

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Практикум по общей теории статистики

для студентов экономических специальностей
вечерней формы обучения

Часть I

Брест 2013

УДК 311

Настоящее пособие содержит теоретические положения, образцы решений примеров и практических заданий по общей теории статистики, вопросы для самопроверки, отражающие данный курс, задания аттестационной работы и методические указания по ее оформлению. Материалы данного пособия могут быть использованы на занятиях со студентами экономических специальностей всех форм обучения.

Издание в двух частях. Часть 1.

Составители: Л.С. Золотухина, старший преподаватель
Т.В. Копайцева, старший преподаватель
Е.В. Кузьмина, старший преподаватель
М.Г. Журавель, ассистент
Г.В. Шамовская, ассистент

Рецензент: Санюкевич А.В., доцент кафедры высшей математики учреждения

Тема 1

Статистическая сводка и группировка

Сводка – это комплекс последовательных операций по обобщению конкретных единичных фактов, образующих совокупность, для выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом. Различают сводку простую и сложную. **Простая сводка** – это операция по подсчету общих итогов по совокупности единиц наблюдения. **Сложная сводка** – это комплекс операций, включающих группировку единиц наблюдения, подсчет итогов по каждой группе и по всему объекту и представление результатов группировки и сводки в виде статистических таблиц.

Группировкой называется расчленение единиц изучаемой совокупности на однородные группы по определенным, существенным для них признакам.

С помощью метода группировок решаются следующие задачи:

- выделение социально-экономических типов явлений;
- изучение структуры явления и структурных сдвигов, происходящих в нем;
- выявление связи и зависимости между явлениями.

В соответствии с задачами группировки различают следующие ее виды: типологическая, структурная, аналитическая.

Типологическая группировка – это расчленение разнородной совокупности на отдельные качественно однородные группы и выявление на этой основе экономических типов явлений.

Структурная группировка предназначена для изучения состава однородной совокупности по какому-либо варьирующему признаку.

Группировка, выявляющая взаимосвязи между изучаемыми явлениями и их признаками, называется **аналитической группировкой**. Особенностями аналитической группировки является то, что единицы группируются по факторному признаку, каждая выделенная группа характеризуется средними значениями результативного признака. Признаки, оказывающие влияние на изменение других признаков, называются **факторными**. Признаки, изменяющиеся под влиянием факторных, называются **результативными**.

Группировка, в которой группы образованы по одному признаку, называется **простой**. **Сложной** называется группировка, в которой расчленение совокупности на группы производится по двум и более признакам, взятым в сочетании (комбинации). Сначала группы формируются по одному признаку, затем эти группы делятся на подгруппы по другому признаку, которые, в свою очередь, делятся по третьему признаку, и т.д.

Построение группировки начинается с определения состава группировочных признаков. **Группировочным признаком** называется признак, по которому проводится разбиение единиц совокупности на отдельные группы.

Определение числа групп можно осуществить и математическим путем с использованием формулы Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \cdot \lg N,$$

где n – число групп; N – число единиц совокупности.

Когда определено число групп, то следует определить интервалы группировки. **Интервал** – это значение варьирующего признака, лежащее в определенных границах. **Нижней границей** интервала называется наименьшее значение признака в интервале, а **верхней границей** – наибольшее значение признака в интервале.

Если вариация признака проявляется в сравнительно узких границах и распределение носит равномерный характер, то строят группировку с **равными интервалами**. Величина равного интервала определяется по следующей формуле:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}$$

где x_{\max} и x_{\min} – максимальное и минимальное значения признака в совокупности; n – число групп.

Закрытыми называются интервалы, у которых имеются верхняя и нижняя границы. У **открытых** интервалов указана только одна граница: верхняя – у первого, нижняя – у последнего.

Пример 1.1. Произведем анализ 30 самых надежных среди малых и средних коммерческих банков одного из регионов, применяя метод группировок (табл. 1.1).

Таблица 1.1 – Основные показатели деятельности коммерческих банков одного из регионов на 01.01.10 г. (цифры условные)

№ банка	Капитал, тыс. руб.	Работающие активы, тыс. руб.	Уставный капитал, тыс. руб.
1	20710	11706	2351
2	19942	19850	17469
3	9273	2556	2626
4	59256	43587	2100
5	24654	29007	23100
6	47719	98468	18684
7	24236	25595	5265
8	7782	6154	2227
9	38290	79794	6799
10	10276	10099	3484
11	35662	30005	13594
12	20702	21165	8973
13	8153	16663	2245
14	10215	9115	9063
15	23459	31717	3572
16	55848	54435	7401
17	10344	21430	4266
18	16651	41119	5121
19	15762	29771	9998
20	8753	10857	2973
21	22421	53445	3415
22	13614	22625	4778
23	9870	11744	5029
24	24019	27333	6110
25	22969	70229	5961
26	75076	124204	17218
27	56200	90367	20454
28	60653	101714	10700
29	14813	18245	2950
30	41514	127732	12092

В качестве группировочного признака возьмем уставный капитал. Образовываем четыре группы банков с равными интервалами. Величину интервала определим по формуле:

$$h = \frac{R}{n} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{23100 - 2100}{4} = 5250 \text{ тыс. руб.}$$

Обозначим границы групп:

2100 – 7350	– 1-я группа;
7350 – 12600	– 2-я группа;
12600 – 17850	– 3-я группа;
17850 – 23100	– 4-я группа.

После того как определен группировочный признак – уставный капитал, задано число групп – 4 и образованы сами группы, необходимо отобрать показатели, которые характеризуют группы, и определить их величины по каждой группе. Показатели, характеризующие банки, разносятся по указанным группам, и подсчитываются итоги по группам. Результаты группировки заносятся в таблицу, и определяются общие итоги по совокупности единиц наблюдения по каждому показателю (табл. 1.2).

Таблица 1.2 – Группировка малых и средних коммерческих банков одного из регионов по величине уставного капитала на 01.01.10 г.

№ группы	Группы банков по величине уставного капитала, тыс. руб.	Число банков, ед.	Работающие активы, тыс. руб.	Капитал, тыс. руб.	Уставный капитал, тыс. руб.
1	2100 – 7350	18	504898	342889	71272
2	7350 – 12600	6	343932	204694	58227
3	12600 – 17850	3	174059	130680	48281
4	17850 – 23100	3	217842	128573	62238
	Итого	30	1240731	806836	240018

Структурная группировка коммерческих банков на основе данных таблицы 1.2 представлена в таблице 1.3.

Таблица 1.3 – Группировка малых и средних коммерческих банков одного из регионов по величине уставного капитала на 01.01.10 г.

№ группы	Группы банков по величине уставного капитала, тыс. руб.	Число банков, %	Работающие активы, % к итогу	Капитал, % к итогу	Уставный капитал, % к итогу
1	2100 – 7350	60	40,7	42,5	29,7
2	7350 – 12600	20	27,7	25,4	24,3
3	12600 – 17850	10	14,0	16,2	20,1
4	17850 – 23100	10	17,6	15,9	25,9
	Итого	100	100,0	100,0	100,0

Из таблицы 1.3 видно, что в основном преобладают малые банки – 60%, на долю которых приходится 42,5% всего капитала. Более конкретный анализ взаимосвязи показателей можно сделать на основе аналитической группировки (таблица 1.4). Величины капитала и работающих активов прямо взаимосвязаны, и чем крупнее банк, тем эффективнее управление работающими активами.

Таблица 1.4 – Группировка малых и средних коммерческих банков одного из регионов по величине уставного капитала на 01.01.10 г.

№ группы	Группы банков по величине уставного капитала, тыс. руб.	Число банков, ед.	Капитал, тыс. руб.		Работающие активы, тыс. руб.	
			всего	в среднем на один банк	всего	в среднем на один банк
1	2100 – 7350	18	342889	19049	504898	28050
2	7350 – 12600	6	204694	34116	343932	57322
3	12600 – 17850	3	130680	43560	174059	58020
4	17850 – 23100	3	128573	42858	217842	72614
	Итого	30	806836	–	1240731	–
	В среднем на один банк		–	26895	–	41358

Мы рассмотрели примеры группировок по одному признаку. Однако в ряде случаев для решения поставленных задач такая группировка является недостаточной. В этих случаях переходят к группировке исследуемой совокупности по двум и более существенным признакам во взаимосвязи (сложной группировке).

Произведем группировку данных коммерческих банков по двум признакам: величине капитала и работающим активам. Каждую группу и подгруппу охарактеризуем следующими показателями: число коммерческих банков, капитал, работающие активы (таблица 1.5).

Таблица 1.5 – Группировка коммерческих банков одного из регионов по величине капитала и работающим активам на 01.01.10 г.

№ группы	Группы банков по величине капитала, тыс. руб.	В том числе подгруппы по величине работающих активов, тыс. руб.	Число банков, ед.	Капитал, тыс. руб.	Работающие активы, тыс. руб.
1	6753 – 29528	2556 – 65144	20	313649	420196
		65144 – 127732	1	22969	70229
Итого по группе			21	336618	490425
2	29528 – 52303	2556 – 65144	1	35662	30005
		65144 – 127732	3	127523	305994
Итого по группе			4	163185	335999
3	52303 – 75078	2556 – 65144	2	115104	98022
		65144 – 127732	3	191929	316285
Итого по группе			5	307033	414307
4	Итого по подгруппам	2556 – 65144	23	464415	548223
		65144 – 127732	7	342421	692508
Всего			30	806836	1240731

Изучение структуры той или иной совокупности достигается построением рядов распределения. В зависимости от признака, положенного в основу ряда распределения, различают атрибутивные и вариационные ряды распределения. **Атрибутивными** называют ряды распределения, построенные по качественным признакам, т.е. признакам, не имеющим числового выражения. **Вариационными** рядами называют ряды распределения, построенные по количественному признаку. Любой вариационный ряд состоит из двух элементов: вариантов и частот. **Вариантами** называются отдельные значения признака, которые он принимает в вариационном ряду. **Частотами** называются численности отдельных вариантов или каждой группы вариационного ряда. Сумма всех частот определяет численность всей совокупности, ее объем. **Частостями** называются частоты, выраженные в долях единицы или в процентах к итогу. Соответственно сумма частостей равна 1 или 100%.

Дискретный вариационный ряд характеризует распределение единиц совокупности по дискретному признаку, принимающему только целые значения. В **интервальных вариационных рядах** величина признака у единиц совокупности может принимать в определенных пределах любые значения, отличающиеся друг от друга на сколь угодно малую величину.

Правила построения рядов распределения аналогичны правилам построения группировки.

Задачи к теме 1

1.1. Состав рабочих бригады токарей и их заработная плата характеризуются следующими данными за июнь:

№	Фамилия, И., О.	Стаж работы, лет	Тарифный разряд	Зароботная плата, руб.
1	Петров К.С.	3	III	143,4
2	Васильев М.Н.	12	IV	156,1
3	Каменский И.Л.	9	IV	153,6
4	Голосеев С.П.	7	IV	153,0
5	Ремнер Ю.К.	4	III	148,5
6	Амелькин Н.Р.	1	III	147,9
7	Мехов А.Б.	8	IV	156,8
8	Кузьмин Н.А.	16	V	163,4
9	Волков Б.В.	19	V	169,0
10	Рябов Г.Д.	2	IV	148,6
11	Аксенов С.Д.	10	IV	157,4
12	Домов К.И.	7	V	164,0
13	Фадеев А.М.	5	V	162,0
14	Федулов П.М.	14	IV	158,1

Произведите группировку рабочих бригады по следующим признакам:

- 1) по стажу работы, выделив группы: до 5 лет, от 5 до 10 лет, свыше 10 лет;
- 2) по квалификации (тарифным разрядам): III, IV, V.

По каждой группе и по всем вместе определите число рабочих, сумму заработной платы и среднюю заработную плату. Охарактеризуйте зависимость размера заработной платы рабочих от их квалификации и стажа работы;

- 3) дайте графическое изображение полученных вариационных рядов.

