

Первый коэффициент можно определить по формуле  $C_1 = \frac{E_b}{H \cdot (1 - \mu^2)}$ , где  $E_b$  и  $\mu_b$  — соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона материала основания (в данном случае бетон);  $H$  — высота слоя упругих пружин.

Что касается второго коэффициента, то для его определения рекомендуется использовать формулу  $C_2 = \frac{E_b \cdot H}{20(1 + \mu_0)}$ , где  $\mu_0 = \mu / (1 - \mu)$ .

При известной глубине слоя  $H$  расчет деформаций жесткого штампа на упругом основании с двумя коэффициентами постели не представляет трудностей. При этом при назначении высоты слоя для упругих тел ограниченных размеров рекомендуется пользоваться положениям, изложенными ранее в работе [5].

По этой методике были выполнены расчеты осадок жесткого штампа в результате деформаций искривления поверхности для условий загрузки конечно-элементных моделей). Основные исходные данные и результаты расчетов приведены выше в таблице. Как показали расчеты, наблюдается хорошая сходимость результатов расчетов осадок по методике [5] с результатами конечно-элементного анализа моделей.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ахвердов И.Н., Смольский А.Е., Скочеляс В.В. Моделирование напряженного состояния бетона и железобетона. — Минск: Наука и техника, 1973. — 232 с.
2. Nielsen A. and Monteiro P. Concrete: a three phase material // Cement and Concrete Research. — 1993. — Vol. 23. — P.147—151.
3. Ramesh G., Sotelino E. and Chen W. Effect of Transition Zone on Elastic Stresses in Concrete Materials // Journal of Materials in Civil Engineering. — 1998. — Vol.10, № 4. — P.275—282.
4. Блещик Н.П. Структурно-механические свойства и реология бетонной смеси и прессвакуумбетона. — Минск: Наука и техника, 1977. — 232 с.
5. Rak N. Calculation of Reinforced Concrete Member Deformation Under Local Compression // Modern Building Materials, Structures and Techniques: Proceedings of 4th international conference. — Vilnius, Technika, 1995. — Vol. II. — P. 46—51.

УДК 624.075.23.001.24

Садовский Ю.И.

### ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТОРЦЕВЫХ ЗОН ШАРНИРНО ОПЕРТЫХ КОЛОНН КОЛЬЦЕВОГО СЕЧЕНИЯ

Проведенные ранее в БГПА экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния торцевых зон шарнирно опертых колонн кольцевого сечения с бетонным ядром во внутренней полости на участке ограниченной длины [1] позволили выявить основные закономерности их работы при осевом сжатии. Исследования проводились применительно к объекту внедрения центрифугированных колонн в каркасах зданий связевой схемы с элементами жесткости [2]. Были получены две схемы разрушения — по торцевому сечению от продольного раскола стенки колонны, начинающегося у торцевой поверхности колонны и по бетону полого сече-

ния при достижении предельной сжимаемости бетона стенки колонны. Экспериментально установлена взаимосвязь вида разрушения, а также нагрузок трещинообразования и разрушения с геометрическими параметрами торцевой зоны и в первую очередь высотой бетонного ядра.

Для разработки методики расчета трещиностойкости торцевых зон автором проведены численные исследования напряженно-деформированного состояния на основе метода конечных элементов и теории полых цилиндров, загруженных переменным по длине давлением.

Рассматривалась осесимметричная задача нагружения толстостенного цилиндра с бетонным ядром во внутренней полости на участке ограниченной длины равномерно распределенной нагрузкой, приложенной по торцу сечения. Переменность деформативных свойств бетона колонны и ядра задавалась с помощью разных упругих характеристик — модуля упругости  $E$ , коэффициента поперечного расширения  $\nu$ , модуля сдвига  $G$ .

Для расчета торцевая зона разбивалась на конечные элементы двух видов — с лежащими в основании угловым и кольцевым секторами. В качестве неизвестных системы уравнений приняты перемещения вершин конечных элементов. Окружные перемещения вследствие осесимметричности отсутствуют, поэтому в каждом узле два неизвестных — радиальное и вертикальное перемещения, которые определяются вариационно-разностным методом Ритца, в котором упругий потенциал  $V$  и работа нагрузок  $A$  выражаются через перемещения. Дифференцируя выражение потенциальной энергии  $\Pi = V - A$  системы по каждому из перемещений, получаем систему уравнений, решая которую методом Гаусса, получаем перемещения всех вершин конечных элементов (КЭ). Напряжения в центрах КЭ находим исходя из усредненных деформаций в их центрах, их значения на границах КЭ — по интерполяции или экстраполяции.

