МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра технической эксплуатации автомобилей

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам по дисциплине
«Научные исследования и решение инженерных задач»
для студентов специальности
1 - 37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей»

Часть 2

БРЕСТ 2006

УДК 629.083

Методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Научные исследования и решение инженерных задач» для студентов специальности 37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей» (часть 2) содержат руководство для выполнения лабораторных работ № 6 - № 9 с использованием персонального компьютера и табличного процессора MS Excel 2000.

Составитель: С.В. Монтик, зав. кафедрой ТЭА, доцент, к.т.н.

Лабораторная работа № 6

Тема: Расчет параметров эффективности работы средств обслуживания автомобилей как системы массового обслуживания

Цель: Изучить методику и выполнить расчет параметров эффективности работы средств обслуживания автомобилей как системы массового обслуживания

1. Расчет параметров эффективности работы средств обслуживания автомобилей как системы массового обслуживания

Системы, в которых переменными и случайными являются моменты поступления требований на обслуживание и продолжительность самих обслуживаний, называются **системами массового обслуживания (СМО).** Примерами СМО в области технической эксплуатации автомобилей являются посты, линии, участки ремонтных мастерских и АТП, склады запасных частей, топливо- и маслораздаточные колонки автозаправочных станций и др.

СМО состоит из следующих основных элементов: входящего потока объектов (автомобилей, агрегатов, заявок на запасные части и т. п.), требующих обслуживания и называемых требованиями; очереди; обслуживающих аппаратов и выходящего потока требований (рис.1).

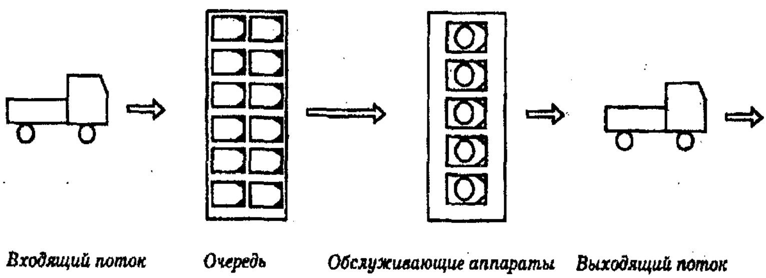

Рис.1. Схема системы массового обслуживания

Под обслуживанием понимают любое удовлетворение (обработку) потока заявок (требований), поступающих в СМО в случайные моменты времени. Обслуживание поступившего требования продолжается некоторое (тоже случайное) время, после чего аппарат освобождается и готов принять новое требование.

Входящий поток требований представляет собой совокупность требо[illegible] летворение потребностей в проведении определенных работ. Заявки п[illegible] которые случайные моменты времени. Поэтому число [illegible] тему в единицу времени, является случайной величин[illegible] ет собой случайный процесс, который, как правило, описыв[illegible]

Обслуживающие аппараты — это совокупность отдельн[illegible] с необходимым оборудованием, средствами механизации, ин[illegible] При проведении ТО — это бригады, при ТР — рабочие посты, н[illegible] стках — отдельные рабочие и т. д..

Очередь образуется в том случае, когда пропускная способн[illegible] обслуживающих аппаратов недостаточна по отношению к входящему потоку требо[illegible]ний.

Выходящий поток требований в зависимости от характерист[illegible] СМО составляет в общем случае обслуженные и необслуженные требования. Для автомобильного транспорта выходящий поток, как правило, состоит из обслуженных тр[illegible]аний, т. е. работоспособных автомобилей.

Более подробно остановимся на характеристиках входящих потоков требований.

Поток требований, описываемый законом Пуассона, рассматривается как простейший, если он обладает свойствами стационарности, ординарности и отсутствием последействия.

Свойством *стационарности* обладает поток, у которого вероятность поступления определенного числа требований в течение принятого промежутка времени зависит только от величины этого промежутка и не зависит от того, где на оси времени он находится. Поток *ординарен*, если практически невозможно совместить два и более события в один и тот же момент времени. *Отсутствие последействия* заключается в том, что вероятность поступления за период $[t_0, t_0 + t_i]$ числа требований не зависит от того, сколько их и как они поступали до момента t_0.

СМО классифицируются следующим образом:

- *по ограничениям на длину очереди* $\mathbf{r}$ — с потерями ($\mathbf{r = 0}$), без потерь ($\mathbf{r} \rightarrow \infty$) и с ограничением по длине очереди ($\mathbf{r = m}$). В системах с потерями требование покидает ее, если все обслуживающие аппараты заняты. В системах без потерь требование «встает» в очередь, если все аппараты заняты. Могут существовать ограничения на длину очереди или на время нахождения в ней;

- *по количеству каналов обслуживания* — одноканальные ($\mathbf{n = 1}$) и многоканальные ($\mathbf{n > 1}$);

- *по типу обслуживающих аппаратов* — однотипные (универсальные) и разнотипные (специализированные);

- *по порядку обслуживания* — одно- и многофазовые. Однофазовые — это такие системы, в которых требование обслуживается на одном посту. При многофазовом обслуживании требование последовательно проходит несколько обслуживающих аппаратов, например, на поточной линии ТО;

- *по приоритетности обслуживания* — с приоритетом и без приоритета. С приоритетом — это такие системы, в которых ряд требований будет обслуживаться в первую очередь независимо от наличия очереди других требований, например, заправка топливом вне очереди автомобилей скорой медицинской помощи. Без приоритета — требования обслуживаются в порядке поступления в систему;

- *по величине входящего потока требований* — с ограниченным и неограниченным потоком;

- *по структуре системы* — замкнутые (входящий поток требований зависит от числа обслуженных требований) и открытые (входящий поток требований не зависит от числа обслуженных требований);

- *по взаимосвязи обслуживающих аппаратов* — с взаимопомощью и без нее. В системах без взаимопомощи параметры пропускной способности и производительности обслуживающих аппаратов постоянны и не зависят от загрузки или простоя других аппаратов. В системах с взаимопомощью пропускная способность обслуживающих аппаратов будет зависеть от занятости других аппаратов. Взаимопомощь между постами и исполнителями характерна при организации работы зон и участков ТО и ремонта и при коллективных методах труда, когда исполнители могут перемещаться по постам. При рассмотрении СМО с взаимопомощью необходимо учитывать два фактора: насколько ускоряется обслуживание требования, если его обслуживанием занять сразу несколько обслуживающих аппаратов; какова «дисциплина взаимопомощи», т.е. когда и как несколько каналов берут на себя обслуживание одного и того же требования.

В качестве показателей эффективности работы СМО используют приведенные ниже параметры.

Продолжительность технического воздействия (длительность обслуживания одного требования), час.

$$t_Д = \frac{t \cdot К_М К_{ПР}}{P_n К_{КВ}},$$

где **t** — разовая трудоемкость технического воздействия (трудоемкость обслуживания одного требования), чел.-ч; **Км** — коэффициент, учитывающий изменение трудоемкости в зависимости от уровня механизации работ (**Км = 0,6-1,0**); **Кпр** — коэффициент, учитывающий потери рабочего времени по организационным причинам (**Кпр = 1,02—1,13**); **Pn** — среднее число одновременно работающих на посту, чел.; **Ккв** — коэффициент, учитывающий квалификацию исполнителей (**Ккв = 1,0—1,3**).

Интенсивность обслуживания (средняя производительность рабочего поста, бригады в единицу времени)

$$\mu = \frac{1}{t_Д}.$$

Приведенная плотность потока требований, которая представляет собой среднее число заявок, приходящих в СМО за среднее время обслуживания одной заявки,

$$\rho = \frac{\omega}{\mu},$$

где **ω**— параметр потока требований, треб./час.

Относительная пропускная способность **g** определяет долю обслуженных требований от общего их количества.

Абсолютная пропускная способность **А** показывает количество требований, поступающих в единицу времени, т.е. **А = ω • g.**

Вероятность того, что все посты свободны P_0, характеризует такое состояние системы, при котором все объекты исправны и не требуют проведения технических воздействий, т.е. требования отсутствуют.