1.2. Имеются следующие данные по автохозяйствам района за 2009 г.:

№	Число автомашин в хозяйстве	Грузооборот, ткм	Сумма эксплуатационных расходов, тыс. руб.
1	15	218821	54324
2	12	151965	18184
3	159	6064091	258205
4	27	126818	114718
5	171	6362349	341261
6	9	146016	12200
7	60	3905922	290257
8	189	9678900	498242
9	36	757035	58850
10	15	423507	21678
11	21	594048	33928
12	12	465330	48319
13	15	143790	26320
14	48	1542070	82524
15	39	6064086	191600
16	51	9968300	548900
17	243	15521526	450861
18	51	1651650	99099
19	12	142377	18960
20	108	8237021	361918

Произведите группировку автохозяйств: 1) по числу автомашин, выделив группы: до 15, 16-50, 51 и более. По каждой группе и по всем вместе укажите число хозяйств; число автомашин в них, грузооборот (ткм), среднюю величину грузооборота на 1 автомашину, сумму эксплуатационных расходов – всего и в расчете

на 100 ткм. Какая зависимость существует между размером автохозяйств по числу автомашин в них, использованием автомашин и себестоимостью (эксплуатационными расходами) 100 ткм; 2) по размерам грузооборота, выделив следующие группы: до 300 тыс. ткм, 300-800, 800-8000, свыше 8000 тыс. ткм.

Показатели для характеристики групп установите самостоятельно. Решение представьте в форме статистической таблицы.

1.3. Известны следующие данные об объеме импорта Российской Федерации с отдельными странами Европы в 2007 г. (в фактически действовавших ценах, млн. долл. США):

979	184	176	311	761	345	250	1002	1611	539
614	323	209	1596	946	896	245	400	111	1627

Используя эти данные, постройте интервальный вариационный ряд распределения стран Европы по объему импорта с РФ, выделив четыре группы стран с равными открытыми интервалами. По какому признаку построен ряд распределения: качественному или количественному?

1.4. Имеются следующие данные об успеваемости студентов группы по теории статистики в летнюю сессию 2006 г.: 5, 4, 7, 6, 4, 4, 3, 8, 2, 5, 3, 4, 6, 9, 7, 4, 4, 3, 6, 2, 5, 2, 7, 5, 5, 2, 6, 3, 4, 3. Постройте:

а) ряд распределения студентов по баллам оценок, полученных в сессию;
 б) ряд распределения студентов по уровню успеваемости, выделив в нем две группы студентов: неуспевающие (2 и 3 балла), успевающие (4 балла и выше);

в) укажите, каким видом ряда распределения (вариационным или атрибутивным) является каждый из этих двух рядов;

г) дайте графическое изображение полученных вариационных рядов.

1.5. По годовым отчетам строительных организаций области составлена таблица:

Номер строительной организации	Объем выполненных строительно-монтажных работ, млн. руб.	Стоимость основных фондов, млн. руб.	Среднесписочная численность работающих (на строительно-монтажных работах и в подсобных производствах)
1	6666	440	329
2	4669	470	322
3	4053	280	339
4	6027	460	344
5	12434	880	427
6	16760	920	417
7	16972	870	332
8	9839	690	423
9	4267	420	437
10	9850	610	537
11	4273	300	453
12	19998	1020	638
13	23543	1420	836
14	26571	1490	1452
15	1578	220	373
16	1882	370	406
17	5871	930	352
18	2915	240	780
19	2499	320	781
20	6349	850	740

Произведите группировку строительных организаций по их размерам, положив в основание группировки стоимость основных фондов: до 500 млн. руб., 500-1000, свыше 1000 млн. руб. По каждой группе укажите число строительных организаций, стоимость основных фондов, объем строительно-монтажных работ, среднесписочную численность работающих, объем строительно-монтажных работ в расчете на 1 тыс. руб. стоимости основных фондов (гр. 1:гр. 2).

1.6. Используя данные задачи 1.5, произведите группировку строительных организаций по их размерам, положив в основание объем выполненных строительно-монтажных работ. Интервалы группировки и показатели для характеристики групп определите самостоятельно.

1.7. Известны следующие данные о результатах сдачи абитуриентами вступительных экзаменов на I курс вуза в 2013 г. (баллов):

18 16 25 17 19 20 21 18 16 32 14 24 17 19
7 12 14 20 28 13 29 16 14 39 12 15 16 20

Постройте: а) ряд распределения абитуриентов по результатам сдачи ими вступительных экзаменов, выделив четыре группы абитуриентов с равными интервалами; б) ряд, делящий абитуриентов на поступивших и не поступивших в вуз, учитывая, что проходной балл составил 18 баллов. Укажите, по какому группировочному признаку построен каждый из этих рядов распределения: атрибутивному или количественному.

1.8. Известны следующие данные по основным показателям деятельности крупнейших банков одной из областей России (данные условные):

(тыс. руб.)

№ п/п	Сумма активов	Собственный капитал	Привлеченные ресурсы	Балансовая прибыль	Объем вложений в государственные ценные бумаги	Ссудная задолженность
1	645,6	12,0	27,1	8,1	3,5	30,8
2	636,9	70,4	56,3	9,5	12,6	25,7
3	629,0	41,0	95,7	38,4	13,3	26,4
4	619,6	120,8	44,8	38,4	4,4	25,3
5	616,4	49,4	108,7	13,4	15,0	20,9
6	614,4	50,3	108,1	30,1	19,1	47,3
7	608,6	70,0	76,1	37,8	19,2	43,7
8	601,1	52,4	26,3	41,1	3,7	29,1
9	600,2	42,0	46,0	9,3	5,2	56,1
10	600,0	27,3	24,4	39,3	13,1	24,9
11	592,9	72,0	65,5	8,6	16,7	39,6
12	591,7	22,4	76,0	40,5	7,5	59,6
13	585,5	39,3	106,9	45,3	6,7	44,9
14	578,6	70,0	89,5	8,4	11,2	32,2
15	577,5	22,9	84,0	12,8	19,3	45,1
16	553,7	119,3	89,4	44,7	19,4	24,5
17	543,6	49,6	93,8	8,8	5,7	31,1
18	542,0	88,6	26,7	32,2	7,8	37,1
19	517,0	43,7	108,1	20,3	8,3	23,1
20	516,7	90,5	25,2	12,2	9,7	15,8

Постройте группировку коммерческих банков по величине собственного капитала, выделив не более пяти групп с равными интервалами. Рассчитайте по каждой группе сумму активов, собственный капитал, привлеченные ресурсы, балансовую прибыль. Результаты группировки представьте в табличной форме и сформулируйте выводы.

1.9. Постройте структурную группировку банков по величине балансовой прибыли, выделив четыре группы банков с открытыми интервалами для характеристики структуры совокупности коммерческих банков, перечисленных в задаче 1.8.

1.10. Постройте аналитическую группировку коммерческих банков, перечисленных в задаче 1.8, по величине балансовой прибыли, выделив четыре группы. Рассчитайте по каждой группе три показателя, взаимосвязанных с балансовой прибылью. Результаты группировки изложите в табличной форме и сделайте выводы о взаимосвязи показателей.

1.11. Используя данные задачи 1.8, постройте группировку коммерческих банков в целях выявления взаимосвязи между показателями привлеченных ресурсов, объемом вложений в государственные ценные бумаги и ссудной задолженностью от результатов деятельности банков (показатель, выражающий результаты деятельности банков, определите самостоятельно).

1.12. По данным задачи 1.8 постройте группировку коммерческих банков по двум признакам: по величине балансовой прибыли и сумме активов. По каждой группе и подгруппе определите число банков, величину балансовой прибыли и сумму активов и другие два-три показателя, взаимосвязанных с группировочными. Результаты группировки оформите в виде таблицы и сформулируйте выводы.

Тема 2

Абсолютные, относительные и средние величины

Статистический показатель представляет собой количественную характеристику социально-экономических явлений и процессов в условиях качественной определенности. Качественная определенность показателя заключается в том, что он непосредственно связан с внутренним содержанием изучаемого явления или процесса, его сущностью.

Все показатели по форме выражения классифицируются на абсолютные, относительные и средние. **Абсолютные показатели** отражают физические размеры изучаемых статистикой процессов и явлений, а именно – их массу, площадь, объем, протяженность, временные характеристики и т.п. Они всегда являются именованными числами (т, кг, кв. или куб. метры, км, штук и т.д.)

Относительный показатель представляет собой результат деления одного абсолютного показателя на другой и выражает соотношение между количественными характеристиками социально-экономических процессов и явлений. При расчете относительного показателя абсолютный показатель, находящийся в числителе получаемого отношения, называется *текущим*, или *сравниваемым*. Показатель же, с которым производится сравнение и который находится в знаменателе, называется *основанием*, или *базой сравнения*. Рассчитываемый относительный показатель указывает, во сколько раз сравниваемый абсолютный показатель больше базисного, или какую долю он составляет от базисного показателя. Он может выражаться в коэффициентах, процентах, промилле, продецимилле или быть именованным числом.

Относительный показатель структуры (ОПС) представляет собой соотношение структурных частей изучаемого объекта и их целого:

$$ОПС = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности в целом}}$$

Выражается относительный показатель структуры в долях единицы или в процентах. Рассчитанные величины, соответственно называемые долями или удельными весами, показывают, какой долей обладает или какой удельный вес имеет та или иная часть в общем итоге.

Пример 2.1. Рассмотрим таблицу:

Структура валового внутреннего продукта РФ в 1 квартале 1996 г.

	Объем	
	трлн. руб.	% к итогу
ВВП – всего	508,0	100
В том числе:		
производство товаров	185,4	36,5
производство услуг	277,9	54,7
чистые налоги на продукты	44,7	8,8

Рассчитанные в последней графе проценты представляют собой относительные показатели структуры (в данном случае – удельные веса). Сумма всех удельных весов всегда должна быть строго равна 100%.

Относительный показатель сравнения (ОПСр) представляет собой отношение одного и того же абсолютного показателя, характеризующего разные объекты (предприятия, фирмы, районы, области, страны и т.п.):

$$ОПСр = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект } A}{\text{Показатель, характеризующий объект } B}$$

Пример 2.2. На начало 1996 г. операции с ГКО - ОФЗ проводили в Москве 108, в Новосибирске 16 и в Санкт-Петербурге 13 официальных дилеров. Таким образом, в Москве дилеров было в 6,8 раза больше, чем в Новосибирске $\left(\frac{108}{16}\right)$, и в 8,3 раза больше, чем в Санкт-Петербурге $\left(\frac{108}{13}\right)$.

Наиболее распространенной формой статистических показателей, используемой в социально-экономических исследованиях, является **средняя величина**, представляющая собой обобщенную количественную характеристику признака в статистической совокупности в конкретных условиях места и времени. Показатель в форме средней величины выражает типичные черты и дает обобщающую характеристику однотипных явлений по одному из варьирующих признаков.

Определить среднюю во многих случаях удобнее через **исходное соотношение средней (ИСС)** или ее логическую формулу:

$$ИСС = \frac{\text{Суммарное значение или объем осредняемого признака}}{\text{Число единиц или объем совокупности}}$$

Расчет большинства конкретных статистических показателей основан на использовании средней агрегатной, средней арифметической или средней гармонической.

Пример 2.3. Рассчитаем среднюю заработную плату в целом по трем предприятиям АО по данным следующей таблицы:

Зарботная плата предприятий АО

Предприятие	Численность промышленно-производственного персонала, чел.	Месячный фонд заработной платы, тыс. руб.	Средняя заработная плата, руб.
	f_i	w_i	x_i
1	540	564,84	1046
2	275	332,75	1210
3	458	517,54	1130
Итого	1273	1415,13	?

Определим исходное соотношение средней для показателя «Средняя заработная плата». Этот показатель может быть получен только через следующее отношение:

$$ИСС = \frac{\text{Совокупный фонд заработной платы}}{\text{Общая численность ППП}}$$

Если бы мы располагали только данными гр. 1 и 2 таблицы, то для расчета искомой средней необходимо воспользоваться формулой **средней агрегатной**:

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i}{\sum f_i} = \frac{1415130}{1273} = 1112 \text{ руб.},$$

где $w_i = x_i f_i$; x_i – i -й вариант осредняемого признака; f_i – вес i -го варианта.

Если бы мы располагали только данными о средней заработной плате и численности работников (гр. 1 и 3), то нам был бы известен знаменатель исходного соотношения, но не известен его числитель. Однако фонд заработной платы можно получить умножением средней заработной платы на численность ППП. Поэтому общая средняя может быть рассчитана по формуле **средней арифметической взвешенной**:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{1046 \cdot 540 + 1210 \cdot 275 + 1130 \cdot 458}{540 + 275 + 458} = 1112 \text{ руб.}$$

Необходимо учитывать, что вес (f) в отдельных случаях может представлять собой произведение двух или даже трех значений.