Описанная принципиальная схема расчета реализована в виде программы RAKEL, которая использована для численного исследования вариантного ряда торцевых зон шарнирно опертых колонн кольцевого сечения, отличающихся геометрическими параметрами и деформативными характеристиками материалов. Сравнительный анализ эпюр напряжений, построенный по результатам вычислений, позволил выявить закономерности изменения напряженно-деформированного состояния торцевых зон колонн при изменении их конструктивных параметров.

При действии на торцевое опорное сечение колонны равномерно распределенной нагрузки возникающие в бетоне осевые напряжения распределяются по сечению неравномерно. Эта неравномерность вызвана разными деформативными характеристиками бетона стенки колонны и ядра замоноличивания, а также различными условиями их опирания, что ведет к перераспределению напряжений по сечению в сторону увеличения их в бетоне колонны и уменьшения в бетоне ядра. Неравномерность распределения осевых напряжений по торцевому сечению составляет от 30 до 70%, причем характерна тенденция ее снижения при увеличении высоты бетонного ядра, а также при увеличении толщины стенки колонны. В целом же бетонное ядро в торцевом сечении несет 50..55% продольного усилия. По мере удаления от торца колонны происходит заметное перераспределение напряжений — они начинают увеличиваться в стенке и уменьшаться в бетоне ядра. Осевые сжимающие напряжения вызывают поперечное расширение бетона стенки и ядра, которые, однако, проявляются по-разному. Как известно [3], при нагружении бетона обе его основные деформативные характеристики — модуль упругости  $E$  и коэффициент поперечного

<sup>1</sup> Исследования проводились под руководством к.т.н., доцента Рака Н.А.

расширения,  $\nu$  изменяются. До уровня напряжений  $0,15R_b$  (стадия упругой работы бетона) характерно некоторое уменьшение коэффициента  $\nu$ . Для области работы бетона до нижней границы микроразрушений  $R_{crc}^0$  характерно почти постоянное значение коэффициента поперечной деформации  $\nu$  и модуля упругости  $E$ . Без особой погрешности коэффициент  $\nu$  в этом диапазон нагружения может быть принят постоянным и равным  $0,2$ . Последующее нагружение выше  $R_{crc}^0$  связано с развитием микроразрушений бетона и нарушением его целостности, что ведет к резкому увеличению коэффициента  $\nu$  (до  $0,5$  при верхней параметрической точке  $R_{crc}^v$ ).

Прочность центрифугированного бетона стенки колонны значительно выше прочности вибрированного бетона ядра. Относительный уровень нагружения ядра (даже с учетом неравномерности распределения осевых напряжений по поперечному сечению) оказался выше, чем бетона стенки колонны, что приводит к работе стенки колонны и бетона ядра в качественно разных стадиях.

Поясним эту разницу на конкретном примере. Торцевая часть колонны (бетон класса В50) выполнена с бетонным ядром из бетона В30 высотой 500 мм. Воспользовавшись зависимостями для вычисления параметрических точек тяжелого вибрированного и центрифугированного бетонов, нетрудно подсчитать, что при достижении в торцевом сечении колонны напряжений, соответствующих упругопластической стадии работы бетона без трещин (например, при  $R_{crc}^0$ ) в бетоне ядра возникают напряжения, относительный уровень которых уже превышает  $R_{crc}^v$ . Таким образом, бетон ядра находится на иной стадии деформирования — на стадии перехода микроразрушений в микротрещины, для которого величина коэффициента  $\nu$  составляет уже около  $0,5$ . Это приводит к тому, что в стыке создается внутреннее радиально направленное давление бетона ядра на бетон стенки колонны. Наличие этого давления и является причиной возникновения кольцевых растягивающих напряжений в бетоне колонны, которые и вызывают продольное трещинообразование. Величина этого давления, которое для краткости будем называть радиальным распором, будет зависеть от ряда факторов — от прочностных и деформативных характеристик бетонов ядра и колонны, высоты ядра, соотношения внутреннего и внешнего диаметров колонны и т.д.

