещение упругого основания в точке приложения сосредоточенной силы неограниченны. По левому нижнему углу рамы вводилось жесткое защемление. Таким образом, от расчета рамы на упругом основании мы перешли к расчету многократно статически неопределимой системы, связанной с упругим основанием жесткими связями в отдельных точках (рис.2). Для решения этой задачи был выбран смешанный метод строительной механики [2], где за неизвестное принимались усилия во введенных связях, стойках рамы, а также линейное и угловое перемещения защемления угла рамы.

Основная система смешанного метода изображена на рис. 2.

Были составлены канонические уравнения смешанного метода, которые выражают условия совместности деформаций нижнего пояса рамы и упругого основания, то есть условия отсутствия взаимных перемещений нижнего пояса и основания в местах разреза жестких связей. К этим уравнениям также были добавлены два уравнения равновесия относительно введенного защемления.

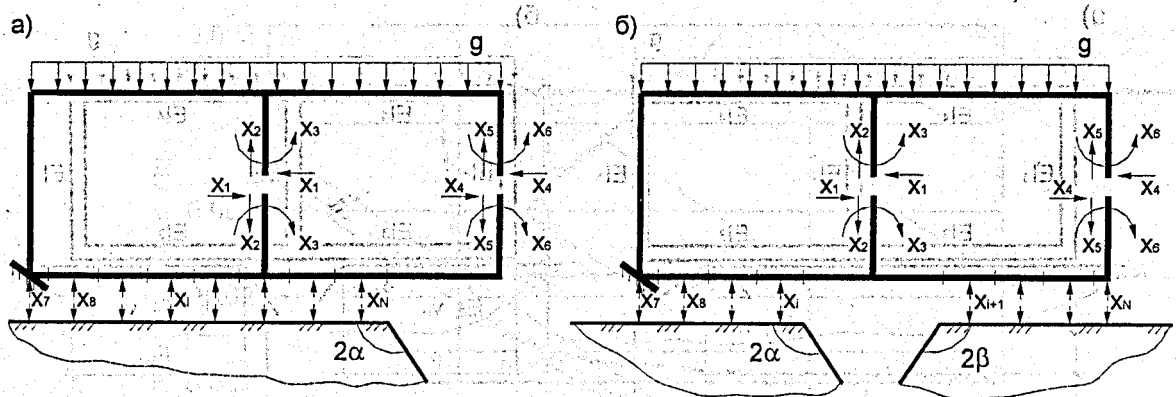


Рис. 2.

Основная система смешанного метода:

а – при образовании уступа грунта под одним из краев рамы;

б – при образовании провала грунта по середине пролета рамы.

Система канонических уравнений для определения неизвестных в рассматриваемой задаче имеет вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N+6} \sum_{k=1}^{N+6} \delta_{ik} X_k + u_0 + \varphi_0 c_1 + \Delta_{ip} = 0 \\ - \sum_{k=1}^N X_k c_k + M = 0 \\ - \sum_{k=1}^N X_k + R = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где:  $N$  – число участков Б.Н. Жемочкина на контакте рамы с упругим основанием;

$X_k$  – усилие в связи Б.Н. Жемочкина с номером  $k$ ;

$\Delta_{ip}$  – прогиб центра участка с номером  $i$  основной системы от внешней нагрузки;

$u_0, \varphi_0$  – линейное и угловое перемещение введенного защемления на краю основной системы;

$R, M$  – равнодействующая внешних сил, приложенных к раме, и момент равнодействующей относительно введенного защемления;

$c_i$  – расстояние от защемления до центра участка с номером  $i$  основной системы;

$\delta_{ik}$  – взаимное перемещение концов  $i$ -ой разрезанной связи Б.Н. Жемочкина от единичного усилия  $X_k$ .