В статистической практике находит применение и **средняя арифметическая простая**:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Эта средняя используется тогда, когда веса (f) отсутствуют (каждый вариант признака встречается только один раз) или равны между собой.

Допустим теперь, что в нашем распоряжении только данные о фонде заработной платы и средней заработной плате персонала (гр. 2 и 3), т.е. нам известен числитель исходного соотношения, но не известен его знаменатель.

Численность работников по каждому предприятию можно получить делением фонда заработной платы на среднюю заработную плату. Тогда расчет средней заработной платы в целом по трем предприятиям будет произведен по формуле **средней гармонической взвешенной**:

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}} = \frac{564840 + 332750 + 517540}{\frac{564840}{1046} + \frac{332750}{1210} + \frac{517540}{1130}} = 1112 \text{ руб.}$$

В подобных случаях при равенстве весов (w) расчет среднего показателя может быть произведен по **средней гармонической простой**:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$$

В примере использовались разные формы средних, но получен один и тот же ответ. Это обусловлено тем, что для конкретных данных каждый раз реализовывалось одно и то же исходное соотношение средней.

Средние показатели могут рассчитываться по дискретным и интервальным вариационным рядам. Для дискретного ряда расчет производится как в приведенном выше примере. В интервальном же ряду для расчета определяются середины интервалов.

Пример 2.4. Рассмотрим следующую таблицу:

**Распределение населения РФ в 1 квартале 2006 г. по уровню
среднедушевых денежных доходов**

Среднедушевой денежный доход в среднем за месяц, тыс. руб., x_i	Численность населения, % к итогу, f_i
До 400	30,2
400 – 600	24,4
600 – 800	16,7
800 – 1000	10,5
1000 – 1200	6,5
1200 – 1600	6,7
1600 – 2000	2,7
2000 и выше	2,3
Итого	100

Определим величину среднедушевого денежного дохода в целом по Российской Федерации. Исходное соотношение такой средней будет иметь следующий вид:

$$ИСС = \frac{\text{Совокупные денежные доходы всего населения}}{\text{Общая численность населения}}$$

Перейдем от интервалов к их серединам. При этом величину первого интервала условно приравняем к величине второго, тогда его нижняя граница будет равна 200 тыс. руб. Величину последнего интервала условно приравняем к величине предпоследнего, тогда его верхняя граница составит 2400 руб. В результате получаем следующие середины интервалов:

300 500 700 900 1100 1400 1800 2200

Роль численности населения в данном случае выполняет его доля в общем итоге, выраженная в процентах. Для расчета воспользуемся средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{300 \cdot 30,2 + 500 \cdot 24,4 + \dots + 2200 \cdot 2,3}{30,2 + 24,4 + \dots + 2,3} = 688,5 \text{ тыс. руб.}$$

Следовательно, среднедушевой денежный доход в целом по Российской Федерации составлял 688,5 тыс. руб.

Пример 2.5. Имеются следующие данные о работе малых предприятий за текущий период

Таблица 2.1.

Предприятие	Фактический объем реализации, тыс. руб.	Средний объем реализации на одного работника, тыс. руб.	Прибыль к объему реализации, в %	Процент совместителей в общей численности работников
	x_i	y_i	z_i	d_i
1	19000	3800	19	66
2	16000	4000	20	70
3	20000	5000	26	60
4	19200	3200	20	75

Определить по малым предприятиям района средние значения:

- 1) реализованной продукции на одно предприятие;
- 2) производительности труда;
- 3) рентабельности продукции;
- 4) доли совместителей в общей численности работников по всей совокупности. Указать вид рассчитанных средних величин и сделать выводы.

Решение. Введем обозначения:

x – фактический объем реализации;

y – средний объем реализации на одного работника;

z – прибыль к объему реализации;

d – процент совместителей в общей численности работников.

Выбор вида средней величины необходимо начинать с построения логической формулы, исходя из качественного содержания усредняемого показателя.

Все расчеты будем оформлять в таблице 2.2:

1. Для вычисления среднего объема реализованной продукции:

Совокупный объем реализованной продукции

$$\text{ИСС} = \frac{\text{Совокупный объем реализованной продукции (тыс. руб.)}}{\text{Общее количество предприятий}}$$

Получаем таким образом среднюю арифметическую простую:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{74200}{4} = 18550 \text{ (тыс. руб.)}$$

2. Для вычисления средней производительности труда:

$$\text{ИСС} = \frac{\text{Совокупный объем реализованной продукции (тыс. руб.)}}{\text{Общее количество работающих (чел.)}}$$

Из ИСС определим численность рабочих по каждому предприятию:

$$\text{Численность работников} = \frac{\text{Совокупный объем реализованной продукции}}{\text{Объем продукции реализуемый 1 работником}}$$

т.е. $\frac{x_i}{y_i}$.

Получаем среднюю производительность труда по четырем предприятиям как среднюю гармоническую взвешенную:

$$\bar{y} = \frac{\sum x_i}{\sum \frac{x_i}{y_i}} = \frac{74200}{19} = 3905 \text{ (тыс. руб.)}$$

т.е. по четырем предприятиям объем реализации на одного работника предприятия составляет в среднем 3905 тыс. руб.

3 Средняя рентабельность:

Из ИСС определим прибыль в тыс. руб.:

$$\text{ИСС} = \frac{\text{Общая прибыль (тыс. руб.)}}{\text{Общий объем реализованной продукции (тыс. руб.)}}$$

Прибыль = рентабельность * Объем реализованной продукция, т.е. $x_i z_i$

В результате среднюю рентабельность продукции в процентах найдем как среднюю арифметическую взвешенную:

$$\bar{z} = \frac{\sum \frac{x_i z_i}{100}}{\sum x_i} * 100\% = \frac{15850}{74200} * 100\% = 21,4\%$$

т.е. в среднем прибыль составляет 21,4% к объему реализации.

4. Доля совместителей в общей численности работников:

$$\text{ИСС} = \frac{\text{Общая численность совместителей (чел)}}{\text{Общая численность работников (чел)}}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum \frac{x_i}{y_i} * \frac{d_i}{100}}{\sum \frac{x_i}{y_i}} * 100\% = \frac{0,13}{19} * 100 = 68,4\%$$

– средний процент совместителей в общей численности работающих составляет в среднем 68,4 % от общей численности работающих и найден по формуле средней арифметической взвешенной, где $\frac{x_i}{y_i}$ – сложный вес.

№ Предприятия	Фактический объем реализации, тыс. руб. (x_i)	Средний объем реализации на одного работника, тыс. руб. (y_i)	Количество работавших, чел., $\frac{x_i}{(y_i)}$	Прибыль к объему реализации, % (z_i)	Прибыль, тыс. руб., $z_i \cdot x_i$ (100)	Совместители, чел. $\frac{x_i \cdot d_i}{y_i \cdot 100}$	Процент совместителей в общей численности работников, (d_i)
1	19000	3800	5	19	$1900 \cdot 1,9$ =3610	3,3	66
2	16000	4000	4	20	$16000 \cdot 0,20$ =3200	2,8	70
3	20000	5000	4	26	$20000 \cdot 0,026$ =5200	2,4	60
4	119200	3200	6	20	$119200 \cdot 0,20$ =23840	4,5	75
Итого	74200		19			13	

Задачи к теме 2

2.1. Рабочие бригады имеют следующий стаж работы на данном предприятии:

Табельный номер рабочего	001	002	003	004	005	006
Стаж работы, лет	14	9	11	13	8	10

Определите средний стаж работы.

2.2. Распределение рабочих предприятия по тарифному разряду имеет следующий вид:

Тарифный разряд	1	2	3	4	5	6
Число рабочих, чел.	2	3	26	74	18	4

Определите средний уровень квалификации рабочих предприятия.

2.3. Результаты торгов на российских биржах 1 июля 2000 г. характеризуются следующими данными:

Биржа	Курс доллара США, руб.	Объем продаж, млн. долл.
Московская	27,56	8,79
Санкт-Петербургская	27,84	7,84
Самарская	28,12	1,88
Уральская	27,95	6,21
Азиатско-Тихоокеанская	29,02	2,79
Ростовская	27,30	0,55
Нижегородская	27,29	0,03
Сибирская	28,01	2,48

Рассчитайте средний курс доллара.

2.4. Имеются следующие данные об успеваемости студентов вуза:

№ факультета	1	2	3	4
Доля отличников в общей численности студентов факультета	0,12	0,06	0,17	0,09
Доля студентов в общей численности студентов вуза	0,20	0,43	0,08	0,29

Определите среднюю долю отличников в общей численности студентов вуза.

2.5. Имеются следующие данные по фермерским хозяйствам области:

Группы хозяйств по себестоимости 1 ц сахарной свеклы, руб.	Число хозяйств	Валовой сбор в среднем на 1 хозяйство, ц
До 22	32	111,3
22 – 24	58	89,7
24 – 26	124	113,5
26 и более	17	130,1

Определите среднюю себестоимость 1 ц свеклы в целом по фермерским хозяйствам области.

2.6. По трем районам города имеются следующие данные (конец года):

Район	Число отделений Сбербанка	Среднее число вкладов в отделение	Средний размер вклада, руб.
1	4	1376	275
2	9	1559	293
3	5	1315	268

Определите средний размер вклада в Сбербанке в целом по городу.

2.7. По приведенным ниже данным определите среднесуточный выпуск обуви, удельный вес обуви, возвращенной в переделку, и процент обуви, переведенной в пониженные сорта, в целом по данным за шесть месяцев работы обувной фабрики:

Месяц	Число дней	Выпуск, тыс. пар	Возвращено в переделку, тыс. пар	Переведено в пониженные сорта в % к общему выпуску
Январь	31	647,4	28,1	6,1
Февраль	28	646,5	9,5	5,1
Март	31	695,3	4,5	3,6
Апрель	30	696,8	7,1	3,4
Май	31	674,0	5,3	4,3
Июнь	30	688,3	7,6	5,3

2.8. Определите средний надой молока на одну корову и среднюю жирность молока. По результатам обследования сельхозпредприятий области получены следующие данные:

Группы с/х предприятий по среднему годовому надояю молока от одной коровы, кг	Число с/х предприятий	Среднегодовое поголовье коров (на 1 с/х предприятие)	Процент жира в молоке
До 2000	4	417	3,0
2000 – 2200	9	350	3,3
2200 – 2400	15	483	3,8
2400 и более	8	389	2,9

2.9 – 2.12. По известным статистическим данным определите среднее значение каждого признака по совокупности объектов, используя экономически обоснованные формулы расчета. Укажите вид и форму вычисленных средних. Сделайте экономические выводы.

2.9

Ферма	Валовой надой молока, т	Удой молока от одной коровы, кг	Затраты кормовых единиц в расчете	
			на одну корову	на 1 ц молока
1	201	1970	3700	188
2	151	2040	4050	198
3	229	2045	3600	176
4	399	2810	3180	113
5	208	2340	3720	159

2.10

Заводы	Стоимость основных производственных фондов (млн. ден. ед.)	Из них активная часть, %	Стоимость активной части основных фондов на одного рабочего, тыс. ден. ед.	Фондоотдача (выпуск продукции на 1 ден. ед. основных производственных фондов), ден. ед.
1	28	74	12,4	0,85
2	36	61	12,1	1,04
3	29	76	13,1	1,05
4	21	63	9,9	0,97
5	38	79	10,8	0,84
6	42	81	11,4	0,93
7	40	84	12,8	1,15
8	35	79	15,1	0,94

2.11

Бригады	Фактический расход материалов, кг		Процент выполнения норм расхода материалов на единицу продукции	Доля отходов в общем расходе материалов, %
	на всю продукцию	на единицу продукции		
1	148	1,6	91,3	8
2	112	2,7	96,6	11
3	235	2,1	95,8	12
4	244	1,9	92,7	15
5	98	2,3	89,1	14
6	151	1,7	104,5	10
7	119	2,1	91,2	7
8	124	1,6	99,4	9

2.12

Строительные организации	Фактически выполнено строительно-монтажных работ, млн. ден. ед.	Процент выполнения плана по объему работ	Численность рабочих на 1 млн. фактически выполненных работ, чел.	Из общего числа доля рабочих, имеющих профессиональную подготовку, %
1	15,3	101,9	69	75,1
2	26,5	98,1	72	69,4
3	27,8	102,5	54	80,2
4	14,5	94,8	49	93,2
5	26,5	97,4	51	83,4
6	19,7	105,8	68	77,5
7	18,5	100,5	72	71,4
8	21,0	101,4	64	80,5

Тема 3

Структурные характеристики вариационного ряда распределения

Для характеристики структуры вариационных рядов применяются показатели особого рода, которые можно назвать структурными средними.