В табл. 1 приведены полученные теоретическим путем значения радиального распора в долях от величины продольного сжимающего усилия  $q$  для основных про-

**Таблица 1.** Теоретические величины радиального распора

Характеристики сечения колонны	Характеристики бетона ядра	Величина радиального распора в долях от $q$
$D = 500 \text{ мм}, \delta_{cm} = 80 \text{ мм}$ $E_b = 3,4 \times 10^4 \text{ МПа}$ $h = 300 \text{ мм}$ $h = 500 \text{ мм}$ $h = 700 \text{ мм}$	$E_b = 2,4 \times 10^4 \text{ МПа}$ $(E_b = 3,3 \times 10^4 \text{ МПа})$	0.0627 (0.0497)
		0.0262 (0.0111)
		0.0161 (0.0048)
$D = 500 \text{ мм}, \delta_{cm} = 60 \text{ мм}$ $E_b = 3,4 \times 10^4 \text{ МПа}$ $h = 300 \text{ мм}$ $h = 500 \text{ мм}$ $h = 700 \text{ мм}$	$E_b = 2,4 \times 10^4 \text{ МПа}$ $(E_b = 3,3 \times 10^4 \text{ МПа})$	0.0414 (0.0285)
		0.0142 (0.0097)
		0.0084 (0.0058)

Анализ данных этой таблицы позволяет сделать следующий вывод:

1. Величина радиального распора зависит от высоты бетонного ядра. При увеличении высоты ядра происходит уменьшение величины распора, причем зависимость между ними нелинейная.
2. При увеличении толщины стенки колонны величина радиального распора увеличивается.
3. Величина радиального распора зависит от деформативных характеристик бетона – при увеличении модуля упругости распор уменьшается, при увеличении коэффициента  $\nu$  – увеличивается. Для получения минимальной величины распора при прочих равных условиях прочности бетонов ядра и стенки колонны должны быть как можно более близкими по величине.

Анализ расчетных данных свидетельствует о том, что увеличение высоты бетонного ядра приводит к более равномерному распределению осевых напряжений по толщине стенки колонны в месте перехода от сплошного сечения к полуму. Так, неравномерность распределения продольных напряжений составляет при  $h = 300$  мм 87 %, при  $h = 500$  мм – 52 %, а при  $h = 700$  мм – только 37 %. Эпюры радиальных напряжений в сечении по внутреннему радиусу колонны имеют достаточно сложный вид, который может быть аппроксимирован прямоугольником, причем в среднем длина зоны действия радиального распора по длине колонны составляет порядка 65..70 % действительной высоты ядра.

В связи с тем, что на напряженно-деформированное состояние торцевых зон из геометрических факторов наибольшее влияние оказывает высота бетонного ядра, влияние этого параметра было исследовано дополнительно с помощью математического аппарата теории расчета полых цилиндров, в которой шаг изменения высоты бетонного ядра (зоны действия радиального распора) может быть принят каким угодно малым, что, в отличие от метода конечных элементов, не ведет к повышению трудоемкости вычислений.

Известно несколько методов решения задач, связанных с загрузением толстостенных цилиндров переменной по длине нагрузкой, причем все они основаны на численных методах. Применительно к рассматриваемой задаче наиболее удобным является метод В.Л. Бидермана [4], основанный на вариационной формуле Кастилиано.

Конечная система уравнений этого метода, описывающая напряженное состояние стенки колонны, имеет вид

при  $\rho = k$  (внутренняя поверхность)

$$\sigma_r = -p; \quad \tau_{kr} = 0.$$

$$U \frac{E}{R_1} = p_1 \left( \frac{1+k^2}{1-k^2} \right) + \mu + Z_1 2J_1 + Z_2 2J_2;$$