Вероятность отказа в обслуживании $P_{ОТК}$ имеет смысл для СМО с потерями и с ограничением по длине очереди или времени нахождения в ней. Она показывает долю «потерянных» для системы требований.

Вероятность образования очереди **П** определяет такое состояние системы, при котором все обслуживающие аппараты заняты и следующее требование «встает» в очередь с числом ожидающих требований **r**.

Среднее время нахождения в очереди $t_{ож}$.

Формулы для определения названных параметров функционирования СМО (**g**, P_o, $P_{отк}$, **П**, $t_{ож}$) определяются ее структурой. Для систем массового обслуживания без потерь (**r > 1**) и без ограничения по длине очереди ($r \to \infty$) эти зависимости приведены в таблице А.1 приложения А.

Количество требований, связанных с системой

$$Z = r + n_{ЗАН},$$

где **r** — средняя длина очереди; **n** $_{ЗАН}$ — число занятых обслуживающих аппаратов.

Формулы определения $n_{ЗАН}$ приведены в таблице А.1 приложения А.

Время пребывания требования в системе:

- СМО с потерями $t_{СИСТ} = g \cdot t_Д$.
- СМО без потерь $t_{СИСТ} = t_Д + t_{ОЖ}$.

Издержки от функционирования системы, руб/день, определяются

$$И = C_1 r + C_2 n_{СВ} + (C_1 + C_2)\rho,$$

где C_1 — стоимость простоя требования в очереди; C_2 — стоимость простоя обслуживающего канала; $n_{СВ}$ — количество простаивающих каналов;

$$n_{св} = n - n_{зан},$$

где n — число каналов обслуживания.

Показатели эффективности в значительной мере зависят от структуры СМО. При переходе от одноканальной системы к многоканальной уменьшается средняя длина очереди и среднее время нахождения в очереди, также уменьшаются издержки на функционирование СМО. Однако в этом случае требуются дополнительные капитальные затраты на строительство и оборудование дополнительных постов для ТО и ТР.

2. Задание

АТП имеет один специализированный пост по замене агрегатов в зоне ТР ($n = 1$). Заданы (исходные данные - см. таблицу Б.1 приложения Б):

- интенсивность поступления автомобилей ω, треб/ч.
- средняя продолжительность ремонта $t_д$, ч.
- стоимость простоя автомобиля в очереди C_1, руб./день.
- стоимость простоя обслуживающего канала C_2, руб./день.

Так как на транспорте общего пользования автомобили, нуждающиеся в проведении ремонтных работ, не могут покинуть АТП до тех пор, пока эти работы не будут выполнены, то длина очереди не ограничена ($r \to \infty$).

Необходимо определить показатели эффективности работы зоны ТР, рассматривая средства обслуживания автомобилей как систему массового обслуживания (СМО).

Нужно определить значения следующих показателей:

- интенсивность ремонта (обслуживания) μ,
- приведенная плотность потока автомобилей на ремонт ρ;
- вероятность того, что пост свободен P_o,
- вероятность образования очереди $П$,
- вероятность отказа в ремонте $P_{отк}$,
- относительная пропускная способность g,
- абсолютную пропускную способность A, треб/ч;
- среднее число занятых постов $n_{зан}$,
- количество свободных постов $n_{св}$,
- среднее число автомобилей, находящихся в очереди r,
- среднее время нахождения автомобиля в очереди $t_{ож}$,ч;
- среднее время нахождения автомобиля в системе $t_{сист}$,ч;
- издержки от функционирования системы $И$, руб/день.

Вероятность отказа в ремонте $P_{отк} = 0$, т. к. СМО без потерь. Относительная пропускная способность $g = 1$, т. е. все 100% автомобилей покинут зону ТР отремонтированными.

Необходимо также определить, как изменятся выше названные показатели при увеличении количества специализированных постов по замене агрегатов до 2 и 3 (т. е. при $n = 2$ и $n = 3$), а затем построить графики зависимости показателей от количества постов (см. файл **Lr6_ni.xls**) и сделать соответствующие выводы.

3. Порядок выполнения

1. Изучите содержание п. 1 – 3. В соответствии со своим вариантом выполните требуемые расчеты с использование табличного процессора MS Excel либо другого программного обеспечения, постройте соответствующие графики и распечатайте их и результаты расчета.
2. Оформить отчет (см. п. 4), письменно ответить на контрольные вопросы

4. Содержание отчета

1. Тема, цель, номер варианта, исходные данные.
2. Расчет показателей эффективности работы зоны ТР с необходимыми пояснениями и формулами. Графики их зависимости от количества специализированных постов
2. Ответы на контрольные вопросы.

4.Контрольные вопросы

1. Назовите основные элементы СМО и охарактеризуйте их
2. Приведите примеры СМО в области технической эксплуатации автомобилей
3. Назовите основные свойства входного потока и охарактеризуйте их.
4. Приведите классификацию СМО
5. Что такое интенсивность обслуживания?
6. Как изменяются показатели эффективности работы средств обслуживания автомобилей при увеличении количества постов?

Лабораторная работа № 7

Тема: Выбор оптимальной вероятностной математической модели при обработке эксплуатационных испытаний на надежность

Цель: Изучить методику и выполнить выбор оптимальной вероятностной математической модели при обработке эксплуатационных испытаний на надежность

1. Определение вероятностной математической модели

На основании предварительной статистической обработки результатов эксперимента необходимо найти математическое описание полученных закономерностей и вывести соответствующие формулы и зависимости, т.е. разработать математические модели.

Основная цель разработки математических моделей состоит в том, чтобы, проведя эксперимент, например, испытав партию автомобилей, т.е. выборку, можно было распространить результаты этих испытаний с доверительной вероятностью P_D на другие автомобили этой же модели, эксплуатируемые в тех же условиях, т. е. на генеральную совокупность, и спрогнозировать изучаемые показатели априори, т.е. еще до начале эксплуатации, а также на период, на который испытания не распространялись.

Гипотезу о предполагаемом виде математической модели формулируют на основании:

— сходства внешнего вида гистограммы (или полигона) экспериментальных значений дифференциальной функции распределения $f(X)_э$ и теоретических кривых $f(X.)$;

— значений коэффициента вариаций V_x;

— анализа физических закономерностей формирования теоретических законов распределения.

В решении большинства практических задач технической эксплуатации автомобилей (ТЭА) используются вероятностные математические модели. **Вероятностной математической моделью (законом распределения)** случайной величины x называется соответствие между возможными значениями x и их вероятностями $P(x)$, по которому каждому возможному значению случайной величины x поставлено в соответствие определенное значение ее вероятности $P(x)$.

Для процессов ТЭА наиболее характерны следующие законы распределения: нормальный; логарифмически нормальный; закон распределения Вейбулла; экспоненциальный (показательный).

2. Физические закономерности процессов формирования вероятностных распределений

2.1. Формирование нормального распределения

Нормальное распределение характерно для показателей, на формирование которых оказывает влияние сравнительно большое число независимых (или слабозависимых) элементарных факторов (слагаемых), каждый из которых в отдельности оказывает лишь незначительное действие по сравнению с суммарным влиянием всех остальных.

Нормальное распределение весьма удобно для математического описания суммы случайных величин. Например, наработка (пробег) до проведения ТО складывается из нескольких (десяти и более) сменных пробегов, отличающихся один от другого. Однако они сопоставимы, т.е. влияние одного сменного пробега на суммарную наработку незначительно. Трудоемкость (продолжительность) выполнения операций ТО (контрольных, крепежных, смазочных и др.) складывается из суммы трудоемкостей нескольких (8—10 и более) взаимно независимых элементов-переходов, и каждое из слагаемых достаточно мало по отношению к сумме. Благоприятным условиям формирования нормального закона соответствует распределение фактической трудоемкости (продолжительности) выполнения видов ТО: ЕО; ТО-1; ТО-2; сезонного обслуживания.