Мода – значение признака, наиболее часто встречающееся в исследуемой совокупности. **Медиана** – значение признака, приходящееся на середину ранжированной (упорядоченной) совокупности.

Для дискретных вариационных рядов модой будет значение варианта с наибольшей частотой. Если дискретный ряд распределения имеет нечетное число членов, то медианой будет вариант, находящийся в середине ранжированного ряда; если же четное число членов, то медианой будет средняя арифметическая из двух значений признака, расположенных в середине ряда.

Пример 3.1. Рассчитаем моду и медиану по следующим данным:

Распределение обуви, проданной коммерческой фирмой в январе 2010 г.

Размер, x_i	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44 и более	Итого
Количество проданных пар, % к итогу, f_i	3	5	7	9	10	13	15	14	20	3	1	100
Накопленные частоты, F_i	3	8	15	24	34	47	62	76	96	99	100	-

В этом ряду распределения мода равна 42 размеру. Именно этот размер обуви в январе 2010г. пользовался наибольшим спросом.

Для определения медианы подсчитаем сумму накопленных частот ряда. Наравивание продолжается до получения накопленной суммы частот, впервые превышающей половину. В нашем примере сумма частот составила 100, ее половина – 50. Накопленная сумма частот ряда равна 62. Ей соответствует значение признака, равное 40. Таким образом, 40-й размер обуви является медианным.

Для интервальных рядов мода и медиана определяются по формулам:

$$Mo = x_{Mo} + h_{Mo} \cdot \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})},$$

где x_{Mo} – нижняя граница модального интервала, т. е. интервала с наибольшей частотой;

h_{Mo} – длина модального интервала;

$f_{Mo}, f_{Mo-1}, f_{Mo+1}$ – соответственно частоты модального интервала, интервалов, предшествующего и следующего за ним.

$$Me = x_{Me} + h_{Me} \cdot \frac{\frac{1}{2} \sum f - f'_{Me-1}}{f_{Me}},$$

x_{Me} – нижняя граница медианного интервала, т.е. интервала, который содержит середину накопленных частот;

h_{Me} – длина медианного интервала;

f_{Me} – частота медианного интервала;

$\sum f$ – сумма частот;

f'_{Me-1} – сумма накопленных частот, предшествующих медианному интервалу.

Пример 3.2. Рассчитаем моду и медиану по данным таблицы:

Распределение семей города по среднему доходу в январе 2007 г.

Группы семей по размеру дохода, руб.	Число семей	Накопленные частоты
x_i	f_i	f'
До 500	600	600
500–600	700	1300
600–700	1700	3000
700–800	2500	5500
<i>(модальный, медианный интервал)</i>	<i>(наибольшая частота)</i>	<i>(содержит половину: 5000)</i>
800–900	2200	7700
900–1000	1500	9200
Свыше 1000	800	10000
Итого	10000	-

$$Mo = 700 + 100 \cdot \frac{2500 - 1700}{(2500 - 1700) + (2500 - 2200)} = 772 \text{ руб.}$$

Следовательно, наибольшее число семей имеют среднедушевой доход 772 руб.

$$Me = 700 + 100 \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot 10000 - 3000}{2500} = 780 \text{ руб.}$$

Таким образом, половина семей города имеет среднедушевой доход менее 780 руб., остальные семьи – более 780 руб.

Аналогично с нахождением медианы в вариационных рядах можно отыскать значение признака у любой по порядку единицы ранжированного ряда. Например, можно найти значение признака у единиц, делящих ряд на четыре равные части, десять или сто частей. Эти величины называются «квартили», «децили» и «перцентили».

Квартили представляют собой значение признака, делящее ранжированную совокупность на четыре равновеликие части. Различают квартиль нижний (Q_1), отделяющий 1/4 часть совокупности с наименьшими значениями признака, и квартиль верхний (Q_3), отсекающий 1/4 часть с наибольшими значениями признака. Это означает, что 25% единиц совокупности будут меньше по величине Q_1 ; 25% единиц будут заключены между Q_1 и Q_2 ; 25% – между Q_2 и Q_3 и остальные 25% превосходят Q_3 . Средним квартилем Q_2 является медиана.

Для расчета квартилей по интервальному вариационному ряду используют формулы:

$$Q_1 = x_{Q_1} + h \cdot \frac{\frac{1}{4} \sum f - f'_{Q_1-1}}{f_{Q_1}}; \quad Q_3 = x_{Q_3} + h \cdot \frac{\frac{3}{4} \sum f - f'_{Q_3-1}}{f_{Q_3}},$$

где x_{Q_1} – нижняя граница интервала, содержащего нижний квартиль (интервал определяется по накопленной частоте, первой превышающей 25%); x_{Q_3} – нижняя граница интервала, содержащего верхний квартиль (интервал определяется по накопленной частоте, первой превышающей 75%); f'_{Q_1-1} и f'_{Q_3-1} – накопленные частоты интервалов, предшествующих интервалам, содержащим нижний и верхний квартили; f_{Q_1} и f_{Q_3} – частоты интервалов, содержащих нижний и верхний квартили.

Рассмотрим расчет нижнего и верхнего квартилей по данным примера 3.2. Нижний квартиль находится в интервале 600 – 700, накопленная частота которого равна 30%. Верхний квартиль лежит в интервале 800 – 900 с накопленной частотой 77%. Поэтому получим:

$$Q_1 = 600 + 100 \cdot \frac{\frac{1}{4} \cdot 10000 - 1300}{1700} \approx 671,$$

$$Q_3 = 800 + 100 \cdot \frac{\frac{3}{4} \cdot 10000 - 5500}{2200} \approx 891.$$

Итак, 25% семей имеют среднедушевой доход менее 671 руб., 25% семей – свыше 891 руб., а остальные имеют доход в пределах 671 – 891 руб.

Задачи к теме 3

3.1. Имеются следующие данные об успеваемости студентов группы по теории статистики в летнюю сессию 2006 г.: 5, 4, 7, 6, 4, 4, 3, 8, 2, 5, 3, 4, 6, 9, 7, 4, 4, 3, 6, 2, 5, 2, 7, 5, 5, 2, 6, 3, 4, 3. Найдите модальный и медианные баллы успеваемости студентов.

3.2. Результаты экзамена по теории статистики в одной из студенческих групп представлены в таблице:

Экзаменационные оценки	Отлично (5)	Хорошо (4)	Удовлетворительно (3)	Неудовлетворительно (2)	Итого
Число оценок	6	15	4	2	27

Найдите модальный и медианные баллы успеваемости студентов.

3.3. Вычислите моду и медиану количественного состава семей города на основании следующего их распределения по числу совместно проживающих членов семьи:

Число членов семьи	2	3	4	5	6	7	Итого
Число семей, % к итогу	15	34	25	16	8	2	100

3.4. При испытании качества 400 электроламп получены следующие данные:

Группы электроламп по времени горения, час.	Число электроламп
800–1000	23
1000–1200	82
1200–1400	157
1400–1600	90
1600–1800	38
1800–2000	10
Итого	400

Определите среднее арифметическое времени горения электроламп, моду и медиану.

3.5. По нижеследующим данным определите моду, медиану, квартили.

Группы магазинов по размеру товарооборота, тыс. руб.	Число магазинов	Группы магазинов по размеру товарооборота, тыс. руб.	Число магазинов
До 2000	12	5000–6000	15
2000–3000	14	6000–7000	7
3000–4000	18	7000–8000	6
4000–5000	23	Свыше 8000	4
Итого	–	–	100

3.6. По нижеследующим данным вычислите моду, медиану и квартили.

Группы порций торфа по влажности, %	Число проб	Группы порций торфа по влажности, %	Число проб
20–22	18	26–28	20
22–24	26	28–30	12
24–26	34	30–32	6
Итого	–	–	116

3.7. С целью исследования качества деталей на предприятии проверена партия из 100 деталей. Результаты представлены в следующей таблице:

Вес деталей, г	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	110-120	Итого
Число деталей	2	4	12	18	21	24	11	8	100

Определите моду, медиану, квартили.

Тема 4

Показатели вариации

Многообразие, изменяемость величины признака у единиц совокупности называется **вариацией**. Показатели вариации делятся на две группы: абсолютные и относительные. К **абсолютным** относятся размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

Размах вариации (R) является наиболее простым измерителем вариации признака:

$$R = x_{\max} - x_{\min},$$

где x_{\max} – наибольшее значение варьирующего признака; x_{\min} – наименьшее значение признака.

Среднее линейное отклонение (\bar{d}) представляет собой среднюю величину из отклонений вариантов признака от их средней. Его можно рассчитать по формуле средней арифметической, как невзвешенной, так и взвешенной, в зависимости от отсутствия или наличия частот в ряду распределения:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} \text{ – невзвешенное среднее линейное отклонение;}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i} \text{ – взвешенное среднее линейное отклонение.}$$

Здесь n – объем совокупности; x_i – i -й вариант признака; f_i – вес i -го варианта; \bar{x} – средняя.

Пример 4.1. На основе данных следующей таблицы рассчитаем среднее линейное отклонение для дискретного ряда распределения.

Распределение учителей средних школ района по стажу работы

Стаж работы, лет x_i	Число учителей в % к итогу f_i	Дополнительные расчеты			
		$x_i \cdot f_i$	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} f_i$
1	2				
8	14	112	-2	2	28
9	20	180	1	1	20
10	30	300	0	0	0
11	24	264	1	1	24
12	12	144	2	2	24
Итого	100	1000	0	-	96

Решение.

Размах вариации стажа равен: $R = 12 - 8 = 4$ года.

Средний стаж работы определяем по формуле средней арифметической взвешенной: $\bar{x} = \frac{1000}{100} = 10$ лет.

Среднее линейное отклонение стажа работы учителей средних школ района: $\bar{d} = \frac{96}{100} = 0,96$ года.

Дисперсия представляет собой средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины и вычисляется по формулам простой невзвешенной и взвешенной:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \text{ -- невзвешенная;}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} \text{ -- взвешенная.}$$

При вычислении дисперсии часто пользуются формулами вида:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 \text{ или } \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} \right)^2$$

Среднее квадратическое отклонение представляет собой корень второй степени из среднего квадрата отклонений отдельных значений признака от их средней:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} \text{ -- невзвешенное;}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}} \text{ -- взвешенное.}$$

Среднее квадратическое отклонение – величина именованная, имеет размерность осредняемого признака.

Пример 4.2. Рассчитаем дисперсию и среднее квадратическое отклонение для ряда распределения магазинов города по товарообороту во II квартале 1998 г. (см. табл.).

Решение. При расчете показателей вариации по интервальным рядам распределения сначала определяем середины интервалов и ведем дальнейшие расчеты, рассматривая ряд середин интервалов как дискретный ряд распределения. Результаты вспомогательных расчетов содержатся в графах 2-6.

**Распределение магазинов города по товарообороту
во II квартале 1998г.**

Группы магазинов по величине товарооборота, тыс. руб.	Число магазинов f_i	Дополнительные расчеты				
		Середина интервала, тыс. руб. x_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
А	1	2	3	4	5	6
40-50	2	45	90	-49,2	2420,64	4841,28
50-60	4	55	220	-39,2	1536,64	6146,56
60-70	7	65	455	-29,2	852,64	5968,48
70-80	10	75	750	-19,2	368,64	3686,40
80-90	15	85	1275	-9,2	84,64	1269,60
90-100	20	95	1900	0,8	0,64	12,80
100-110	22	105	2310	10,8	116,64	2566,08
110-120	11	115	1265	20,64	432,64	4759,04
120-130	6	125	750	30,8	948,64	5691,84
130-140	3	135	405	40,8	1664,64	4993,92
Итого	100	0	9420	-	-	39936,00

Средний размер товарооборота определяется по средней арифметической взвешенной и составляет: $\bar{x} = \frac{9420}{100} = 94,2$ тыс. руб.