при  $\rho = 1$  (наружная поверхность)

$$\sigma_r = 0; \quad \sigma_z = 0.$$

$$U \frac{E}{r} = p_1 \frac{2k^2}{1-k^2} + Z_1 k_1 - Z_2 k_2;$$

$$\sigma_k = -Z_1(\zeta) V_1(k) - Z_2(\zeta) V_2(k);$$

$$\sigma_t = u \frac{E}{r} - \mu * p_1 + \mu * \sigma_z.$$

$$\sigma_z = -Z_1 V_1(1) - Z_2 V_2(1).$$

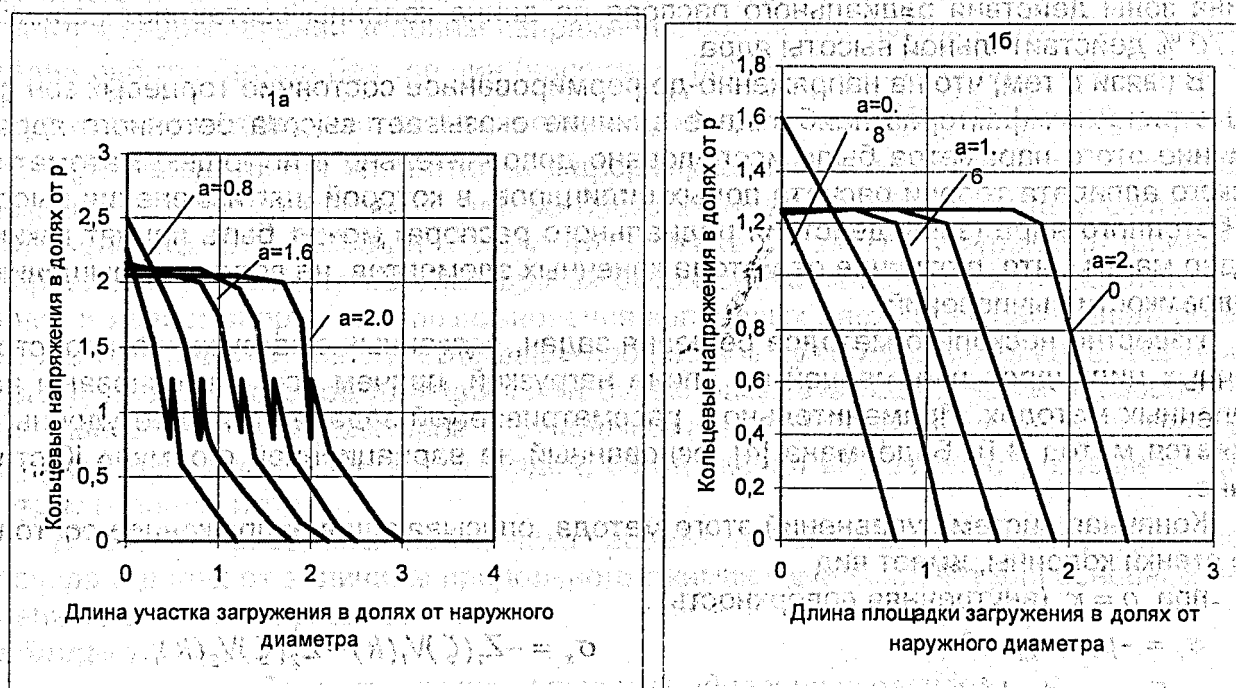
$$\sigma_r = U \frac{E}{r} + \mu \sigma_z;$$

В сечении  $\zeta = a$  имеет место скачок внутреннего давления  $p = -\sigma_r$ .

В указанных формулах  $Z_1$  и  $Z_2$  – функции, определяемые из условия минимума потенциальной энергии,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $J_1$ ,  $J_2$  – функции, зависящие от величины текущего радиуса  $\rho = r/k$ . Указанные функции и их слагаемые определяются по данным работы [3].

В приведенных выше формулах  $p = -\sigma_0$  — ордината эпюры радиального распора;  $E_b$  — модуль упругости,  $\nu$  — коэффициент поперечного расширения бетона;  $r_1$  и  $r_2$  — внутренний и наружный радиусы колонны;  $u$  — радиальное перемещение;  $\sigma_r$ ,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_t$  — радиальное, осевое и кольцевое напряжения в стенке колонны;  $a$  — длина площадки загрузки стенки колонны радиальным распором;  $\xi$  — относительная абсцисса рассматриваемого сечения.