Нормальный закон также хорошо согласуется с результатами эксперимента по оценке параметров, характеризующих техническое состояние детали, узла, агрегата и автомобиля в целом, а также их ресурсов и наработки (пробега) до появления первого отказа. К таким параметрам относятся: интенсивность (скорость) изнашивания деталей; средний износ деталей; изменение многих диагностических параметров; содержание механических примесей в маслах и др.

Для нормального закона распределения в практических задачах технической эксплуатации автомобилей коэффициент вариации $V_x < 0{,}4$.

2.2. Формирование логарифмически нормального распределения

Логарифмически нормальное распределение формируется в случае, если на протекание исследуемого процесса и его результат влияет сравнительно большое число случайных и взаимонезависимых факторов, интенсивность действия которых зависит от достигнутого случайной величиной состояния. Логарифмически нормальный закон удобно использовать для математического описания распределения случайных величин, представляющих собой произведение исходных данных.

При логарифмически нормальном законе нормальное распределение имеет не сама случайная величина, а ее логарифм как сумма случайных равновеликих и равнонезависимых величин. Графически это условие выражается в вытянутости правой части кривой дифференциальной функции $f(x)$ вдоль оси абсцисс, т.е. график кривой $f(x)$ является асимметричным.

В решении практических задач технической эксплуатации автомобилей этот закон (при V_x = 0,3 - 0,7) применяется при описании процессов усталостных разрушений, коррозии, наработки до ослабления крепежных соединений, изменений люфтов зазоров, а также в тех случаях, где изменение технического состояния происходит главным образом вследствие износа пар трения или отдельных деталей: накладок и барабанов тормозных механизмов, дисков и фрикционных накладок сцепления, протекторов шин, деталей цилиндропоршневой группы, подшипников скольжения и др.

2.3. Формирование распределения Вейбулла

Закон распределения Вейбулла проявляется в модели так называемого слабого звена. Если система состоит из группы независимых элементов, отказ каждого из которых приводит к отказу всей системы, то в такой модели рассматривается распределение времени (или пробега) достижения предельного состояния системы как распределение соответствующих минимальных значений x_i отдельных элементов: $x_c = min(x_1, x_2, \dots x_n)$.

Примером использования закона Вейбулла является распределение ресурса или интенсивности изменения параметров технического состояния изделий, механизмов, деталей, которые состоят из нескольких элементов, составляющих цепь. Например, ресурс подшипника качения ограничивается одним из элементов: шарик или ролик, конкретный участок сепаратора и т.д. и описывается указанным распределением. Многие изделия (агрегаты, узлы, системы автомобиля) при анализе модели отказа могут быть рассмотрены как состоящие из нескольких элементов (участков). Это прокладки, уплотнения, шланги, трубопроводы, приводные ремни и т.д. Разрушение указанных изделий происходит в разных местах и при разной наработке (пробеге), однако ресурс изделия в целом определяется наиболее слабым его участком.

Закон распределения Вейбулла является весьма гибким для оценки показателей надежности автомобилей. С его помощью можно моделировать процессы возникновения внезапных отказов (когда параметр формы распределения b близок к единице, т.е. $b \to 1$) и отказов из-за износа ($b=2,5$), а также тогда, когда совместно действуют причины, вызывающие оба этих отказа. Например, отказ, связанный с усталостным разрушением, может быть вызван совместным действием обоих факторов.

Распределение Вейбулла также хорошо описывает постепенные отказы деталей и узлов автомобиля, вызываемые старением материала в целом. Так, например, выход из строя кузова легковых автомобилей вследствие коррозии.

Для распределения Вейбулла в решении задач технической эксплуатации автомобилей значение коэффициента вариации находится в пределах v_x = 0,35 —0,8.

2.4. Формирование экспоненциального (показательного) распределения

Модель формирования данного закона не учитывает постепенного изменения факторов, влияющих на протекание исследуемого процесса. Например, постепенного изменения параметров технического состояния автомобиля и его агрегатов, узлов, деталей в результате изнашивания, старения и т.д., а рассматривает так называемые нестареющие элементы и их отказы. Данный закон используют чаще всего при описании внезапных отказов, наработки (пробега) между отказами, трудоемкости текущего ремонта и т.д. Для внезапных отказов характерным является скачкообразное изменение показателя технического состояния. Примером внезапного отказа является повреждение или разрушение в случае, когда нагрузка мгновенно превысит прочность объекта.

Условиям формирования экспоненциального закона соответствует распределение пробега узлов и агрегатов между последующими отказами (кроме пробега от начала ввода в эксплуатацию и до момента первого отказа по данному агрегату или узлу). Физические особенности формирования данной модели заключаются в том, что при ремонте, в общем случае, нельзя достичь полной начальной прочности (надежности) агрегата или узла. Неполнота восстановления технического состояния после ремонта объясняется: только частичной заменой именно отказавших (неисправных) деталей при значительном снижении надежности оставшихся (не отказавших) деталей в результате их износа, усталости, нарушения соосности, герметичности и т.п.; использованием при ремонтах запасных частей более низкого качества, чем при изготовлении автомобилей; более низким уровнем производства при ремонте по сравнению с их изготовлением, обусловленным мелкосерийностью ремонта (невозможность комплексной механизации, применения специализированного оборудования и др.). Поэтому первые отказы дают характеристику главным образом конструктивной надежности, а также качества изготовления и сборки автомобилей и их агрегатов, а последующие характеризуют эксплуатационную надежность с учетом существующего уровня организации и производства ТО, и ремонта, и снабжения запасными частями.

В этой связи можно заключить, что, начиная с момента пробега агрегата или узла после его ремонта (связанного, как правило, с разборкой и заменой отдельных деталей) отказы проявляются подобно внезапным и их распределение в большинстве случаев подчиняется экспоненциальному закону, хотя физическая природа их является в основном совместным проявлением износной и усталостной составляющих.

Для экспоненциального закона в решении практических задач технической эксплуатации автомобилей $V_x > 0{,}8$.

3. Характеристика вероятностных математических моделей, применяемых в решении задач технической эксплуатации автомобилей

3.1. Нормальное распределение

Нормальное распределение (называемое также законом Гаусса) находит широкое применение в различных областях науки и техники. Теоретическим обоснованием широкого применения этого закона служит центральная предельная теорема (теорема Ляпунова А.М.), согласно которой распределение суммы независимых или слабо зависимых случайных величин, имеющих конечное математическое ожидание и дисперсии одного порядка, при увеличении числа слагаемых все больше приближается к нормальному закону.

Математическая модель в дифференциальной форме (т.е. дифференциальная функция распределения) имеет вид

$$f(x_i) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right) \qquad (1)$$

в интегральной форме

$$F(x_i) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}\exp\left(-\frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right)dx \qquad (2)$$

Закон является двухпараметрическим. Параметр $\bar{x}$ — математическое ожидание — характеризует положение центра рассеивания относительно начала отсчета, а параметр σ_x характеризует растянутость распределения вдоль оси абсцисс. Характерные графики *f(x)* и *F(x)* приведены на рис. 1.

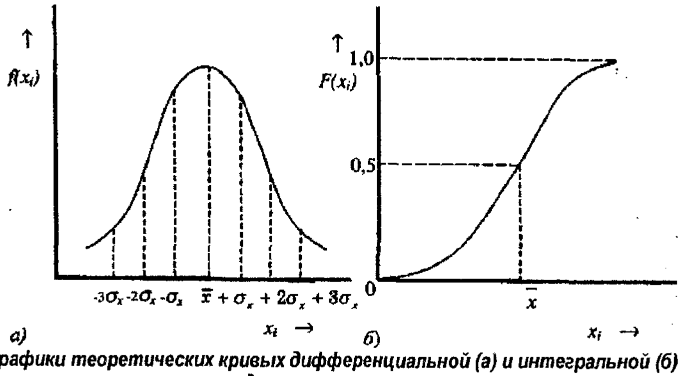

Рис. 1. Графики теоретических кривых дифференциальной (а) и интегральной (б) функций распределения нормального закона

Из рис. 1 видно, что график $f(x)$ симметричен относительно $\bar{x}$ и имеет колоколообразный вид. Вся площадь, ограниченная графиком и осью абсцисс вправо и влево от $\bar{x}$, делится отрезками, равными σ_x, 2 σ_x, 3 σ_x, на три части и составляет 34, 14 и 2 %. За пределы трех сигм выходит лишь 0,27 % всех значений случайной величины. Поэтому нормальный закон часто называют законом трех сигм.