Дисперсия товарооборота: $\sigma^2 = \frac{39936}{100} = 399,36$ тыс. руб.

Среднее квадратическое отклонение товарооборота:

$\sigma = \sqrt{399,36} = 19,98 \approx 20$ тыс. руб.

Относительные показатели вариации вычисляются для целей сравнения колеблемости различных признаков в одной и той же совокупности или же при сравнении колеблемости одного и того же признака в нескольких совокупностях. Базой для сравнения служит средняя арифметическая. Чаще всего они выражаются в процентах и характеризуют не только сравнительную оценку вариации, но и дают характеристику однородности совокупности. Совокупность считается однородной, если коэффициент вариации не превышает 33% (для распределений, близких к нормальному). Различают следующие относительные показатели вариации (V):

Коэффициент осцилляции	Линейный коэффициент вариации	Коэффициент вариации
$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%$	$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\%$	$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$

Наиболее часто в практических расчетах из этих трех показателей применяется коэффициент вариации.

Рассмотрим примеры определения этих показателей.

По данным примера 4.1, коэффициент осцилляции и линейный коэффициент вариации соответственно равны:

$$V_R = \frac{4}{10} \cdot 100\% = 40,0\% \text{ и } V_{\bar{d}} = \frac{0,96}{10} \cdot 100\% = 9,6\%$$

Коэффициент вариации вычислим на основе ряда распределения, представленного в таблице примера 4.2:

$$V_{\sigma} = \frac{19,98}{94,2} \cdot 100\% = 21,2\% < 33\%,$$

Значение коэффициента вариации свидетельствует о том, что совокупность достаточно однородна.

Задачи к теме 4

4.1. Распределение студентов одного из факультетов по возрасту характеризуется следующими данными:

Возраст студентов, лет	17	18	19	20	21	22	23	24	Всего
Число студентов	20	80	90	110	130	170	90	60	750

Вычислите: а) размах вариации; б) среднее линейное отклонение; в) дисперсию; г) среднее квадратическое отклонение; д) относительные показатели вариации возраста студентов.

4.2. Определите среднюю длину пробега автофургона торгово-посреднической фирмы и вычислите все показатели вариации, если известны:

Пробег за один рейс, км	30-50	50-70	70-90	90-110	110-130	130-150	Всего
Число рейсов за квартал	20	25	14	18	9	6	92

4.3. Имеется следующий ряд распределения телеграмм, принятых отделением связи, по числу слов:

Количество слов в телеграмме	12	13	14	15	16	17	18	Итого
Число телеграмм	18	22	34	26	20	13	7	140

Рассчитайте абсолютные и относительные показатели вариации.

4.4. Рассчитайте все показатели вариации по данным о средней урожайности зерновых культур в двух районах за 1996 - 2000 гг. (ц/га):

	1996	1997	1998	1999	2000
1-й район	30	20	23	16	22
2-й район	25	34	30	28	29

Определите, в каком районе урожайность зерновых культур более устойчива.

4.5. По следующим данным выборочного обследования студентов одного из вузов вычислите абсолютные и относительные показатели вариации:

Затраты времени на дорогу до института, ч	До 0,5	0,5-1,0	1,0-1,5	1,5-2,0	Свыше 2,0	Всего
Число студентов, % к итогу	7	18	32	37	6	100

4.6. Акционерные общества области по среднесписочной численности работающих на 1 января 2000 г. распределялись следующим образом:

Группы АО по численности работающих	Количество АО
до 400	11
400 - 600	23
600 - 800	36
800 - 1000	42
1000 - 1200	28
1200 - 1400	17
1400 - 1600	9
1600 - 1800	4
Итого	170

Рассчитайте: а) среднее линейное отклонение; б) дисперсию; в) среднее квадратическое отклонение; г) коэффициент вариации.

4.7. В отчетном периоде распределение работников по продолжительности отпусков характеризовалось показателями:

Продолжительность отпуска, дней	Численность работников, в % к итогу	
	Рабочие	ИТР
18	12	—
20	20	4
22	25	6
23	18	16
24	15	58
26	10	13
30	—	3
Итого	100	100

Определите для каждой группы работников:

- 1) среднюю арифметическую продолжительность отпуска;
- 2) размах вариации;
- 3) среднее линейное отклонение;
- 4) среднее квадратическое отклонение;
- 5) коэффициент вариации.

Сравните полученные значения по группам работников и сделайте вывод.

4.8. Средняя величина признака в совокупности равна 19, а средний квадрат индивидуальных значений этого признака – 397. Определите коэффициент вариации.

4.9. Дисперсия признака равна 9, средний квадрат индивидуальных его значений – 130. Чему равна средняя?

4.10. Средняя величина в совокупности равна 16, среднее квадратическое отклонение – 8. Определите средний квадрат индивидуальных значений этого признака.

4.11. Если дисперсия равна 20 000 единицам, а коэффициент вариации – 30%, то каков будет средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от величины, равной 250 единицам?

Тема 5

Правило сложения дисперсий

Наряду с изучением вариации признака по всей совокупности в целом часто бывает необходимо проследить количественные изменения признака по группам, на которые разделяется совокупность, а также и между группами. Такое изучение вариации достигается посредством вычисления и анализа различных видов дисперсии. Если данные представлены в виде аналитической группировки, то можно вычислить дисперсию **общую, межгрупповую и внутригрупповую**.

Общая дисперсия измеряет вариацию признака во всей совокупности под влиянием всех факторов, обуславливающих эту вариацию:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$$

Межгрупповая дисперсия характеризует систематическую вариацию, т.е. различия в величине изучаемого признака, возникающие под влиянием признака-фактора, положенного в основание группировки. Она рассчитывается по формуле:

$$\delta_x^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{\sum n_i},$$

где \bar{x}_i и n_i – соответственно средние и численности по отдельным группам.

Внутригрупповая дисперсия отражает случайную вариацию, т.е. часть вариации, происходящую под влиянием неучтенных факторов и не зависящую от признака-фактора, положенного в основание группировки. Она исчисляется следующим образом:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x_j - \bar{x}_i)^2 \cdot f_j}{n_i}.$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot n_i}{\sum n_i}.$$

Существует закон, связывающий три вида дисперсий. Общая дисперсия равна сумме средней из внутригрупповых и межгрупповых дисперсий:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta_x^2.$$

Данное соотношение называют **правилом сложения дисперсий**. Согласно этому правилу общая дисперсия, возникающая под влиянием всех факторов, равна сумме дисперсий, возникающих под влиянием всех прочих факторов, и дисперсии, возникающей за счет группировочного признака.

Зная любые два вида дисперсий, можно определить или проверить правильность расчета третьего вида.

Пример 5.1. Определим групповые дисперсии, среднюю из групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию, общую дисперсию по данным следующей таблицы:

Производительность труда двух бригад рабочих-токарей

1-я бригада				2-я бригада			
№п/п	Изготовлено деталей за час, шт. x_i	$x_i - \bar{x}_1$	$(x_i - \bar{x}_1)^2$	№п/п	Изготовлено деталей за час, шт. x_i	$x_i - \bar{x}_2$	$(x_i - \bar{x}_2)^2$
1	13	-2	4	7	18	-3	9
2	14	-1	1	8	19	-2	4
3	15	0	0	9	22	1	1
4	17	2	4	10	20	-1	1
5	16	1	1	11	24	3	9
6	15	0	0	12	23	2	4
Итого	90	-	10	Итого	126	-	24

Решение. Для расчета групповых дисперсий вычислим среднюю по каждой группе: $\bar{x}_1 = \frac{90}{6} = 15$ шт.; $\bar{x}_2 = \frac{126}{6} = 21$ шт. Промежуточные расчеты дисперсий по группам представлены в таблице. Подставив полученные значения в формулу, получим:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum (x_j - \bar{x}_1)^2}{n_1} = \frac{10}{6} = 1,666 \approx 1,67; \quad \sigma_2^2 = \frac{\sum (x_j - \bar{x}_2)^2}{n_2} = \frac{28}{6} \approx 4,67.$$

Средняя из групповых дисперсий

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot n_i}{\sum n_i} = \frac{1,67 \cdot 6 + 4,67 \cdot 6}{12} = \frac{10 + 28}{12} = \frac{38}{12} \approx 3,17.$$

Затем рассчитаем межгрупповую дисперсию. Для этого предварительно определим общую среднюю как среднюю взвешенную из групповых средних:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i f_i}{\sum f_i} = \frac{15 \cdot 6 + 21 \cdot 6}{12} = \frac{90 + 126}{12} = \frac{216}{12} = 18.$$

Теперь определим межгрупповую дисперсию:

$$\delta_x^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{\sum n_i} = \frac{(15 - 18)^2 \cdot 6 + (21 - 18)^2 \cdot 6}{12} = \frac{9 \cdot 6 + 9 \cdot 6}{12} = 9.$$

Таким образом, общая дисперсия по правилу сложения дисперсий

$$\sigma^2 = \overline{\sigma^2} + \delta_x^2 = 3,17 + 9 = 12,17.$$

Проверим полученный результат, исчислив общую дисперсию обычным способом:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(13 - 18)^2 + (14 - 18)^2 + \dots + (23 - 18)^2}{12} = \frac{146}{12} \approx 12,17.$$

На основании правила сложения дисперсий можно определить показатели тесноты связи между группировочным (факторным) и результативным признаками. **Эмпирическое корреляционное отношение**

(η) измеряет, какую часть общей колеблемости результативного признака вызывает изучаемый фактор. Соответственно оно рассчитывается как отношение факторной дисперсии к общей дисперсии результативного признака:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta_x^2}{\sigma^2}} - \text{эмпирическое корреляционное отношение.}$$

Этот показатель принимает значения в интервале [0, 1]: чем ближе к 1, тем теснее связь, и наоборот. Величина корреляционного отношения будет равна нулю, когда нет колеблемости в величине средних по выделенным группам. В тех случаях, когда внутригрупповая дисперсия близка к нулю, т.е. практически вся вариация результативного признака обусловлена действием фактора x , величина корреляционного отношения близка к 1.

Для нашего примера эмпирическое корреляционное отношение

$$\eta = \sqrt{\frac{9}{12,17}} \approx 0,86. \text{ Величина } 0,86 \text{ характеризует существенную связь между}$$

группировочным и результативным признаками.

Коэффициент детерминации рассчитывается как возведенное в квадрат эмпирическое корреляционное отношение

$$\eta^2 = \frac{\delta_x^2}{\sigma^2} - \text{коэффициент детерминации,}$$

Он характеризует долю общей колеблемости результативного признака, вызванную действием факторного признака, положенного в основу группировки.

Наряду с вариацией индивидуальных значений признака вокруг средней может наблюдаться и **вариация индивидуальных долей признака вокруг средней доли**. Такое изучение вариации достигается посредством вычисления и анализа следующих видов дисперсий.

Внутригрупповая дисперсия доли определяется по формуле

$$\sigma_{p_i}^2 = p_i \cdot (1 - p_i).$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий

$$\overline{\sigma_{p_i}^2} = \overline{p_i \cdot (1 - p_i)} = \frac{\sum p_i \cdot (1 - p_i) \cdot n_i}{\sum n_i}.$$

Формула **межгрупповой дисперсии** имеет вид:

$$\delta_{p_i}^2 = \frac{\sum (p_i - \bar{p})^2 \cdot n_i}{\sum n_i},$$

где n_i – численность единиц в отдельных группах; \bar{p} – доля изучаемого признака во всей совокупности, которая определяется по формуле

$$\bar{p} = \frac{\sum p_i \cdot n_i}{\sum n_i}.$$

Общая дисперсия имеет вид: $\sigma_p^2 = \bar{p} \cdot (1 - \bar{p})$.

Три вида дисперсии связаны между собой следующим образом:

$$\sigma_p^2 = \overline{\sigma_{p_i}^2} + \delta_{p_i}^2.$$

Данное соотношение дисперсий называется теоремой сложения дисперсии доли признака. Эта теорема широко используется в изучении колеблемости качественных признаков.