Для практической реализации описанного метода была составлена программа SHERSA, с помощью которой было просчитано большое количество вариантов загрузки торцов колонны радиальным распором, отличающихся значениями диаметра, толщины стенки колонны и длины площадки загрузки. Особенностью данного метода является то, что при расчетах не нужно задаваться численными значениями величины радиального распора. Структура математического аппарата метода позволяет получить эпюры напряжений в относительных единицах — долях от  $p$ . На графике 1 показаны теоретические эпюры кольцевых напряжений, причем график 1а показывает динамику изменения кольцевых напряжений при изменении длины участка загрузки для образцов с  $k = 0,6$  для внутренней грани, а график 1б — то же, для наружной грани колонны.



**Рис. 1.** Динамика изменения кольцевых напряжений в стенке колонны при разных длинах площадки загрузки: 1а — на внутренней, 1б — на внешней грани колонны

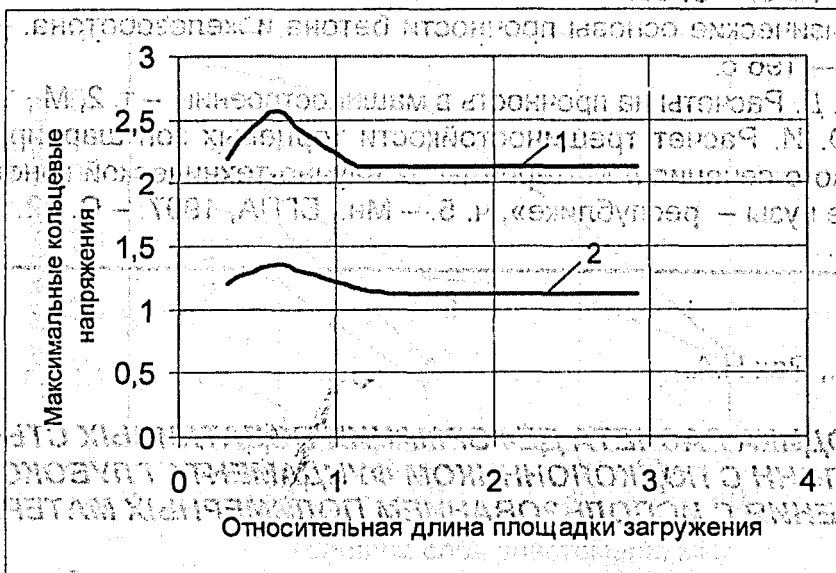
Полученные расчетом теоретические эпюры подтверждают основные закономерности работы образцов, выявленные экспериментально. Так, во всех случаях сечением с максимальным значением кольцевого растягивающего напряжения является торцевое ( $\xi = 0$ ) сечение. По мере удаления от торца колонны до конца участка загрузки происходит уменьшение величины кольцевых напряжений, затем в точке скачка радиального распора (при  $\xi = 0$ ) они скачкообразно увеличиваются, а затем уменьшаются до минимальных значений, стремящихся к нулю. Таков характер изменения кольцевых напряжений на внутренней поверхности колонны. На наружной поверхности зависимость примерно та же, но без скачка в точке  $\xi = a$ . В связи с увели-



чением текущего радиуса  $\rho$  абсолютные значения кольцевых напряжений на наружной поверхности меньше чем на внутренней.

Анализ теоретических эпюр позволил выявить интересную закономерность, касающуюся величины максимального кольцевого напряжения на торце колонны. Как видно из графиков, сначала при увеличении длины площадки загрузки, а максимальное кольцевое напряжение  $\sigma_{t,max}$  увеличивается, затем уменьшается, асимптотически приближаясь к определенному значению, величина которого зависит от соотношения внутреннего и наружного радиусов. Такое изменение  $\sigma_{t,max}$  от  $a$  при различных значениях  $k$  дает возможность предположить, что при определенной величине длины площадки загрузки, неодинаковой для образцов с различными значениями  $k$ , величина  $\sigma_{t,max}$  будет величиной постоянной для данного соотношения параметров колонн.

На рис. 2 представлены сводные графики зависимости максимального кольцевого растягивающего напряжения от длины площадки загрузки, просчитанный в диапазоне  $a$  от  $0,2R$  до  $4R$  с шагом  $0,1R$ .