Систему (1) удобно представить в матричной форме:  $[\delta_{ik}] \cdot [X_k] = [\Delta_{ip}]$

Матрицу коэффициентов  $[\delta_{ik}]$  при неизвестных системы представим в блочном виде. В случае образования клина в основании под одним из краев рамы она имеет вид:

$$[\delta_{ik}] = \begin{bmatrix} [\delta^I_{ik}] & [\delta^{II}_{ik}] & 0 & 0 \\ [\delta^{II}_{ik}{}^T] & [\delta^{III}_{ik}] & 1 & -c_i \\ 0 \dots & -1 \dots & 0 & 0 \\ 0 \dots & -c_k \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

В матрице (3)  $[\delta^I_{ik}]$  представляет собой матрицу взаимных перемещений в первых шести отброшенных связях в основной системе (рис. 2):

$$[\delta^I_{ik}] = \begin{bmatrix} H^2\left(\frac{L}{4} + \frac{H}{6}\right) & 0 & 0 & H^2\left(\frac{L}{4} + \frac{H}{12}\right) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L^2}{4}\left(\frac{L}{3} + H\right) & \frac{L}{2}\left(\frac{L}{2} + H\right) & 0 & \frac{L^2}{4}\left(\frac{5L}{6} + 2H\right) & \frac{L}{2}\left(\frac{L}{2} + H\right) \\ 0 & \frac{L}{2}\left(\frac{L}{2} + H\right) & L + 2H & 0 & L\left(\frac{3L}{4} + H\right) & L + H \\ H^2\left(\frac{L}{4} + \frac{H}{12}\right) & 0 & 0 & H^2\left(\frac{L}{2} + \frac{H}{6}\right) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L^2}{4}\left(\frac{5L}{6} + 2H\right) & L\left(\frac{3L}{4} + H\right) & 0 & L^2\left(\frac{2L}{3} + H\right) & L^2 + 2H \\ 0 & \frac{L}{2}\left(\frac{L}{2} + H\right) & L + H & 0 & L^2 + 2H & 2L + 2H \end{bmatrix}$$

где:  $L$  и  $H$  — соответственно длина и высота рамы;

$[\delta^{II}_{ik}]$  — матрица взаимных перемещений шести отброшенных связей в стойках рамы и неизвестных во введенных связях Жемочкина:

$$[\delta^{II}_{ik}] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4}c_7^2 H & \dots & -\frac{1}{4}c_m^2 H & \dots & -\frac{1}{2}LH\left(2c_{m+1} - \frac{L}{2}\right) & \dots & -\frac{1}{2}LH\left(2c_N - \frac{L}{2}\right) \\ -\frac{1}{2}c_7^2\left(\frac{L}{6} - c_7\right) & \dots & -\frac{1}{2}c_m^2\left(\frac{L}{6} - c_m\right) & \dots & -\frac{1}{8}L\left(2c_{m+1} - \frac{L}{6}\right) & \dots & -\frac{1}{8}L\left(2c_N - \frac{L}{6}\right) \\ -\frac{1}{2}c_7^2 & \dots & -\frac{1}{2}c_m^2 & \dots & -\frac{1}{4}L\left(2c_{m+1} - \frac{L}{2}\right) & \dots & -\frac{1}{4}L\left(2c_N - \frac{L}{2}\right) \\ -\frac{H}{4}c_7^2 & \dots & -\frac{H}{4}c_m^2 & \dots & -\frac{1}{2}c_{m+1}^2\left(L - \frac{c_{m+1}}{3}\right) & \dots & -\frac{1}{2}c_N^2\left(L - \frac{c_N}{3}\right) \\ -\frac{1}{2}c_7^2\left(c_7 - \frac{L}{6}\right) & \dots & -\frac{1}{2}c_m^2\left(c_m - \frac{L}{6}\right) & \dots & -\frac{1}{2}c_{m+1}^2\left(c_{m+1} - \frac{L}{6}\right) & \dots & -\frac{1}{2}c_N^2\left(c_N - \frac{L}{6}\right) \\ -\frac{1}{2}c_7^2 & \dots & -\frac{1}{2}c_m^2 & \dots & -\frac{1}{2}c_{m+1}^2 & \dots & -\frac{1}{2}c_N^2 \end{bmatrix}$$

$N$  — номер последнего участка Жемочкина;

$m$  — номер участка Жемочкина под средней стойкой рамы в случае образования уступа грунта под одним из краев рамы или номер участка Жемочкина у грани левого клина в случае образования провала грунта по середине пролета рамы;

$[\delta^{II}_{ik}{}^T]$  — матрица, транспонированная относительно матрицы  $[\delta^{II}_{ik}]$ ;

$[\delta^{III}_{ik}]$  — матрица взаимных перемещений рамы и основания размерностью  $N \times N$ .