Пример 5.2. Определим групповые дисперсии, среднюю из групповых, межгрупповую и общую дисперсии по следующим данным:

Численность и удельный вес одной из категорий крупного рогатого скота фермерских хозяйств района

Хозяйство	Удельный вес дойных коров, % p_i	Всего коров n_i
1	90	50
2	95	20
3	80	30
Итого	265	100

Решение. Определим долю дойных коров в целом по трем хозяйствам:

$$\bar{p} = \frac{0,90 \cdot 50 + 0,95 \cdot 20 + 0,80 \cdot 30}{100} = \frac{88}{100} = 0,88.$$

Общая дисперсия доли дойных коров: $\sigma_p^2 = 0,88 \cdot (1 - 0,88) = 0,1056$.

Внутригрупповые дисперсии: $\sigma_{p_1}^2 = 0,90 \cdot (1 - 0,90) = 0,09$,

$$\sigma_{p_2}^2 = 0,95 \cdot (1 - 0,95) = 0,0475, \quad \sigma_{p_3}^2 = 0,80 \cdot (1 - 0,80) = 0,16.$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий:

$$\frac{\sigma_{p_i}^2}{100} = \frac{0,09 \cdot 50 + 0,0475 \cdot 20 + 0,16 \cdot 30}{100} = \frac{10,25}{100} = 0,1025.$$

Межгрупповая дисперсия:

$$\delta_{p_i}^2 = \frac{(0,9 - 0,88)^2 \cdot 50 + (0,95 - 0,88)^2 \cdot 20 + (0,8 - 0,88)^2 \cdot 30}{100} = \frac{0,31}{100} = 0,0031.$$

Используя правило сложения дисперсий, получаем: $0,1025 + 0,0031 = 0,1056$.

Пример решен правильно.

Задачи к теме 5

5.1. По данным таблицы о распределении пряжи по крепости нити вычислите все виды дисперсий. Определите общую дисперсию по правилу сложения дисперсий.

I группа пряжи (менее крепкая)		II группа пряжи (более крепкая)	
Крепость нити, г	Число проб	Крепость нити, г	Число проб
120-130	2	200-210	25
130-140	6	210-220	28
140-150	8	220-230	16
150-160	15	230-240	10
160-170	25	240-250	8
170-180	29	250-260	7
180-190	35	260-270	5
190-200	30		

5.2. Товарооборот по предприятиям общественного питания на одного работника за квартал характеризуется следующими данными:

Предприятие	Доля предприятий в общей численности работников, %	Товарооборот в расчете на одного работника, тыс. руб.	Дисперсия товарооборота в группе
Столовые	35	13	3,29
Кафе, закусочные	50	20	36,00
Рестораны	15	26	9,00

Определите все виды дисперсий товарооборота предприятий общественного питания.

5.3. Имеются данные о распределении семей сотрудников финансовой корпорации по количеству детей.

Число детей в семье	Число семей сотрудников по подразделениям		
	первое	второе	третье
0	4	7	5
1	6	10	13
2	3	3	3
3	2	1	

Вычислите: а) внутригрупповые дисперсии; б) среднюю из внутригрупповых дисперсий; в) межгрупповую дисперсию; г) общую дисперсию. Проверьте правильность произведения расчетов с помощью правила сложения дисперсий.

5.4. Распределение основных фондов по малым предприятиям отрасли характеризуется следующими данными:

Группы предприятий по стоимости основных фондов, млн. руб.	Число предприятий	Основные фонды в среднем на предприятии, млн. руб.	Групповые дисперсии
12-27	18	18	1,14
27-42	40	32	1,09
42-57	26	48	1,69
57-72	12	69	1,84

Рассчитайте коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение. Сделайте выводы.

5.5. Имеются следующие данные, характеризующие фермерские хозяйства региона:

Группы хозяйств по стоимости удобрений на 1 га зерновых, тыс. руб.	Число хозяйств	Средняя урожайность, ц/га	Дисперсия урожайности в группе
До 1	6	27	6,25
1-2	10	30	3,61
2 и более	7	34	8,41

Определите коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение при условии, что посевные площади под зерновыми культурами во всех хозяйствах одинаковы. Сделайте выводы.

5.6. Распределение стоимости продукции, предназначенной для экспортных поставок, по цехам предприятия представлено следующими данными:

Цех	Стоимость всей произведенной продукции, тыс. руб.	В том числе стоимость экспортной продукции, тыс. руб.
1	340	110
2	290	140
3	180	180
Итого	810	410

Вычислите: а) среднюю из внутригрупповых, межгрупповую и общую дисперсию дисперсии доли экспортной продукции; б) коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение.

Тема 6

Выборочное наблюдение.

При проведении **выборочного наблюдения**, как и всякого несплошного наблюдения, обследуются не все единицы изучаемого объекта или **генеральной совокупности**, а лишь некоторая, так или иначе отобранная часть этих единиц. Однако наблюдение организовано таким образом, что эта часть отобранных единиц в уменьшенном масштабе репрезентирует всю совокупность. Часть единиц генеральной совокупности, подлежащей непосредственному наблюдению, называют **выборочной совокупностью**.

Ошибка выборочного наблюдения – это разность между величиной параметра в генеральной совокупности и его величиной, вычисленной по результатам выборочного наблюдения. Расчет ошибок позволяет решить одну из главных

проблем организации выборочного наблюдения – оценить репрезентативность (представительность) выборочной совокупности. Различают среднюю и предельную ошибки выборки. Эти два вида ошибок связаны следующим соотношением

$$\Delta = t\mu,$$

где Δ – предельная ошибка выборки; μ – средняя ошибка выборки;

t – коэффициент доверия, определяемый в зависимости от уровня вероятности.

Величина средней ошибки выборки рассчитывается дифференцированно в зависимости от способа отбора и процедуры выборки. Так, средняя ошибка определяется по формулам:

$$1). \text{ при случайном повторном отборе: } \mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}};$$

$$2). \text{ при бесповторном: } \mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где σ^2 – выборочная (или генеральная) дисперсия; σ – выборочное (или генеральное) среднее квадратическое отклонение; n – объем выборочной совокупности; N – объем генеральной совокупности.

Расчет средней и предельной ошибок выборки позволяет определить возможные пределы, в которых будут находиться характеристики генеральной совокупности. Например, для выборочной средней такие пределы устанавливаются на основе следующих соотношений:

$$\bar{x} - \Delta_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \bar{x} + \Delta_{\bar{x}},$$

где \bar{x} и $\bar{\bar{x}}$ – генеральная и выборочная средние соответственно; $\Delta_{\bar{x}}$ – предельная ошибка выборочной средней.

Пример 6.1. При проверке веса импортируемого груза на таможене методом случайной повторной выборки было отобрано 200 изделий. В результате был установлен средний вес изделия 30 г при среднем квадратическом отклонении 4 г. С вероятностью 0,997 определите пределы, в которых находится средний вес изделий в генеральной совокупности.

Решение. Рассчитаем сначала предельную ошибку выборки. Так, при доверительной вероятности $\gamma = 0,997$ из равенства $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,997}{2} = 0,4985$ по таблице значений функции $\Phi(t)$ найдем значение $t=3$. Тогда получим пре-

дельную ошибку: $\Delta_{\bar{x}} = t \cdot \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n}} = 3 \cdot \frac{4}{\sqrt{200}} \approx 0,84$.

Определим пределы генеральной средней:

$$30 - 0,84 \leq \bar{x} \leq 30 + 0,84 \text{ или } 29,16 \leq \bar{x} \leq 30,84.$$

Следовательно, с вероятностью 0,997 можно утверждать, что средний вес изделий в генеральной совокупности находится в пределах от 29,16 до 30,84 г.

Пример 6.2. В городе проживает 250 тыс. семей. Для определения среднего числа детей в семье была организована 2%-я случайная бесповторная выборка семей. По ее результатам было получено следующее распределение семей по числу детей:

Число детей в семье	0	1	2	3	4	5
Количество семей	1000	2000	12000	400	200	200

С вероятностью 0,954 найдите пределы, в которых будет находиться среднее число детей в генеральной совокупности.

Решение. Вначале на основе имеющегося распределения семей определим выборочные среднюю и дисперсию:

Число детей в семье x_i	Количество семей f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
0	1000	0	-1,5	2,25	2250
1	2000	2000	-0,5	0,25	500
2	1200	2400	0,5	0,25	300
3	400	1200	1,5	2,25	900
4	200	800	2,5	6,25	1250
5	200	1000	3,5	12,25	2450
Итого	5000	7400	-	-	7650

$$\bar{x} = \frac{7400}{5000} \approx 1,5, \quad \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{7650}{5000} = 1,53.$$

Вычислим теперь предельную ошибку выборки (с учетом того, что

$$y = 0,954 \Rightarrow t=2): \Delta_{\bar{x}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{x}}^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2 \cdot \sqrt{\frac{1,53}{5000} \left(1 - \frac{5000}{250000}\right)} \approx 0,035.$$

Следовательно, пределы генеральной средней: $\bar{x} = \bar{x} \pm \Delta_{\bar{x}} = 1,53 \pm 0,035$.

Таким образом, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что среднее число детей в семьях города практически не отличается от 1,5, т.е. в среднем на каждые две семьи приходится три ребенка.

Наряду с определением ошибок выборки и пределов для генеральной средней эти же показатели могут быть определены для доли признака. В этом случае особенности расчета связаны с определением дисперсии доли, которая вычисляется так: $\sigma_w^2 = w(I - w)$, где $w = \frac{m}{n}$ — доля единиц, обладающих данным признаком в выборочной совокупности, определяемая как отношение количества соответствующих единиц к объему выборки.

Тогда, например, при собственно-случайном повторном и бесповторном отборах для определения предельной ошибки выборки используется следующие формулы соответственно:

$$\Delta_w = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma_w^2}{n}} = t \cdot \sqrt{\frac{w(I-w)}{n}} \quad \text{и} \quad \Delta_w = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma_w^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = t \cdot \sqrt{\frac{w(I-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

Пределы доли признака в генеральной совокупности p выглядят следующим образом: $w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w$.

Пример 6.3. С целью определения средней фактической продолжительности рабочего дня в государственном учреждении с численностью служащих 480 человек в июне 1996 г. была проведена 25%-я механическая выборка. По результатам наблюдения оказалось, что у 10% обследованных потери времени достигали более 45 мин. в день. С вероятностью 0,683 установите пределы, в которых находится генеральная доля служащих с потерями рабочего времени более 45 мин в день.

Решение. Определим объем выборочной совокупности:
 $n = 480 \cdot 0,25 = 120$ человек. Выборочная доля и равна по условию 10%. Учитывая, что показатели точности механической и собственно-случайной бесповторной выборки определяются одинаково, а также то, что при $\gamma = 0,683 \Rightarrow t=1$, вычислим предельную ошибку выборочной доли:

$$\Delta_w = t \cdot \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 1 \cdot \sqrt{\frac{0,1(1-0,1)}{120} \left(1 - \frac{120}{480}\right)} = 0,0237 \approx 0,024.$$

Пределы доли признака в генеральной совокупности:

$$10 - 2,4 \leq p \leq 10 + 2,4 \text{ или } 7,6 \leq p \leq 12,4.$$

Таким образом, с вероятностью 0,683 можно утверждать, что доля работников учреждения с потерями рабочего времени более 45 мин. в день находится в пределах от 7,6 до 12,4%.

Ошибки и пределы генеральных характеристик при других способах формирования выборочной совокупности определяются на основе соответствующих формул, отражающих особенности этих видов выборки.

При применении выборочного наблюдения одной из основных задач является определение объема выборки, необходимого для получения требуемой точности результатов с заданной вероятностью. Объем выборки рассчитывается на стадии проектирования выборочного обследования. Для собственно-случайной и механической выборки необходимый объем выборки при повторном и бесповторном отборах находится соответственно по формулам:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2} \text{ и } n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \sigma^2}.$$

Пример 6.4. В 100 туристических агентствах города предполагается провести обследование среднемесячного количества реализованных путевок методом механического отбора. Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,683 ошибка не превышала 3 путевок, если, по данным пробного обследования, дисперсия составляет 225?