**Рис. 2.** Зависимость максимального кольцевого напряжения от длины площадки загрузки в стенке колонны с текущим радиусом  $k = 0,6$

Данные графиков полностью подтверждают это предположение. Так, для  $k = 0,6$   $\sigma_{t,max}$  достигает пика при  $a = 0,66 R$  при численном значении  $\sigma_{t,max} = 2,54\rho$  (при  $\rho = k$ ) и  $1,35\rho$  (при  $\rho = 1$ ); затем уменьшается и при длине площадки загрузки  $a = 1,4R$  становится величиной постоянной, равной  $2,12\rho$  (при  $\rho = k$ ) и  $1,12\rho$  (при  $\rho = 1$ ).

Полученные расчетом параметрические точки сводного графика свидетельствуют о том, что длина площадки загрузки при одном же значении величины радиального распора действительно влияет на величину кольцевого напряжения, увеличивая его примерно на 20%. При увеличении длины площадки загрузки свыше определенных для каждого значения  $k$  величин значение  $\sigma_{t,max}$  становится величиной постоянной. Для  $k = 0,6$  зона влияния  $a$  на  $\sigma_{t,max}$  составляет примерно  $1,4R$ , для  $k = 0,8$  она составляет  $1,6R$ . Необходимо отметить, что данная методика расчета дает несколько завышенные результаты, поэтому теоретически высоту бетонного ядра исходя из предположения, что длина площадки действия радиального распора составляет 70% ее высоты, следует принимать не менее наружного диаметра колонны, что хорошо согласуется с опытными данными.

На основе проведенных теоретических исследований напряженно-деформированного состояния торцевых зон шарнирно опертых центрифугированных колонн кольцевого сечения предложен практический метод расчета трещиностойкости торцевых зон [5], а также разработаны рекомендации по изготовлению шарнирно опертых колонн, которые использовались при проектировании колонн связевого каркаса с элементами жесткости — корпуса ПО «БелАВТОМАЗ» в г. Жодино.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Клевцов В. А., Садовский Ю. И. Экспериментальные исследования работы торцевых зон шарнирно опертых колонн полого сечения // Вопросы строительства и архитектуры. — Минск, 1988. — Вып. 14. — С. 39-41.
2. Пецольд Т. М. Принцип концентрации материала при проектировании каркасов одноэтажных производственных зданий // Строительство и архитектура Белоруссии. — 1982. — № 3. — С. 39.
3. Берг О. Я. Физические основы прочности бетона и железобетона. — М., Госстройиздат, 1962. — 196 с.
4. Пономарев С. Д. Расчеты на прочность в машиностроении. — т. 2, М., 1958. — 546 с.
5. Садовский Ю. И. Расчет трещиностойкости торцевых зон шарнирно опертых колонн кольцевого сечения // Материалы 52 научно-технической конференции БГПА «Технические вузы — республике», ч. 5. — Мн., БГПА, 1997. — С. 22.

УДК 624.078.6.

Садовский Ю. И., Рак Н. А.

### **МЕТОДИКА РАСЧЕТА ДЕФОРМАЦИЙ ПОДАТЛИВЫХ СТЫКОВ КОЛОНН С ПОДКОЛОННИКОМ ФУНДАМЕНТА ГЛУБОКОГО ЗАЛОЖЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

В БГПА проведены экспериментальные исследования особо податливых стыков колонн с применением полимерных материалов. Исследования выполнялись применительно к стыкам железобетонных колонн с подколонником фундаментов глубокого заложения, имеющим такое же поперечное сечение, для сборно-разборных и мобильных зданий [1]. Конструктивное решение стыков принималось в соответствии с техническим решением [2].

Основными варьируемыми факторами в программе эксперимента факторами были: размеры поперечного сечения образцов (200, 300, 400 мм), толщина эластомерной прокладки (от 5 до 45 мм) величина продольной силы (300, 600 кН), угол поворота колонн относительно друг друга, определяемый смещением середины фрагмента.

Испытания проводились на фрагментах общей длиной 5000 мм, состоящих из двух состыкованных одинаковых образцов колонн с укладываемыми между их торцевыми плоскостями эластомерными прокладками разных толщин, в качестве которых использовались резиновые плиты производства ПО «Беларусьрезинотехника» твердостью 55-60 единиц по Шору. Испытания проводились по схеме продольно-поперечного изгиба, позволявшей при постоянно приложенной величине продольного усилия, с помощью бокового нагружения обеспечивать свободное деформирование конструкций относительно друг друга [3].