Расчеты значений $f(x)$ и $F(x)$ удобно производить, если выражения (1, 2) преобразовать к более простому виду. Это делается таким образом, чтобы начало координат переместить на ось симметрии, т.е. в точку $\bar{x}$, значение x_i представить в относительных единицах, а именно в частях, пропорциональных среднему квадратическому отклонению. Для этого надо заменить переменную величину x_i другой, нормированной, т.е. выраженной в единицах среднего квадратического отклонения:

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x},$$

а величину среднего квадратического отклонения положить равной 1, т. е. σ_x=1. Тогда в новых координатах получим так называемую центрированную и нормированную функцию, плотность распределения которой

$$\varphi(z_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right).$$

Интегральная нормированная функция примет вид

$$F_o(z_i) = \int_{-\infty}^{z} \varphi(z_i)dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)dz.$$

Эта функция также протабулирована и ею удобно пользоваться при расчетах.

Кроме того, используя нормированную функцию Лапласа

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{z} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)dz,$$

интегральную функцию можно записать в виде

$$F(x_i) = 0.5 + 0.5\Phi\left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}\right)$$

Теоретическая вероятность $P(x)$ попадания случайной величины x, распределенной нормально в интервал $[a<x<b]$ с помощью нормированной (табличной) функции Лапласа $\Phi(z)$, определяется по формуле

$$P(a < \bar{x}_i < b) = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{b-\bar{x}}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(\frac{a-\bar{x}}{\sigma_x}\right)\right],$$

где a, b - соответственно нижняя и верхняя граница интервала.

Теоретические значения интегральной функции распределения можно рассчитывать как сумму накопленных теоретических вероятностей $P(\bar{x}_i)$ в каждом интервале k_i.

$$F(\bar{x}_i) = \sum_{i=1}^{k} P(\bar{x}_i)$$

Теоретические значения дифференциальной функции распределения $f(x)$ можно также рассчитать приближенным методом:

$$f(\bar{x}_i) = \frac{P(\bar{x}_i)}{\Delta x}$$

3.2. Распределение Вейбулла

Математическая модель распределения Вейбулла задается двумя параметрами, что обуславливает широкий диапазон ее применения на практике. Дифференциальная функция имеет вид

$$f(x_i) = \frac{b}{a}\left(\frac{x_i}{a}\right)^{b-1} - \exp\left(\frac{x_i}{a}\right)^{b},$$

интегральная функция

$$F(x_i) = 1 - \exp\left(\frac{x_i}{a}\right)^{b},$$

где b — параметр формы, оказывает влияние на форму кривых распределения: при b < 1 график функции *f(x)* обращен выпуклостью вниз, при b > 1 — выпуклостью вверх; *a* — параметр масштаба, характеризует растянутость кривых распределения вдоль оси абсцисс.

Наиболее характерные кривые дифференциальной функции приведены на рис. 2.

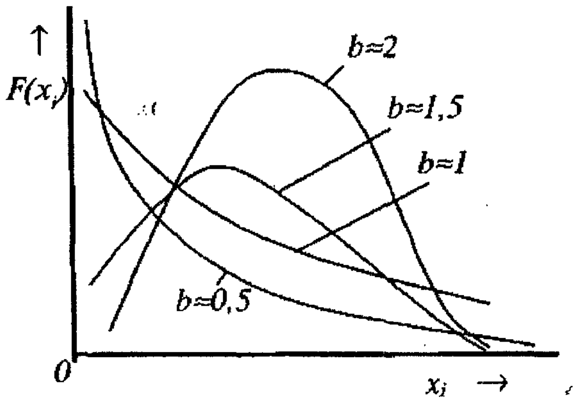

Рис. 2. Характерные кривые дифференциальной функции распределения Вейбулла

При *b* = 1 распределение Вейбулла преобразуется в экспоненциальное (показательное) распределение, при b = 2 — в распределение Релея, при b = 2,5 — 3,5 распределение Вейбулла близко к нормальному. Этим обстоятельством и объясняется гибкость данного закона и его широкое применение.

Расчет параметров математической модели производится в следующей последовательности.

Вычисляют значения натуральных логарифмов $\ln x_i$ для каждого значения x_i выборки и определяют вспомогательные величины для оценки параметров распределения Вейбулла *a* и *b*:

$$\bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\ln(x_i), \qquad \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\ln x_i - \bar{y})^2}$$

Определяют оценки параметров *a* и *b*:

$$b = \frac{\pi/\sqrt{6}}{\sigma_y}, \qquad a = \exp\left(\bar{y} - \frac{\gamma}{b}\right),$$

где γ = 0,577226 — постоянная Эйлера.

Полученная таким образом оценка параметра b при малых значениях N (N < 120) значительно смещена. Для определения несмещенной оценки параметра b необходимо провести поправку

$$\hat{b} = M(N)b,$$

где M(N) — поправочный коэффициент. Во всех дальнейших расчетах необходимо использовать значение несмещенной оценки $\hat{b}$.

Распределение Вейбулла также является асимметричным. Поэтому оценку математического ожидания M(x) для генеральной совокупности необходимо определять по формуле

$$M(x) = a\left(1+\frac{1}{b}\right).$$

4. Расчет параметров экспериментального распределения

4.1. Расчет среднего значения и доверительного интервала

Среднее значение экспериментального распределения рассчитываем следующим образом:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\bar{x}_i n_i \quad \text{или} \quad \bar{x} = \sum_{i=1}^{N}\bar{x}_i m_i ,$$

где m_i — относительная частота (частость) экспериментальных значений, попавших в i-й интервал вариационного ряда, n_i - число попаданий экспериментальных значений в i-й интервал. Среднее значение при этом в соответствии с законом больших чисел (теорема Чебышева) является приближенной экспериментальной оценкой математического ожидания *M(x)*.

Оценка среднего значения $\bar{x}$, рассчитанная на основании результатов эксперимента (по выборке объема *N)*, не позволяет непосредственно ответить на вопрос, какую ошибку можно совершить, принимая вместо точного значения (математического ожидания *M(x))* его приближенное значение $\bar{x}$. В связи с этим во многих случаях при решении практических инженерных задач рекомендуется пользоваться интервальной оценкой, основанной на определении некоторого интервала, внутри которого с определенной (доверительной) вероятностью P_D находится неизвестное значение *M(x)*. Такой интервал называется доверительным, а его границы — доверительными и определяются следующим образом:

$$\bar{x} - \Delta < M(x) < \bar{x} + \Delta,$$

где Δ— предельная абсолютная ошибка (погрешность) интервального оценивания математического ожидания, характеризующая точность проведенного эксперимента и численно равная половине ширины доверительного интервала. Для $N < 30$ оценка Δ определяется по формуле

$$\Delta = t_{\alpha,v}\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}},$$

где $t_{\alpha v}$ — значение критерия (квантиля) распределения Стьюдента, при односторонней точности оценки параметра, соответствующее доверительной вероятности $P_D=1-\alpha$ и числу степеней свободы $v=N-1$, определяемсе по таблицам распределения Стьюдента. Для объема выборки $N > 30$

$$\Delta = t_{\alpha,v}\frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}}.$$

Относительная точность оценки математического ожидания определяется по соотношению

$$\mu = \frac{\Delta}{\bar{x}}$$

и характеризует относительную ширину половины доверительного интервала. Значение μ в решении задач технической эксплуатации автомобилей рекомендуется принимать в пределах 0,05—0,15. В некоторых случаях можно принять и μ=0,2. Например, при μ=0,1 половина ширины доверительного интервала будет равна 10 % от $\bar{x}$, следовательно, чем ниже μ, тем более точны будут результаты прогнозирования на основании проведенного эксперимента.