Решение. Рассчитаем необходимый объем выборки:

$$n = \frac{1^2 \cdot 225 \cdot 100}{3^2 \cdot 100 + 1^2 \cdot 225} = \frac{22500}{1125} = 20 \text{ агентств.}$$

Задачи к теме 6

6.1. Что произойдет с величиной предельной ошибки выборки, если вероятность, гарантирующую результат: а) увеличить с 0,954 до 0,997; б) уменьшить с 0,954 до 0,683; в) увеличить с 0,683 до 0,954; г) уменьшить с 0,997 до 0,954; д) увеличить с 0,683 до 0,997?

6.2. Определите, как изменится средняя ошибка случайной выборки, если необходимую численность выборочной совокупности: а) уменьшить в 2,5 раза; на 40%; б) увеличить в 1,5 раза; на 20%. Как нужно применить необходимую численность выборки, чтобы средняя ошибка уменьшилась в 2 раза; на 50%; на 30%?

6.3. Какой должна быть необходимая численность выборки при механическом отборе, чтобы установить генеральную долю с ошибкой не более 2%, если дисперсия доли неизвестна, а отбор производится из совокупности, включающей: а) 1000 единиц; б) 10 000 единиц; в) 100 000 единиц? Вероятность, гарантирующая результаты выборочного наблюдения, равна 0,954.

6.4. Каким должен быть объем случайной бесповторной выборки из генеральной совокупности численностью 10000 единиц при среднем квадратическом отклонении не более 20, предельной ошибке, не превышающей 5%, и вероятности 0,997?

6.5. С целью определения средних затрат времени при поездках на работу населением города планируется выборочное наблюдение на основе случайного повторного отбора. Сколько людей должно быть обследовано, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборочной средней не превышала 1 мин при среднем квадратическом отклонении 15 мин?

6.6. Из партии в 1 млн. шт. мелкокалиберных патронов путем случайного отбора взято для определения дальности боя 1000 шт. Результаты испытаний представлены в следующей таблице:

Дальность боя, м	25	30	35	40	45	50	Итого
Число патронов, шт.	120	180	280	170	140	110	1000

С вероятностью 0,954 определите среднюю дальность боя по выборке, ошибку выборки и возможные пределы средней дальности боя для всей партии патронов.

6.7. В порядке механической выборки обследован возраст 100 студентов вуза из общего числа 2000 человек. Результаты обработки материалов наблюдения приведены в таблице:

Возраст, лет	17	18	19	20	21	22	23
Число студентов, чел.	11	13	18	23	17	10	8

Установите: а) средний возраст студентов вуза по выборке; б) величину ошибки при определении возраста студентов на основе выборки; в) вероятные пределы колебания возраста для всех студентов при вероятности 0,997.

6.8. В процессе технического контроля из партии готовой продукции методом случайного бесповторного отбора было проверено 70 изделий, из которых

4 оказались бракованными. Можно ли с вероятностью 0,954 утверждать, что доля бракованных изделий во всей партии не превышает 7%, если процент отбора равен 10?

6.9. Определите, сколько персональных компьютеров следует подвергнуть обследованию в порядке случайной бесповторной выборки, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка (в процентах к среднему сроку службы компьютера) не превышала 3%. Коэффициент вариации среднего срока службы компьютеров, по данным предыдущих обследований, составляет 15%, а вся партия состоит из 1250 компьютеров.

6.10. При планировании выборочного обследования занятости мужского населения сельских районов республики имеются следующие данные:

Район	Численность мужчин в трудоспособном возрасте, тыс. чел.	Удельный вес занятых мужчин, % (оценка)
1	3,5	75
2	5,6	80
3	1,7	70
4	2,8	85

С вероятностью 0,954 определите необходимый объем типической пропорциональной выборки для установления границ генеральной доли: а) при повторном отборе; б) при бесповторном отборе в районах, чтобы ошибка выборки не превышала 5%.

6.11. По данным статистического наблюдения получено статистическое распределение. Для характеристики вариации определите:

- а) среднее линейное отклонение;
- б) среднее квадратическое отклонение;
- в) коэффициент вариации;

г) с вероятностью $\gamma_1 = 0,95$ предельную ошибку выборочной средней и возможные границы, в которых ожидается среднее значение изучаемого признака;

д) с вероятностью $\gamma_2 = 0,922$ предельную ошибку выборочной доли и границы удельного веса изучаемого признака в пределах, указанных для каждого варианта.

Доля – выполнение нормы в пределах от 106% до 135%.

Выполнение норм выработки, %	Число работающих
до 100	66
100-110	144
110-120	53
120-130	10
130-140	9
140 и более	3

I. ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ИТоговОму КОНТРОЛЮ

1. Предмет, метод и задачи статистики.
2. Основные понятия и категории статистики: статистическая совокупность, единицы статистической совокупности, вариация, варьирующий признак. Статистический характер закономерностей и закон больших чисел.
3. Статистическое наблюдение (формы, виды и методы). Программа статистического наблюдения, принципы и правила ее разработки.
4. Сводка и статистическая группировка, их виды и применение.
5. Статистические таблицы, их классификация по подлежащему и сказуемому. Основные требования, предъявляемые к составлению статистических таблиц.
6. Статистические ряды распределения: дискретные и интервальные. Графическое изображение рядов распределения.
7. Абсолютные статистические величины. Понятие, виды, единицы измерения.
8. Относительные статистические величины. Понятие, виды, единицы измерения. База сравнения относительных величин.
9. Средние величины, их виды и способы исчисления. Простая и взвешенная средняя величина. Основные свойства средней арифметической величины.
10. Средние структурные величины. Мода и медиана дискретного и интервального рядов распределения.
11. Показатели вариационного анализа и их характеристики. Размах вариации, дисперсия, среднее линейное и квадратическое отклонение, коэффициент вариации.
12. Понятие и виды дисперсий. Правило сложения дисперсий.
13. Эмпирическое корреляционное отношение и коэффициенты детерминации.
14. Выборочное наблюдение. Ошибки выборочного наблюдения.

II. АТТЕСТАЦИОННАЯ РАБОТА

Требования по оформлению:

- Аттестационная работа выполняется студентом лично в обычной тетради в клетку в строгом соответствии с вариантом заданий.
- Задачи следует решать в том порядке, в каком они даны в задании.
- Перед решением задачи должно быть полностью приведено ее условие.
- Решение задач следует сопровождать необходимыми формулами, подробными расчетами и краткими пояснениями, правильно составлять и озаглавливать статистические таблицы, ясно именовать подлежащее и все колонки сказуемого; изображать графически.
 - Произведенные расчеты нужно проверять взаимосвязью между исчисленными показателями. Все расчеты относительных показателей нужно производить с принятой в статистике точностью до 0,001, а проценты – до 0,1. Все именованные статистические показатели необходимо выражать в соответствующих единицах измерения.
 - Необходимо четко формулировать выводы, раскрывающие экономическое содержание и значение исчисленных показателей.

Задача 1.

Имеются следующие данные:

№ п.п	Список рабочих Ф.И.О.	Пол	Заработная плата, (тыс. ден. ед.) + буквы Вашей фамилии	Квалификационный разряд+ число повторений букв вашего имени	Ежемесячный выпуск продукции, (тыс. ден. ед.) + буквы Вашего отчества
1.	Борисова А.С.	Ж	4400+а	I+а	180+а
2.	Бабищевич Е.А.	М	5300+б	III+б	190+б
3.	Ващук И.О.	Ж	3890+в	II+в	171+в
4.	Жирина П.П.	Ж	4270+г	II+г	165+г
5.	Жижина О.К.	М	2240+д	II+д	115+д
6.	Заdernюк Р.А.	М	3190+е	III+е	142+е
7.	Зданевич А.И.	М	2700+ё	I+ё	120+ё
8.	Зимович И.И.	Ж	3120+ж	III+ж	135+ж
9.	Ильина В.С.	Ж	1975+з	I+з	80+з
10.	Качановский А.О.	М	4800+и	II+и	240+и
11.	Кивако Л.П.	М	1540+й	III+й	95+й
12.	Кирбай А.Т.	М	5100+к	V+к	217+к
13.	Киреев Н.Н.	М	1810+л	II+л	123+л
14.	Клюев В.П.	М	2450+м	III+м	121+м
15.	Красько М.М.	М	3100+н	IV+н	145+н
16.	Левчук А.И.	Ж	3820+о	IV+о	169+о
17.	Лобанов С.М.	М	3905+п	V+п	170+п
18.	Лобова И.М.	Ж	2910+р	II+р	135+р
19.	Мельникова Т.И.	Ж	5200+с	III+с	220+с
20.	Менькова И.А.	Ж	2940+т	III+т	117+т
21.	Мурин И.И.	М	3110+у	III+у	150+у
22.	Мурашко П.Р.	М	1620+ф	IV+ф	117+ф
23.	Мурин А.С.	М	4250+х	II+х	176+х
24.	Натчук А.Е.	М	3950+ц	IV+ц	179+ц
25.	Никонович Е.Л.	Ж	2010+ч	I+ч	85+ч
26.	Носова А.К.	Ж	4460+ш	V+ш	163+ш
27.	Онищук А.Т.	М	2890+щ	IV+щ	138+щ
28.	Пищук Н.П.	Ж	3750+ъ	III+ъ	189+ъ
29.	Приходько А.А.	М	1670+ы	III+ы	109+ы
30.	Рыжик Е.П.	М	4200+ь	IV+ь	194+ь
31.	Федынич О.А.	Ж	2150+э	II+э	105+э
32.	Чижова А.А.	Ж	2890+ю	I+ю	99+ю
33.	Шкодюк Ю.В.	Ж	3700+я	II+я	148+я

По условию задачи необходимо:

1. Произвести аналитическую, структурную и типологическую группировки данных по заработной плате, выделив 4 группы. Рассчитать по каждой группе всевозможные показатели. Результаты представить в виде трех таблиц. Сделать выводы.

2. Построить комбинационную таблицу, выделив 3 группы по заработной плате и подгруппы по половой принадлежности.

3. Построить вариационный ряд по квалификации рабочих. Дать графическое отображение ряда, вычислить средний квалификационный разряд, структурные средние, абсолютные и относительные показатели вариации. Сделать выводы.

4. Построить интервальный вариационный ряд по выпуску продукции, количество групп найти по формуле Стерджесса. Дать графическое отображение

ряда, вычислить средний выпуск продукции, структурные средние, абсолютные и относительные показатели вариации. Рассчитать все виды дисперсий: общую и групповые по выпуску продукции, среднюю из внутригрупповых, межгрупповую. Проверить правило сложения дисперсий. Рассчитать коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение. Сделать выводы по каждому найденному показателю.

В таблице условия найдите буквы своей фамилии и отчества и замените их соответствующими цифрами (см. ниже). Если буква встречается несколько раз, значит, и число прибавляем столько же раз.

а	б	в	г	д	е	ё	ж	з	и	й	к	л	м	н	о	п	р	с
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

т	у	ф	х	ц	ч	ш	щ	ъ	ы	ь	э	ю	я
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33

Пример:

№ п.п	Список рабочих Ф.И.О.	Пол	Заработная плата, (тыс. ден. ед.) + (фамилия Кац)	Квалификационный разряд + (имя Марат: а-2 раза, м-1 раз р-1 раз, т- 1 раз	Ежемесячный выпуск продукции, (тыс. ден. ед.) + (отчество Сергеевич
1.	Борисова А.С.	Ж	4400+1 (а)	I+II(а)	180
2.	Забитцевич Е.А.	М	5300	III	190
3.	Вацук И.О.	Ж	3890	II	171+3(в)
4.	Жирина П.П.	Ж	4270	II	165+4(г)
5.	Жижина О.К.	М	2240	II	115
6.	Задернюк Р.А.	М	3190	III	142+6+6+6(е)
7.	Зданевич А.И.	М	2700	I	120
8.	Зимович И.И.	Ж	3120	III	135
9.	Ильина В.С.	Ж	1975	I	80
10.	Качанов А.О.	М	4800	II	240+10(и)
11.	Кивако Л.П.	М	1540	III	95
12.	Кирбай А.Т.	М	5100+12 (к)	V	217
13.	Киреев Н.Н.	М	1810	II	123
14.	Клюев В.П.	М	2450	III+I(м)	121
15.	Красько М.М.	М	3100	IV	145
16.	Левчук А.И.	Ж	3820	IV	169
17.	Лобанов С.М.	М	3905	V	170
18.	Лобова И.М.	Ж	2910	II+I(р)	135+18(р)
19.	Мельник Т.И.	Ж	5200	III	220+19(с)
20.	Менькова И.А.	Ж	2940	III+I(т)	117
21.	Мурин И.И.	М	3110	III	150
22.	Мурашко П.Р.	М	1620	IV	117
23.	Мурин А.С.	М	4250	II	176
24.	Натчук А.Е.	М	3950+24 (ц)	IV	179
25.	Никонович Е.Л.	Ж	2010	I	85+25(ч)
26.	Носова А.К.	Ж	4460	V	163
27.	Онишук А.Т.	М	2890	IV	138
28.	Пишук Н.П.	Ж	3750	III	189
29.	Прихсдько А.А.	М	1670	III	109
30.	Рыжик Е.П.	М	4200	IV	194
31.	Федынич О.А.	Ж	2150	II	105
32.	Чикова А.А.	Ж	2890	I	99
33.	Шкодюк Ю.В.	Ж	3700	II	148

Задача 2.