Каждый член этой матрицы зависит от осадок упругого основания и прогибов нижнего пояса рамы и определяется по формуле:

$$\delta_{ik} = y_{ik} + V_{ik} \quad (4)$$

где  $y_{ik}$  – прогиб точки  $i$  основной системы от единичной силы, приложенной в точке  $k$  системы; при  $c_i \leq c_k$ :

$$y_{ik} = \frac{c_k^2}{2EI} \left( c_i - \frac{1}{3} c_k \right) \quad (5)$$

при  $c_i > c_k$ :

$$y_{ik} = \frac{c_i^2}{2EI} \left( c_k - \frac{1}{3} c_i \right) \quad (6)$$

$V_{ik}$  – осадка точки  $i$  упругого клиновидного основания от единичной силы, распределенной по участку основания  $k$ .

Перемещения поверхности упругого клиновидного основания от действия сосредоточенной силы  $P$  с достаточной инженерной точностью могут определяться по формуле [4]:

$$V_{(r,z)} = \frac{P(1-\nu_0^2)}{\pi E_0} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{A_0}{R_2} \right), \quad (7)$$

$$R_1 = \sqrt{(a-r)^2 + z^2};$$

$$R_2 = \sqrt{(a+r)^2 + z^2};$$

$$A_0 = \pi \frac{4\alpha + \sin 4\alpha}{4\alpha^2 - \sin^2 2\alpha} - 2.$$

где:  $\nu_0$  – коэффициент Пуассона основания;

$2\alpha$  – угол раствора клина;

$a$  – расстояние от ребра клина до точки приложения сосредоточенной силы  $P$ ;

$r$  – расстояние от ребра клина до точки поверхности упругого клиновидного основания  $K_{(r,z)}$ , в которой определяются осадки от действия силы  $P$ ;

$z$  – проекция расстояния между точкой  $K_{(r,z)}$  и точкой приложения силы  $P$  на ребро клина.

В формуле (7) первое слагаемое представляет решение Буссинеска [1] для упругого однородно изотропного полупространства.

Свободные члены  $\Delta_{ip}$  системы (1) определяются обычными методами строительной механики [2] и матрица  $[\Delta_{ip}^T]$  имеет вид:

$$[\Delta_{ip}^T] = [-\Delta_{1p} -\Delta_{2p} -\Delta_{3p} \dots -\Delta_{6p} \ 0 \ 0 \ 0 \dots \ 0 \ -M \ -R] \quad (8)$$

После решения системы (1) по найденным значениям реактивных усилий  $X_k$  находятся изгибающие моменты и поперечные силы в сечениях балки. Также находятся осадки основания под нижним поясом рамы.

#### Пример расчета

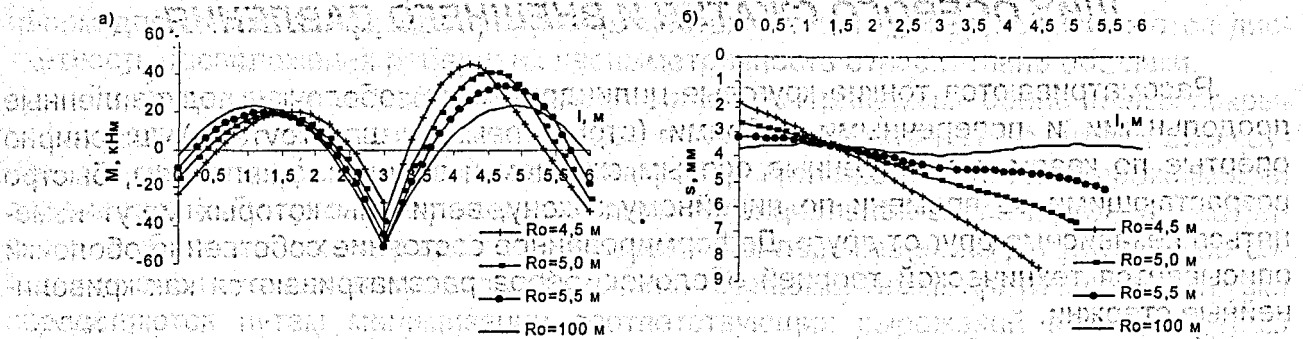
Для практической реализации указанного подхода была составлена программа расчета на ПЭВМ.