4.2. Расчет показателей вариации экспериментального распределения

Средние величины, характеризуя вариационный ряд числом, не отражают изменчивости наблюдавшихся значений признака, т.е. вариацию. Простейшим измерителем вариации признака является размах вариации

$$\omega = x_{max} - x_{min}.$$

На размах вариации не влияют любые изменения промежуточных значений признака. Кроме этого, на крайние значения могут влиять случайные причины. Таким образом, размах вариации — весьма приближенная характеристика рассеивания признака.

В обработке результатов эксперимента наибольший интерес представляют группировка значений признака около среднего значения, их разброс относительно среднего значения. Поэтому на практике и в теоретических исследованиях чаще всего используют оценку дисперсии вариационного ряда и ее производные.

Дисперсию вариационного ряда определяют по формулам:
для объема выборки $N < 30$

$$D(x) = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_i - \bar{x})^2 n_i$$

при $N > 30$

$$D(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_i - \bar{x})^2 n_i$$

Недостатком дисперсии является то, что она имеет размерность квадрата случайной величины и поэтому не обладает должной наглядностью. Поэтому на практике чаще всего используют эмпирическое среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_x = \sqrt{D(x)}$$

Значение σ_x характеризует рассеивание, разброс значений признака около его среднего $\bar{x}$.

Коэффициент вариации

$$v_x = \frac{\sigma_x}{\bar{x}}$$

характеризует относительную меру рассеивания значений признака. Значение υ_x, умноженное на 100 %, дает размах колебаний выборки в процентах вокруг среднего значения.

4.3. Расчет эмпирических интегральной и дифференциальной функций распределения

Более полное, а главное, обобщенное представление о результатах эксперимента дают не абсолютные, а относительные (удельные) значения полученных данных. Так, вместо абсолютных значений числа экспериментальных данных в интервале n_i целесообразно подсчитать долю рассматриваемых событий в интервале, приходящуюся на одно изделие (деталь, узел, агрегат или автомобиль) из числа находящихся под наблюдением, т.е. на единицу выборки. Эта характеристика экспериментального распределения называется относительной частотой (частостью) m_i появления рассматриваемого события (значений признака x_i):

$$m_i = \frac{n_i}{N}.$$

Относительная частота m_i при этом, в соответствии с законом больших чисел (теорема Бернулли), является приближенной экспериментальной оценкой вероятности Р(х) появления события.

Значения экспериментальных точек интегральной функции распределения $F(\tilde{x}_i)$ рассчитывают как сумму накопленных частостей m_i в каждом интервале k_i В первом интервале $F(\bar{x}_1) = m_1$; во втором интервале $F(\bar{x}_2) = m_1 + m_2$ и т. д. , т.е.

$$F(x_i)_э = \sum_{i=1}^{k} m_i$$

Таким образом, значения $F(x)$ изменяются в интервале [0; 1] и однозначно определяют распределение относительных частот в интервальном вариационном ряду.

Другим удельным показателем экспериментального распределения является дифференциальная функция f(*x*), определяемая как отношение частости m_i к длине интервала Δх:

$$f(\bar{x}_i)_э = m_i / \Delta x$$

и характеризующая долю рассматриваемых событий в интервале, приходящихся на одно испытываемое изделие и на величину ширины интервала. Функцию *f(x)* еще называют плотностью вероятности распределения.

Наиболее наглядными формами представления результатов эксперимента являются графическая и табличная. Поэтому необходимо полученные результаты свести в таблицу, а также представить в виде графиков — гистограммы и полигона экспериментальных значений относительной частоты m_i или дифференциальной функции *f(x)*, графика интегральной функции распределения *F(x)*.

4.5. Физический смысл интегральной и дифференциальной функций распределения

Интегральной функцией распределения случайной величины x_i называется функция $F(x_i)$ действительного переменного *x*, определяющая вероятность того, что случайная величина x_i в результате эксперимента примет значение, меньшее некоторого фиксированного (заданного) числа *X*:

$$F(X) = P(x_i < X)$$

Если в качестве случайной величины x_i рассматриваются пробеги автомобиля L_i до момента отказа (по какому-либо узлу или агрегату), то функция $F(L_i)$ называется **функцией вероятности отказа**. Например, пусть L_0 — заданная наработка (пробег) до отказа (планируемый межремонтный пробег, пробег до капитального ремонта и т.п.), то **функция $F(L_0) = P(L<L_0)$ показывает вероятность того, что пробег L_i от начала отсчета до появления отказа окажется меньше заданного пробега L_Q или, иначе, эта функция показывает вероятность того, что отказ произойдет в интервале от 0 до L_Q.**

Функция F(x) однозначно определяет распределение вероятностей *P(x)* случайной величины. Для каждого интервала [a, b] справедливо следующее соотношение

$$P(a<x<b) = F(b) - F(a).$$

Если случайной величиной является продолжительность или трудоемкость T_i выполнения какой-либо операции ТО или ремонта, то значение интегральной функции характеризует вероятность того, что рассматриваемая продолжительность или трудоемкость будет меньше или равна T_0.

Дифференциальной функцией $f(x_i)$ распределения случайной величины *x* называется предел отношения вероятности $P(x_i)$ попадания этой случайной величины на элементарный участок от *x* до *x* + Δх к длине этого участка *Δх* при стремлении Δх к нулю, т.е.

$$f(x_i) = \lim \frac{P(x_i)}{\Delta x}$$

Дифференциальная функция $f(x_i)$ характеризует как бы плотность, с которой распределяются значения случайной величины в данной точке, и поэтому называется еще плотностью вероятности распределения случайной величины. Таким образом, **ее физический смысл заключается в том, что она характеризует вероятность появления исследуемой случайной величины в достаточно малом интервале.**

Если в качестве случайной величины x рассматриваются результаты испытаний автомобилей на надежность, характеризуемые пробегами L_i до момента отказа, то **функция $f(L_i)$ характеризует вероятность возникновения отказа за достаточно малый пробег при работе узла, агрегата, детали без замены.**

Зная количество отказов, которые могут произойти в каждом интервале, технической службе АТП можно соответствующим образом подготовиться к их устранению. Умножая значение $f(L_i)$ на величину интервала пробега ΔL, можно получить оценку вероятности отказа в данном интервале:

$$P(L_1 \le L_i \le L_2) = f(L_i)\Delta L.$$

5. Проверка адекватности вероятностной математической модели результатам эксперимента

Как было показано выше, на основании статистической обработки результатов эксперимента (по виду гистограммы или полигона и значению коэффициента вариации v_x), а также исходя из физической сущности рассматриваемого процесса, выдвигается гипотеза о принадлежности экспериментальных данных к конкретному вероятностному закону. Однако полного совпадения их не будет. В этой связи дальнейшая задача экспериментатора состоит в проверке выдвинутой гипотезы, т.е. в выяснении, насколько хорошо подобрана вероятностная математическая модель и можно ли ее применять для целей прогнозирования и дальнейших расчетов. Для проверки этой гипотезы используются различные статистические критерии: Пирсона χ^2 (хи-квадрат); Колмогорова А; Романовского r; Мизеса ω^2 и др.

5.1. Критерий согласия Пирсона

Вычисляют теоретическую частоту n_i^T попадания случайной величины в каждый из интервалов k:

$$n_i^T = N \cdot P(\bar{x}_i)$$

Расчетное значение критерия определяется по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - n_i^T)^2}{n_i^T}.$$

Определяем число степеней свободы $v = k - S - 1$, где S — число оцененных параметров теоретического распределения. Для экспоненциального (показательного) распределения S=1, для других рассмотренных законов S = 2.

