Характеристический полином матрицы $A \in M_n$ имеет вид

$$p_A(\lambda) = \det(A - \lambda I).$$

<u>Теорема.</u> Справедливо следующее тождество

$$p_A(\lambda) = \sum_{i=0}^{n} E_i(A)(-\lambda)^{n-i},$$

где

$$E_k(A) = \sum_{1 \le i_1 < \ldots < i_k \le n} \sum_{\tilde{\sigma}} \operatorname{sgn} \tilde{\sigma} \prod_{j=1}^{k} a_{i_j, \tilde{\sigma}(j)}, \qquad (1)$$

где $\tilde{\sigma}$ пробегает множество всех $k!$ перестановок из k чисел $\{i_1, \ldots, i_k\}$ и $\operatorname{sgn} \tilde{\sigma}$ есть знак перестановки, $E_k(A)$ – сумма C_n^k различных главных миноров порядка k.

Выражение (1) можно использовать в качестве численного метода нахождения коэффициентов характеристического полинома.

Итак, сумма главных миноров матрицы $A \in M_n$ $E_k(A)$ составлена из произведений k элементов матрицы A, причём у этих элементов индексы составлены из всевозможных сочетаний k элементов из n таким образом, что первые индексы у произведения идут в порядке возрастания, а вторые индексы являются всевозможными перестановками этих k индексов. Знак перед произведением-слагаемым равен знаку перестановки вторых индексов.

Поэтому создан двоичный счётчик из n разрядов, каждый разряд которого будет отвечать за присутствие индекса (номера разряда) в произведении элементов матрицы.

Пусть k – количество единиц в бинарном счётчике, тогда количество элементов в произведении равно k и это произведение является слагаемым суммы $E_k(A)$, причём количество произведений слагаемых равно C_n^k.

ОДИН ИЗ СПОСОБОВ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ Р-ГО ПОРЯДКА

Н.А. Брызгалова

(БГУ, г. Минск)

Будем искать решение уравнения

$$x(n+p) = f(n, x(n), x(n+1), \ldots, x(n+p-1)). \qquad (1)$$

в виде
$$x(n)=\sum_{j=1}^{p}c_j(n)x_j(n), \tag{2}$$

где $c_1(n),...,c_p(n)$ - линейно-независимые решения уравнения (1).

Предположим, что функции $x_i(n)$ определяются системой

$$\Delta x_i(n)=f_i(n,x_1(n),...,x_p(n),c_1(n),...,c_p(n)),\ (i=\overline{1,p}) \tag{3}$$

где функции f_i будут определены системой

$$\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{p}c_j(n+1)f_j(n,x_1(n),...,x_p(n),c_1(n),...,c_p(n))=0.\\
&\sum_{j=1}^{p}c_j(n+2)f_j(n,x_1(n),...,x_p(n),c_1(n),...,c_p(n))=0.\\
&\sum_{j=1}^{p}c_j(n+3)f_j(n,x_1(n),...,x_p(n),c_1(n),...,c_p(n))=0,\\
&...\\
&\sum_{j=1}^{p}c_j(n+p-1)f_j(n,x_1(n),...,x_p(n),c_1(n),...,c_p(n))=0.\\
&\sum_{j=1}^{p}c_j(n+p)f_j(n,x_1(n),...x_p(n),c_1(n),...c_p(n))=F(n),
\end{aligned} \tag{4}$$

где $F(n)=f(n,\sum_{j=1}^{p}c_j(n)x_j(n),\sum_{j=1}^{p}c_j(n+1)x_j(n),...,\sum_{j=1}^{p}c_j(n+p-1)x_j(n))-$

$$-\sum_{j=1}^{p}x_j(n)f(n,c_j(n),c_j(n+1),...,c_j(n+p-1)).$$

Если известны функции $c_j(n)$, то мы можем найти функции f_j из системы p линейных уравнений (4). Решая эту систему получим

$$f_j(n,x_1(n),...x_p(n),c_1(n),...c_p(n))=(-1)^{i+1}\frac{W_j}{W}F(n),$$

где $W=\begin{vmatrix}c_1(n+1) & ... & c_p(n+1)\\ ... & ... & ...\\ c_1(n+p) & ... & c_p(n+p)\end{vmatrix}$, а W_j получается из W вычеркиванием j-го столбца и последней строки.

Пример 1. Рассмотрим следующее разностное уравнение второго порядка

$$x(n+2)+\frac{2}{n}x^2(n+1)+f(n)x(n)=0. \tag{5}$$

Если $c_1(n)$, $c_2(n)$ – линейно-независимые решения уравнения (5), то решение уравнения (5) имеет вид

$$x(n) = c_1(n)x_1(n) + c_2(n)x_2(n),$$

где $\Delta x_i(n)$ $(i = 1,2)$ находятся из системы уравнений

$$\Delta x_1(n) = \frac{2c_2(n+1)P(n)}{nW},$$
где
$$\Delta x_2(n) = -\frac{2c_1(n+1)P(n)}{nW},$$

$$P(n) = [c_1(n+1)x_1(n) + c_2(n+1)x_2(n)]^2 - x_1(n)(c_1(n+1))^2 - x_2(n)(c_2(n+1))^2,$$
$$W = c_1(n+1)c_2(n+2) - c_1(n+2)c_2(n+1).$$

<u>Пример 2.</u> $$x(n+3) + x(n)x(n+2) - x^2(n+1) + 1 = 0. \qquad (6)$$

Если $c_1(n)$, $c_2(n)$, $c_3(n)$ – линейно-независимые решения уравнения (6), то решение имеет вид

$$x(n) = c_1(n)x_1(n) + c_2(n)x_2(n) + c_3(n)x_3(n),$$

где $\Delta x_i(n)$ $(i = \overline{1,3})$ находятся из системы уравнений

$$\Delta x_1(n) = \frac{W_1}{W}G(n),$$
$$\Delta x_2(n) = -\frac{W_2}{W}G(n),$$
$$\Delta x_3(n) = \frac{W_3}{W}G(n),$$
$$G(n) = -(c_1(n)x_1(n) + c_2(n)x_2(n) + c_3(n)x_3(n))\cdot(c_1(n+2)x_1(n) + c_2(n+2)x_2(n) + c_3(n+2)x_3(n)) -$$
$$-(c_1(n+1)x_1(n) + c_2(n+1)x_2(n) + c_3(n+1)x_3(n))^2 + x_1(n)[c_1(n)c_1(n+2) - (c_1(n+1))^2 + 1] +$$
$$+ x_2(n)[c_2(n)c_2(n+2) - (c_2(n+1))^2 + 1] + x_3(n)[c_3(n)c_3(n+2) - (c_3(n+1))^2 + 1]$$

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ВЫБОРА ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ В ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЕ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Л.В. Дорошева

(МГПИ, г. Мозырь)

В математическом моделировании систем дистанционного зондирования [1-3] особый интерес представляет обратная задача: "восстановление" исходного изображения по результатам регистрации излучения бортовыми приборами космического аппарата. Математическая формулировка этой задачи сводится к интегральному уравнению первого рода