В расчете была принята двухпролетная рама, изображенная на рис. 1 с размерами: высотой  $H = 3.0$  м, длиной  $L = 6.0$  м, загруженная по верхнему поясу равномерно распределенной нагрузкой  $q = 50$  кН/м. Поперечное сечение ригелей и стоек принималось постоянным –  $0.4 \times 0.4$  м. Класс бетона рамы – В20. Параметры основания: модуль деформации –  $E_0 = 30$  МПа, коэффициент Пуассона –  $\nu_0 = 0.3$ , угол раствора клина –  $2\alpha = 2\beta = 135^\circ$ .

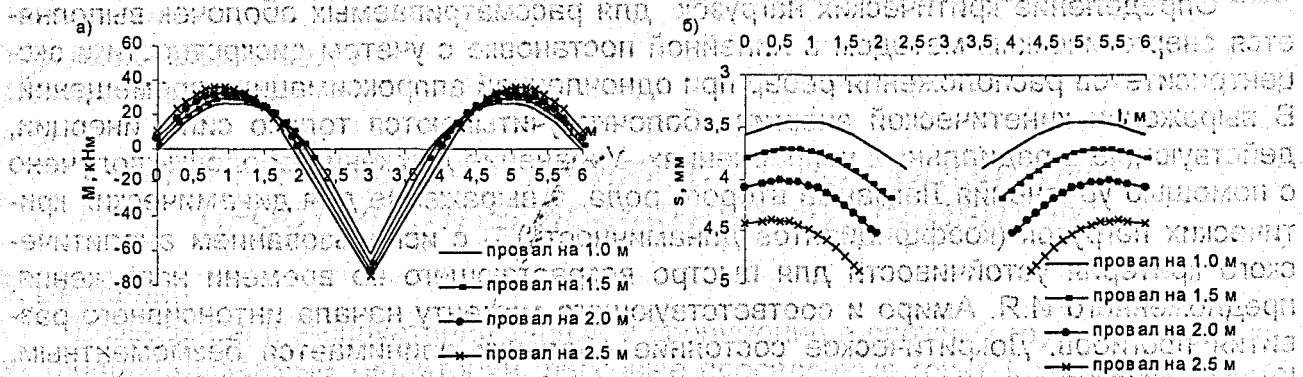
При расчете нижний пояс рамы разбивался на 41 участок. Это соответствовало 49 неизвестным способа Б.Н. Жемочкина.

Расчет производился для различных значений расстояния от введенного заземления основной системы до ребра клина  $R_0$  при образовании провала основания под одним из краев рамы и для различных значений ширины провала основания по середине пролета рамы.

Результаты численных расчетов представлены на рисунках 3 и 4.



**Рис. 3.** Распределение моментов в нижнем поясе рамы (а) и осадок основания (б) при образовании уступа в основании под одним из ее краев при различном расстоянии от заземления до ребра клина  $R_0$ .



**Рис. 4.** Распределение моментов в нижнем поясе рамы (а) и осадок основания (б) при образовании провала основания по середине пролета рамы для различных значений ширины провала.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Горбунов - Посадов М.И. Расчет конструкций на упругом основании / Горбунов - Посадов М.И., Маликова Т.А., Соломин В.И. -М., Стройиздат, 1984. 679с.: ил.
2. Жемочкин Б.Н. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании / Жемочкин Б.Н., Синицин А.П. -М., Стройиздат, 1962. -260с.: ил.
3. Ржаницын А.Р. Строительная механика: [Уч. пособие для строит. спец. вузов]. -М.: Высш. школа, 1982. -400с.: ил.
4. Босаков С.В., Фомичева Н.М. Изгиб балок, расположенных вблизи откоса. ОФимГ, №2, 1988. с.26-28.
5. Семёнюк Я. Д. Расчет пространственных железобетонных фундаментов жилых и гражданских зданий на неравномерно деформируемом основании // Ресурсекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Сб. наукових статей. -Ровно: РГТУ, 2000. -вып. 4, -С:249-254.