По таблицам χ^2— распределения Пирсона определяют критическое значение критерия $\chi^2_{\alpha,v}$ для заданного уровня значимости α и числа степеней свободы v. Заключение о том, что выдвинутая гипотеза принимается, т.е. разработанная вероятностная математическая модель согласуется с результатами эксперимента (т.е. адекватна результатам эксперимента), проводится на основании, если

$$\chi^2 \le \chi^2_{\alpha,v}.$$

В противном случае математическая модель считается неадекватной и ее нельзя применять для обобщения результатов экспериментов и прогнозирования рассматриваемых показателей.

6. Задание

1. На основании экспериментальных данных (см. исходные данные лабораторной работы № 1 в файле Данные.pdf, таблица 1) необходимо определить параметры экспериментального распределения (среднее значение, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, доверительный интервал, абсолютную и относительную точность оценки математического ожидания, интегральную и дифференциальную функции эмпирического распределения, построить их графики) (см. п. 4). Доверительная вероятность $P_D = 0,9$ (уровень значимости $\alpha = 0,1$).
2. Аппроксимировать полученное эмпирическое распределение с использованием нормального распределения и распределения Вейбулла, выбрать из этих распределений наиболее подходящий (по виду интегральной и дифференциальной функций распределения, коэффициенту вариации v_X, критерию χ^2) (см. п. 3).
3. Используя выбранное теоретическое распределение, выполните прогноз показателя надежности для автомобилей этой же модели (см. исходные данные лабораторной работы № 1).
4. Письменно ответьте на контрольные вопросы.

При выполнении расчетов используйте файл Lr7_ni.xls

7. Содержание отчета

1. Тема, цель.
2. Задание.
3. Исходные данные.
4. Расчет параметров эмпирического распределения с указанием требуемых формул и полученных результатов.
5. Расчет параметров теоретических распределений (нормальное распределение, распределение Вейбулла) с указанием требуемых формул и полученных результатов.
6. График дифференциальной функции эмпирического распределения, распределения Вейбулла, нормального распределения (все функции на одном графике).
7. График интегральной функции эмпирического распределения, распределения Вейбулла, нормального распределения (все функции на одном графике).
8. Расчет критерия χ^2 для каждого из теоретических распределений.
9. Выводы о выборе наиболее подходящего распределения.
10. Прогноз количества отказавших автомобилей с использованием теоретического распределения.
11. Ответы на контрольные вопросы.

8. Контрольные вопросы

1. Назовите основную цель разработки вероятностной математической модели в задачах технической эксплуатации автомобилей?
2. Дайте определение вероятностной математической модели случайной величины X ?
3. В каком случае формируется нормальное распределение? Для каких случаев характерно нормальное распределение? Приведите конкретные примеры.

4. Когда применяется логарифмически нормальное распределение в решении практических задач технической эксплуатации автомобилей?
5. В каком случае формируется логарифмически нормальное распределение?
6. В каком случае формируется закон распределения Вейбулла?
7. Приведите примеры использования закона Вейбулла?
8. В каком случае формируется экспоненциальное (показательное) распределение?
9. Для каких случаев характерно экспоненциальное (показательное) распределение?
10. Какую интервальную оценку используют для определения математического ожидания M(X) исследуемого показателя?
11. Какой параметр характеризует разброс значений исследуемого признака относительно среднего значения?
12. Какой параметр характеризует относительную меру рассеивания значений признака?
13. В чем заключается физический смысл интегральной функции распределения случайной величины x, если в качестве величины x рассматриваются пробеги автомобилей до момента отказа?
14. В чем заключается физический смысл дифференциальной функции распределения случайной величины, если в качестве случайной величины x рассматриваются результаты испытаний автомобилей на надежность, характеризуемые пробегами L_i до момента отказа? Что это позволяет сделать?
15. Какие критерии используются для проверки, насколько хорошо подобрана вероятностная математическая модель и можно ли ее применять для целей прогнозирования и дальнейших расчетов?

Лабораторная работа № 8

Тема: Статистическая обработка результатов незавершенных испытаний (цензурированных выборок)

Цель: *Изучить методику и выполнить статистическую обработку результатов незавершенных испытаний (цензурированных выборок) на надежность*

1. Особенности статистической обработки результатов незавершенных испытаний (цензурированных выборок)

В решении задачи управления уровнем надежности автомобилей важное место принадлежит оперативным методам определения оценок показателей надежности. Типичным для эксплуатационных испытаний на надежность является тот случай, когда к моменту анализа часть изделий (автомобили, агрегаты, узлы, детали) доведена до предельного состояния, а другая часть еще работоспособна. Причины, по которым наблюдения остаются незавершенными, разнообразны: разновременность начала и (или) окончания наблюдений; большая длительность наблюдений; снятие части изделий с испытания из-за отказа; необходимость экспресс-анализа; организационные и другие причины. Вместе с тем важное значение имеет проблема сокращения продолжительности испытаний для возможности оперативной оценки показателей надежности. При этом сокращение продолжительности наблюдений для всех изделий или для их части приводит к появлению так называемых **цензурированных выборок. Под цензурированием** понимается событие, приводящее к прекращению испытаний или эксплуатационных наблюдений объекта до наступления отказа (или предельного состояния). **Цензурированной является выборка,** элементы которой — значения наработки до отказа и наработки до цензурирования.

Объем цензурированной выборки равен

$$N=\sum_{i=1}^{k} n_i+\sum_{i=1}^{k} q_i ,$$

где q_i — количество приостановленных изделий в i-ом интервале, n_i - количество отказавших изделий в в i-ом интервале.

Широкое распространение для обработки результатов эксперимента, представленных цензурированными выборками, получил комбинаторный метод, которой был впервые предложен Л. Джонсоном в 1964 г. Метод основан на комбинаторном вычислении условного порядкового номера отказа в общем вариационном ряду наработок до отказа и цензурирования. При этом предполагается, что все возможные исходы испытаний равновероятны и каждое приостановленное изделие со временем откажет.

Обработка результатов испытаний производится следующим образом.

Строится интервальный вариационный ряд распределения раздельно из отказавших и приостановленных изделий в порядке возрастания наработки.

Если в интервалах нет приостановленных изделий, то определяется относительная частота (частость) отказа

$$m_i=\frac{n_i}{N+1}$$

и накопленная частость, т.е. экспериментальная оценка интегральной функции распределения

$$F(\overline{x}_i)=\sum_{i=1}^{k} m_i=\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{N+1}.$$

Если в интервале, предшествующем i - му, есть приостановленные изделия, то определяется коэффициент приращения отказов в i-ом интервале с учетом переменного порядкового номера отказа Δ_i (веса отказа):

$$\Lambda_i=\frac{N+1-\sum_{i=1}^{i-1} n_i}{N+1-\sum_{i=1}^{i-1}(n_i-q_i)}.$$

Таким образом, вследствие того, что в предыдущем интервале были приостановленные изделия, которые с равной вероятностью отказавшим изделиям будут иметь отказы в будущем, прогнозируемое число отказов n_i' в рассматриваемом i-ом интервале определяется как

$$n_i'=\Lambda_i n_i,$$

а относительная частота (частость) m_i определится по формуле

$$m_i=\frac{n'_i}{N+1}.$$

Прогнозируемое число отказов за весь период испытаний определяется как

$$d=\sum_{i=1}^{k}\Delta_i n_i.$$

Остальные показатели экспериментального распределения определяются аналогично полным выборкам (см. лабораторную работу № 7).

2. Задание

Были проведены незавершенные испытания для определения доремонтого или межремонтного ресурса автомобиля, в тыс. км. пробега L. У части автомобилей произошел отказ во время испытаний, часть автомобилей была приостановлена. Выполните статистическую обработку результатов незавершенных испытаний (цензурированных выборок) и определите параметры экспериментального распределения (среднее значение, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, доверительный интервал, абсолютную и относительную точность оценки математического ожидания, интегральную и дифференциальную функции эмпирического распределения, построить их графики) (см. п. 4 лаб. работы № 7). Доверительная вероятность $P_D = 0{,}9$ (уровень значимости $\alpha = 0{,}1$).