Вариант 1. Имеются следующие данные по трем заводам:

Завод	Стоимость основных производственных фондов, млн. ден. ед.	Из них активная часть, %	Стоимость основных производственных фондов на одного рабочего, тыс. ден. ед.
1	32,9	83	9,4
2	23,8	68	11,9
3	25	79	10,0

Определить по трем заводам среднюю стоимость активной части ОПФ на одного рабочего.

Вариант 2. Имеются данные:

Семья	Размер общей площади, приходящейся на одного члена семьи, кв. м.	Число членов семьи, чел.	Процент жилой площади в общей площади
1	15,0	2	85
2	13,8	3	81
3	11,2	4	83

Определить по трем семьям средний процент жилой площади в общей площади.

Вариант 3. Строительные организации характеризуются следующими данными:

Строительная организация	Фактическое выполнение монтажно-строительных работ, млн. ден. ед.	Численность рабочих на 1 млн. фактически выполненных работ, чел.	Доля рабочих из общего числа рабочих, имеющих профессиональную подготовку, %
1	24,8	63	79,4
2	16,5	58	82,5
3	20,7	70	78,3

Определить среднюю долю рабочих из общего числа рабочих, имеющих профессиональную подготовку по всей совокупности.

Вариант 4. Имеются следующие данные по фермерским хозяйствам области:

Группы сельхозпредприятий по годовому валовому надоям молока, т	Число предприятий	Среднегодовой надой от одной коровы на одном сельхозпредприятии, кг	Затраты кормовых единиц в расчете на одну корову на одно сельхозпредприятие, кг
1000-1500	45	1417	3,4
1500-2000	43	1750	3,8
2000-2500	48	1830	4,2

Определите по совокупности объектов среднегодовой надой молока от одной коровы.

Вариант 5. Имеются следующие данные по фермерским хозяйствам области:

Таблица №1

Группы хозяйств по себестоимости 1 ц сахарной свеклы, руб.	Число хозяйств	Валовой сбор в среднем на одно хозяйство, ц
До 22	32	111,8
22-24	58	89,7
24-26	124	113,5
26 и более	17	130,1

Определите среднюю себестоимость 1 ц свеклы в целом по фермерским хозяйствам области.

Вариант 6.

По данным таблицы № 1 определите средние затраты кормовых единиц в расчете на 1 корову по всей совокупности.

Вариант 7. По трем районам города имеются следующие данные (на конец года):

Район	Число отделений «ААА» банка	Среднее число вкладчиков в отделении, чел.	Средний размер вклада в отделении, руб.
1	4	1376	275
2	9	1559	293
3	5	1315	268

Определите средний размер вклада в «ААА» банке в целом по городу.

Вариант 8. Товарооборот коммерческих киосков за отчетный период характеризуется следующими данными:

Киоск	Товарооборот всего, млн.руб.	Товарооборот в расчете на одного работника, млн.руб.	Средняя заработная плата на одного работника, тыс.руб.
1	30	7,1	600
2	28	5,2	595
3	32	6,8	610

Определите среднюю заработную плату на одного работника по всей совокупности.

Вариант 9. По результатам обследования сельхозпредприятий области получены следующие данные:

Таблица №2

Группы сельхозпредприятий по среднегодовому надою молока от одной коровы, кг	Число предприятий	Среднегодовое поголовье коров (на одно сельхозпредприятие)	Процент жирности в молоке, %
2000-2200	4	417	3,0
2200-2400	9	350	3,3
2400-2600	15	483	3,8

Определите средний надой молока на одну корову по всей совокупности.

Вариант 10. По данным таблицы №2 определить среднюю жирность молока по всей совокупности.

Вариант 11. Использование складских помещений города характеризуется следующими данными:

Группы складских помещений по площади, тыс.м ²	Число помещений	Общая занятая площадь, тыс.м ²
До 5	3	5,2
5-10	21	108,0
10-15	17	163,6
15-20	9	101,2
20-25	5	65,3
25-30	3	40,6
30-35	4	55,4
35 и более	2	29,0

Вычислите средний процент загрузки складских помещений по всей совокупности.

Вариант 12. Имеются следующие данные по трем хозяйствам:

Таблица №3

№ хозяйства	Урожайность картофеля, ц./га..	Посевная площадь, % к итогу	Стоимость 1 кг. картофеля, руб.
1	180	24	3580
2	230	45	2950
3	350	31	3000

Определите среднюю урожайность картофеля по трем хозяйствам вместе.

Вариант 13. Используя данные таблицы №3, определите средний валовый сбор по трем хозяйствам вместе.

Вариант 14. Используя данные таблицы №3, определите среднюю стоимость 1 кг. картофеля по трем хозяйствам вместе.

Вариант 15. Имеются данные:

Таблица №4

Предприятие	Общие затраты на производство, млн. руб.	Затраты на 1 руб. произведенной продукции, руб.	Процент бракованной продукции, %	Процент продукции, идущей на экспорт, %
1	3515,0	175	1,5	18
2	2313,8	171	1,1	24
3	4211,2	173	0,8	29

Определить средний процент бракованной продукции по совокупности.

Вариант 16. Используя данные таблицы №4, определить средний процент продукции, идущей на экспорт по всей совокупности.

Вариант 17. Имеются данные по предприятиям:

Предприятие	Объем произведенной продукции, млн. руб.	Выработка на одного работника, тыс. руб.	Доля пенсионеров в общей численности рабочих	Средняя заработная плата на одного работника, тыс. руб.
1	35,15	17,5	0,15	418
2	23,13	14,1	0,23	247
3	42,62	18,3	0,12	525

Определить среднюю долю пенсионеров в общей численности работников по трем предприятиям.

Вариант 18. Имеются следующие данные по трем магазинам о реализации товара «А»:

Таблица №5

Номер магазина	Выполнение годового плана по реализации, %	Объем реализации, ед.	Стоимость одной единицы товара, тыс. руб.
1	108	324	24
2	95	190	19
3	105	525	20

Определить средний процент выполнения плана товарооборота по трем магазинам.

Вариант 19. По данным таблицы №5 определить среднюю заработную плату на одного работника по всей совокупности.

Вариант 20. Имеются следующие данные по трем магазинам с реализации товара «А»:

Номер магазина	Рентабельность, %	Объем реализации, ед.	Стоимость одной единицы товара, тыс. руб.
1	29	324	15
2	18	190	21
3	32	438	12

Определить среднюю рентабельность по совокупности.

Вариант 21. Имеются следующие данные:

Бригады	Фактический расход материалов, м		Доля отходов в общем расходе материалов, %
	на всю продукцию	на единицу продукции	
1	248	2,6	7
2	192	2,9	10
3	224	2,1	8

Определить: 1) средний процент отходов в общем расходе материалов по всем бригадам; 2) средний фактический расход материалов на единицу продукции по всем бригадам.

Вариант 22. Товарооборот коммерческих киосков за отчетный период характеризуется следующими данными:

Киоск	Товарооборот всего, млн.руб.	Товарооборот в расчете на одного работника, млн.руб.	Средняя заработная плата на одного работника, тыс.руб.
1	31	8,0	610
2	25	6,5	600
3	34	7,0	590

Определить среднюю заработную плату на одного работника по всей совокупности.

Вариант 23. Определить средний процент продавцов в общей численности работников по совокупности объектов:

Магазины	Фактический объем реализации, млн. ден. ед.	Средний объем реализации на одного работника, тыс. ден. ед.	Процент продавцов в общей численности работников, %
1	370	845	65
2	295	450	74
3	305	944	91

Вариант 24. По результатам обследования сельхозпредприятий области получены следующие данные:

Группы сельхозпредприятий по среднегодовому надою молока от одной коровы, кг	Число предприятий	Среднегодовое поголовье коров (на одно сельхозпредприятие)	Процент жирности в молоке, %
1500-1700	8	380	3,2
1700-1900	18	450	3,3
1900-2100	19	375	3,0

Определить средний процент жирности в молоке по всей совокупности.

Вариант 25. Имеются следующие данные о работе автокомбината:

Автоколонна	Общие затраты на перевозку грузов, руб.	Средний месячный грузооборот автомашины, т/км	Себестоимость одного т/км, руб.
1	20286	4600	0,63
2	47628	5400	0,98
3	17820	4400	0,81

Определить среднее число машин в автокомбинате.

Вариант 26. Имеются следующие данные по трем магазинам о реализации товара «В»:

Номер магазина	Рентабельность, %	Объем реализации, ед.	Стоимость одной единицы товара, тыс. руб.
1	21	224	17
2	17	176	24
3	29	352	14

Определить среднюю рентабельность по совокупности.

Вариант 27. Имеются следующие данные по трем заводам

Завод	Стоимость основных производственных фондов, млн. ден. ед.	Из них активная часть, %	Стоимость основных производственных фондов на одного рабочего, тыс. ден. ед.
1	22,5	81	9,8
2	43,8	79	12,5
3	31,4	72	10,7

Определить по трем заводам среднюю стоимость активной части ОПФ на одного рабочего.

Вариант 28. Имеются следующие данные по вузам города:

Вуз	Численность студентов всех форм обучения, чел.	Доля студентов очной формы обучения, %	Доля студентов очной формы обучения, получивших Президентскую стипендию, %
1	1370	45	3
2	2295	40	7
3	1562	37	5

Определить среднюю долю студентов очной формы обучения, получивших Президентскую стипендию, по всей совокупности.

Вариант 29. Имеются следующие данные по 3 фермам:

Фермы	Валовой надой молока, т.	Удой молока от одной коровы, кг	Затраты кормовых единиц в расчете на одну корову, кг
1	370	3845	3985
2	295	2450	3574
3	305	3944	3391

Определить средние затраты кормовых единиц в расчете на одну корову по всей совокупности.

Вариант 30. Определить среднее значение затрат труда на 1 га посевной площади по совокупности объектов:

Колхозы	Валовой сбор, тыс. ц	Урожайность, ц/га	Затраты труда на 1 ц, чел/час
1	131	32,4	42,6
2	242	28,2	35,9
3	229	31,5	38,1

Рекомендуемая литература.

1. Ефимова, М.Р. Общая теория статистики: учебник – М.:ИНФРА-М, 1998. – 416 с.
2. Статистика: курс лекций / Л.П. Харченко, В.Г. Долженкова, В.Г. Ионин [и др.] Новосибирск: Изд-во НГАЭиУ, М.:ИНФРА-М, 1997. – 310 с.
3. Теория статистики: учебник / Под ред. Р.А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 576 с.
4. Практикум по теории статистики: учеб. пособие / Под ред. проф. Р.А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 416 с.
5. Громыка, Л.Г. Общая теория статистики: практикум. – М.:ИНФРА-М, 1999. – 139 с.

Учебное издание

Составители:

*Ютухина Лада Станиславовна
Айцева Татьяна Владимировна
Кузьмина Елена Викторовна
Куравель Мария Григорьевна
Мовская Галина Владимировна*

Практикум по общей теории статистики

**для студентов экономических специальностей
вечерней формы обучения**

Часть I

Ответственный за выпуск: Копайцева Т.В.

Редактор: Боровикова Е.А.

Компьютерная вёрстка: Соколюк А.П.

Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 16.01.2014 г. Формат 60x84 ¹/₁₆. Гарнитура Arial.
Бумага «Снегурочка». Усл. печ. л. 2,8. Уч. изд. 3,0. Заказ № 1303. Тираж 80 экз.
Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный
технический университет». 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.