ство ученых-методистов для распространения опыта внедрения графовых моделей в математическое образование школьников и студентов.

Нельзя сказать, что в этом направлении ничего не осуществляется. Курс дискретной математики читается на педагогическом потоке мехмата БГУ доцентом О. И. Мельниковым. Изучение алгоритмов на графах является составной частью курса информатики в Академии последипломного образования. Нами в качестве эксперимента ведется спецкурс по основам теории графов на математическом факультете БГПУ им. М. Танка. В преподавании мы используем метод обучения через решение задач и перечисленные выше компьютерные программы. При отборе теоретического материала мы руководствовались принципами познавательности и профессиональной направленности в обучении. Цель нашего курса – показать возможности использования графов в преподавании, как математики, так и информатики. Очень хотелось бы сотрудничать с другими педагогическими вузами, обмениваться опытом преподавания теории графов, но пока нам не удалось установить контактов в других городах кроме Минска. Надеемся, что в будущем такие контакты появятся.

Литература.

1. Мельников О. И. Занимательные задачи по теории графов. Мн., ТетраСистемс, 2001.
2. Программы средней общеобразовательной школы. Информатика VIII-XI классы. Мн., 2000.
3. Котов В. М., Мельников О. И. Информатика: методы и алгоритмы. Мн., 2000.
4. Харланов А. А. Методическое пособие для учителей и преподавателей средних учебных заведений и учебных заведений нового типа в классах с углубленным изучением информатики. Мн., 1997.
5. Березина Л. Ю. Графы и их применение. М., Просвещение. – 1979.

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБРАБОТКИ ИСКОВ В СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ

Т.В. Романюк

(ГрГУ, г. Гродно)

Рассматривается функционирование страховой компании на интервале времени $[0,T]$. Полагается, что страховая компания заключает со страхователями договора страхования двух типов, причем общее число заключенных договоров страхования определяется в момент времени t, $t \le T$, некоторой функцией времени $K(t)$. Т.е. в некоторый момент времени t, $t \in [0,T]$, компанией заключено со страхователями $K_1(t)$ договоров страхования первого типа и $K_2(t)$ договоров второго типа, $K_1(t)+K_2(t)=K(t)$. При наступлении страхового случая компании предъявляется иск страхователя, который проходит две стадии обработки – стадию оценки и стадию выплаты. Оценкой исков типа r занимаются m_r, $r=1,2$, специалистов компании (оценщики), выплатой – один кассир. Иски страхователей могут находиться в одном из следующих состояний: C_0 - иск не предъявляется (с объектом страхования ничего не случилось), C_1 - иск находится на стадии оценки, C_2 - иск находится на стадии выплаты.

Предполагаем (для того, чтобы ниже введенный случайный процесс $k(t)$ являлся марковским), что вероятность перехода иска типа r из состояния C_0 в состояние C_1 на интервале времени $[t,t+\Delta t]$ равна $\mu_{0r}(t)\Delta t+o(\Delta t)$, где $\mu_{0r}(t)$ - интенсивность такого перехода, $r=1,2$. Времена обработки исков типа r оценщиками и времена между переходами исков из состояния C_2 в состояние C_0 распределены по показательному закону с интенсивностями μ_r,μ_3 соответственно, $r=1,2$. Будем предполагать, что наша система в некоторый момент времени t находится в состоянии $k(t)=(k_1(t),k_2(t),k_3(t))$, если в этот момент времени $k_r(t)$ исков типа r, $r=1,2$ находятся в состоянии C_1, а $k_3(t)$ исков – в состоянии C_2. Качество функционирования компании можно определить функционалом

$$W(T)=W(T,m_1,m_2)=\frac{1}{T}\int_0^T[K(t)\sum_{i=1}^{3}(d_in_i(t)+E_il_i(t))]dt, \qquad (1)$$

описывающим потери компании на интервале времени $[0,T]$, причем коэффициенты d_i,E_i $i=1,2,3$, имеют определенный стоимостный смысл; здесь

$$n_i(t)=M\left\{\frac{k_i(t)}{K(t)}\right\},\ l_i(t)=\frac{m_i}{K(t)},\ i=1,2,3,\ m_3=1.$$