Постройте график интегральной функции безотказности *P(L)=1-F(L)*, где *F(L)* – интегральная функция вероятности отказа в зависимости от пробега *L*. Определите по графику функции безотказности *P(L)* гамма-процентный ($\gamma = 90\%$) ресурс, тыс. км. пробега, т. е. суммарную наработку (пробег), в течение которой автомобиль не достигнет своего предельного состояния с вероятностью $\gamma = 90\%$. Физический смысл данного показателя заключается в том, что 90% автомобилей будут иметь данный ресурс.

Исходные данные даны в файле Данные.pdf, таблица 6. При выполнении расчетов используйте файл Lr8_ni.xls. Письменно ответьте на контрольные вопросы

3. Содержание отчета

1. Тема, цель.
2. Задание.
3. Исходные данные.
4. Расчет параметров эмпирического распределения по результатам незавершенных испытаний с указанием требуемых формул и полученных результатов.
5. График интегральной функции безотказности *P(L)*, гамма-процентный ($\gamma = 90\%$) ресурс.
6. Ответы на контрольные вопросы.

4. Контрольные вопросы

1. С какой целью используются цензурированные выборки?
2. Что понимают под цензурированием?
3. Что такое цензурированная выборка?
4. Какой метод используется для обработки результатов эксперимента, представленных цензурированными выборками?
5. Как определяется вес отказа и прогнозируемое число отказов в *i*-м интервале ?
6. В чем заключается физический смысл гамма-процентного ресурса?

Лабораторная работа № 9

Тема: Определение потребности в капитальном ремонте агрегатов автомобилей для АТП с использованием метода статистического моделирования

Цель: Изучить основные этапы разработки имитационных моделей, общие сведения о методе статистического моделирования, а также методику его применения для определения потребности в капитальном ремонте агрегатов автомобилей для АТП

1. Основные этапы разработки имитационных моделей

Имитационное моделирование воспроизводит процесс функционирования объекта (системы) во времени, при этом имитируются элементарные явления, составляющие процесс, с сохранением их логической структуры и последовательности протекания во времени. Это позволяет по исходным данным получить сведения о состоянии процесса в определенные моменты времени.

Имитационное моделирование в общем случае состоит из **следующих этапов.**

1. *Постановка задачи и определение цели эксперимента.*
2. *Изучение исследуемого явления.* Уточняются входные данные и ограничения, а также случайные возмущения, накладываемые на течение процесса.
3. *Планирование эксперимента.*
4. *Разработка математической модели явления.* Для этого производится формализация работы системы, т.е. выделяются главные факторы и исключаются второстепенные. Это позволяет составить отвечающую системе математическую модель в виде уравнений, графиков, схем и т.п. *Формализованную математическую модель называют алгоритмом процесса.*
5. *Составление программы и реализация математической модели на ЭВМ.*
6. *Проверка математической модели на адекватность.*
7. *Проведение вычислительного эксперимента и обработка его результатов.*

Метод имитационного моделирования успешно применяется для решения многих инженерных и научных задач технической эксплуатации автомобилей:

определение оптимальной производительности станций технического обслуживания автомобилей;

определение оптимальной организации работы и числа постов зоны текущего ремонта (технического обслуживания, диагностирования);

прогнозирование потребности в запасных частях и агрегатах для конкретного АТП, объединения, региона;

оптимизация пропускной способности и производительности средств обслуживания автомобилей (технологического оборудования, рабочих мест, постов, участков).

В зависимости от условий и решаемых задач имитационное моделирование распадается на целый ряд частных видов, например, метод статистического моделирования.

2. Общие сведения о методе статистического моделирования

Метод статистического моделирования, называемый также методом Монте-Карло, представляет собой численный метод решения различных математических, инженерных и экономических задач.

Основная идея метода статистического моделирования заключается в возможности воспроизведения с достаточно высокой достоверностью исследуемого физического процесса при помощи вероятностных математических моделей и вычислении характеристик этого процесса. Это достигается за счет многократных расчетов на ЭВМ по разработанной математической модели.

С помощью данного метода могут быть решены любые задачи вероятностного характера, а также задачи, не связанные с вероятностными расчетами. Метод широко применяется для вычисления вероятности наступления какого- либо события, расчета числовых характеристик случайных величин.

Метод позволяет разрабатывать имитационные математические модели ряда сложных процессов, в том числе производственных, вплоть до математических моделей отдельных цехов и предприятий, исследовать их в динамике, имитируя выполнение производственной программы.

Этот научный метод, являясь мощным средством научных исследований и инженерных расчетов, дает возможность:

переносить на ЭВМ дорогостоящий производственный эксперимент;

изменять масштаб времени эксперимента, например «проигрывать» год работы не одного, а целой сети ремонтных заводов и мастерских за несколько минут работы быстродействующей ЭВМ для определения оптимальной структуры такой сети.

Метод статистического моделирования является эффективным средством проведения вычислительного эксперимента на ЭВМ.

3. Моделирование случайной величины, распределенной по нормальному закону

Воспроизведение исследуемого физического процесса может быть проведено методом статистического моделирования по известной вероятностной математической модели. Модель может быть разработана на основании результатов ранее проведенных экспериментальных исследований или определена на основании анализа физических закономерностей формирования рассматриваемого процесса и т.п.

Интегральная функция нормального закона (уравнение), как известно, не берется в конечном виде, т.е. не выражается через элементарные функции:

$$y_i = F(x_i) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} \exp\left(-\frac{(x_i-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right)dx$$

Поэтому для моделирования случайной величины, распределенной по нормальному закону, возможно использовать метод обратной интерполяцией по таблицам интегральной функции либо применять ЭВМ и функцию табличного процессора MS Excel, которая возвращает обратное нормальное распределение для заданного среднего значения $\bar{x}$ и среднего квадратического отклонения σ_X:

$$x_i = \text{НОРМОБР}(y_i, \bar{x}, \sigma_X),$$

где x_i - значение случайной величины, распределенной по нормальному закону; y_i - значение интегральной функции (вероятности) нормального распределения ($0 < y_i < 1$).

4. Моделирование потребности в капитальном ремонте агрегатов автомобилей для АТП

Рассмотрим использование метода статистического моделирования для определения потребности в капитальном ремонте (КР) агрегатов автомобиля.

Пусть в АТП имеется N = 300 автомобилей. Их средний годовой пробег $L_Г$ = 50 тыс. км. Пробег (ресурс) агрегата до КР $L_{КР}$ = 150 тыс. км.

По детерминированной методике расчета годовая потребность в КР определится как

$$Q_{КР} = N \cdot \frac{L_Г}{L_{КР}} = 300\frac{50}{150} = 100.$$

Таким образом, из 300 автомобилей 100 будут иметь потребность в КР агрегата, т.е. одна треть парка.

Проанализируем полученный результат. Предположим, что имеем дело с парком новых автомобилей. К концу года они будут иметь пробег по 50 тыс. км. Значит, фактическая потребность в КР равна нулю, а не 100.

Другой крайний случай. Пусть все автомобили имеют пробег с начала эксплуатации L_0= 100 - 150 тыс. км. В этом случае все автомобили потребуют КР агрегата, т. е. $Q_{КР}$ = 300. И здесь детерминированная методика расчета увеличивает ошибку в три раза.

Указанных ошибок можно избежать, если применять расчеты, при которых в качестве исходных данных принимаются во внимание не детерминированные, а случайные величины и законы их распределения, т.е. их вероятностные математические модели. Такие расчеты называются вероятностными (стохастическими).

Допустим, что случайная величина межремонтного пробега $L_{КР}$ распределяется по нормальному закону (рис. 1,а). Значения $L_{КР}$ распределяются в интервале 75—225 тыс. км.

Также необходимо учитывать распределение годового пробега (рис. 1,б) и распределение пробегов автомобилей с начала эксплуатации до конца планируемого периода (рис. 1,в).