Нас интересует следующая задача: требуется найти число оценщиков m_r, $r=1,2$, которые должны работать на различных интервалах времени, чтобы среднее число исков типа r, находящихся в момент времени t в состоянии оценки и выплаты, т.е. $K(t)n_r(t)$ и $K(t)n_3(t)$ не превышало соответственно m_r и 1, $r=1,2$, и чтобы потери $W(T)$ были минимальными:

$$\begin{cases} W(T) \to \min\limits_{m_i, i=1,2}, \\ K(t)n_i(t) \le m_i, i = 1,2,3, t \in [0,T]. \end{cases} \quad (2)$$

Отметим, что стохастической моделью процесса обработки исков в данном случае может служить замкнутая сеть массового обслуживания, состоящая из четырех систем обслуживания S_0, S_1, S_2, S_3 с числом линий обслуживания соответственно $K^*, m_1, m_2 \ge 1$, $m_3 = 1$, причем считаем, что $1 << K(t) \le K^*$. Вероятности перехода заявок между системами сети - $p_{0r} \ne 0$, $p_{r3} = p_{30} = 1$, $r = 1,2$, $p_{ij} = 0$ - в остальных случаях; в сети обслуживаются в момент времени t $K(t)$ заявок; дисциплины обслуживания заявок в системах сети – FIFO.

Установлено, что плотность распределения вероятностей $p(x,t) = p(x_1(t), x_2(t), x_3(t))$ вектора $\frac{k(t)}{K(t)} = \left(\frac{k_1(t)}{K(t)}, \frac{k_2(t)}{K(t)}, \frac{k_3(t)}{K(t)}\right)$ с точностью до $O(\varepsilon^2(t))$, где $\varepsilon(t) = l_3(t)$, удовлетворяет уравнению в частных производных

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = -\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_i}(A_i(x,t)p(x,t)) + \frac{\varepsilon(t)}{2} \sum_{i,j=1}^{3} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}\left(B_{ij}(x,t)p(x,t)\right) + \quad (3)$$

$$+ 3\varepsilon(t)K'(t)p(x,t),$$

где $A_i(x,t) = \sum\limits_{j=1}^{3} \mu_j q_{ji} \min(l_j(t), x_j(t)) + \mu_{0i}(t)(1 - \sum\limits_{j=1}^{3} x_j(t))$; $\mu_{03}(t) = 0$,

$$q_{ji} = \begin{cases} -1, j = i, j, i = \overline{1,3}, \\ 1, j \ne i, i = 3, \\ 0, j \ne i, i = 1,2; \end{cases} \quad B_{ij}(x,t) = \begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{3} \mu_j \min(l_j(t), x_j(t)) + \mu_{0i}(t)(1 - \sum\limits_{j=1}^{3} x_j(t))), i = j, \\ -2\mu_i \min(l_i(t), x_i(t)), i \ne j, j = 3, \\ 0, i \ne j, j = 1,2. \end{cases}$$

Уравнение (3) отличается от уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова только присутствием в нем выражения $3\varepsilon(t)K'(t)$, поэтому можно попытаться найти его решение в виде плотности распределения вероятностей трехмерной случайной величины (важно отметить, что нас больше интересует не само решение уравнения (3), а компоненты вектора $n(t)$):

$$p(x,t)=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}}\sqrt{|D|}\exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{3}(x_i(t)-n_i(t))d_{ij}(t)(x_j(t)-n_j(t))\right], \quad (4)$$

где $D=\| d_{ij} \|_{3\times 3}$ - положительно определенная матрица. С учетом того, что мы должны искать решение оптимизационной задачи при ограничениях $\{0\le n_i(t)\le l_i(t), i=1,2,3\}=A$, уравнение (3) можно представить следующим образом:

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t}=[\mu_1+\mu_2+\mu_3+\mu_{01}(t)+\mu_{02}(t)+3\varepsilon(t)K'(t)]\times p(x,t)+$$
$$+[\mu_1 x_1(t)-\mu_{01}(t)(1-x_1(t)-x_2(t)-x_3(t))-\varepsilon(t)\mu_{01}(t)]\frac{\partial p(x,t)}{\partial x_1}+$$
$$+[\mu_2 x_2(t)-\mu_{02}(t)(1-x_1(t)-x_2(t)-x_3(t))-\varepsilon(t)\mu_{02}(t)]\frac{\partial p(x,t)}{\partial x_2}+ \quad (5)$$
$$+[\mu_3 x_3(t)-\mu_2 x_2(t)-\mu_1 x_1(t))]\frac{\partial p(x,t)}{\partial x_3}+$$
$$+\frac{\varepsilon(t)}{2}\mu_{01}(t)(1-x_1(t)-x_2(t)-x_3(t))\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x_1^2}+$$
$$+\frac{\varepsilon(t)}{2}\mu_{02}(t)(1-x_1(t)-x_2(t)-x_3(t))\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x_2^2}.$$

Разложим коэффициенты уравнения (5) в ряд Тейлора в окрестности точки $(n_1(t),n_2(t),n_3(t))$, ограничиваясь первыми членами разложения, затем подставим полученные выражения и плотность (4) в уравнение (5). Приравнивая в полученном уравнении члены при одинаковых степенях $(x_i(t)-n_i(t))$, $i=1,2,3$, получим следующую систему ОДУ для определения компонент вектора $n(t)$:

$$\begin{cases}\dfrac{dn_1(t)}{dt}=-\mu_1 n_1(t)+\mu_{01}(t)(1+\varepsilon(t)-\sum\limits_{i=1}^{3}n_i(t)),\\ \dfrac{dn_2(t)}{dt}=-\mu_2 n_2(t)+\mu_{02}(t)(1+\varepsilon(t)-\sum\limits_{i=1}^{3}n_i(t)),\\ \dfrac{dn_3(t)}{dt}=\mu_1 n_1(t)+\mu_2 n_2(t)-\mu_3 n_3(t)).\end{cases} \quad (6)$$

Система ОДУ в случае $K(t)=K$ рассмотрена в [1].

Учитывая вид функций $\mu_{0i}(t)$, $i=1,2$, $K(t)$, можно используя метод фундаментальных матриц найти общее решение системы (6), а с его помощью решение оптимизационной задачи (2).

Литература.

1. Астахов А.М., Маталыцкий М.А., Романюк Т.В. О применении системы ОДУ для анализа модели обработки разнотипных исков в страховой компании // Тезисы докладов Международной математической конференции "Дифференциальные уравнения и системы компьютерной алгебры". – Брест: БрГУ, 2000.– С. 7-8.

INTERNET-СИСТЕМА ТЕСТИРОВАНИЯ УЧЕБНЫХ ПРОГРАММ

С. Рында, Д. Данилович, А. Лисовский

(ГрГУ, г. Гродно)

В каждом высшем учебном заведении преподаются курсы, связанные с лабораторными занятиями по программированию, проводятся олимпиады и конкурсы.

Для облегчения проведения подобных трудоемких мероприятий возникла потребность в создании автоматизированных программных средств, которые позволили бы быстро и объективно, а главное, с максимальной автоматизацией процесса, тестировать учебные программы, разрабатываемые студентами.

Проверка даже одной программы-задачи, скажем прямо, процесс трудоемкий. Во-первых, следует сформировать набор тестов, позволяющих проверить правильность выполнения программы-задачи. Во-вторых, тестов может быть много, либо программа-задача обрабатывает большое количество данных, проверить которые не легко. В-третьих, все мы люди, и не железные, и, к примеру, допустить ошибку при проверке задания может каждый. Ну, и, в-четвертых, объективность проверки задачи… А если задач несколько сотен…

В докладе представлена реализация автоматизированной системы, предназначенной для автоматизации процесса тестирования программ, разработанных пользователями (студентами, школьниками) для решения поставленных задач. Система функционирует как Internet-приложение, что обеспечивает доступ к ней в рамках intranet-сети Гродненского государственного университета.