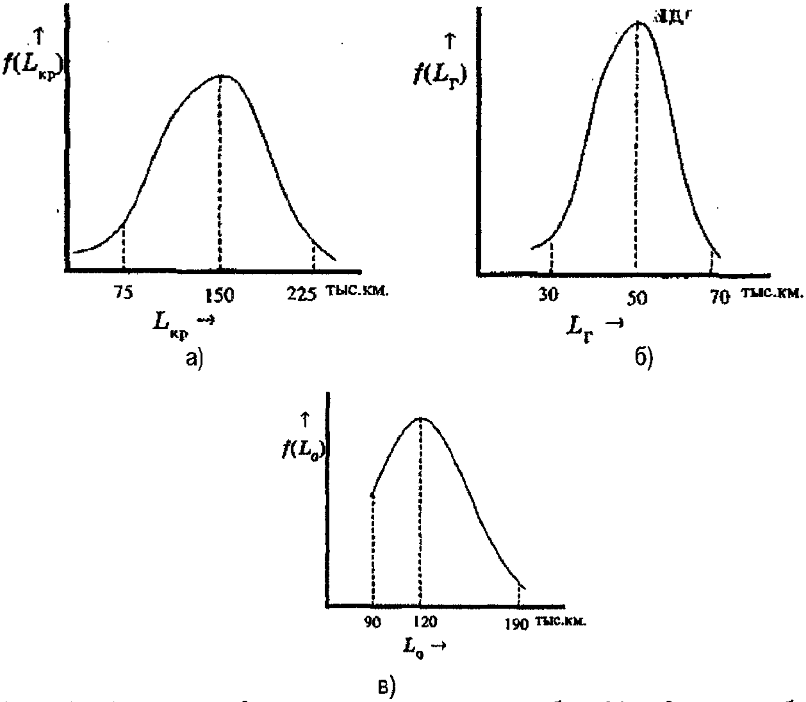

Рис.1. Графики распределения межремонтного пробега (а), годового пробега (б) и пробега с начала эксплуатации до конца планируемого периода (в) автомобилей на АТП.

Указанную задачу наиболее эффективно решать методом статистического моделирования на ЭВМ. С этой целью по известным математическим моделям распределения $L_{КР}$, $L_{Г}$, L_0 воспроизводится исследуемый физический процесс и моделируются случайные значения пробегов $L_{КР,i}$, $L_{Г,i}$, $L_{0,i}$ для каждого i-го автомобиля.

Каждый автомобиль (рассматриваемый агрегат) потребует КР, если для него справедливо неравенство

$$L_{0,i} + L_{Г,i} > L_{КР,i}$$

Решение поставленной задачи сводится к сравнению $L_{0,i} + L_{Г,i}$ с $L_{КР,i}$ поочередно для всех автомобилей в АТП с суммированием полученных результатов.

5. Задание

Используя метод статистического моделирования, определите потребность в капитальном ремонте агрегатов автомобилей для АТП. Задано количество автомобилей N на АТП, их средний годовой пробег $L_Г$, пробег (ресурс) агрегата до КР $L_{КР}$, пробег автомобилей с начала эксплуатации L_0. Предполагается, что данные показатели распределены по нормальному закону с коэффициентом вариации $v_x = 0.3 - 0.4$. Варианты заданий и моделирование распределения среднего годового пробега $L_Г$, пробега (ресурса) агрегата до КР $L_{КР}$, пробега автомобилей с начала эксплуатации L_0 выполняется с использованием файла Lr9_ni.xls и табличного процессора MS Excel.

6. Содержание отчета

1. Тема, цель.
2. Задание.
3. Исходные данные.
4. Графики распределения межремонтного пробега, годового пробега и пробега с начала эксплуатации до конца планируемого периода автомобилей на АТП.
5. Результаты расчета годовой потребности в КР агрегатов автомобилей.
6. Ответы на контрольные вопросы.

7. Контрольные вопросы

1. В чем заключается метод имитационного моделирования?
2. Назовите основные этапы разработки имитационных моделей?
3. Для чего может использоваться метод имитационного моделирования?
4. В чем заключается основная идея метода статистического моделирования?
5. Что позволяет выполнять метод статистического моделирования? Приведите пример его применения.
6. Каким образом выполняется моделирование случайной величины, распределенной по нормальному закону?

Литература

1. Научные исследования и решение инженерных задач: Учебн. Пособие/ С. С. Кучур, М. М. Болбас, В. К. Ярошевич. – Мн.: Адукацыя i выхаванне, 2003.

2. Надежность и ремонт машин/В. В. Курчаткин и др. Под ред. В. В. Курчаткина. – М.: Колос, 2000. – 776 с.

3. Техническая эксплуатация автомобилей: Учебник для вузов. 4-е изд., перераб. и дополн./ Е.С. Кузнецов. А. П. Болдин, В. М. Власов и др. – М.: Наука, 2004.- 535 с.

Приложение А

Таблица А.1 – Показатели эффективности систем массового обслуживания без потерь ($r \geq 1$), длина очереди не ограничена ($r \to \infty$).[3]

Тип СМО	Вероятность того, что все посты свободны P_o,	Вероятность образования очереди П	Вероятность отказа в обслуживании $P_{ОТК}$	Относитель-ная пропускная способность g,	Среднее число занятых постов $n_{ЗАН}$, (число занятых обслуживающих аппаратов)	Среднее число автомобилей, находящихся в очереди r, (среднее количество требований, находящихся в очереди)	Среднее время нахождения в очереди $t_{ОЖ}$, ч;
Одно-канальная СМО (n=1)	$P_o = 1 - \rho$	$П = \rho^2 \cdot P_o$	$P_{ОТК} = 0$	g=1	$n_{ЗАН} = \rho$	$r = \dfrac{\rho^2}{1-\rho}$	$t_{ОЖ} = \dfrac{\rho^2}{\mu(1-\rho)}$
Много-каналь-ная СМО (n>1)	$P_o = \dfrac{1}{\dfrac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} + \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{\rho^k}{k!}}$	$П = \dfrac{\rho^n}{n!} \cdot P_o$	$P_{ОТК} = 0$	g=1	$n_{ЗАН} = \rho$	$r = \dfrac{\rho\ П}{n-\rho}$	$t_{ОЖ} = \dfrac{П}{\mu(n-\rho)}$

Приложение Б

Таблица Б.1 - Исходные данные к лабораторной работе № 6

№ вар	Интенсивность поступления автомобилей ω, треб/ч.	Средняя продолжительность ремонта $t_д$, ч.	Стоимость простоя автомобиля в очереди C_1, руб./день	Стоимость простоя обслуживающего канала C_2, руб./день.
	0,1	4,60	20	15
	0,1	4,00	25	20
	0,2	3,20	30	25
	0,2	3,62	35	30
	0,2	3,20	40	35
	0,3	2,30	45	40
	0,3	2,40	50	45
	0,3	2,35	55	50
	0,4	1,90	65	55
	0,45	1,81	70	65
	0,4	1,82	75	70
	0,5	1,60	80	75
	0,55	1,53	85	80
	0,6	1,40	90	85
	0,62	1,39	100	90
	0,65	1,30	105	100
	0,7	1,23	35	105
	0,7	1,21	40	15
	0,75	1,15	45	25
	0,85	1,05	50	30
	0,8	1,09	55	30
	0,82	1,07	65	35
	0,9	0,99	70	40
	0,95	0,93	75	25
	0,91	0,97	80	15

Учебное издание

Составитель: Монтик Сергей Владимирович

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам по дисциплине
«Научные исследования и решение инженерных задач»
для студентов специальности
1 - 37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей»
Часть 2

Ответственный за выпуск: Монтик С.В.
Редактор: Строкач Т.В.
Компьютерная верстка: Боровикова Е.А.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 18.10.2006 г. Формат 60x84/16 Бумага «Снегурочка». Усл. п.л. 1,63. Уч.-изд. л. 1,75. Заказ N 1012.Тираж 100 экз. Отпечатано на ризографе Учреждения образования «Брестский государственный технический университет».
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.